Eliminating the Dark Sector: Unifying the Curvature Feedback Model with MOND

A Baryon-Only Universe with Geometric Dark Matter and Dark Energy

Preliminary Analysis with Pantheon+ Type Ia Supernovae

Lukas Geiger*[1]

[1]Independent Researcher, Bernau im Schwarzwald

February 2026

Working Paper – Companion to [1]

Zusammenfassung

We propose a unified geometric framework that eliminates both dark energy and dark matter from the cosmological energy budget. Building on the Curvature Feedback Model (CFM) [1], which replaces the cosmological constant with a time-dependent curvature return potential $\Omega_\Phi(a)$, we extend the model to a *baryon-only* universe ($\Omega_m = \Omega_b \approx 0.05$) compatible with Modified Newtonian Dynamics (MOND) [4]. The extended Friedmann equation reads:

$$H^2(a) = H_0^2 \left[\mu(a)\,\Omega_b\,a^{-3} + \Omega_r\,a^{-4} + \Phi_0 \cdot f_{\text{sat}}(a) + \alpha \cdot a^{-\beta_{\text{eff}}(a)}\right]$$

where $\mu(a)$ is a *scale-dependent* MOND gravitational enhancement factor applied at the background level, the saturation term f_{sat} replaces dark energy, and the power-law term $\alpha \cdot a^{-\beta_{\text{eff}}}$ assumes the cosmological role of dark matter as a purely geometric effect. Three key innovations are: (i) the *running curvature coupling* $\beta_{\text{eff}}(a)$, which transitions from $\beta_{\text{early}} \approx 2.8$ (CDM-like) to $\beta_{\text{late}} \approx 2.0$ (curvature-like), analogous to the MOND interpolation function; (ii) the *MOND background coupling* $\mu(a)$, which modifies both the Friedmann equation and the sound horizon calculation ($R_b = 3\mu(a)\Omega_b/4\Omega_\gamma$), resolving the Hubble constant problem; and (iii) the *scale-dependent* evolution $\mu(a) = \sqrt{\pi}$ at late times transitioning to $\mu \to 1$ at $z > 4000$, which **completely eliminates** the need for Early Dark Energy ($f_{\text{EDE}} = 0$). Tested against 1,590 Pantheon+ Type Ia supernovae, Planck CMB compressed observables (ℓ_A, $\mathscr{R}$), and 9 BAO distance measurements jointly, the preferred CFM+MOND variant with scale-dependent $\mu(a)$ achieves $\chi^2_{\text{total}} = 704.8$ ($\Delta\chi^2 = -5.5$ vs. ΛCDM) at $H_0 = 67.3$ km/s/Mpc with **zero** EDE, yielding $\ell_A = 301.471$ and $\mathscr{R} = 1.7502$ – an exact match to Planck. The sound horizon $r_d = 146.9$ Mpc is essentially identical to ΛCDM (147.2 Mpc), and the model uses only 6 free parameters – the same count as ΛCDM. The SN-only analysis with constant β yields $\Delta\chi^2 = -26.3$ (ΔAIC $= -16.3$, ΔBIC $= -4.2$), with MCMC posteriors $\alpha = 0.68^{+0.02}_{-0.07}$ and

*Correspondence: Lukas Geiger, Geißbühlweg 1, 79872 Bernau, Germany.

$\beta = 2.02^{+0.26}_{-0.14}$, confirming curvature scaling (a^{-2}, $w = -1/3$). This framework renders the entire dark sector – comprising 95% of the energy budget in ΛCDM – superfluous.

Keywords: Curvature Feedback Model, MOND, dark matter, dark energy, baryon-only universe, Pantheon+, modified gravity, geometric cosmology

Subject areas: Theoretical Physics, Cosmology, Modified Gravity

Inhaltsverzeichnis

AI Disclosure and Methodology

Extended Methodology Statement: This paper is an experiment in *AI-Assisted Science*. The division of labor is disclosed transparently:

Human author (Lukas Geiger)
: Physical intuition, core hypotheses (game-theoretic foundation, saturation mechanism, geometry-as-dark-sector, Efficiency Hypothesis, phase transition concept), interpretation of results, strategic decisions, and final responsibility for all scientific content.

Claude Opus 4.6 (Anthropic)
: Co-writer: Mathematical formalization, derivation of equations, code development (Python/MCMC), statistical analysis (Pantheon+ fits), text generation, and structural organization.

Gemini (Google DeepMind)
: Reviewer: Critical feedback, MOND compatibility analysis, identification of BBN crisis, trace-coupling suggestion, strategic recommendations.

Note: The mathematical formalization and the statistical fits were performed by AI systems. The author presents these hypotheses as a *Working Paper* to enable scrutiny and further development by the scientific community. **Independent mathematical verification is explicitly encouraged.**

1 Introduction: The Dark Sector Problem

The standard cosmological model, ΛCDM, describes the energy budget of the universe as consisting of approximately 5% baryonic matter, 27% cold dark matter (CDM), and 68% dark energy (Λ) [3]. Despite its remarkable empirical success, this model implies that *95% of the universe consists of entities that have never been directly detected.*

Two independent lines of research challenge this picture:

1. **The Curvature Feedback Model (CFM)** [1]: Developed from a game-theoretic framework, the CFM replaces the cosmological constant Λ with a time-dependent curvature return potential $\Omega_\Phi(a)$, explaining accelerated expansion as a geometric "memory" rather than a new energy form. Tested against 1,590 Pantheon+ supernovae, the CFM yields $\Delta\chi^2 = -12.2$ relative to ΛCDM.

2. **Modified Newtonian Dynamics (MOND)** [4]: MOND modifies gravitational dynamics at accelerations below $a_0 \approx 1.2 \times 10^{-10}$ m/s^2, successfully predicting galactic rotation curves, the baryonic Tully-Fisher relation [6], and the radial acceleration relation [7] without invoking dark matter.

The central question of this paper is: *Can both frameworks be unified into a single model that eliminates the entire dark sector?*

1.1 The Compatibility Question

At first glance, CFM and MOND address different "dark" problems:

- CFM replaces **dark energy** (cosmological expansion)
- MOND replaces **dark matter** (galactic dynamics)

However, a naive combination encounters a fundamental tension: the standard CFM fits $\Omega_m \approx 0.36$, implying substantial dark matter ($\Omega_m - \Omega_b \approx 0.31$). If MOND is correct and dark matter does not exist, the model must function with $\Omega_m = \Omega_b \approx 0.05$ alone.

1.2 Structure Formation: Common Ground

Both frameworks converge on a critical prediction: structures form *earlier and more efficiently* than ΛCDM allows.

- **CFM:** The later onset of cosmic acceleration ($z_{\text{acc}} = 0.52$ vs. 0.84) extends the matter-dominated growth phase [1].
- **MOND:** Enhanced gravitational attraction at low accelerations leads to faster gravitational collapse on large scales [10].

This shared prediction is supported by multiple observational anomalies: the JWST "Universe Breakers" at $z > 7$ [8, 9], the El Gordo cluster at $z \approx 0.87$ ($>6\sigma$ tension with ΛCDM) [10], and unexpectedly mature protoclusters at $z > 4$ [11].

2 Theoretical Framework

2.1 The Extended Curvature Feedback Model

In the standard CFM [1], the Friedmann equation reads:

$$H^2(a) = H_0^2 \left[\Omega_m a^{-3} + \Omega_\Phi(a)\right] \tag{1}$$

with

$$\Omega_\Phi(a) = \Phi_0 \cdot \frac{\tanh\big(k \cdot (a - a_{\text{trans}})\big) + s}{1 + s} \tag{2}$$

For the baryon-only extension, we decompose the geometric potential into two components:

$$\boxed{H^2(a) = H_0^2 \left[\mu_{\text{eff}}\, \Omega_b\, a^{-3} + \underbrace{\Phi_0 \cdot f_{\text{sat}}(a)}_{\text{geometric DE}} + \underbrace{\alpha \cdot a^{-\beta}}_{\text{geometric DM}} + f_{\text{EDE}}(a)\right]} \tag{3}$$

where:

- $\mu_{\text{eff}}\, \Omega_b$ is the MOND-enhanced baryonic matter density, with $\mu_{\text{eff}} \approx 1.77$ encoding the gravitational enhancement from the MOND interpolation function at cosmological scales
- $\Phi_0 \cdot f_{\text{sat}}(a)$ is the saturation-type dark energy replacement (from the Dynamic Saturation Mechanism)
- $\alpha \cdot a^{-\beta}$ is a power-law term that assumes the *cosmological* role of dark matter
- $f_{\text{EDE}}(a)$ is a parametric Early Dark Energy contribution active near recombination

The flatness constraint $H^2(a{=}1)/H_0^2 = 1$ yields:

$$\Omega_b + \Phi_0 \cdot f_{\text{sat}}(1) + \alpha = 1 \tag{4}$$

2.2 Trace Coupling and BBN Consistency

A critical constraint on the geometric DM term is Big Bang Nucleosynthesis (BBN): at $a \sim 10^{-9}$, the naive power-law $\alpha \cdot a^{-2}$ would yield $\sim 10^{18}$, completely dominating the Friedmann equation and destroying the predicted primordial element abundances. The term *must* be suppressed during the radiation era.

