GTI-4

Sonntag, 18. Oktober 2020 12:34

nicht abn

sp

Lukas Ingold 20-123-998

GTI HS 20 Serie 4

Michael Baur, Tatjana Meier, Sophie Pfister

Die 4. Serie ist bis Montag, den 19. Oktober 2020 um 12:00 Uhr zu lösen und als PDF-Dokument via ILIAS abzugeben. Für Fragen steht im ILIAS jederzeit ein Forum zur Verfügung. Zu jeder Frage wird, falls nicht anders deklariert, der Lösungsweg erwartet. **Lösungen ohne Lösungsweg werden nicht akzeptiert**. Allfällige unlösbare Probleme sind uns so früh wie möglich mitzuteilen, wir werden gerne helfen.
Viel Spass!

1 Karnaugh-Diagramm I (2 Punkte)

Bestimme eine möglichst vereinfachte Schaltfunktion, die dem folgenden Diagramm entspricht.

AB\CD	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	0	1	1	1

2 Karnaugh-Diagramm II (1 Punkt)

Wie findet man Primimplikanten in Karnaugh-Diagrammen?

3 Karnaugh mit Don't Care (3 Punkte)

Entwickle unter Verwendung des Karnaugh-Verfahrens eine Schaltfunktion, welche für eine einstellige BCD-Zahl feststellt, ob sie ein Teiler ($\neq 1$) von 252 ist. Führe dazu die folgenden Schritte aus:

(a) (2 Punkte) Bestimme mit Hilfe einer Wertetabelle ein Karnaugh-Diagramm unter Ausnutzung der Don't-Care-Fälle.

(b) (1 Punkt) Bestimme eine möglichst vereinfachte Schaltfunktion, die der Wertetabelle von (a) entspricht.

4 Quine und McCluskey (4 Punkte)

Die Funktion $f : B^5 \to B$ habe genau die folgenden einschlägigen Indizes:

$$0, 1, 4, 5, 8, 12, 17, 20, 23, 28, 31$$

Bestimme mit Hilfe des Verfahrens von Quine und McCluskey die Primimplikanten und eine kostenminimale, disjunktive Darstellung.

5 Ordered Binary Decision Diagrams (4 Punkte)

(a) (2 Punkte) Stelle die folgende Funktion $f(x, y, z)$ als OBDD zur Ordnung $x < z < y$ dar und vereinfache dieses anschliessend.

x	y	z	f(x,y,z)
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

(b) (2 Punkte) Gibt es eine Variablenordnung, die ein kleineres OBDD erzeugt? Falls ja, zeichne das entsprechende OBDD. Falls nein, weshalb nicht?

Freiwillige Aufgaben

Ordered Binary Decision Diagrams

Stelle die folgende Funktion $y(x_0, x_1, x_2)$ als OBDD zur Ordnung $x_0 < x_1 < x_2$ dar und vereinfache dieses anschliessend.

x_0	x_1	x_2	$y(x_0, x_1, x_2)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Quine und McCluskey

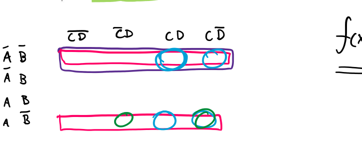
Vereinfache die Funktion

$$f(x, y, z) = xy\neg z + x\neg y\neg z + xyz + x\neg yz$$

nach dem Verfahren von Quine und McCluskey.

1.)

AB\CD	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	0	1	1	1



$f(x) = \bar{A}\bar{B} + \bar{B}C + CD A\bar{B}$

2.) Die Primimplikanten sind die Blöcke im Karnaugh-Diagramm welche wir nicht weiter vergrössern können (Maximalen Blöcke).
Auch mit der Quine und Mc Cluskey methode können wir Primimplikanten sehr effizent finden.

3.) Entwickle unter Verwendung des Karnaugh-Verfahrens eine Schaltfunktion, welche für eine einstellige BCD-Zahl feststellt, ob sie ein Teiler ($\neq 1$) von 252 ist. Führe dazu die folgenden Schritte aus:

(a) (2 Punkte) Bestimme mit Hilfe einer Wertetabelle ein Karnaugh-Diagramm unter Ausnutzung der Don't-Care-Fälle.

(b) (1 Punkt) Bestimme eine möglichst vereinfachte Schaltfunktion, die der Wertetabelle von (a) entspricht.

a)

a b c d	f(x)
0 0 0 0	0
0 0 0 1	1
0 0 1 0	D
0 0 1 1	0
0 1 0 0	0
0 1 0 1	0
0 1 1 0	D
0 1 1 1	1
1 0 0 0	1
1 0 0 1	1
1 0 1 0	D
1 0 1 1	D
1 1 0 0	1
1 1 0 1	1
1 1 1 0	D
1 1 1 1	D

AB\CD	00	01	11	10
00	0	1	D	0
01	0	0	D	1
11	1	1	D	D
10	1	1	D	D

b) $f(x) = a + \neg bd + bc$

4.) Die Funktion $f : B^5 \to B$ habe genau die folgenden einschlägigen Indizes:

$$0, 1, 4, 5, 8, 12, 17, 20, 23, 28, 31$$

Bestimme mit Hilfe des Verfahrens von Quine und McCluskey die Primimplikanten und eine kostenminimale, disjunktive Darstellung.

