

DOI: 10.7500/AEPS20131015012

对偶问题多解情况下一种基于激励的节点电价确定方法

周全¹, 冯冬涵¹, 方 陈², 孙 弢¹, 陈丽霞¹, 许少伦¹

(1. 电力传输与功率变换控制教育部重点实验室, 上海交通大学电子信息与电气工程学院, 上海市 200240;

2. 国网上海市电力公司电力科学研究院, 上海市 200437)

摘要: 在一个有大容量机组和大用户主导的电力市场中, 定价多解情况发生的概率是不可忽略的, 并且产生的影响也是显著的。针对对偶问题多解情况, 文中分析了问题产生的本质, 进而提出了一种基于激励的定价方法。首先, 在传统定价理论的基础上进行了合理延伸, 分析了双侧竞价模式下定价的理论区间, 并提出了伪边际报价的概念。然后, 通过对市场参与者激励的讨论, 构造了关于伪边际报价的附加方程, 从而实现拉格朗日乘子的唯一求解, 并据此确定节点电价。理论分析和算例表明该方法确定的节点电价是合理且激励相容的。

关键词: 电力市场; 对偶问题多解; 基于激励的定价; 双侧竞价; 节点电价

0 引言

电价问题是电力市场运营的核心问题之一。在一般经济活动中, 供给和需求曲线通常为两条接近光滑的曲线, 而在现货电力市场中, 供求曲线中的机组报价曲线和负荷报价曲线通常呈现明显的阶梯形。前者按照供电报价从低到高的顺序排列, 后者则按照购电报价从高到低的顺序排列。若阶梯形的供应曲线和需求曲线有唯一交点, 则该点为市场均衡点, 对应的价格为市场出清价格^[1-2]。若交点并不唯一, 就会发生对偶问题多解 (multiple dual solutions, MDS) 情况。倘若市场参与者的报价单元足够小, 报价段数足够多的话, 那么原本阶梯形的供求曲线会接近于一般的光滑供求曲线, 可以尽量减小 MDS 问题的影响, 但这样的做法大大增加了市场出清的计算量和操作复杂度。因此, 在实际电力市场中, 通常有对最小报价单位或最多报价段数的要求。例如, 北欧电力市场 (Nord Pool) 要求最小的报价单位为 1 (MW · h)/h^[3], 美国 PJM^[4] 和澳大利亚电力市场^[5] 要求一张标书中最多不超过 10 段报价, 丹麦、瑞典、挪威和芬兰的平衡市场要求最小的报价单位为 10 (MW · h)/h^[6]。

MDS 情况并不少见, 尤其在规模效应显著的电力行业。一旦发生 MDS 情况, 基于拉格朗日乘子

的经典边际定价方法只能给出电价的理论区间, 而无法确定一组唯一的节点电价, 需要有别的准则协助定价。

目前各国电力市场有一些特殊方法来处理 MDS 情况下的定价问题, 如美国 PJM 电力市场依据额外生产或者消费 1 MW 电能的报价来确定电价^[4], 新英格兰^[7] 和伊比利亚半岛电力市场^[8] 则选择出清价格的理论区间的最大值作为定价依据^[9], 还有一些电力市场则采取基于特定扰动的灵敏度分析来应对 MDS 情况的发生^[10], 但这些方法所得的结果难以保证解的最优性。另外一些电力市场则制定了提高订单数值精度的相关规定, 认为这样可以降低 MDS 发生的概率^[11]。

针对 MDS 情况, 本文对传统定价理论进行了合理延伸, 分析了问题产生的本质, 进而提出了一种基于激励的定价方法, 并详细阐述了该方法的激励相容特性。算例表明该定价方法能完成若干 MDS 情况下对社会剩余的合理分配。

1 电力市场出清问题

在双侧竞价模型中, 电力市场出清问题可以表述为^[12-16]:

$$\min_{P_{Gi}, P_{Dj}} \sum_{i=1}^{N_G} \lambda_{Gi} P_{Gi} - \sum_{j=1}^{N_D} \lambda_{Dj} P_{Dj} \quad (1)$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_{i=1}^{N_G} P_{Gi} = \sum_{j=1}^{N_D} P_{Dj} \quad (2)$$

$$\sum_{b=1}^B (T_{lb} \sum_{\substack{f_G(i)=b \\ f_D(j)=b}} (P_{Gi} - P_{Dj})) \leq \bar{F}_l \quad (3)$$

收稿日期: 2013-10-15; 修回日期: 2014-03-19。

国家自然科学基金资助项目 (51007058); 国家科技支撑计划资助项目 (2013BAA01B04); 上海交通大学薯政项目; 国家电网公司科技项目 (520940120036)。

$$P_{Gi} \leq P_{Gi} \leq \bar{P}_{Gi} \quad (4)$$

$$P_{Dj} \leq P_{Dj} \leq \bar{P}_{Dj} \quad (5)$$

式中: i 为系统机组的编号, $i=1, 2, \dots, N_G$; λ_{Gi} 为机组 i 的报价; P_{Gi} 为机组 i 的有功出力; j 为系统负荷的编号, $j=1, 2, \dots, N_D$; λ_{Dj} 为负荷 j 的报价; P_{Dj} 为负荷 j 的有功消耗功率; b 为系统节点的编号, $b=1, 2, \dots, B$; l 为系统线路的编号, $l=1, 2, \dots, N_l$; T_{lb} 为线路 l 关于节点 b 的功率传输分配系数; \bar{F}_l 为线路 l 的容量; $f_G(i)$ 为机组 i 所在节点的编号; $f_D(j)$ 为负荷 j 所在节点的编号; \bar{P}_{Gi} 和 \underline{P}_{Gi} 分别为机组 i 的有功出力上下限; \bar{P}_{Dj} 和 \underline{P}_{Dj} 分别为负荷 j 的有功消耗功率上下限。