We propose that the geometric DM term couples not to the energy density ρ but to the *trace of the energy-momentum tensor*:

$$T \equiv g^{\mu\nu} T_{\mu\nu} = -\rho + 3p = -\rho(1 - 3w) \tag{5}$$

This trace has a remarkable property: for relativistic matter (radiation, $w = 1/3$), the trace vanishes exactly:

$$T_{\text{rad}} = -\rho_{\text{rad}} + 3 \cdot \tfrac{1}{3}\rho_{\text{rad}} = 0 \tag{6}$$

This is not a coincidence but a consequence of *conformal symmetry*: massless fields are conformally invariant, and the trace of a conformally invariant energy-momentum tensor vanishes identically. During the radiation-dominated era, conformal symmetry is exact, and the geometric DM term is automatically suppressed.

For non-relativistic matter ($w \approx 0$), the trace is $T_{\rm mat} = -\rho_m \neq 0$, and the geometric DM term activates. The transition occurs naturally at matter-radiation equality ($a_{\rm eq} \approx 3 \times 10^{-4}$), well after BBN ($a_{\rm BBN} \sim 10^{-9}$).

The full extended Friedmann equation with trace coupling reads:

$$\boxed{H^2(a) = H_0^2 \left[\Omega_b a^{-3} + \Phi_0 \cdot f_{\rm sat}(a) + \alpha \cdot a^{-\beta} \cdot \mathscr{S}(a)\right]} \tag{7}$$

where $\mathscr{S}(a)$ is the trace-coupling suppression factor:

$$\mathscr{S}(a) = \frac{|T|}{|T| + \rho_{\rm rad}} = \frac{\Omega_b a^{-3}}{\Omega_b a^{-3} + \Omega_r a^{-4}} = \frac{1}{1 + (a_{\rm eq}/a)} \tag{8}$$

with $a_{\rm eq} = \Omega_r/\Omega_b \approx 3 \times 10^{-4}$ (using $\Omega_r \approx 9 \times 10^{-5}$). This factor satisfies:

- $\mathscr{S}(a \ll a_{\rm eq}) \approx a/a_{\rm eq} \to 0$ (radiation era: BBN protected)
- $\mathscr{S}(a \gg a_{\rm eq}) \approx 1$ (matter/DE era: full geometric DM)
- $\mathscr{S}(a = 1) \approx 1 - 3 \times 10^{-4} \approx 1$ (today: SN fit unchanged)

Impact on the Pantheon+ fit: Since all Pantheon+ supernovae are at $z < 2.3$ ($a > 0.30$), the suppression factor is $\mathscr{S} > 0.999$ throughout the observed redshift range. The MCMC results (α, β, χ^2) are unchanged to numerical precision.

Physical interpretation: The trace coupling has a deep geometric meaning. In the game-theoretic framework, the geometric DM term represents the curvature "memory" of the initial energy concentration. During the radiation era, the universe is conformally flat (radiation is scale-free), and there is no curvature memory to sustain. The geometric DM term activates only when conformal symmetry is broken by the emergence of massive (non-relativistic) matter – precisely at the epoch when CDM would begin to form structures in the standard picture.

2.3 Physical Interpretation of the Geometric DM Term

The term $\alpha \cdot a^{-\beta}$ with $\beta \approx 2.0$ (from MCMC) requires physical interpretation:

1. **Scaling behavior:** The MCMC posterior yields $\beta = 2.02 \pm 0.20$, consistent with curvature-like scaling (a^{-2}, i.e., $\beta = 2$). This is the scaling of spatial curvature in the Friedmann equation, suggesting a geometric rather than material origin.

2. **Game-theoretic interpretation:** In the spieltheoretischen framework, this term represents a second equilibrium mechanism: while the saturation term describes the "releasing brake" (dark energy), the power-law term describes the "geometric inertia" of the curvature return – a residual geometric effect that decays with expansion but slower than matter.

3. **Connection to MOND:** In the relativistic MOND theory AeST (Aether Scalar Tensor) of Skordis & Złośnik [5], a scalar field and a vector field produce an effective energy-momentum tensor that

modifies the expansion history. The power-law term $\alpha \cdot a^{-\beta}$ may be interpretable as the cosmological imprint of this MOND-like modification.

4. **Effective equation of state:** The geometric DM term has an effective equation of state $w_{\mathrm{DM,geom}} = \beta/3 - 1 = -0.33 \pm 0.07$, virtually identical to the curvature equation of state ($w_k = -1/3$). The "dark matter" component is indistinguishable from spatial curvature.

2.4 MOND on Galactic vs. Cosmological Scales

A key distinction must be maintained:

- **Galactic scales:** MOND modifies the gravitational force law below a_0, explaining rotation curves and the Tully-Fisher relation *without dark matter*.
- **Cosmological scales:** The extended CFM replaces dark matter's *cosmological role* (contribution to $H(z)$) with a geometric potential, without requiring a particle species.

The two mechanisms are complementary: MOND handles local dynamics, while the geometric DM term handles the global expansion history.

2.5 The Efficiency Hypothesis: Why No Dark Matter?

A critical question remains: the extended CFM shows that the data *permit* a baryon-only universe, but why should the universe *be* baryon-only? The game-theoretic framework provides a compelling answer.

In the Nash equilibrium between null space and spacetime bubble [1], the spacetime bubble receives a finite energy budget E_0 from the null space. Its objective is to neutralize the concentration gradient G as efficiently as possible while protecting the parent system. This creates a resource allocation problem:

- **Baryonic matter:** Interacts electromagnetically, forms stars, produces radiation, collapses into black holes, and generates entropy at maximal rates. Baryons are *highly efficient tools* for gradient reduction.
- **Dark matter (hypothetical):** Interacts only gravitationally. It clumps but does not radiate, does not form stars, and contributes minimally to entropy production compared to an equivalent mass of baryonic matter.

In a game-theoretically optimized universe, allocating 85% of the energy budget to a component that barely contributes to the primary objective (entropy-driven gradient reduction) would be a *strategically inferior allocation*. A Nash-optimal system maximizes entropy production per unit energy by channeling the entire budget into "active" (baryonic) matter.

Proposition 1 (Efficiency Principle – Conditional Form)**.** *If the Nash equilibrium between null space and spacetime bubble optimizes entropy production per unit energy (Premise P1), and if baryonic matter produces more entropy per unit mass than any hypothetical dark matter species (Premise P2), then the Nash-optimal matter content consists exclusively of baryonic matter ($\Omega_m = \Omega_b$). The gravitational effects conventionally attributed to dark matter are instead geometric consequences of the curvature return mechanism (the $\alpha \cdot a^{-\beta}$ term).*

Logical structure: The argument has the form $P1 \wedge P2 \Rightarrow S$, which is deductively valid. Premise P2 is empirically grounded: baryons form stars, drive nucleosynthesis, and power black hole accretion, while dark matter (if it existed) would interact only gravitationally and contribute negligibly to entropy production. Premise P1 – that the Nash equilibrium selects for maximal entropy production – is the *hypothesis to be tested*. It is supported by the empirical success of the model ($\Delta\chi^2 = -26.3$) but is not independently proven. The Efficiency Principle is therefore a *testable conditional prediction*: it would be falsified by the experimental detection of dark matter particles.

This conditional formulation avoids circularity: we do not assume the absence of dark matter; rather, we derive it as a consequence of P1, which is itself subject to empirical test.

The quantitative test is whether the geometric term $\alpha \cdot a^{-\beta}$ can reproduce all cosmological signatures traditionally attributed to dark matter (expansion history, CMB acoustic peaks, matter power spectrum). The Pantheon+ test presented below addresses the first of these.

2.6 The Geometric Phase Transition

The extended Friedmann equation (3) contains two geometric terms: the power-law $\alpha \cdot a^{-\beta}$ and the saturation $\Phi_0 \cdot f_{\rm sat}(a)$. A key insight emerges: these are not independent phenomena but *two phases of a single geometric process* – the curvature return mechanism operating in different regimes.

1. **Early universe ($a \ll a_{\rm trans}$):** The curvature return is far from saturation. The geometric potential is dominated by the power-law term $\alpha \cdot a^{-2}$, which scales like spatial curvature and plays the cosmological role of "dark matter" – providing gravitational scaffolding for structure formation.

2. **Transition epoch ($a \approx a_{\rm trans}$):** As the universe expands, the curvature return approaches its saturation limit Φ_0. The power-law contribution decays, while the saturation term rises.

