

# Lukas Ingold 20-123-998

## GTI HS 20 Serie 4

Michael Baur, Tatjana Meier, Sophie Pfister

Die 4. Serie ist bis Montag, den 19. Oktober 2020 um 12:00 Uhr zu lösen und als PDF-Dokument via ILIAS abzugeben. Für Fragen steht im ILIAS jederzeit ein Forum zur Verfügung. Zu jeder Frage wird, falls nicht anders deklariert, der Lösungsweg erwartet. **Lösungen ohne Lösungsweg werden nicht akzeptiert.** Abfällige unlesbare Probleme sind uns so früh wie möglich mitzuteilen, wir werden gerne helfen. Viel Spass!

### 1 Karnaugh-Diagramm I (2 Punkte)

Bestimme eine möglichst vereinfachte Schaltfunktion, die dem folgenden Diagramm entspricht.

AB\CD	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	0	1	1	1

### 2 Karnaugh-Diagramm II (1 Punkt)

Wie findet man Primimplikanten in Karnaugh-Diagrammen?

### 3 Karnaugh mit Don't Care (3 Punkte)

Entwickle unter Verwendung des Karnaugh-Verfahrens eine Schaltfunktion, welche für eine einstellige BCD-Zahl feststellt, ob sie ein Teiler ( $\neq 1$ ) von 252 ist. Führe dazu die folgenden Schritte aus:

- (a) (2 Punkte) Bestimme mit Hilfe einer Wertetabelle ein Karnaugh-Diagramm unter Ausnutzung der Don't-Care-Fälle.  
 (b) (1 Punkt) Bestimme eine möglichst vereinfachte Schaltfunktion, die der Wertetabelle von (a) entspricht.

### 4 Quine und McCluskey (4 Punkte)

Die Funktion  $f: B^5 \rightarrow B$  habe genau die folgenden einschlägigen Indizes:

0, 1, 4, 5, 8, 12, 17, 20, 23, 28, 31

Bestimme mit Hilfe des Verfahrens von Quine und McCluskey die Primimplikanten und eine kostenminimale, disjunktive Darstellung.

### 5 Ordered Binary Decision Diagrams (4 Punkte)

- (a) (2 Punkte) Stelle die folgende Funktion  $f(x, y, z)$  als OBDD zur Ordnung  $x < z < y$  dar und vereinfache dieses anschliessend.  
 (b) (2 Punkte) Gibt es eine Variablenordnung, die ein kleineres OBDD erzeugt? Falls ja, zeichne das entsprechende OBDD. Falls nein, weshalb nicht?

x	y	z	f(x,y,z)
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

### Freiwillige Aufgaben

#### Ordered Binary Decision Diagrams

Stelle die folgende Funktion  $g(x_0, x_1, x_2)$  als OBDD zur Ordnung  $x_0 < x_1 < x_2$  dar und vereinfache dieses anschliessend.

$x_0$	$x_1$	$x_2$	$g(x_0, x_1, x_2)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

#### Quine und McCluskey

Vereinfache die Funktion

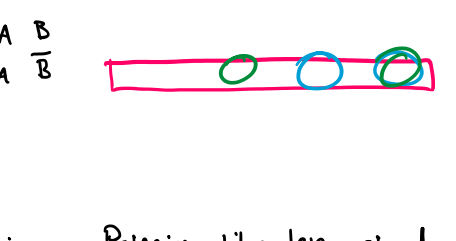
$$f(x, y, z) = xy \cdot z + x \cdot \neg y \cdot \neg z + xyz + x \cdot \neg y \cdot z$$

nach dem Verfahren von Quine und McCluskey.

2

1.)

AB\CD	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	0	1	1	1



$$f(x) = \overline{A} \overline{B} + \overline{B} C + CD \overline{A} \overline{B}$$

2.)

Die Primimplikanten sind die Blöcke im Karnaugh-Diagramm, welche wir nicht weiter vergrössern können (Maximalen Blöcke).