为求解出清问题,构造拉格朗日函数:

$$\begin{aligned} \Gamma = & \sum_{i=1}^{N_G} \lambda_{Gi} P_{Gi} - \sum_{j=1}^{N_D} \lambda_{Dj} P_{Dj} + \\ & \lambda \left(\sum_{i=1}^{N_G} P_{Gi} - \sum_{j=1}^{N_D} P_{Dj} \right) + \\ & \mu_l \left(\sum_{b=1}^B T_{lb} (P_{Gf_G(i)} - P_{Df_D(j)}) - \bar{F}_l \right) + \\ & \hat{\tau}_1 (P_{G1} - \bar{P}_{G1}) + \hat{\tau}_2 (P_{G2} - \bar{P}_{G2}) + \dots + \\ & \hat{\tau}_{N_G} (P_{GN_G} - \bar{P}_{GN_G}) - \\ & \check{\tau}_1 (P_{G1} - \underline{P}_{G1}) - \check{\tau}_2 (P_{G2} - \underline{P}_{G2}) - \dots - \\ & \check{\tau}_{N_G} (P_{GN_G} - \underline{P}_{GN_G}) + \hat{\xi}_1 (P_{D1} - \bar{P}_{D1}) + \\ & \hat{\xi}_2 (P_{D2} - \bar{P}_{D2}) + \dots + \hat{\xi}_{N_D} (P_{DN_D} - \bar{P}_{DN_D}) - \\ & \check{\xi}_1 (P_{D1} - \underline{P}_{D1}) - \check{\xi}_2 (P_{D2} - \underline{P}_{D2}) - \dots - \\ & \check{\xi}_{N_D} (P_{DN_D} - \underline{P}_{DN_D}) \end{aligned} \quad (6)$$

式中: λ , μ_l , $\hat{\tau}_i$, $\check{\tau}_i$, $\hat{\xi}_i$, $\check{\xi}_i$ 分别为对应约束条件(式(2)~式(5))的拉格朗日乘子。

若存在边际机组 k , 其所在节点的编号记为 $f_G(k)$, 依据 KKT 条件, 可知 $\check{\tau}_k = \hat{\tau}_k = 0$, 从而 $\lambda_{Gk} + \lambda + \sum_{l=1}^{N_l} \mu_l T_{lf_G(k)} = 0$, 节点 $f_G(k)$ 上的电价 $\rho_{f_G(k)}$ 直接由边际机组 k 的报价确定, $\rho_{f_G(k)} = \lambda_{Gk} = -\lambda - \sum_{l=1}^{N_l} \mu_l T_{lf_G(k)}$ 。类似地, 若存在边际负荷 s , 则其所在节点 $f_D(s)$ 上的电价 $\rho_{f_D(s)}$ 由边际负荷 s 的报价确定, $\rho_{f_D(s)} = \lambda_{Ds} = -\lambda - \sum_{l=1}^{N_l} \mu_l T_{lf_D(s)}$ 。

若不存在边际机组或边际负荷, 那么乘子会出现多解情况, 传统的方法就无法给出明确定价, 需要新的方法来解决此时的定价问题。

2 基于激励的定价方法

在电力市场中, 如果存在大的参与者, 那么很有可能发生定价多解的情况。此时由于没有一组唯一确定的对偶解, 对社会剩余的分配是存在争议的。并且, 电力市场中供求双方的报价活动并不限于一次交易, 而是多次重复的。那么怎样定价才能获得供求双方的认同, 从而使双方都能保持如实报价, 而没有动机偏离其真实保留价格以获得更大收益呢? 这就要求市场的定价方法是激励相容的^[16-17]。因此, 本文从对供电方和购电方的激励出发来讨论 MDS 情况下的定价问题。

2.1 MDS 情况下定价的理论区间

虽然定价求解可能出现多解情况, 但是所有合理的解都应该在理论区间内。

若机组 i 处于出力上限(记做 $i \in G_{UL}$), 则 $\check{\tau}_i = 0$, 又 $\hat{\tau}_i \geq 0$, 有

$$-\lambda \geq \lambda_{Gi} + \sum_{l=1}^{N_l} \mu_l T_{lf_G(i)} \quad (7)$$

若负荷 j 处于消耗功率上限(记做 $j \in L_{UL}$), 则 $\check{\xi}_j = 0$, 又 $\hat{\xi}_j \geq 0$, 有

$$-\lambda \leq \lambda_{Dj} + \sum_{l=1}^{N_l} \mu_l T_{lf_D(j)} \quad (8)$$

类似地, 机组 i 处于出力下限(记做 $i \in G_{LL}$), 应有

$$-\lambda \leq \lambda_{Gi} + \sum_{l=1}^{N_l} \mu_l T_{lf_G(i)} \quad (9)$$

负荷 j 处于消耗功率下限(记做 $j \in L_{LL}$), 应有

$$-\lambda \geq \lambda_{Dj} + \sum_{l=1}^{N_l} \mu_l T_{lf_D(j)} \quad (10)$$

为确定合理的定价区间, 需考虑所有参与调度的关键机组和负荷。因此, 除了处于出力(消耗功率)上下限的机组(负荷)外, 还需考虑由于线路约束从而出力(消耗功率)不完全的机组(负荷)对于定价区间的影响, 主要体现在下文定义的 S_l 和 D_h 中。