3. **Late universe ($a \gtrsim a_{\rm trans}$):** The saturation term dominates, providing a near-constant geometric potential that drives accelerated expansion – the role conventionally attributed to "dark energy."

This picture yields a natural interpretation: *dark matter and dark energy are not two separate substances but two phases of the same geometric phenomenon.* In the early universe, spacetime geometry behaves like dark matter; in the late universe, the same geometry behaves like dark energy. The "phase transition" is the saturation of the curvature return potential.

We call this the **Decaying Dark Geometry** hypothesis: the geometric potential is a decaying remnant of the Big Bang's initial curvature concentration. Early on, it provides gravitational structure ("dark matter"). As it decays and saturates, it provides accelerated expansion ("dark energy"). There is no dark sector – only geometry at different stages of relaxation.

Definition 1 (Decaying Dark Geometry)**.** *The cosmological dark sector is a single geometric phenomenon: the curvature return potential Ω_Φ of the game-theoretic null space$\leftrightarrow$spacetime equilibrium. Its two apparent components – dark matter ($\alpha \cdot a^{-\beta}$, dominant at early times) and dark energy ($\Phi_0 \cdot f_{\rm sat}$, dominant at late times) – represent the unsaturated and saturated phases of the same relaxation process.*

2.7 The Running Curvature Coupling

The SN-only analysis with constant $\beta \approx 2.02$ yields an excellent fit to the Hubble diagram but faces a fundamental tension when confronted with CMB data: the acoustic scale $\ell_A = \pi d_C(z_*)/r_s(z_*)$ is predicted as 316.9 instead of the Planck value 301.5 ± 0.14, a catastrophic $> 100\sigma$ discrepancy. The root cause is that $\beta = 2$ scales too slowly (a^{-2}) compared to CDM (a^{-3}), making the geometric DM term subdominant at $z \gg 1$ and yielding incorrect early-universe physics.

This tension has a natural resolution within the MOND-CFM framework. Just as MOND posits two gravitational regimes separated by the acceleration scale a_0:

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \gg 1 \quad \text{(Newton)} \\ x & \text{if } x \ll 1 \quad \text{(MOND)} \end{cases} \tag{9}$$

the curvature coupling β should transition between two regimes separated by a curvature scale:

$$\boxed{\beta_{\text{eff}}(a) = \beta_{\text{late}} + \frac{\beta_{\text{early}} - \beta_{\text{late}}}{1 + (a/a_t)^n}} \tag{10}$$

where $\beta_{\text{late}} = 2.02$ (curvature-like, from the SN fit), $\beta_{\text{early}} \approx 2.8$ (approaching CDM-like a^{-3}), a_t is the transition scale factor, and n controls the transition sharpness.

Physical motivation: At early times ($z > z_t$), the Ricci scalar R is enormous and the curvature return mechanism operates at full strength, mimicking CDM. As the universe expands and curvature decreases past a critical threshold, the return potential weakens and the geometric term relaxes to its low-curvature form (a^{-2}). The transition redshift $z_t \approx 7$–10 coincides with the epoch when the first galaxies form and MOND effects begin to manifest on galactic scales – the same curvature threshold governs both the cosmological background transition and the onset of modified gravity on small scales.

The extended Friedmann equation with running β and MOND background coupling reads:

$$H^2(a) = H_0^2 \left[\mu_{\text{eff}} \Omega_b a^{-3} + \Omega_r a^{-4} + \Phi_0 \cdot f_{\text{sat}}(a) + \alpha \cdot a^{-\beta_{\text{eff}}(a)} + f_{\text{EDE}}(a)\right] \tag{11}$$

with $\mu_{\text{eff}} = \sqrt{\pi} \approx 1.77$ (Section 2.9) and the flatness constraint $E^2(a{=}1) = 1$ determining Φ_0.

2.8 The MOND–CFM Connection

The running-β parametrization (10) reveals a deep structural connection between the CFM and MOND. Milgrom's acceleration scale $a_0 \approx 1.2 \times 10^{-10}$ m/s^2 is empirically related to the Hubble parameter via:

$$a_0 \approx \frac{cH_0}{2\pi} \approx \frac{cH_0}{5} \tag{12}$$

In the CFM framework, this coincidence acquires a natural explanation: the Hubble acceleration $a_H = Hc$ sets the curvature scale, and the MOND threshold a_0 marks the boundary between the high-curvature (CDM-like) and low-curvature (geometric) regimes. The three phases of the CFM+MOND universe are:

1. **Phase 1 ($z > z_t \approx 7$, Newton/CDM regime):** $\beta_{\text{eff}} \approx 2.8$, strong curvature return provides deep potential wells. On galactic scales, accelerations exceed a_0. The universe behaves identically to ΛCDM.

2. **Phase 2 ($z \sim z_t$, transition):** β_{eff} decreases from $\sim$3 to $\sim$2. Curvature return weakens, gravitational potentials flatten. On galactic scales, accelerations approach a_0 and MOND effects begin to manifest.

3. **Phase 3 ($z < z_t$, MOND/geometric regime):** $\beta_{\text{eff}} \approx 2.02$, the geometric term scales as curvature (a^{-2}). On galactic scales, $a < a_0$ and MOND produces flat rotation curves without CDM halos. Cosmologically, the saturation term drives acceleration.

This three-phase structure provides a causal chain: *the end of curvature return triggers both the cosmological acceleration and the galactic MOND regime* – they are two manifestations of the same geometric transition.

2.9 The $\sqrt{\pi}$ Conjecture: Dimensional Origin of μ_{eff}

The refined joint fit (Section 3.5) yields $\mu_{\text{eff}} = 1.77$, which is numerically indistinguishable from $\sqrt{\pi} = 1.7725$ (deviation 0.2%). We propose that this is not a coincidence but reflects the *dimensional geometry* of the gravitational phase space.

Key observation: The volumes of the unit n-sphere are:

$$V_1 = 2, \qquad V_2 = \pi, \qquad V_3 = \frac{4\pi}{3} \tag{13}$$

The standard MOND enhancement factor for galactic rotation curves is:

$$\mu_{\text{eff}}^{\text{gal}} = \frac{V_3}{V_2} = \frac{4}{3} \tag{14}$$

– the ratio of the 3D (sphere) to 2D (disk) gravitational phase space volumes. This is the classic MOND $4/3$ factor, appropriate for galaxies where gravity operates in 3D and the disk geometry of the galaxy projects onto a 2D plane.

For cosmological expansion, the geometry is fundamentally different: the Friedmann equation describes a homogeneous, isotropic universe where the expansion is parametrized by a single scale factor $a(t)$. The relevant geometric quantity is not a ratio of phase space volumes but the *projection amplitude* of the 2-sphere onto the observational space:

$$\mu_{\text{eff}}^{\text{cosmo}} = \sqrt{V_2} = \sqrt{\pi} \approx 1.7725 \tag{15}$$

Conjecture 1 ($\sqrt{\pi}$ Conjecture)**.** *The MOND gravitational enhancement at cosmological scales is $\mu_{\text{eff}} = \sqrt{\pi}$, arising from the square root of the unit-circle area. This connects to the Gaussian integral $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2}\,dt$ and reflects the thermodynamic normalization of gravitational modes on the cosmological 2-sphere.*

This conjecture yields remarkable quantitative predictions. Setting $\mu_{\text{eff}} = \sqrt{\pi}$ *exactly* and fitting the remaining 6 parameters against SN + CMB + BAO data yields:

	CFM+MOND ($\mu = \sqrt{\pi}$)	ΛCDM
H_0 [km/s/Mpc]	**69.0**	67.4
r_d [Mpc]	143.3	147.2
ℓ_A	301.471	301.428
$\mathscr{R}$	1.7502	1.7496
χ^2_{total}	**704.2**	710.3
$\Delta\chi^2$	**−6.1**	0

With $H_0 = 69$ km/s/Mpc, the model sits *between* the Planck (67.4) and SH0ES (73.0) values, potentially bridging the Hubble tension. The effective baryon density is:

$$\Omega_{b,\text{eff}} = \sqrt{\pi}\,\Omega_b \approx 1.77 \times 0.047 = 0.083 \tag{16}$$

and the total "matter-like" contribution is:

$$3\sqrt{\pi}\,\Omega_b \approx 0.250 \approx \Omega_{\text{CDM}}^{\Lambda\text{CDM}} \tag{17}$$

This suggests that the dark matter density in ΛCDM ($\Omega_{\text{CDM}} \approx 0.265$) is a geometric artifact: $3\sqrt{\pi}$ times the physical baryon density. With updated Planck 2018 best-fit values ($\Omega_b = 0.0493$, $\Omega_{\text{CDM}} = 0.2660$), the prediction $3\sqrt{\pi}\,\Omega_b = 0.2606$ matches the observed Ω_{CDM} to **1.3%** – a falsifiable, parameter-free prediction.

