GTI HS 20 Lösung Serie 8

Michael Baur, Tatjana Meier, Sophie Pfister

Die 8. Serie ist bis Montag, den 23. November 2020 um 12:00 Uhr zu lösen und als PDF-Dokument via ILIAS abzugeben. Für Fragen steht im ILIAS jederzeit ein Forum zur Verfügung. Zu jeder Frage wird, falls nicht anders deklariert, der Lösungsweg erwartet. **Lösungen ohne Lösungsweg werden nicht akzeptiert**. Allfällige unlösbare Probleme sind uns so früh wie möglich mitzuteilen, wir werden gerne helfen.
Viel Spass!

1 Einerkomplement (1 Punkt)

(a) (0.5 Punkte) Welcher Zahlenbereich steht auf einem Rechner zur Verfügung, der 9-Bit-Rechner verwendet und die Zahlen im Einerkomplement darstellt?

(b) (0.5 Punkte) Führe die Rechung $-59 - 24$ mit Hilfe des Einerkomplements (fixe Wortlänge von 8 Bit) durch, notiere alle Details.

Lösung

(a) Die kleinste darstellbare Zahl ist $(1\,0000\,0000)_2 = (-2^8 + 1)_{10} = (-255)_{10}$, die grösste darstellbare Zahl ist $(0\,1111\,1111)_2 = (2^8 - 1)_{10} = (255)_{10}$.

(b) Wir stellen die Zahlen zuerst im Einerkomplement dar

$$\begin{aligned} (-59)_{10} &= (\neg\,0011\,1011)_2 = (1100\,0100)_2 \\ (-24)_{10} &= (\neg\,0001\,1000)_2 = (1110\,0111)_2 \end{aligned}$$

Nun können wir die eigentliche Addition ausführen

$$\begin{array}{ccc} & 1100 & 0100 \\ & 1110 & 0111 \\ \hline (1) & 1010 & 10\,11 \end{array}$$

Da ein Übertrag entstanden ist, muss dieser nun noch zum Ergebnis addiert werden, man erhält also

$$(1010\,1011 + 0000\,0001)_2 = (1010\,1100)_2 = (-83)_{10}$$

2 Zweierkomplement (1 Punkt)

(a) (0.5 Punkte) Welcher Zahlenbereich steht auf einem Rechner zur Verfügung, der 9-Bit-Rechner verwendet und die Zahlen im Zweierkomplement darstellt?

(b) (0.5 Punkte) Führe die Rechung $38 - 99$ mit Hilfe des Zweierkomplements (fixe Wortlänge von 8 Bit) durch, notiere alle Details.

Lösung

(a) Die kleinste darstellbare Zahl ist $(1\,0000\,0000)_2 = (-2^8)_{10} = (-256)_{10}$, die grösste darstellbare Zahl ist $(0\,1111\,1111)_2 = (2^8-1)_{10} = (255)_{10}$.

(b) Wir stellen die Zahlen zuerst im Zweierkomplement dar

$$\begin{aligned}(38)_{10} &= (0010\,0110)_2\\ (-99)_{10} &= (\neg 0110\,0011 + 0000\,0001)_2 = (1001\,1100 + 0000\,0001)_2 = (1001\,1101)_2\end{aligned}$$

Nun führen wir die eigentliche Addition aus

$$\begin{array}{cc} 0010 & 0110\\ 1001 & 1101\\ \hline 1100 & 0011\end{array}$$

Nun können wir das Resultat wieder umrechnen

$$(1100\,0011)_2 = (-2^7 + 2^6 + 2^1 + 2^0)_{10} = (-61)_{10}$$

3 Festkommazahlen (1 Punkt)

(a) (0.5 Punkte) Welche Zahl stellt das 6-Bit-Wort $(0.101101)_2$ dar?

(b) (0.5 Punkte) Stelle die Zahl $(216.85546875)_{10}$ als Hexadezimalzahl dar.

Lösung

(a) Die Lösung lautet $(0.703125)_{10}$, da $(0.101101)_2 = (2^{-1} + 2^{-3} + 2^{-4} + 2^{-6})_{10}$

(b) Die Lösung lautet $(D8, DB)_{16}$, da $(216)_{10} = D8$ und

$$\begin{aligned}0.85546875 \cdot 16 = 13.6875 &\quad\Rightarrow\quad D\\ 0.6875 \cdot 16 = 11 &\quad\Rightarrow\quad B\end{aligned}$$

4 Gleitkommazahlen (3 Punkte)

(a) (1 Punkt) Bestimme die normalisierte Form der Zahl $(0.000001010101)_2 \cdot 16^3$ mit Basis $b = 16$.

(b) (1 Punkt) Stelle die folgenden Zahlen als 32-Bit-Gleitkommazahl nach dem IEEE 754 Standard dar.

i. $(15.8125)_{10}$
ii. $(20.25)_{10}$
iii. $(-0.125)_{10}$
iv. $(-0.0)_{10}$

(c) (1 Punkt) Welche Zahl wird mit folgender IEEE 754-Gleitkommazahl dargestellt?

0100 0010 0101 0010 0000 0000 0000 0000

Lösung

(a) Die normalisierte Form lautet $(0.01010101)_2 \cdot 16^2$, da

$$\begin{aligned}(0.000001010101)_2 \cdot 16^3 &= (0.055)_{16} \cdot 16^3 \\ &= (0.55)_{16} \cdot 16^2 \\ &= (0.01010101)_2 \cdot 16^2\end{aligned}$$

(b) Die Lösungen lauten

i. 0100 0001 0111 1101 0000 0000 0000 0000 da

$$(15.8125)_{10} = (1111.1101)_2 * 2^0 = (1.1111101)_2 * 2^3$$

und somit

$$\begin{aligned}V &= (0)_2 \\ E &= (127+3)_{10} = (1000\,0010)_2 \\ 1.M &= (1.1111\ 1010\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2 \\ &= (0100\ 0001\ 0111\ 1101\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000)_2\end{aligned}$$

ii. 0100 0001 1010 0010 0000 0000 0000 0000 da

$$(20.25)_{10} = (10100.01)_2 \cdot 2^0 = (1.010001)_2 \cdot 2^4$$

und somit

$$\begin{aligned}V &= (0)_2 \\ E &= (127+4)_{10} = (1000\,0011)_2 \\ 1.M &= (1.0100\ 0100\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2 \\ &= (0100\ 0001\ 1010\ 0010\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000)_2\end{aligned}$$

iii. 1011 1110 0000 0000 0000 0000 0000 0000 da

$$(0.125)_{10} = (0.001)_2 \cdot 2^0 = (1.0)_2 \cdot 2^{-3}$$

und somit

$$\begin{aligned}V &= (1)_2 \\ E &= (127-3)_{10} = (0111\,1100)_2 \\ 1.M &= (1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2 \\ &= (1011\ 1110\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000)_2\end{aligned}$$

iv. 1000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 da

$$(0.0)_{10} = (0.0)_2 \cdot 2^0$$

und somit

$$\begin{aligned}V &= (1)_2 \\ E &= (0)_{10} = (0000\,0000)_2 \\ 1.M &= (1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2 \\ &= (1000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000)_2\end{aligned}$$

(c) Die Lösung lautet $(52.5)_{10}$, da

$$\begin{aligned}V &= (0)_2 \\ E &= (1000\ 0100)_2 = (132)_{10} = (127+5)_{10} \\ 1.M &= (1.101001)_2 = (1.640625)_{10}\end{aligned}$$

und somit

$$((-1)^0 \cdot (1.640625) \cdot 2^5)_{10} = (52.5)_{10}$$