综上, 可以定义:

$$\begin{cases} S_h = \min(\lambda_{Gi} + \sum_{l=1}^{N_l} \mu_l T_{lf_G(i)}) & i \in G_{LL} \\ S_l = \max(\lambda_{Gi} + \sum_{l=1}^{N_l} \mu_l T_{lf_G(i)}) & i \notin G_{LL} \\ D_h = \min(\lambda_{Dj} + \sum_{l=1}^{N_l} \mu_l T_{lf_D(j)}) & j \notin L_{LL} \\ D_l = \max(\lambda_{Dj} + \sum_{l=1}^{N_l} \mu_l T_{lf_D(j)}) & j \in L_{LL} \end{cases} \quad (11)$$

其中,用以确定 S_l 的元素,不止考虑了处于出力上限的机组($i \in G_{UL}$),也包括了由于线路约束而出力不完全的机组,故其计算范围应该是所有不处于出力下限的机组($i \notin G_{LL}$)。类似地,用以确定 D_h 的元素的计算范围则应该是所有不处于消耗功率下限的负荷($j \notin L_{LL}$)。

在对 MDS 情况下的定价问题进行讨论时, S_h, S_l, D_h, D_l 是 4 个重要的定价指标,对应于一般情况下的边际报价,为了表述的一致性,称这 4 个指标为伪边际报价(pseudo marginal bid, PMB)。上述 4 个方程称为 PMB 方程,而与 PMB 相关的机组和负荷,则称为伪边际机组(PMG)和伪边际负荷(PML)。每一个 PMB 都由 PMG(PML)的报价和阻塞成本两部分组成。

平衡节点上的电价为 $\rho = -\lambda$,那么该节点上定价的理论区间即为:

$$\max(D_l, S_l) \leq \rho \leq \min(D_h, S_h) \quad (12)$$

后文将式(12)中的 $\max(D_l, S_l)$ 称为定价下限, $\min(D_h, S_h)$ 称为定价上限。

2.2 MDS 情况下基于激励的定价方法

PMG 的 S_l 有动机去提高他的报价,直到他的报价提高到只比 $\min(D_h, S_h)$ 略低。PML 的 D_h 也有动机去压低他的报价,直到他的报价只比 $\max(D_l, S_l)$ 略高。为杜绝市场出现操纵价格的现象,必须使供电方和购电方都没有动机偏离其真实报价。对于供电方,市场需要将价格定为 $\min(D_h, S_h)$,而对于购电方,市场则需要将价格定为 $\max(D_l, S_l)$ 。在对偶问题存在唯一解时,存在至少一个边际机组,解得的定价为 $\rho = \min(D_h, S_h) = \max(D_l, S_l)$,能同时满足这两个要求。而存在多解时,就没有定价能同时满足这两个要求了。针对 MDS 情况下的定价问题,本文提出一种基于激励的定价方法。

在 MDS 情况下,社会剩余量是确定的,市场通过定价来实现对供求双方的剩余分配,而其中有争议的部分也就是 $\max(D_l, S_l)$ 和 $\min(D_h, S_h)$ 之间的社会剩余,称为可分配剩余。因此讨论社会剩余分配问题时,不能仅仅局限于可分配剩余。为了方便表述,先定义几个变量:

$$\begin{cases} a = D_h - \min(D_h, S_h) \geq 0 \\ c = \max(D_l, S_l) - S_l \geq 0 \\ b = \min(D_h, S_h) - \max(D_l, S_l) \geq 0 \\ d = S_l \geq 0 \end{cases} \quad (13)$$

可以定义一个与可分配剩余密切联系的剩余量伪公共剩余。伪公共剩余的上下边界线分别为 D_h 和 S_l ,若整个市场出清产量或总出力 $P^* =$

$\sum P_{Gi}^* = \sum P_{Dj}^*$,则有伪公共剩余值为:

$$S_{PC} = (D_h - S_l)P^* = (a + b + c)P^* \quad (14)$$

由式(14)可知,伪公共剩余既不等同于全部的社会剩余,也不局限于可分配剩余。

若将 S_{PC} 中的 $(a + b)P^*$ 分配给那些报价已被接受的购电方,定价为 $\max(D_l, S_l)$,是购电方能购买到电能的最低价格,此时购电方没有动机去压低报价。因此,将 $S_{Cl} = (a + b)P^*$ 定义为对购电方的激励剩余。类似地,若将 S_{PC} 中的 $(b + c)P^*$ 分配给那些报价已被接受的供电方,定价为 $\min(D_h, S_h)$,是供电方订单能达到的最高价格,此时供电方也没有动机去抬高报价。类似地,将 $S_{Sl} = (b + c)P^*$ 定义为对供电方的激励剩余。

如果 S_{Cl} 和 S_{Sl} 有重叠部分,即可分配剩余部分不为 0 时,无法实现理想的分配情况。不妨先增加可分配剩余大小的剩余量再进行分配,这样的话,购电方能分得 S_{Cl} ,供电方能分得 S_{Sl} ,双方都会满意。因此,可以考虑以这种比例来分配 S_{PC} ,此时购电方分得 $S_{Cl}S_{PC}/(S_{PC} + S_A)$,供电方分得 $S_{Sl}S_{PC}/(S_{PC} + S_A)$,其中 S_A 表示可分配剩余值。那么,基于激励的定价形式应为:

$$\begin{aligned} \rho &= S_l + \frac{1}{P^*} \frac{S_{Sl}}{S_{PC} + S_A} S_{PC} = \\ &D_l - \frac{1}{P^*} \frac{S_{Cl}}{S_{PC} + S_A} S_{PC} \end{aligned} \quad (15)$$