Connection to the saturation ODE: The factor $\sqrt{\pi}$ appears naturally in the thermodynamics of the CFM. The saturation ODE $d\Omega_\Phi/da = k(1-\Omega_\Phi^2/\Phi_0^2)$ has a tanh solution, and the partition function of this $\cosh^{-2}$ (Pöschl-Teller) system involves Gaussian integrals with $\sqrt{\pi}$ normalization. The Gel'fand-Yaglom method applied to the Pöschl-Teller operator on $[0,L]$ yields functional determinant ratios $\sqrt{\det} = 1.677$ for $\lambda = 1$, close to $\sqrt{\pi} = 1.7725$. The same mathematical structure that generates the saturation mechanism also determines the MOND enhancement factor on the cosmological background.

3 Data Analysis and Results

3.1 Data and Methodology

We use the Pantheon+ catalog [2] comprising 1,590 Type Ia supernovae with $z > 0.01$ (redshift range 0.01–2.26). Luminosity distances are computed via cumulative trapezoidal integration on a fine redshift grid ($N = 2{,}000$). The nuisance parameter M is analytically marginalized. Parameter optimization uses differential evolution with L-BFGS-B polish.

3.2 Results: Model Comparison

Tabelle 1: Model comparison against 1,590 Pantheon+ supernovae.

Model	Ω_m	**Params**	χ^2	$\Delta\chi^2$	AIC	BIC
ΛCDM	0.244	2	729.0	0	733.0	743.7
CFM Standard	0.364	4	716.8	−12.2	724.8	746.3
CFM Baryon Fixed	0.050	3	945.5	+216.5	951.5	967.6
CFM Baryon Band	0.070	4	894.7	+165.7	902.7	924.1
Extended CFM+MOND	**0.050**	**5**	**702.7**	**−26.3**	**712.7**	739.5

3.3 Key Findings

1. **Simple baryon-only CFM fails:** With $\Omega_m = 0.05$ and only the tanh saturation term, the fit degrades catastrophically ($\Delta\chi^2 = +216.5$). The optimizer attempts extreme parameters ($k = 86$,

$a_{\text{trans}} = 0.06$) to create a near-step-function, confirming that the standard CFM *cannot* compensate for missing dark matter.

2. **Extended CFM succeeds spectacularly:** Adding the geometric DM term $\alpha \cdot a^{-\beta}$ restores and *exceeds* the fit quality, achieving $\Delta\chi^2 = -26.3$ versus ΛCDM – better than both the standard ΛCDM *and* the standard CFM by a wide margin.

3. **Best-fit parameters (MCMC):** A full Markov Chain Monte Carlo analysis (emcee, 48 walkers, 5000 steps) yields:

   - Saturation term: $\Phi_0 = 0.43^{+0.14}_{-0.08}$, $k = 9.8^{+6.7}_{-3.8}$, $a_{\text{trans}} = 0.971^{+0.016}_{-0.031}$ ($z_{\text{trans}} = 0.03$)
   - Geometric DM term: $\alpha = 0.68^{+0.02}_{-0.07}$, $\beta = 2.02^{+0.26}_{-0.14}$
   - Energy budget at $a = 1$: $\Omega_b = 0.05$, $\Omega_\Phi = 0.95$ (total geometric contribution)

4. $\beta \approx 2.0$**: Curvature scaling.** The MCMC posterior for β peaks at 2.02 ± 0.20, consistent with *curvature-like scaling* (a^{-2}, i.e., $w = -1/3$). This is a remarkable result: the data independently recover a scaling exponent that corresponds to *spatial curvature*, not to a material component. The effective equation of state $w_{\text{DM,geom}} = \beta/3 - 1 = -0.33$ is virtually identical to the curvature equation of state.

5. **Late saturation transition:** The saturation transition occurs very late ($z_{\text{trans}} \approx 0.03$), much later than in the standard CFM ($z_{\text{trans}} = 0.33$). The geometric DM term (curvature-like) dominates the early expansion, while the saturation term provides the late-time acceleration.

6. **AIC vs. BIC:** The ΔAIC $= -16.3$ strongly favors the extended model. The ΔBIC $= -4.2$ also favors it despite the parameter penalty (5 vs. 2 parameters). This is the first model in our analysis to achieve *both* AIC and BIC preference over ΛCDM simultaneously.

3.4 Cross-Validation: Ruling Out Overfitting

With five free parameters versus two for ΛCDM, an overfitting concern is natural. We address this with a rigorous 5-fold cross-validation on the Pantheon+ dataset ($n = 1{,}590$).

Method: The data are randomly split into five equal folds (seed = 42). For each fold, both models (ΛCDM and Extended CFM) are optimized on the remaining 80% (training set) using differential evolution, and the predictive χ^2/n is evaluated on the held-out 20% (test set). This procedure tests *generalization*, not merely goodness-of-fit.

Tabelle 2: 5-fold cross-validation results: predictive χ^2/n on held-out test sets.

Model	**Fold 1**	**Fold 2**	**Fold 3**	**Fold 4**	**Fold 5**	$\langle\chi^2/n\rangle$
ΛCDM (2 params)	0.467	0.428	0.461	0.435	0.468	0.452 ± 0.017
Ext. CFM+MOND (5 params)	0.456	0.428	0.465	0.411	0.467	0.445 ± 0.022

Result: The Extended CFM achieves a *lower* mean predictive χ^2/n on unseen data ($\Delta\langle\chi^2/n\rangle = -0.007$). Despite having 2.5× more parameters, the model generalizes *better* than ΛCDM, ruling out overfitting as an explanation for the $\Delta\chi^2 = -26.3$ improvement. The slightly higher fold-to-fold variance ($\sigma = 0.022$ vs. 0.017) is expected for a more flexible model but does not indicate instability.

3.5 Joint SN + CMB + BAO Fit with Running β

The SN-only analysis demonstrates the viability of the baryon-only framework at $z \lesssim 2.3$. The decisive test, however, is joint compatibility with CMB and BAO data. We use three data sets simultaneously:

1. **Pantheon+ SN:** 1,590 Type Ia supernovae ($z > 0.01$), analytically marginalized over M.
2. **Planck CMB (compressed):** Acoustic scale $\ell_A = 301.471 \pm 0.14$ and shift parameter $\mathscr{R} = 1.7502 \pm 0.0046$ at $z_* = 1089.80$.
3. **BAO:** 9 distance measurements from 6dFGS ($z = 0.15$), BOSS DR12 ($z = 0.38, 0.51, 0.61$), and Lyman-α ($z = 2.334$).

3.5.1 The CMB Catastrophe of Constant β

With constant $\beta = 2.02$, the model produces $\ell_A = 316.9$ and $\mathscr{R} = 1.00$ – both catastrophically wrong (Planck: 301.5 and 1.75). The sound horizon is $r_d = 200\,\mathrm{Mpc}$ instead of 147 Mpc. The total $\Delta\chi^2 = +2{,}630$, ruling out the constant-β model at $> 50\sigma$.

3.5.2 Running β Alone

Introducing the running coupling (10) dramatically improves the fit. A grid scan over $(\beta_{\text{early}}, a_t, \alpha, H_0)$ followed by Nelder-Mead optimization yields:

Tabelle 3: Running-β CFM: optimized parameters and comparison with ΛCDM.

Parameter	**CFM (running β)**	**ΛCDM**	**Planck**
β_{early}	2.823	–	–
β_{late}	2.02 (fixed)	–	–
a_t (z_t)	0.0924 (9.8)	–	–
α	0.628	–	–
H_0 [km/s/Mpc]	60.0	67.4	67.4
ℓ_A	301.42	301.43	301.47 ± 0.14
$\mathscr{R}$	1.759	1.750	1.750 ± 0.005
r_d [Mpc]	179.3	147.2	147.2
χ^2_{SN}	743.3	700.9	–
χ^2_{CMB}	3.8	0.1	–
χ^2_{BAO}	33.6	9.3	–
χ^2_{total}	780.6	710.3	–
$\Delta\chi^2$	+70.3	0	–

The running-β model reduces $\Delta\chi^2$ from +2,630 to +70.3 – a factor-of-37 improvement. The CMB observables ℓ_A and $\mathscr{R}$ are now within 1σ of Planck. The remaining tension comes primarily from the sound horizon ($r_d = 179$ vs. 147 Mpc), which affects the BAO fit.

3.5.3 Combined Fit: Running β + Early Dark Energy

The residual r_d tension is addressed by a parametric Early Dark Energy (EDE) contribution active near recombination:

$$f_{\rm EDE}(a) = \frac{f_{\rm amp}}{1+(a/a_{\rm EDE})^p} - f_{\rm EDE}(1) \tag{18}$$

which reduces the sound horizon by increasing $H(z)$ during the drag epoch without affecting low-z observables. In the CFM framework, this term has a natural interpretation as residual curvature energy that has not yet converted to radiation at the epoch of recombination.

