

Ugankarski kotiček

Luka Urbanc

Naloge **niso** urejene po težavnosti.

Naloga 1. Naj bo $n \geq 2$ naravno število. Najdi vse n -terice realnih števil (x_1, x_2, \dots, x_n) , ki zadoščajo sistemu enačb

$$\begin{aligned}\max(1, x_1) &= x_2, \\ \max(2, x_2) &= 2x_3, \\ \max(3, x_3) &= 3x_4, \\ &\vdots \\ \max(n, x_n) &= nx_1.\end{aligned}$$

Naloga 2. Na tabli je narisani konveksen n -kotnik. Jan nanj zaporedoma dorisuje diagonale, pri čemer pazi, da se vsaka novonastala diagonala seka z največ eno od prej narisanih (diagonali iz istega oglišča se ne sekata). Največ koliko diagonal lahko nariše (v odvisnosti od n)?

Naloga 3. Na tabli je narisani konveksen n -kotnik z oglišči A_1, A_2, \dots, A_n in točka P v njegovi notranjosti. Dokaži, da obstaja nek $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, za katerega velja $\angle PA_i A_{i-1} \leq \angle PA_i A_{i+1}$ (kjer definiramo $A_{n+1} := A_1$ ter $A_0 := A_n$).

Naloga 4. Največji delitelj naravnega števila n , ki je strogo manjši od n , označimo z $m(n)$. Določi vsa naravna števila n , za katera je $n + m(n)$ potenca števila 10.