化简后有

$$\rho = -\lambda = d + \frac{b + c}{a + 2b + c} (a + b + c) \quad (16)$$

式(16)也就是平衡节点上的定价方程,而任意节点 b 的电价则可由式(17)确定^[12-13]:

$$\rho_b = -\lambda - \sum_{l=1}^{N_l} \mu_l T_{lb} \quad (17)$$

下面继续讨论上述定价方法的激励相容特性,为突出其性质,本文取 3 种极端情况进行分析。

情况 1:有一个 PML 为无弹性的负荷(用电效益是无穷大的,如医院)的情况。此时的供求曲线如图 1 所示。

依据定价方法,先计算 PMB 有: $S_h = S_3, S_l = S_2, D_h \rightarrow \infty, D_l = D_2$ 。代入式(13),有 $a \rightarrow \infty, b = S_3 - S_2, c = 0, d = S_2$ 。再代入式(16),求得的定价为 S_3 。

从激励的角度来分析这个定价:对报 S_2 的参与方而言,只要报价一直低于 S_3 ,就不会影响收益,若抬高报价到高于 S_3 ,就会失去订单从而收益为 0,所以他没有动机去改变报价。对报 S_3 的参与方而言,若压低报价,收益将会是负的,若抬高报价,也一样

拿不到订单,收益为0,所以他也没有动机去改变报价。对报 D_1 的参与方而言,无论价格多高,他都需要用电,为一个价格接受者,同样没有动机去改变报价。

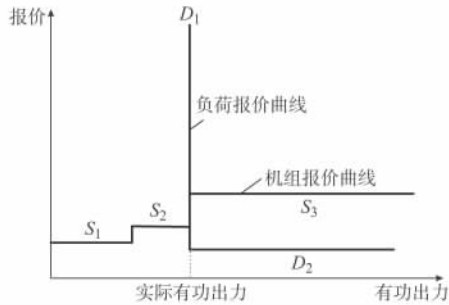


图1 情况1的供求曲线
Fig. 1 Supply and demand curve of case 1

从数学角度,由于 $a \rightarrow \infty, c = 0, S_A = bP^*$ 对于 $S_{CI} = (a+b)P^*$ 是可以忽略不计的,而对于 $S_{SI} = (b+c)P^*$ 则是全部,故应将可分配剩余全部分配给供电方。此观点与依据定价方法所作分配是一致的。

不妨选用一种片面追求公平性的方法作对比,如采用对等分配可分配剩余的方法 $\rho = c + d + 2/b$,确定的定价为 $(S_2 + S_3)/2$ 。由于 $(S_2 + S_3)/2 < S_3$,所以报 S_2 的参与方完全有动机去抬高他的报价以获取更多的收益(只要确保其报价小于 S_3),此时市场就会出现操纵价格的现象。

情况2:有限台机组供电,其中有且仅有一台 PMG 的情况。此时的供求曲线如图2所示。

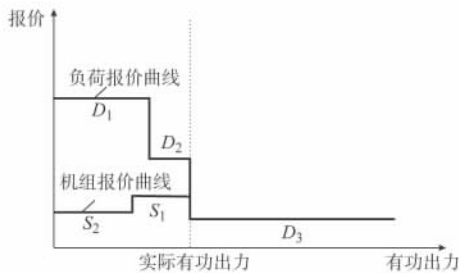


图2 情况2供求曲线
Fig. 2 Supply and demand curve of case 2

依据定价方法,先计算 PMB 有: $S_h \rightarrow \infty, S_1 = S_2, D_h = D_2, D_1 = D_3$ 。代入式(13),有 $a = 0, b = D_2 - S_2, c = 0, d = S_2$ 。再代入式(16),求得的定价为 $(D_2 + S_2)/2$ 。

从激励的角度来分析这个定价:对报 S_2 的参与方而言,他分得了可分配剩余 $S_A = D_2 - S_2$ 的一半。他知道若抬高报价,那下次交易中,报 D_2 的参与方也会相应压低报价,双方若反复如此操作下去,只是

将可分配剩余依次变小,直到双方报价都为 $(D_2 + S_2)/2$,此时可分配剩余为零,而收益并没有发生变化,所以他也没有动机去改变报价。类似地,报 D_2 的参与方也没有动机去改变报价。对报 D_3 的参与方而言,除非抬高报价到高于 $(D_2 + S_2)/2$,否则一直购买不到电能,但这样的话收益将会是负的,所以他同样没有动机去改变报价。

从数学角度,由于 $a = 0, c = 0$,此时有 $S_A = S_{PC} = S_{CI} = S_{SI}, S_A = bP^*$ 对于 $S_{CI} = (a+b)P^*$ 是全部,对于 $S_{SI} = (b+c)P^*$ 也是全部,故应将可分配剩余平均分配给供电方和购电方。此观点与依据定价方法所作分配是一致的。

情况3:有限台机组中有一台 PMG,并且有一个 PML 为无弹性的负荷的情况。此时的供求曲线如图3所示。

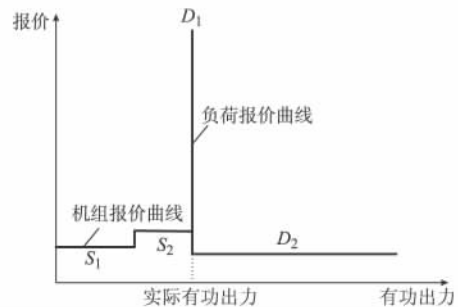


图3 情况3供求曲线
Fig. 3 Supply and demand curve of case 3

依据定价方法,先计算 PMB 有 $S_h \rightarrow \infty, S_1 = S_2, D_h \rightarrow \infty, D_1 = D_2$ 。代入式(13),有 $a = 0, b \rightarrow \infty, c = 0, d = S_2$ 。再代入式(16),求得的定价为 $S_2 + b/2 \rightarrow \infty$ 。