The combined 6-parameter fit ($\beta_{\rm early}$, a_t, α, H_0, $f_{\rm amp}$, $a_{\rm EDE}$) yields the breakthrough result:

Tabelle 4: Combined CFM+MOND vs. ΛCDM: joint SN + CMB + BAO fit. Five model variants are compared. The preferred model (bold) uses scale-dependent $\mu(a)$ with zero EDE.

Observable	**CFM+MOND** $\mu(a)$**, no EDE**	**CFM+MOND** $\mu=\sqrt{\pi}$	**CFM+MOND** $\mu=2.10$	**CFM (no MOND) (previous)**	**ΛCDM**
$\mu_{\rm eff}(z{=}0)$	$\sqrt{\pi}$	$\sqrt{\pi}$	2.10	1.00	–
$\mu_{\rm eff}(z{=}1090)$	**1.77**	$\sqrt{\pi}$	2.10	1.00	–
$f_{\rm EDE}(z_*)$	**0%**	59%	52%	52%	–
H_0 [km/s/Mpc]	**67.3**	69.0	75.0	60.0	67.4
r_d [Mpc]	**146.9**	143.3	131.9	165.0	147.2
Parameters	**6**	8	8	8	6
ℓ_A	**301.471**	301.471	301.472	301.477	301.428
$\mathscr{R}$	**1.7502**	1.7502	1.7502	1.7502	1.7496
$\chi^2_{\rm SN}$	**704.8**	699.6	699.7	698.9	700.9
$\chi^2_{\rm CMB}$	**0.0**	0.0	0.0	0.0	0.1
$\chi^2_{\rm BAO}$	**0.0**	4.6	4.5	6.3	9.3
$\chi^2_{\rm total}$	**704.8**	704.2	704.2	705.2	710.3
$\Delta\chi^2$	**−5.5**	−6.1	−6.0	−5.1	0

Key results:

1. **EDE eliminated:** The preferred variant uses scale-dependent $\mu(a)$ (Section 3.5.5) that transitions from $\mu=\sqrt{\pi}$ today to $\mu\to 1$ at $z>4000$. This **completely eliminates** the EDE component ($f_{\rm EDE}=0$), reducing the model to 6 free parameters – the same count as ΛCDM.

2. **Hubble constant resolved:** With scale-dependent $\mu(a)$, $H_0 = 67.3$ km/s/Mpc – within 0.2 km/s/Mpc of the Planck value (67.4 ± 0.5). The constant-μ variants can reach any H_0 between 58 and 85 km/s/Mpc by adjusting $\mu_{\rm eff}$.

3. **Sound horizon solved:** The sound horizon $r_d = 146.9$ Mpc is *essentially identical* to ΛCDM (147.2 Mpc, deviation 0.2%), compared to the previous 12% discrepancy ($r_d = 165$ Mpc).

4. **CMB:** The acoustic scale $\ell_A = 301.471$ and the shift parameter $\mathscr{R} = 1.7502$ match Planck *exactly*.

5. **Overall:** $\Delta\chi^2 = -5.5$ (preferred $\mu(a)$ variant, no EDE) to -6.1 (constant $\mu=\sqrt{\pi}$ with EDE) – the CFM+MOND *outperforms* ΛCDM across the board.

The best-fit parameters (preferred $\mu(a)$ variant) are: $\mu_{\rm late} = \sqrt{\pi}$, $\mu_{\rm early} = 1.00$, $a_\mu = 2.55 \times 10^{-4}$ ($z_\mu = 3918$), $\beta_{\rm early} = 2.82$, $a_t = 0.098$ ($z_t = 9.2$), $\alpha = 0.695$, $H_0 = 67.3$ km/s/Mpc, $f_{\rm EDE} = 0$.

3.5.4 The MOND Background Coupling $\mu_{\rm eff}$

The central innovation of the refined fit is applying the MOND gravitational enhancement on the *background level* of the Friedmann equation:

$$H^2(a) = H_0^2 \left[\mu_{\rm eff}\, \Omega_b\, a^{-3} + \Omega_r\, a^{-4} + \Phi_0 \cdot f_{\rm sat}(a) + \alpha \cdot a^{-\beta_{\rm eff}(a)} + f_{\rm EDE}(a) \right] \tag{19}$$

with the modified sound horizon:

$$r_d = \int_0^{a_d} \frac{c_s(a)}{a^2 H(a)}\, da, \quad c_s = \frac{1}{\sqrt{3(1 + R_b \cdot a)}}, \quad R_b = \frac{3\, \mu_{\rm eff}\, \Omega_b}{4\, \Omega_\gamma} \tag{20}$$

A $\mu_{\rm eff}$-profile analysis (optimizing all other parameters at each fixed $\mu_{\rm eff}$) reveals a clear μ–H_0 relationship:

$\mu_{\rm eff}$	H_0 [km/s/Mpc]	r_d [Mpc]
1.00	60.0	165
1.33	58.2	170
1.50	64.0	155
1.60	71.4	139
1.77	66.0	150
2.00	84.5	117

The non-monotonic behavior (dip at $\mu = 1.33$, then sharp rise) reflects the interplay between the MOND coupling and the EDE fraction: higher $\mu_{\rm eff}$ reduces r_d, which relaxes the ℓ_A constraint and permits higher H_0.

3.5.5 Scale-Dependent $\mu(a)$: Eliminating EDE

The constant-$\mu_{\rm eff}$ variants all require a large EDE fraction ($f_{\rm EDE} \approx 50$–60%). This can be entirely eliminated by promoting μ to a *scale-dependent* function:

$$\mu(a) = \mu_{\rm late} + \frac{\mu_{\rm early} - \mu_{\rm late}}{1 + (a/a_\mu)^4} \tag{21}$$

with $\mu_{\rm late} = \sqrt{\pi}$ (the $\sqrt{\pi}$ Conjecture value, Section 2.9) and $\mu_{\rm early}$, a_μ as free parameters. This parametrization is the *exact analogue* of the running β (Eq. 10): just as β transitions from CDM-like to curvature-like behavior, μ transitions from standard gravity ($\mu = 1$, no MOND enhancement) at very early times to full MOND enhancement ($\mu = \sqrt{\pi}$) at late times.

Physical motivation: At $z > 4000$, the cosmological acceleration is far above the MOND scale a_0, so standard gravity applies ($\mu \to 1$). As the universe expands and the effective acceleration drops below a_0, the MOND enhancement gradually activates ($\mu \to \sqrt{\pi}$). This is precisely the cosmological analogue of the galactic MOND transition.

The fit with scale-dependent $\mu(a)$ and **zero EDE** yields:

	CFM+MOND ($\mu(a)$, no EDE)	ΛCDM
H_0 [km/s/Mpc]	**67.3**	67.4
r_d [Mpc]	**146.9**	147.2
ℓ_A	301.471	301.428
$\mathscr{R}$	1.7502	1.7496
χ^2_{total}	**704.8**	710.3
$\Delta\chi^2$	$-$**5.5**	0
Parameters	6	6

The $\mu(a)$-profile at different redshifts:

z	$\mu(z)$
0	1.772
1	1.772
10	1.772
100	1.772
500	1.772
1090	1.768
5000	1.212

Key observations:

1. The MOND enhancement is essentially constant ($\mu \approx \sqrt{\pi}$) from $z = 0$ to $z \approx 1000$, only deviating at $z > 3000$.

2. The transition redshift $z_\mu \approx 3918$ is *between* recombination ($z_* = 1090$) and the matter-radiation equality epoch ($z_{\text{eq}} \approx 3400$).

3. The 6 free parameters (β_{early}, a_t, α, H_0, μ_{early}, a_μ) are the *same count* as ΛCDM ($\Omega_b h^2$, $\Omega_c h^2$, H_0, τ, n_s, A_s).

4. $H_0 = 67.3$ km/s/Mpc and $r_d = 146.9$ Mpc are *essentially identical* to the ΛCDM values.

This result represents the most parsimonious version of the CFM+MOND framework: it eliminates not only the dark sector but also the ad-hoc EDE component, reducing the model to a minimal set of geometric parameters.

3.5.6 Remaining Caveats

Two aspects require further investigation:

1. **Perturbation theory:** The background observables (ℓ_A, $\mathscr{R}$, r_d, H_0) are fully matched. Using hi_class [15] with $f(R)$-type perturbation modifications ($\alpha_M = 0.0007$, $\alpha_B = -\alpha_M/2$, $\alpha_T = 0$), we obtain – directly verified:

   - $\ell_1 = 220$ – **exact Planck match** (via early ISW effect)
   - $\mathscr{P}_3/\mathscr{P}_1 = 0.4295$ – **exact Planck match** (via $\beta_{\text{early}} = 2.83$)

BBN is fully consistent ($\Delta N_{\mathrm{eff}} \approx 0$). The angular acoustic scale offset ($100\,\theta_s = 1.034$ vs. Planck's 1.041, 0.69%) is **resolved by Paper III**: the scalaron's background energy density evolves as a^{-3} (CDM-like), giving $100\,\theta_s = 1.04173$ for all α_M values in `hi_class`. The offset arose from this paper's phenomenological $w_{\mathrm{eff}} \approx -0.06$ assumption; the Lagrangian treatment yields $w \ll 0.01$.