$f: B^5 \longrightarrow B$

	einschlägige Index	Dezimaldarstellung von e.I.
5	00000	0
4	00001	1
4	00100	4
3	00101	5
4	01000	8
3	01100	12
3	10001	17
3	10100	20
1	10111	23
2	11100	28
0	11111	31

GRUPPE	Minterm	einschlägiger Index	Dezimal
0	$x_1x_2x_3x_4x_5$	11111	31
1	$x_1\bar{x}_2x_3x_4x_5$	10111	23
2	$x_1x_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5$	11100	28
3	$\bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4x_5$	00101	5
	$\bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5$	01100	12
	$x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5$	10001	17
	$x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5$	10100	20
4	$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5$	00001	1
	$\bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5$	00100	4
	$\bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5$	01000	8
5	$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5}$	00000	0

GR	Implikant	Index	Minterm-Nummern
0	$x_1x_3x_4x_5$	1*111	31, 23
1	$x_1\bar{x}_2x_3x_4x_5$	10111	23
2	$x_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5$	*1100	28, 12
	$x_1x_3\bar{x}_4\bar{x}_5$	1*100	28, 20
3	$\bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4$	0010*	5, 4
	$\bar{x}_1x_3\bar{x}_4\bar{x}_5$	0*100	12, 4
	$\bar{x}_1x_2\bar{x}_4\bar{x}_5$	01*00	12, 8
	$\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5$	*0001	17, 1
	$\bar{x}_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5$	*0100	20, 4
4	$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$	0000*	1, 0
	$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_4\bar{x}_5$	00*00	4, 0
	$\bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5$	0*000	8, 0

0	$x_1x_3x_4x_5$	1*111	31, 23
1	$x_1\bar{x}_2x_3x_4x_5$	10111	23
2	$x_3\bar{x}_4\bar{x}_5$	**100	28, 12, 20, 4
	~~$x_3\bar{x}_4\bar{x}_5$~~	~~**100~~	~~28, 20, 12, 4~~
3	$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_4$	00*0*	5, 4, 1, 0
	$\bar{x}_1\bar{x}_4\bar{x}_5$	0**00	12, 4, 8, 0
	~~$\bar{x}_1\bar{x}_4\bar{x}_5$~~	~~0**00~~	~~12, 8, 4, 0~~
	$\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5$	*0001	17, 1
	$\bar{x}_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5$	*0100	20, 4

0	$x_1x_3x_4x_5$	1*111	31, 23
1	$x_1\bar{x}_2x_3x_4x_5$	10111	23
2	$x_3\bar{x}_4\bar{x}_5$	**100	28, 20, 12, 4
3	$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_4$	00*0*	5, 4, 1, 0
	$\bar{x}_1\bar{x}_4\bar{x}_5$	0**00	12, 4, 8, 0
	$\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5$	*0001	17, 1
	$\bar{x}_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5$	*0100	20, 4

$\Rightarrow$ Implikationsmatrix

Primimplikant \ minterm	0	1	4	5	8	12	17	20	23	28	31
$x_1x_3x_4x_5$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
$x_1\bar{x}_2x_3x_4x_5$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
$x_3\bar{x}_4\bar{x}_5$	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0
$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_4$	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
$\bar{x}_1\bar{x}_4\bar{x}_5$	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
$\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5$	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
$\bar{x}_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5$	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0

$$f(x) = x_1x_3x_4x_5 + x_1\bar{x}_2x_3x_4x_5 + x_3\bar{x}_4\bar{x}_5 + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_4 + \bar{x}_1\bar{x}_4\bar{x}_5 + \bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5$$

5.) (a) (2 Punkte) Stelle die folgende Funktion $f(x, y, z)$ als OBDD zur Ordnung $x < z < y$ dar und vereinfache dieses anschliessend.

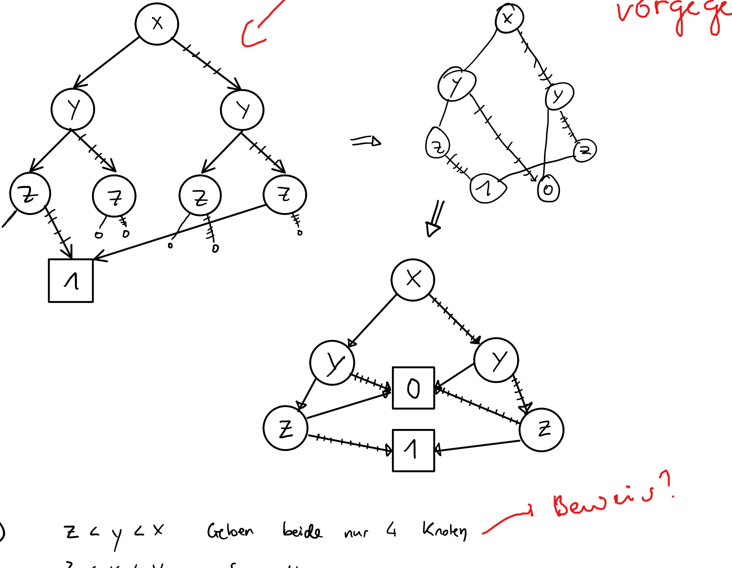
x	y	z	f(x,y,z)
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

5a)

x y z	f(xyz)
0 0 0	1
0 0 1	0
0 1 0	0
0 1 1	0
1 0 0	0
1 0 1	0
1 1 0	1
1 1 1	0

Stimmt nicht!

vorgegeben $x < z < y$!



5b) $z < y < x$ Geben beide nur 4 Knoten → Beweis?
$z < x < y$ Symmetrie