从激励的角度来分析这个定价:类似于情况2,对报 S_2 和 D_1 的参与方而言,各分得了可分配剩余的一半,都是满意的,没有动机去改变各自报价。

从数学角度,由于 $a = 0, c = 0$,有 $S_A = S_{PC} = S_{CI} = S_{SI}$,故应将可分配剩余平均分配给供电方和购电方。此观点与依据定价方法所作分配是一致的。

通过上述分析可知,该定价方法具有激励相容性,能促使市场中所有参与者保持其报价不偏离其真实成本或效用,从而起到稳定市场价格的作用。

3 算例分析

本节采用一个3节点系统为例来验证所提出的定价方法。具体网络结构如图4所示,机组和负荷的基本信息如表1所示。

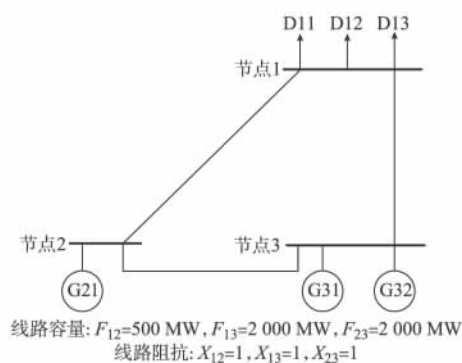


图 4 3 节点系统
Fig. 4 A 3-bus system

表 1 机组/负荷基本信息
Table 1 Information of generators/loads

机组或负荷	机组容量或需求负荷/MW	报价/(元·MW ⁻¹)
G21	1 000	15
G31	300	20
G32	500	35
D11	700	60
D12	200	40
D13	200	25

首先,利用经典线性规划方法求解式(1)一式(5)。若线路容量足够大(即不考虑线路阻塞的情况),那么系统所有节点上的电价是相同的,又 G31 为边际机组,出清电价由 G31 的报价确定为 20 元/MW。

若考虑线路阻塞的情况,求得的优化调度方案会发生变化,如表 2 所示。由表 2 可知,由于线路 L12 的容量约束,机组 G21 的有功出力从 1 000 MW 下降到了 600 MW。利用出清模型(式(1)一式(5))依旧可以求得优化调度方案,但如何确定各节点上的电价成为了一个难题。因为此时不存在严格意义上的边际机组(负荷),所有参与调度的关键机组(负荷)都是 PMG(PML)。

表 2 优化调度方案
Table 2 Optimal dispatch scheme

机组或负荷	有功出力或负荷消耗功率/MW	
	不考虑电网阻塞	考虑电网阻塞
G21	1 000	600
G31	100	300
G32	0	0
D11	700	700
D12	200	200
D13	200	0

选取节点 3 作为平衡节点,依据式(1)一式(5),电力市场出清问题可以表述为(为表述方便,以下公式中变量统一取标么值):

$$\min\{15P_{G21}+20P_{G31}+35P_{G32}-(60P_{D11}+40P_{D12}+25P_{D13})\} \quad (18)$$

$$\text{s. t. } P_{G21}+P_{G31}+P_{G32}=P_{D11}+P_{D12}+P_{D13} \quad (19)$$

$$\frac{1}{3}(P_{D11}+P_{D12}+P_{D13})+\frac{1}{3}P_{G21}\leq 500 \quad (20)$$

$$\frac{2}{3}(P_{D11}+P_{D12}+P_{D13})-\frac{1}{3}P_{G21}\leq 2\,000 \quad (21)$$

$$-\frac{1}{3}(P_{D11}+P_{D12}+P_{D13})+\frac{2}{3}P_{G21}\leq 2\,000 \quad (22)$$

$$0\leq P_{G21}\leq 1\,000 \quad (23)$$

$$0\leq P_{G31}\leq 300 \quad (24)$$

$$0\leq P_{G32}\leq 500 \quad (25)$$

$$0\leq P_{D11}\leq 700 \quad (26)$$

$$0\leq P_{D12}\leq 200 \quad (27)$$

$$0\leq P_{D13}\leq 200 \quad (28)$$

利用经典线性规划方法求解的结果为: $(P_{G21}, P_{G31}, P_{G32}, P_{D11}, P_{D12}, P_{D13})^* = (600, 300, 0, 700, 200, 0)$, 线路 L12 出现了阻塞情况。

构造拉格朗日函数:

$$\begin{aligned} \Gamma = & 15P_{G21}+20P_{G31}+35P_{G32}-(60P_{D11}+40P_{D12}+25P_{D13}) \\ & +\lambda[P_{G21}+P_{G31}+P_{G32}-(P_{D11}+P_{D12}+P_{D13})] \\ & +\mu_1\left[\frac{1}{3}(P_{D11}+P_{D12}+P_{D13})+\frac{1}{3}P_{G21}-500\right] \\ & +\mu_2\left[\frac{2}{3}(P_{D11}+P_{D12}+P_{D13})-\frac{1}{3}P_{G21}-2\,000\right] \\ & +\mu_3\left[-\frac{1}{3}(P_{D11}+P_{D12}+P_{D13})+\frac{2}{3}P_{G21}-2\,000\right] \\ & +\hat{\tau}_1(P_{G21}-1\,000)+\hat{\tau}_2(P_{G31}-300)+\hat{\tau}_3(P_{G32}-500) \\ & -(\check{\tau}_1P_{G21}+\check{\tau}_2P_{G31}+\check{\tau}_3P_{G32})+ \\ & \hat{\xi}_1(P_{D11}-700)+\hat{\xi}_2(P_{D12}-200)+ \\ & \hat{\xi}_3(P_{D13}-200)-(\check{\xi}_1P_{D11}+\check{\xi}_2P_{D12}+\check{\xi}_3P_{D13}) \end{aligned} \quad (29)$$

