

Lukas Ingold 20-123-998

GTI HS 20 Serie 2

Michael Bour, Tatjana Meier, Sophie Pfister

Die 2. Serie ist bis Montag, den 5. Oktober 2020 um 12:00 Uhr zu lösen und als PDF-Dokument via ILIAS abzugeben. Für Fragen steht im ILIAS jederzeit ein Forum zur Verfügung. Zu jeder Frage wird, falls nicht anders deklariert, der Lösungsweg erwartet. Lösungen ohne Lösungsweg werden nicht akzeptiert. Unflügge/unlösbare Probleme sind uns so früh wie möglich mitzuteilen, wir werden gerne helfen. Viel Spass!

1 DNF und KNF (6 Punkte)

(a) (2 Punkte) Bestimme die DNF und die KNF

i. (1 Punkt) der Äquivalenzfunktion \leftrightarrow , wobei

$$x \leftrightarrow y = \begin{cases} 1 & \text{falls } x=y, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

ii. (1 Punkt) der XOR-Funktion, wobei

$$x \oplus y = \begin{cases} 1 & \text{falls } x \neq y, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

(b) (2 Punkte) Gegeben sei die Boolesche Funktion $f: B^2 \rightarrow B$ mit

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 (\neg x_3 + \neg x_1) + x_1 (\neg x_1 x_2 + x_1 x_2) + x_1 x_2 \neg x_3 + \neg x_2 (x_1 x_3 + x_2)$$

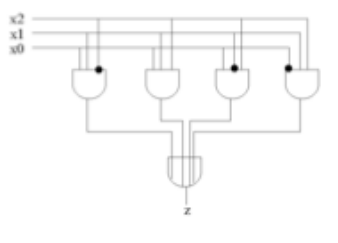
Bestimme die DNF und die KNF dieser Funktion.

(c) (1 Punkt) Beschreibe den Zusammenhang zwischen DNF und KNF in einem einzigen Satz in eigenen Worten.

(d) (1 Punkt) Bestimme den Minterm $m_{11}(x_0, x_1, x_2, x_3)$ und den Maxterm $M_6(x_0, x_1, x_2, x_3)$.

2 Schaltfunktionen I (2 Punkte)

(a) (1 Punkt) Bestimme diejenigen Eingabewerte x_0, x_1 und x_2 , für die die folgende Schaltung den Wert 1 am Ausgang z ausgibt.



(b) (1 Punkt) Bestimme diejenige Schaltung in disjunktiver Normalform, die für die folgenden Eingabewerte x_0, x_1 und x_2 den Wert 1 am Ausgang z ausgibt.

x_0	x_1	x_2
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0

3 Schaltfunktionen II (5 Punkte)

Gegeben sei die Zeichenkette INFORMATIK im ASCII-Code. Sei

$$f: B^7 \cap \{\text{ASCII-Codes von I, N, F, O, R, M, A, T, I, K}\} \rightarrow B$$

diejenige Funktion, die für jeden ASCII-codierten Buchstaben der Zeichenkette das Paritätsbit P (mit gerader Parität) berechnet, d.h.

$$P = f(x_1, \dots, x_7) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x_1, \dots, x_7 \text{ eine ungerade Anzahl an Einsen enthält,} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Bestimme die Schaltfunktion in DNF und stelle die Funktion als Schaltung in KNF dar.

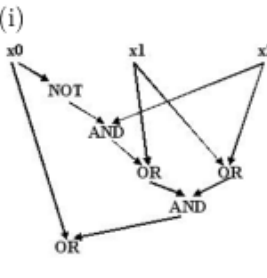
Type: Zeeme die Wertentabelle berechnen. Nimm x_i als höchstwertiges Bit für die ASCII-Codierung, z.B. ASCII-Code von $B = (66)_{10} = (1000010)_2$, also $x_1 = 1, x_2 = 0, \dots$ und $x_7 = 0$ und die Parität ist $P = 0$ weil eine gerade Anzahl von Einsen auftritt.

