EI-12

Lukas Ingold 20-123-998

Einführung in die Informatik
Übung zu Diskretisierung und Interpolation

10. Dezember, 2020

Die Übung kann in Zweiergruppen bearbeitet werden. Vergessen Sie nicht, Ihre Namen und Matrikelnummern in der Abgabe zu vermerken.

1 Computersimulation

Beschreiben Sie in zwei bis drei Sätzen je ein Beispiel für eine Computersimulation mit folgenden Eigenschaften:

- diskret und stochastisch
- stetig und statisch
- stetig und dynamisch

Begründen Sie jeweils kurz, warum Ihre Beispiele die geforderten Eigenschaften erfüllen.

2 IEEE Gleitpunktdarstellung

In dieser Aufgabe erproben Sie an einem Beispiel, wie die Menge der reellen Zahlen in der Darstellung als IEEE Gleitpunktzahlen diskretisiert wird.

Stellen Sie die Dezimalzahl 3.2 im IEEE Single Precision Format dar. Ihre Lösung soll alle Zwischenschritte zeigen, die benötigt werden um den Vorkommaanteil, den Nachkommaanteil, die Normalisierung und den Exponenten zu berechnen. Sie können dabei dem Beispiel auf http://de.wikipedia.org/wiki/IEEE_754 folgen.

Überprüfen Sie Ihr Resultat mit einem Online-Rechner wie zum Beispiel hier https://www.h-schmidt.net/FloatConverter/IEEE754.html. Oder gehen Sie zu http://www.wolframalpha.com/ und tippen Sie "3.2 to ieee float" ein.

Konvertieren Sie die IEEE Zahl wieder zurück in eine Dezimalzahl und geben Sie das Resultat an. Sie können zur Berechnung eines der oben genannten Werkzeuge verwenden. Beschreiben Sie in einem Satz Ihre Beobachtung.

3 Polynominterpolation

In dieser Aufgabe zeigen Sie an einem Beispiel, dass man mit Lagrange Polynomen ein gegebenes Polynom lediglich auf Grund von Stützpunkten exakt rekonstruieren kann.

Tasten Sie das Polynom $f(t) = 2t^3 + t^2 + t + 1$ an den vier Stellen $t_0 = 0, t_1 = 1, t_2 = -1, t_3 = 2$ ab. Zeigen Sie, dass aus den vier Stützpunkten $(t_0, f(t_0))$, $(t_1, f(t_1))$, $(t_2, f(t_2))$, $(t_3, f(t_3))$ das Polynom f mit der Methode von Lagrange exakt rekonstruiert werden kann.

1 a) Warteschlange mit mehreren Schaltern an welchen Menschen warten bis sie bedient werden

b) Belastung eines Trampolin netzes zum Zeitpunkt t an welchen das Netz voll belastet ist

c) Ablauf eines Biologischen Vorganges

2.) $(3.2)_{10}$ to IEEE 754

$3 : 2 = 1 \quad 1$

$1 : 2 = 0.5 \quad 1$

$(000011)_2 = (3)_{10}$

0.2	· 2 =	0,4	0
0.4	· 2 =	0,8	0
0,8	· 2 =	1,6	1
0,6	· 2 =	1,2	1
0,2	· 2 =	0,4	0
0,4	· 2 =	0,8	0
0,8	· 2 =	1,6	1
0,6	· 2 =	1,2	1
0,2	· 2 =	0,2	0
⋮	⋮	⋮	⋮

$11,00110011 0\ldots \quad 2^0$

$1,1001100 11\ldots \quad 2^1 \qquad 1 + 127 = 128 \Rightarrow 10000000$

$(0 \; 10000000 \; 10011001 \; 10011001 \; 10011001)_2 \neq (3,2)_{10}$

WIR BEKOMMEN EINE ZAHL WELCHE NUR ANNÄHERND 3.2 ENTSPRICHT

3.) $f(t) = 2t^3 + t^2 + t + 1$ an $t_0 = 0$, $t_1 = 1$, $t_2 = -1$, $t_3 = 2$

$f(t_0) = 1$

$f(t_1) = 5$

$f(t_2) = -1$

$f(t_3) = 23$

$f(t) = \sum_{i=0}^{3} s_i l_i$ wobei $l_i(t) = \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{3} \frac{t - t_i}{j_i - t_i}$ also $l_0(t) = \frac{t - t_1}{t_0 - t_1} \cdot \frac{t - t_2}{t_0 - t_2} \cdot \frac{t - t_3}{t_0 - t_3} = \frac{(t-1)(t+1)(t-2)}{(0-1)(0+1)(0-2)} = \frac{(t^2-1)(t-2)}{2}$

$l_1(t) = \frac{(t^2+t)(t-2)}{-2}$

$l_2(t) = \frac{(t^2-t)(t-2)}{-6}$

$l_3(t) = \frac{(t^2-t)(t+1)}{6}$

Somit:

$f(t) = \frac{(t^2-1)(t-2)}{2} + 5 \cdot \frac{(t^2+t)(t-2)}{-2} - \frac{(t^2-t)(t-2)}{-6} + 23 \cdot \frac{(t^2-t)(t+1)}{6} = \frac{1}{2}(t^3 - 3t + 2) - \frac{5}{2}(t^3 - t^2 - 2t) + \frac{1}{6}(t^3 - 3t^2 + 2t) + \frac{23}{6}(t^3 - t) = l(x) = \underline{\underline{2x^3 + x^2 + x + 1}}$