将原问题的解 $(600, 300, 0, 700, 200, 0)$ 代入 KKT 条件,有 $\hat{\tau}_1=0, \hat{\tau}_2=0, \check{\tau}_1=0, \check{\tau}_2=0, \hat{\xi}_3=0, \check{\xi}_1=0, \check{\xi}_2=0, \mu_2=0, \mu_3=0$ 。

根据 KKT 条件,得到化简后的方程组为:

$$15+\lambda+\frac{1}{3}\mu_1=0 \quad (30)$$

$$20+\lambda+\hat{\tau}_2=0 \quad (31)$$

$$35+\lambda-\check{\tau}_3=0 \quad (32)$$

$$-60-\lambda+\frac{1}{3}\mu_1+\hat{\xi}_1=0 \quad (33)$$

$$-40 - \lambda + \frac{1}{3}\mu_1 + \hat{\xi}_2 = 0 \quad (34)$$

$$-25 - \lambda + \frac{1}{3}\mu_1 - \check{\xi}_3 = 0 \quad (35)$$

式(30)一式(35)一共有 6 个方程,其中有 7 个变量 $(\lambda, \hat{\tau}_2, \check{\tau}_3, \hat{\xi}_1, \hat{\xi}_2, \check{\xi}_3, \mu_1)$,故这些乘子不能唯一确定,存在 MDS 节点。

对所有节点进行分类。节点 1 和节点 3 为 MDS 节点,节点 2 为非 MDS 节点。既然节点 3 是 MDS 节点,不妨仍选取节点 3 作为平衡节点重新求解,依据此时的 KKT 条件,得到化简后的方程组(式(30)一式(35))。

检验已有方程和变量个数。方程个数 N_e 为 6,变量个数 N_v 为 7, $N_e - N_v = 1$,需要构造关于 PMB 的附加方程。

又依据 $\hat{\tau}_2 \geq 0, \check{\tau}_3 \geq 0, \hat{\xi}_1 \geq 0, \hat{\xi}_2 \geq 0, \check{\xi}_3 \geq 0$,得到 λ 和 μ_1 的取值范围, $-35 \leq \lambda \leq -20, 15 \leq \mu_1 \leq 60$ 。由 PMB 方程(式(11))与式(30)一式(35)得到:

$$\begin{cases} S_h = 35 \\ S_l = 15 + \frac{1}{3}\mu_1 \\ D_h = 40 - \frac{1}{3}\mu_1 \\ D_l = 25 - \frac{1}{3}\mu_1 \end{cases} \quad (36)$$

将式(36)的结果代入式(13),有

$$\begin{cases} a = 0 \\ b = 25 - \frac{2}{3}\mu_1 \\ c = 0 \\ d = 15 + \frac{1}{3}\mu_1 \end{cases} \quad (37)$$

将式(37)的结果代入定价方程(式(16)),得到一个关于乘子的附加方程:

$$-\lambda = 15 + \frac{1}{3}\mu_1 + \frac{1}{2}\left(25 - \frac{2}{3}\mu_1\right) \quad (38)$$

通过式(30)一式(35)和式(38)一共 7 个方程求解变量 $(\lambda, \hat{\tau}_2, \check{\tau}_3, \hat{\xi}_1, \hat{\xi}_2, \check{\xi}_3, \mu_1)$,求解结果为: $(\lambda, \hat{\tau}_2, \check{\tau}_3, \hat{\xi}_1, \hat{\xi}_2, \check{\xi}_3, \mu_1)^* = (-27.5, 7.5, 7.5, 20, 0, 15, 37.5)$ 。

将上述结果代入式(17),求得各节点电价:

$$\begin{cases} \rho_1 = -\lambda - \sum_{l=1}^3 \mu_l T_{l1} = -(-27.5) - \left(-\frac{1}{3} \times 37.5\right) = 40 \\ \rho_2 = -\lambda - \sum_{l=1}^3 \mu_l T_{l2} = -(-27.5) - \left(37.5 \times \frac{1}{3}\right) = 15 \\ \rho_3 = -\lambda = 27.5 \end{cases} \quad (39)$$

在节点 2 上,增加 1 MW 出力需增加的最小费用为 15 元,减少 1 MW 出力可节省的最大费用为 15 元。两者相等,故该节点上出清价格应该定为 15 元/MW。也就是说 G12 为严格意义上的边际机组,出清价格直接由 G12 的报价确定为 15 元/MW。