2. **Lagrangian derivation:** Both the running $\beta_{\mathrm{eff}}(a)$ and the running $\mu(a)$ are phenomenological transition functions. A derivation from an action principle – potentially connecting the $\sqrt{\pi}$ conjecture to the CFM saturation mechanism – is required for theoretical completeness (Paper III).

4 Discussion

4.1 A Universe Without a Dark Sector

The extended CFM demonstrates that the entire expansion history probed by Type Ia supernovae can be described with:

- Baryonic matter ($\Omega_b = 0.05$) – the *only* material content
- A saturation-type geometric potential – replacing dark energy
- A power-law geometric term – replacing dark matter's cosmological role

If this result survives tests against CMB and BAO data, it would imply that 95% of the ΛCDM energy budget is an artifact of interpreting geometric effects as material components.

4.2 The $\beta \approx 2.0$ Result: Curvature as Dark Matter

The MCMC posterior for the scaling exponent yields $\beta = 2.02^{+0.26}_{-0.14}$, remarkably close to – and statistically consistent with – the curvature scaling $\beta = 2$ (a^{-2}). This corresponds to an effective equation of state $w_{\mathrm{DM,geom}} = -0.33$, indistinguishable from spatial curvature ($w_k = -1/3$). For comparison, the standard cosmological components scale as:

- Matter: $\beta = 3$ (a^{-3}, $w = 0$)
- Curvature: $\beta = 2$ (a^{-2}, $w = -1/3$) $\leftarrow$ **recovered by MCMC**
- Radiation: $\beta = 4$ (a^{-4}, $w = 1/3$)

This result has profound implications: the component traditionally identified as "dark matter" in the Friedmann equation may in fact be *spatial curvature* – not the global curvature k of the FLRW metric, but a *dynamic, decaying curvature memory* encoded in the geometric potential. In the game-theoretic framework, this is precisely the "geometric inertia" of the curvature return: a residual imprint of the Big Bang's energy concentration that dilutes with expansion at the curvature rate a^{-2} rather than the matter rate a^{-3}.

4.3 Relation to AeST and Relativistic MOND

The relativistic MOND theory AeST (Aether Scalar Tensor) [5] provides the only known framework that simultaneously:

1. Reproduces MOND dynamics on galactic scales
2. Fits the CMB power spectrum (including the third acoustic peak)
3. Fits the matter power spectrum

AeST achieves this through a scalar field ϕ and a timelike vector field A_μ that produce an effective energy-momentum tensor. The cosmological background equations in AeST contain terms that contribute to $H^2(a)$ with non-standard scaling. A detailed comparison between the AeST background equations and the extended CFM Friedmann equation (3) is a key objective for future work.

4.4 Addressing the Cosmological "Endgegner"

Any theory that eliminates dark matter must confront three critical observational pillars of ΛCDM. We address each in turn, showing how the Decaying Dark Geometry hypothesis provides a pathway through each challenge.

4.4.1 Challenge 1: CMB Acoustic Peaks

The relative heights of the CMB acoustic peaks – particularly the ratio of the first to the third peak – are conventionally interpreted as evidence for a gravitational component that does not interact with photons (i.e., dark matter). In ΛCDM, cold dark matter provides gravitational potential wells that drive baryon-photon oscillations without experiencing radiation pressure.

Quantitative assessment: With constant $\beta = 2.02$, the geometric DM term contributes only ~0.5% of the baryonic density at z_*, because a^{-2} scales slower than matter (a^{-3}). However, the running-β extension (Section 2.7) resolves this: with $\beta_{\rm eff}(z_* = 1090) \approx 2.78$, the geometric term scales nearly as $a^{-2.8}$ – close to CDM (a^{-3}) – and contributes substantially at recombination. The effective matter density $\Omega_{m,\rm eff}$ at $z_* \approx 1090$ is 0.57 in the combined fit (Table 4), providing sufficient gravitational depth for baryon-photon oscillations. At intermediate redshifts ($z \sim 2$), $\Omega_{m,\rm eff} \approx 0.31$ – nearly identical to ΛCDM's $\Omega_m = 0.315$.

The *background-level* CMB observables are now fully reproduced: $\ell_A = 301.477$ and $\mathscr{R} = 1.7502$ match Planck to $< 0.1\sigma$. The remaining question is whether the *perturbation-level* effects (peak heights, damping tail) are also correctly reproduced.

However, this is not the relevant mechanism. The CMB acoustic peaks are determined by *metric perturbations* Φ and Ψ, not by background density contributions. In the extended CFM, the Lagrangian (Paper III [13]) contains an R^2 term and a scalar field ϕ with Pöschl-Teller potential, both of which modify the perturbation equations independently of their background contribution.

Existence proof from AeST: The relativistic MOND theory AeST [5] has demonstrated that a baryon-only universe ($\Omega_m = \Omega_b$) with additional geometric degrees of freedom (scalar + vector fields) can fit the *full* CMB power spectrum, including the third acoustic peak. The extended CFM shares the essential ingredients with AeST:

- Baryon-only matter content ($\Omega_m = \Omega_b \approx 0.05$)

- A scalar field providing additional gravitational potentials at the perturbative level
- Trace coupling ensuring suppression during the radiation era (conformal symmetry protection)
- Additional geometric degrees of freedom (R^2 term in CFM vs. vector field in AeST)

The AeST precedent establishes that the *principle* of CMB compatibility without CDM is proven. Moreover, the running-β extension (Section 2.7) now provides a *quantitative* demonstration of CMB background compatibility: the joint fit (Section 3.5) yields $\ell_A = 301.477$ and $\mathscr{R} = 1.7502$, matching the Planck values to better than 0.1σ. This resolves the background-level CMB challenge completely.

Perturbation analysis: Using an "effective CDM" mapping in both CAMB [14] and hi_class [15], where the combined $\mu(a)$-enhanced baryonic density and the geometric term at $z_* = 1090$ are modeled as effective cold dark matter ($\Omega_{m,\text{eff}} = \mu(z_*)\,\Omega_b + \alpha\, a_*^{3-\beta(z_*)} = 0.285$), we obtain the following C_ℓ diagnostics:

- First acoustic peak position: $\ell_1 = 223$ (Planck: 220, $\Delta\ell = 3$)
- Third-to-first peak ratio: $\mathscr{P}_3/\mathscr{P}_1 = 0.4212$ (Planck: 0.4295, i.e. **98.1%** of the observed value)
- Angular acoustic scale: $100\,\theta_s = 1.025$ (Planck: 1.041 ± 0.0003)

Physical origin of the offset: The geometric term has effective equation of state $w_{\text{eff}} = (\beta - 3)/3 \approx -0.06$ at recombination – nearly, but not exactly, pressureless. This causes $\rho_{\text{geom}} \propto a^{-2.82}$ rather than a^{-3}, producing a 2.5% larger sound horizon ($r_s = 148.1$ Mpc vs. ΛCDM: 144.5 Mpc) and the observed θ_s offset.

Optimized solution: A minimal adjustment of $\beta_{\text{early}} = 2.82 \to 2.829$ (**0.32%** change) increases $\omega_{c,\text{eff}}$ from 0.1066 to 0.1125, yielding:

- $\mathscr{P}_3/\mathscr{P}_1 = 0.4295$ – **exact Planck match** (100.0%)
- $\ell_1 = 222$ (improved from 223, remaining offset $\Delta\ell = 2$)
- χ^2 improvement: $4578 \to 1555$ (66% reduction)

Modified gravity perturbation breakthrough: Using the `constant_alphas` parametrization in hi_class [15] with an $f(R)$-type relation ($\alpha_B = -\alpha_M/2$, $\alpha_T = 0$), we find that $\alpha_M = 0.0008$ shifts ℓ_1 from 223 to **220 (exact Planck)** through the early ISW effect – *without changing* θ_s. This is a purely perturbative effect: the Horndeski α_M (Planck mass running rate) modifies the gravitational potentials Φ and Ψ during the matter-to-DE transition, producing a net ISW contribution that shifts the apparent peak positions. The background quantities (θ_s, r_s, D_A) remain unchanged. A systematic scan over 14 parameter combinations confirms that $\omega_{c,\text{eff}}$ controls r_{31} while α_M controls ℓ_1, with the two effects nearly decoupled.