Auch mit der Quine und McCluskey Methode können wir Primimplikanten sehr effizient finden.

3.)

Entwickle unter Verwendung des Karnaugh-Verfahrens eine Schaltfunktion, welche für eine einstellige BCD-Zahl feststellt, ob sie ein Teiler ( $\neq 1$ ) von 252 ist. Führe dazu die folgenden Schritte aus:

- (a) (2 Punkte) Bestimme mit Hilfe einer Wertetabelle ein Karnaugh-Diagramm unter Ausnutzung der Don't-Care-Fälle.  
 (b) (1 Punkt) Bestimme eine möglichst vereinfachte Schaltfunktion, die der Wertetabelle von (a) entspricht.

a)

a	b	c	d	f(a,b,c,d)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

AB\CD	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	0	0	1
11	1	1	0	0
10	1	1	0	0

$$b) f(x) = a + \neg b d + b c$$

4.)

Die Funktion  $f: B^5 \rightarrow B$  habe genau die folgenden einschlägigen Indizes:

0, 1, 4, 5, 8, 12, 17, 20, 23, 28, 31

Bestimme mit Hilfe des Verfahrens von Quine und McCluskey die Primimplikanten und eine kostenminimale, disjunktive Darstellung.

$f: B^5 \rightarrow B$	einschlägige Index	Dezimaldarstellung von e.l.
5	0 0 0 0 0	0
4	0 0 0 0 1	1
4	0 0 1 0 0	4
3	0 0 1 0 1	5
4	0 1 0 0 0	8
3	0 1 1 0 0	12
3	1 0 0 0 1	17
3	1 0 1 0 0	20
1	1 0 1 1 1	23
2	1 1 1 0 0	28
0	1 1 1 1 1	31

GRUPPE	Minterm	einschlägiger Index	Dezimal
0	$x_1 x_2 x_3 x_4 x_5$	1 1 1 1 1	31
1	$x_1 \overline{x_2} x_3 x_4 x_5$	1 0 1 1 1	23
2	$x_1 x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5}$	1 1 1 0 0	28
3	$\overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5$	0 0 1 0 1	5
	$\overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5}$	0 0 1 0 0	4
	$x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5$	1 0 0 0 1	17
	$x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5}$	1 0 0 0 0	16
4	$\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} x_5$	0 0 0 0 1	1
	$\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5}$	0 0 0 0 0	0
	$\overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5}$	0 0 1 0 0	4
	$\overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4 \overline{x_5}$	0 0 1 0 1	5
5	$\overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \overline{x_5}$	0 1 1 0 0	12

GR	Implikant	Index	Minterm-Nummern
0	$x_1 x_2 x_3 x_4 x_5$	1 * 1 1 1	31, 23
1	$x_1 \overline{x_2} x_3 x_4 x_5$	1 0 1 1 1	23
2	$x_2 x_3 \overline{x_4} \overline{x_5}$	* 1 1 0 0	28, 12
	$x_1 x_2 \overline{x_4} \overline{x_5}$	1 * 1 0 0	28, 20
3	$\overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5$	0 0 1 0 *	5, 4
	$\overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5}$	0 * 1 0 0	12, 4
	$x_1 \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_5}$	0 1 * 0 0	12, 8
	$x_2 x_3 \overline{x_4} x_5$	* 0 0 0 1	17, 1
	$\overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5$	* 0 1 0 0	20, 4
4	$\overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4$	0 0 0 0 *	1, 0
	$\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_5}$	0 0 * 0 0	4, 0
	$\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} x_5$	0 * 0 0 0	8, 0