若在节点 1 上增加 1 MW 出力,考虑 L12 的线路约束,存在唯一的出力调整方案是机组 G21 减少 1 MW 出力,机组 G32 增加 2 MW 出力,产生的额外费用为 $55(35 \times 2 - 15 \times 1)$ 元,即在节点 1 上增加 1 MW 出力需增加的最小费用为 55 元;相反,若在节点 1 上减少 1 MW 出力,考虑到 L12 的线路约束,存在多种出力调整方案,但其中节省费用最多的方案是机组 G21 增加 1 MW 出力,机组 G32 减少 2 MW 出力,产生的额外费用为 $-25(15 \times 1 - 20 \times 2)$ 元,即在节点 1 上减少 1 MW 出力可节省的最大费用为 25 元。两者不相等,不存在严格意义上的边际机组,出现多解情况。定价方法求得的节点 1 上电价为 40 元/MW,在区间 $[25, 55]$ 元/MW 内,是合理的。

将节点 1 上的电价定为 40 元/MW。对用户 D12 而言,若压低报价,将无法购得电能,若抬高报价,也不会影响收益,所以他没有动机去改变报价。对用户 D13 而言,除非将报价抬高到不低于 40 元/MW,否则一直无法购得电能,但这样的话收益将会是负的,所以他同样没有动机去改变报价。

若在节点 3 上增加 1 MW 出力,考虑 L12 的线路约束,存在唯一的出力调整方案是机组 G32 增加 1 MW 出力,产生的额外费用为 35 元,即在节点 3 上增加 1 MW 出力需增加的最小费用为 35 元;相反,若在节点 3 上减少 1 MW 出力,考虑 L12 的线路约束,存在多种出力调整方案,但其中节省费用最多的方案是机组 G31 减少 1 MW 出力,产生的额外费用为 -20 元,即在节点 3 上减少 1 MW 出力可节省最大费用 20 元。两者不相等,不存在严格意义上的边际机组,出现多解情况。定价方法求得的节点 3 上电价为 27.5 元/MW,在区间 $[20, 35]$ 元/MW

内,是合理的。

将节点 2 上的电价定为 27.5 元/MW。对机组 G31 而言,若抬高报价到高于 27.5 元/MW,将无法获得订单,而其他情况,则不会影响收益,所以他没动机去改变报价。对机组 G32 而言,除非压低报价到低于 27.5 元/MW,否则一直拿不到订单,但这样的话收益将会是负的,所以他同样没有动机去改变报价。

为方便比较,表 3 列出了考虑线路阻塞和不考虑线路阻塞两种情况下各节点上的电价。由于线路 L12 出现阻塞情况,使得 3 个节点的电价各不相同,负荷节点 1 的电价要明显高于接有发电机组的节点 2 和节点 3。

表 3 各节点的节点电价
Table 3 Nodal prices

节点	节点电价/(元·MW ⁻¹)	
	不考虑电网阻塞	考虑电网阻塞
节点 1	20	40.0
节点 2	20	15.0
节点 3	20	27.5

4 结语

在 MDS 情况下,传统的定价方法无法给出确定解,而目前工程中的处理方法又多依赖于经验,所求得的结果往往缺乏理论依据,容易导致定价的不合理。本文从剩余分配问题出发,提出了一种基于激励的节点电价确定方法。依据该方法定价能促使电力市场所有参与者保持如实报价,从而实现社会剩余的最大化和市场价格的稳定。通过理论分析以及与其他定价方法的比较,突显了该方法的合理性和激励相容特性。最后,算例表明该方法能实现若干 MDS 情况下的有效定价。

参考文献

- [1] 王锡凡,王秀丽,陈皓勇. 电力市场基础[M]. 西安:西安交通大学出版社,2003.
- [2] GAN Deqiang, FENG Donghan, XIE Jun. Electricity markets and power system economics[J]. Boca Raton, USA: CRC Press Inc, 2013.
- [3] Nord Pool Spot AS. Trade at the Nordic Spot Market[EB/OL]. [2013-10-12]. <http://www.nordpoolspot.com>.
- [4] PJM. Operating agreement of PJM interconnection, LLC [EB/OL]. [2013-10-12]. <http://www.pjm.com>.
- [5] GILLET R. Pre-dispatch process description [EB/OL]. [2013-10-12]. <http://www.aemo.com.au>.
- [6] Organization for the Nordic Transmission System Operators (Nordel). Harmonization of balance regulation in the Nordic countries[EB/OL]. [2013-10-12]. <http://www.entsoe.eu>.

- [7] ISO New England Inc. ISO New England manual for market operations: manual M-11 [EB/OL]. [2013-10-12]. <http://www.isone.com>.
- [8] Market Operator of the Iberian Electricity Market. Daily and intraday electricity market operating rules[EB/OL]. [2013-10-12]. <http://www.omel.es>.
- [9] MADRIGAL M, QUINTANA V H. Degeneracy and duality gap on optimization-based electricity auctions[C]// International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies (DRPT 2000), April 4-7, 2000, London, UK: 332-337.
- [10] PJM Forward Market Operations. PJM manual 11: energy & ancillary services market operations[EB/OL]. [2013-10-12]. <http://www.pjm.com>.
- [11] Nord Pool Spot AS. Elspot market regulations [EB/OL]. [2013-10-12]. <http://www.nordpoolspot.com>.
- [12] SCHWEPPE F C, CARAMANIS M C, TABORS R D, et al. Spot pricing of electricity [M]. Boston, USA: Kluwer Academic Publishers, 1988.
- [13] GREEN R J. Competition in generation: the economic foundations[J]. Proceedings of the IEEE, 2000, 88(2): 128-139.
- [14] GAN Deqiang, LITVINOV E. Energy and reserve market designs with explicit consideration to opportunity costs[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2003, 18(1): 53-59.
- [15] 丁晓莺,王锡凡. 考虑输电网络损耗的节点电价计算方法[J]. 电力系统自动化, 2005, 29(22): 14-18.
DING Xiaoying, WANG Xifan. Transmission losses modification in location marginal prices calculation [J]. Automation of Electric Power Systems, 2005, 29(22): 14-18.
- [16] 张钦,王锡凡,王建学,等. 电力市场下需求响应研究综述[J]. 电力系统自动化, 2008, 32(3): 97-106.
ZHANG Qin, WANG Xifan, WANG Jianxue, et al. Survey of demand response research in deregulated electricity markets [J]. Automation of Electric Power Systems, 2008, 32(3): 97-106.
- [17] 王雅娟,王先甲. 一种激励相容的发电权交易双边拍卖机制[J]. 电力系统自动化, 2009, 33(22): 25-28.
WANG Yajuan, WANG Xianjia. An incentive compatible double auction mechanism of generation rights trade [J]. Automation of Electric Power Systems, 2009, 33(22): 25-28.