Buchstabe	ASCII	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	P
I	73								
N	78								
F	70								
O	79								
R	82								
M	77								
A	65								
T	84								
K	75								

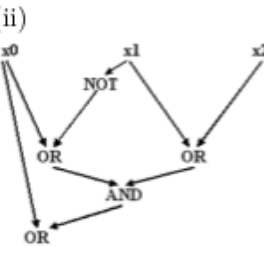
4 Directed Acyclic Graphs (4 Punkte)

(a) (2 Punkte) Bestimme die Schaltfunktionen zu den folgenden DAGs

(i)



(ii)



(b) (2 Punkte) Bestimme die DAGs zu den folgenden Schaltfunktionen

$$f(x_0, x_1, x_2) = (x_0 + x_1) \cdot (\neg x_2 \cdot x_0 + x_1) + x_0$$
$$g(x_0, x_1, x_2) = (x_0 + x_2) \cdot (\neg x_1 + \neg x_2) + x_0$$

5 KNF vs. DNF (1 Punkt)

Was ist "besser", NAND in KNF oder DNF darstellen? Begründe Deine Antwort.

Freiwillige Aufgaben

Boolesche Funktionen

Sei $f: B^n \rightarrow B$ eine Boolesche Funktion und $a \in B$. Mit $f(x_i/a)$ bezeichnen wir die Boolesche Funktion die durch Ersetzen von a als fester Wert in f entsteht, d.h.

$$f(x_i/a) := f(x_1, \dots, x_{i-1}, a, x_{i+1}, \dots, x_n)$$

2

Zeige, dass sich jede Boolesche Funktion wie folgt darstellen lässt:

$$f(x_1, \dots, x_n) = x_1 \cdot f(x_1/1) + \neg x_1 \cdot f(x_1/0)$$

3

1a)

	X	Y	\leftrightarrow	DNF : $m_1 + m_4 = (\neg x \neg y) + (xy)$
1	0	0	1	KNF : $m_2 \cdot m_3 = (x + \neg y) \cdot (\neg x + y)$
2	0	1	0	
3	1	0	0	
4	1	1	1	

1aii)

	X	Y	XOR	DNF : $m_2 + m_3 = (\neg x y) + (x \neg y)$
1	0	0	0	KNF : $m_1 \cdot m_4 = (x + y) \cdot (\neg x + \neg y)$
2	0	1	1	
3	1	0	1	
4	1	1	0	

1b)

$$f: B^3 \rightarrow B$$
$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 (\neg x_3 + \neg x_1) + x_3 (\neg x_1 x_2 + x_1 x_2) + x_1 x_2 \neg x_3 + \neg x_2 (x_1 x_3 + x_2)$$

x_1	x_2	x_3	out
0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
5	1	0	1
6	1	1	0
7	1	1	1

DNF : $m_1 + m_3 + m_7 = (x_1 \neg x_2 \neg x_3) + (x_1 x_2 \neg x_3) + (x_1 x_2 x_3)$

KNF : $m_0 m_1 m_2 m_3 m_4 = (x_1 + x_2 + x_3) \cdot (x_1 + x_2 + \neg x_3) \cdot (x_1 + \neg x_2 + x_3) \cdot (\neg x_1 + x_2 + x_3)$

c) DNF UND KNF SIND DIE UMKEHRBILDUNGEN VON EINANDER

d)

$$m_1(x_1, x_2, x_3, x_4) \cdot m_3(x_1, x_2, x_3, x_4)$$
$$1 \cdot 0$$

2.) a)

$$x_1 \cdot x_2 + \neg x_2 + x_3 \cdot x_4 \cdot x_2 + x_5 \cdot \neg x_1 \cdot x_2 + x_6 \cdot \neg x_1 \cdot x_2 + \neg x_2 \cdot x_4 \cdot x_2$$

$$x_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$$

b)

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}$$

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}	x_{29}	x_{30}	x_{31}
0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

DNF : $(\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot x_{24} \cdot x_{25} \cdot x_{26} \cdot x_{27} \cdot x_{28} \cdot x_{29} \cdot x_{30} \cdot x_{31}) + (\neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10} \cdot x_{11} \cdot x_{12} \cdot x_{13} \cdot x_{14} \cdot x_{15} \cdot x_{16} \cdot x_{17} \cdot x_{18} \cdot x_{19} \cdot x_{20} \cdot x_{21} \cdot x_{22} \cdot x_{23} \cdot$