GR	Implikant	Index	Minterm-Nummern
0	$x_1 x_2 x_3 x_4 x_5$	1 * 1 1 1	31, 23
1	$x_1 \overline{x_2} x_3 x_4 x_5$	1 0 1 1 1	23
2	$x_2 x_3 \overline{x_4} \overline{x_5}$	* * 1 0 0	28, 12, 20, 4
	$x_1 x_2 \overline{x_4} \overline{x_5}$	* * 1 0 0	28, 20, 12, 4
3	$\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} x_5$	0 0 * 0 *	5, 4, 1, 0
	$\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_5}$	0 * * 0 0	12, 4, 8, 0
	$\overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5$	0 * * 0 1	12, 8, 4, 0
	$\overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5$	* 0 0 0 1	17, 1
	$\overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5}$	* 0 1 0 0	20, 4

$\Rightarrow$  Implikantenmatrix

Minterm	0	1	4	5	8	12	17	20	23	28	31
Primimplikant											
$x_1 x_2 x_3 x_4 x_5$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$x_1 \overline{x_2} x_3 x_4 x_5$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$x_2 x_3 \overline{x_4} \overline{x_5}$	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
$\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} x_5$	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
$\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_5}$	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
$x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5$	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
$\overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5$	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
$\overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5}$	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0

$$f(x) = x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 + x_1 \overline{x_2} x_3 x_4 x_5 + x_2 x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} + \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} x_5 + \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_5} + \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5$$

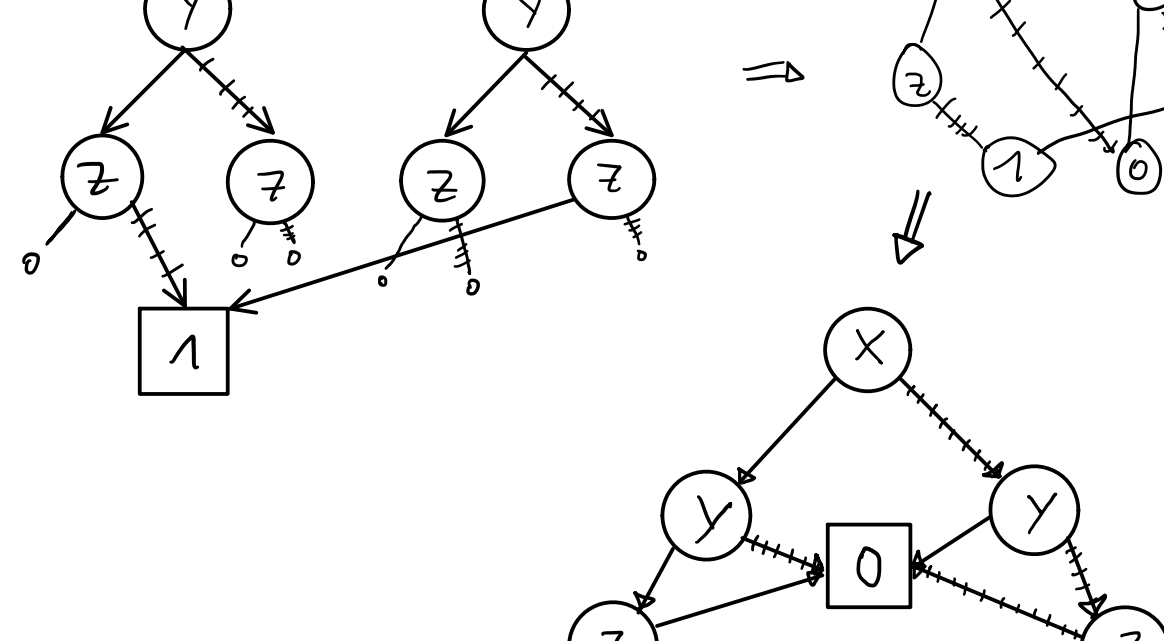
5.)

- (a) (2 Punkte) Stelle die folgende Funktion  $f(x, y, z)$  als OBDD zur Ordnung  $x < z < y$  dar und vereinfache dieses anschliessend.

x	y	z	f(x,y,z)
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

5a)

x	y	z	f(x,y,z)
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0



5b)

$z < y < x$  Geben beide nur 4 Knoten

$z < x < y$  Symmetrie