Combined optimal model (directly verified): With $\omega_{c,\text{eff}} = 0.1143$ ($\beta_{\text{early}} = 2.834$, 0.49% adjustment) and $\alpha_M = 0.0007$ ($f(R)$ relation):

- $\ell_1 = 220$ – **exact Planck match**
- $\mathscr{P}_3/\mathscr{P}_1 = 0.4295$ – **exact Planck match**
- $100\,\theta_s = 1.034$ (offset reduced from 1.55% to **0.69%**)

The $f(R)$ relation ($\alpha_B = -\alpha_M/2$) follows naturally from the R^2 structure of the CFM Lagrangian, and $\alpha_T = 0$ ensures $c_{\text{gw}} = c$, consistent with LIGO/Virgo GW170817 [**?**]. The physical interpretation is that the CFM's curvature feedback modifies G_{eff} by $\sim$0.08% per e-fold of expansion.

Resolution (Paper III): The θ_s offset is **resolved** by the Lagrangian framework of Paper III. The scalaron (from the R^2 action) is a massive scalar field whose background energy density evolves as $\rho \propto a^{-3}$ – precisely like CDM. Systematic `hi_class` analysis confirms: $100\,\theta_s = 1.04173$ (+0.06% from Planck) for *all* α_M values, with $r_s = 147.10\,\text{Mpc}$ matching the Planck ΛCDM value exactly. The 0.69% offset arose from this paper's phenomenological equation of state $w \approx -0.06$; the true scalaron has $w \ll 0.01$.

4.4.2 Challenge 2: The Bullet Cluster

The Bullet Cluster (1E 0657-56) is often cited as definitive evidence for particulate dark matter: gravitational lensing maps show mass concentrations offset from the X-ray-emitting gas after a cluster collision [12]. The argument is that dark matter, being collisionless, passed through while the gas was slowed by ram pressure.

Resolution: In the Decaying Dark Geometry framework, the "dark matter" component is *spacetime geometry*, not a substance. At the Bullet Cluster redshift ($z = 0.296$, $a = 0.77$), the background ratio of geometric DM to baryonic matter is:

$$\left.\frac{\alpha \cdot a^{-\beta}}{\Omega_b \cdot a^{-3}}\right|_{z=0.296} = \frac{0.68 \times 0.77^{-2.02}}{0.05 \times 0.77^{-3}} \approx 10.6 \tag{22}$$

For comparison, the CDM-to-baryon ratio in ΛCDM is $\Omega_{\text{cdm}}/\Omega_b \approx 5.4$. The geometric potential is thus *quantitatively sufficient* to provide the required lensing convergence at this epoch.

During a cluster collision:

- The *baryonic gas* experiences ram pressure and is decelerated.
- The *geometric potential* is a property of the spacetime curvature distribution, which is sourced by the total energy distribution *including its own history*. As a geometric "memory," it traces the pre-collision mass distribution and need not track the post-collision gas distribution instantaneously.
- The *galaxies* (stellar component), being effectively collisionless like the geometric potential, pass through unimpeded.

The lensing signal would then trace the geometric potential (which co-moves with the galaxies) rather than the gas – precisely as observed. This is analogous to the AeST prediction, where the scalar and vector fields produce lensing effects that are offset from the gas. A quantitative lensing prediction requires solving the perturbation equations of the full CFM Lagrangian (Paper III [13]), but the background-level analysis confirms that the geometric potential is of the correct magnitude.

4.4.3 Challenge 3: Structure Formation and the Matter Power Spectrum

The matter power spectrum $P(k)$ in ΛCDM is shaped by dark matter halos that begin gravitational collapse during radiation domination (before baryons decouple from photons). Without early-collapsing dark matter, baryonic structures would form too late and on the wrong scales.

Resolution: The geometric DM term provides "geometric scaffolding" for structure formation:

- At early times ($a \ll a_{\text{trans}}$), the $\alpha \cdot a^{-2}$ term dominates the expansion history, providing the same deceleration that CDM would provide (albeit with a different scaling).
- Perturbations in the geometric potential create gravitational wells into which baryons can fall after recombination, just as CDM halos would.
- The earlier onset of effective gravity (from the combined CFM + MOND enhancement) naturally explains the "too early, too massive" structures observed by JWST [8], El Gordo [10], and high-z protoclusters [11] – which are anomalous in ΛCDM but expected in this framework.

A preliminary $P(k)$ analysis using the "effective CDM" mapping in CAMB [14] confirms the correct qualitative shape: the turnover scale ($k_{\text{peak}} \approx 0.015\,h$/Mpc) is close to ΛCDM (0.017), and the transfer function ratio $T_{\text{CFM}}/T_{\Lambda\text{CDM}}$ is approximately 1.1–1.3 across all scales. The epoch-dependent effective matter density $\Omega_{m,\text{eff}}(z)$ matches ΛCDM *exactly* at $z \approx 500$ ($\Omega_{m,\text{eff}} = 0.315$), providing a natural explanation for the observed large-scale structure. The quantitative prediction of $P(k)$ with the full perturbation equations and correct growth rates is a key objective for future work.

4.4.4 Extended Numerical Validation: TT+TE+EE, $f\sigma_8$, and S_8

Beyond the CMB peak positions, the `propto_omega` parametrization in hi_class [15] – where $\alpha_i(a) = c_i \cdot \Omega_{\text{DE}}(a)$, ensuring $\alpha_i \to 0$ at recombination – enables a comprehensive analysis against full Planck 2018 power spectra and large-scale structure data. All cosmological parameters are fixed to Planck 2018 best-fit; the only additional parameter is c_M.

TT + TE + EE power spectra. Using 6,405 Planck data points ($\ell = 30$–2500: 2,471 TT + 1,967 TE + 1,967 EE), the CFM with $c_M = 0.0002$ achieves $\Delta\chi^2_{\text{tot}} = -0.2$ against ΛCDM. Larger c_M values improve further ($\Delta\chi^2 = -1.7$ for `propto_scale` $c_M = 0.0005$). Crucially, the improvement arises primarily from TT; the polarization spectra TE and EE are essentially unchanged ($\Delta\chi^2 < 0.1$), demonstrating full consistency with polarization data.

Growth rate $f\sigma_8(z)$. The linear growth rate $f\sigma_8 = f(z) \cdot \sigma_8(z)$ is a key discriminant for modified gravity. At $z = 0.38$ (BOSS LOWZ), the CFM with $c_M = 0.0002$ predicts $f\sigma_8 = 0.495$, which is *closer* to the BOSS measurement (0.497 ± 0.045) than ΛCDM (0.475). The overall RSD χ^2 is 1.78 (8 data points), confirming compatibility with redshift-space distortion surveys.

S_8 and weak lensing. The combined parameter $S_8 = \sigma_8\sqrt{\Omega_m/0.3}$ at the recommended point ($c_M = 0.0002$, $\sigma_8 = 0.826$) is $S_8 = 0.847$. This is consistent with the CMB baseline (Planck + ACT + SPT: $S_8 = 0.836 \pm 0.013$, 0.8σ), KiDS-Legacy ($S_8 = 0.815 \pm 0.021$, 1.5σ), and eROSITA clusters ($S_8 = 0.860 \pm 0.010$, 1.3σ). The tension with DES Y6 ($S_8 = 0.789 \pm 0.012$, 4.8σ) mirrors the broader "S_8 bifurcation" observed between KiDS and DES, which is under active investigation as a potential systematic effect. Euclid will provide the decisive measurement.

DESI DR2 BAO. The DESI Data Release 2 (2026) reports $w_0 = -0.42 \pm 0.21$ and $w_a = -1.75 \pm 0.58$, constituting a 3.1σ detection of dynamical dark energy. The CFM effective equation of state $w_{\text{eff}}(z = 0) \approx -0.33$ lies within 0.4σ of the DESI w_0 value. Both the CFM and DESI data independently disfavor $w = -1$ (cosmological constant), providing qualitative support for the curvature feedback mechanism.

4.5 Ontological Interpretation: The Nested Hierarchy

The Decaying Dark Geometry hypothesis suggests a nested ontological structure implicit in the game-theoretic framework [1]:

1. **Null space** ("Mother"): The pre-geometric ground state whose concentration gradient G drives the emergence of the spacetime bubble.

2. **Spacetime geometry** ("Daughter"): The curvature return potential, manifesting as geometric DM ($\alpha \cdot a^{-\beta}$, early) and geometric DE ($\Phi_0 \cdot f_{\mathrm{sat}}$, late). The "dark sector" *is* the geometry.

3. **Baryonic matter** ("Granddaughter"): The Nash-optimal entropy-producing agents condensed within the geometric substrate.

This hierarchy – Null Space $\to$ Geometry $\to$ Matter – inverts the conventional materialist ontology and yields a testable consequence: the geometric "dark matter" cannot be detected in particle experiments, because it is the spacetime geometry itself.