周 全(1989—),男,硕士,主要研究方向:电力市场。
E-mail: billzhou@sjtu.edu.cn

冯冬涵(1981—),男,通信作者,博士,副教授,主要研究方向:智能电网中的策略与风险、电力市场理论与设计。
E-mail: seed@sjtu.edu.cn

方 陈(1983—),男,博士,主要研究方向:智能电网、分布式新能源和微电网优化运行。E-mail: fangc02@gmail.com

(编辑 蔡静雯)

(下转第 84 页 continued on page 84)

- and assessment system [J]. Automation of Electric Power Systems, 2010, 34(4): 107-111.
- [5] 国家能源局华北监管局. 华北区域发电厂并网运行管理实施细则(试行)[S]. 2009.
- [6] 刘乐, 刘尧, 李卫东, 等. 互联网频率调节动态仿真系统的研制[J]. 电网技术, 2009, 33(7): 36-41.
LIU Le, LIU Rao, LI Weidong, et al. Development of dynamic simulation system for frequency regulation of interconnected power grids[J]. Power System Technology, 2009, 33(7): 36-41.
- [7] KHOI V, MASIELLO R, FIORAVANTI R. Benefits of fast-response storage devices for system regulation in ISO markets [C]// IEEE Power & Energy Society General Meeting, July 26-30, 2009, Clagary, USA; 8p.
- [8] 林万菁, 刘尧, 李卫东, 等. 发电侧电力市场下的 AGC 容量确定

与机组选择[J]. 电力系统自动化, 2004, 28(19): 17-21.

LIN Wanjiang, LIU Rao, LI Weidong, et al. AGC requirement determination and unit selection in the generation market[J]. Automation of Electric Power Systems, 2004, 28(19): 17-21.

陈大宇(1978—), 男, 博士研究生, 主要研究方向: 电力市场和电力经济。

张粒子(1963—), 女, 教授, 博士生导师, 主要研究方向: 电力系统分析与控制、电力市场及其技术支持系统。

马 历(1981—), 女, 通信作者, 博士, 高级工程师, 主要研究方向: 电力市场与经济。E-mail: 44305150@qq.com

(编辑 蔡静雯)

A New Optimization Method for AGC Market Clearing Considering Energy Storage Systems

CHEN Dayu¹, ZHANG Lizi¹, MA Li²

(1. School of Electrical and Electronic Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China;

2. China Three Gorges Corporation, Beijing 100038, China)

Abstract: Considering the complementary characteristics of energy storage system (ESS) and thermal power unit on the automatic generation control (AGC) regulation, based on the AGC operational experience in North China Grid, an optimization method for allocating AGC capacity considering ESS is proposed. The relationship between capacity ratio of ESSs and thermal power units and overall system AGC performance are analyzed using AGC simulation tools. Based on the designated multiple AGC objectives at the system level, a modelling method for optimizing the AGC capacity of different types of AGC resources using a linear programming model is proposed as well. Finally, a simplified system including 5 thermal power units and 2 ESSs is used in the case study. Results of the case study indicate that appropriate utilization of ESS will better assist power system to realize the AGC optimal operation technically and economically.

Key words: energy storage system; automatic generation control (AGC); electricity market; clearing optimization; energy storage capacity allocation

(上接第 44 页 continued from page 44)

An Incentive-based Nodal Pricing Method Under Multiple Dual Solutions

ZHOU Quan¹, FENG Donghan¹, FANG Chen², SUN Tao¹, CHEN Lixia¹, XU Shaolun¹

(1. Key Laboratory of Control of Power Transmission and Conversion, Ministry of Education, School of Electronic Information and Electrical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China;

2. Electric Power Research Institute of State Grid Shanghai Municipal Electric Power Company, Shanghai 200437, China)

Abstract: In a real-world electricity market dominated by large-capacity units and large users, the possibility of price multiplicity cannot be ignored, and its influence is significant. In view of the problem of multiple dual solutions (MDS), this paper analyzes the nature of this problem, and proposes an incentive-based pricing method for this situation. First, based on a rational extension of the classical spot pricing theory, the theoretical range of spot price in a two-sided bidding mode is analyzed, and the concept of pseudo marginal bid (PMB) is put forward. Then through discussions about the incentives of market participants, an additional equation for PMB is developed to achieve a unique solution for the Lagrange multipliers, thus determining the nodal price. The theoretical analysis and case study show that the nodal price obtained with the proposed method is rational and incentive compatible.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 51007058), National Key Technology R&D Program of China (No. 2013BAA01B04), and State Grid Corporation of China (No. 520940120036).

Key words: electricity market; multiple dual solutions (MDS); incentive-based pricing; two-sided bidding; nodal price