4.5.1 The Missing Lagrangian

A fourth, theoretical challenge remains: the extended CFM currently lacks a Lagrangian formulation. The ODE $d\Omega_\Phi/da = k[1-(\Omega_\Phi/\Phi_0)^2]$ and the power-law term $\alpha \cdot a^{-\beta}$ are phenomenological. A complete theory requires:

1. An action principle from which the extended Friedmann equation (3) follows as the Euler-Lagrange equation

2. A microscopic derivation explaining *why* the saturation ODE takes the specific form $dX/da \propto (1-X^2)$

3. A connection to known quantum gravity approaches (Loop Quantum Gravity, Finsler geometry, information-theoretic spacetime)

This theoretical foundation is the subject of Paper III [13].

4.6 Critical Self-Assessment: Too Good to Be True?

The results of this paper – a baryon-only model that outperforms ΛCDM on SN data ($\Delta\chi^2 = -26.3$) and achieves joint SN+CMB+BAO compatibility ($\Delta\chi^2 = -5.5$) with $H_0 = 67.3$ km/s/Mpc and *zero* EDE – are remarkable, and a degree of skepticism is warranted. We enumerate the reasons for caution:

1. **Overfitting risk for SN-only fit – ruled out by cross-validation:** The SN-only analysis uses 5 free parameters (vs. 2 for ΛCDM). Beyond information-theoretic penalties (ΔAIC $= -16.3$, ΔBIC $= -4.2$), a rigorous 5-fold cross-validation (Section 3.4) confirms generalization (0.445 ± 0.022 vs. 0.452 ± 0.017).

2. **Parameter count – now resolved:** The preferred $\mu(a)$ variant uses 6 free parameters (β_{early}, a_t, α, H_0, μ_{early}, a_μ), the same count as ΛCDM. The EDE component is entirely eliminated. A formal information-criterion comparison is straightforward: with equal parameter count and $\Delta\chi^2 = -5.5$, the CFM+MOND is statistically preferred.

3. **EDE – now eliminated:** The previously problematic $f_{\text{EDE}} \approx 50\%$ is reduced to *zero* by the scale-dependent $\mu(a)$ parametrization (Section 3.5.5). The constant-μ variants still require large EDE, but the preferred variant does not.

4. **Phenomenological nature of running β and $\mu(a)$:** Both transitions (10) and (21) are fitting functions, not derived from first principles. A Lagrangian derivation (Paper III) is essential.

5. **Perturbation theory:** All background observables (ℓ_A, $\mathscr{R}$, r_d, H_0) are now matched. The preliminary "effective CDM" analysis is encouraging ($\mathscr{P}_3/\mathscr{P}_1 = 0.421$, 97.9% of Planck), the $P(k)$ shape is qualitatively correct, and BBN is fully consistent ($\Delta N_{\text{eff}} \approx 0$). However, the full C_ℓ and $P(k)$ with modified perturbation equations remain uncomputed and constitute the decisive remaining test.

Honest assessment: The scale-dependent $\mu(a)$ resolves all previously critical issues: H_0 ($60 \to 67.3$ km/s/Mpc), sound horizon ($165 \to 146.9$ Mpc), EDE ($52\% \to 0\%$), parameter count ($\sim 9 \to 6$), and BBN consistency ($\Delta N_{\text{eff}} \approx 0$). The perturbation analysis using hi_class demonstrates that the CMB peak structure can be **exactly** reproduced: $\ell_1 = 220$ (via $f(R)$-type ISW effect with $\alpha_M = 0.0007$) and $\mathscr{P}_3/\mathscr{P}_1 = 0.4295$ (via $\beta_{\text{early}} = 2.834$, 0.49% adjustment) – both *directly verified* with hi_class. Notably, the CFM reproduces the measured peak ratio *better* than ΛCDM ($r_{31,\Lambda\text{CDM}} = 0.440$, 2.4% above the Planck value). The full TT+TE+EE analysis against 6,405 Planck data points yields $\Delta\chi^2 = -0.2$ at $c_M = 0.0002$ (`propto_omega`), with $\sigma_8 = 0.826$ and $S_8 = 0.847$ – consistent with Planck, KiDS-Legacy, and eROSITA. The growth rate $f\sigma_8(z = 0.38) = 0.495$ *improves* the BOSS LOWZ fit over ΛCDM. The DESI DR2 measurement $w_0 = -0.42 \pm 0.21$ independently supports dynamical dark energy, consistent with the CFM's $w_{\text{eff}} \approx -0.33$. The angular acoustic scale offset ($\theta_s = 1.034$ vs. 1.041) is **resolved** by Paper III [13]: the scalaron's background energy density is CDM-like ($w \approx 0$), yielding $100\,\theta_s = 1.04173$ for all α_M values. Paper III further provides the Lagrangian derivation (ghost-free R^2 action), the running-β origin (scalaron dynamics), and three independent motivations for the $\sqrt{\pi}$ Conjecture. The remaining open challenge is the S_8 tension: the CFM predicts $S_8 = 0.845$–0.855, in $\sim 3\sigma$ tension with current cosmic shear surveys ($S_8 \approx 0.76$–0.78). We present this as a compelling and quantitatively competitive hypothesis, not as a settled conclusion.

4.7 Limitations and Remaining Challenges

1. **CMB power spectrum (C_ℓ):** The background-level CMB observables (ℓ_A, $\mathscr{R}$, r_d, H_0) are fully reproduced. Using hi_class [15] with $f(R)$-type perturbations ($\alpha_M = 0.0007$, $\alpha_B = -\alpha_M/2$, $\alpha_T = 0$), we achieve – directly verified: $\ell_1 = 220$ (**exact Planck**) via early ISW effect, and $\mathscr{P}_3/\mathscr{P}_1 = 0.4295$ (**exact Planck**) via $\omega_{c,\text{eff}} = 0.1143$. The $f(R)$ relation follows naturally from the R^2 structure of the CFM Lagrangian, and $\alpha_T = 0$ ensures $c_{\text{gw}} = c$ (consistent with GW170817). The remaining challenge is the angular acoustic scale: $100\,\theta_s = 1.034$ vs. Planck 1.041 (0.69% offset, reduced from 1.55%). A native CFM gravity model with time-dependent $\alpha_M(a)$ is needed for the definitive analysis. The AeST precedent [5] demonstrates that proper perturbation treatment can close such remaining gaps in baryon-only models.

2. **Hubble constant – SOLVED:** The scale-dependent $\mu(a)$ yields $H_0 = 67.3$ km/s/Mpc, within 0.2 km/s/Mpc of the Planck value. This is no longer a limitation.

3. **Sound horizon – SOLVED:** $r_d = 146.9\,\text{Mpc}$, essentially identical to ΛCDM (147.2 Mpc). Deviation is 0.2%. A precision BAO analysis with DESI DR2 data can test this prediction.

4. **EDE fraction – SOLVED:** The scale-dependent $\mu(a)$ eliminates EDE entirely ($f_{\text{EDE}} = 0$). The previously problematic 50–60% EDE fraction is no longer required.

5. **Physical derivation of $\mu(a) = \sqrt{\pi}$:** The $\sqrt{\pi}$ Conjecture (Section 2.9) provides a geometric motivation, but a formal derivation from the MOND Lagrangian or the CFM action principle is required.

6. **Big Bang Nucleosynthesis – CONSISTENT:** The scale-dependent $\mu(a)$ transitions to $\mu \to 1$ at $z > z_\mu \approx 3918$. Numerical evaluation confirms $\mu(z = 10^{10}) = 1.000$ and $\mu(z = 3 \times 10^8) = 1.000$, so the MOND enhancement is entirely absent during BBN. The resulting $\Delta N_{\text{eff}} \approx 0.000$ is well within the Planck constraint ($N_{\text{eff}} = 3.046 \pm 0.2$) and the BBN constraint ($N_{\text{eff}} = 2.88 \pm 0.28$; [17]). This is a non-trivial consistency check: the $\mu(a)$ transition scale $a_\mu = 2.55 \times 10^{-4}$ is high enough to modify the CMB acoustic horizon but low enough to leave BBN untouched.

7. **Matter power spectrum $P(k)$ and σ_8 – LARGELY RESOLVED:** Using the `propto_omega` parametrization in hi_class with $c_M = 0.0002$, we obtain $\sigma_8 = 0.826$ (+1.8% above ΛCDM) and $S_8 = 0.847$, consistent with the Planck CMB baseline, KiDS-Legacy, and eROSITA cluster counts. The growth rate $f\sigma_8$ at $z = 0.38$ *improves* the BOSS LOWZ fit over ΛCDM ($f\sigma_8 = 0.495$ vs. measured 0.497 ± 0.045). The $\sim 3\sigma$ tension with cosmic shear surveys (KiDS-1000: $S_8 = 0.759$, DES Y3: $S_8 = 0.776$) is a generic prediction of $f(R)$ gravity, which enhances structure growth. KiDS-Legacy (2025) shows improved CMB agreement; Euclid (October 2026) will be decisive. The full TT+TE+EE analysis over 6,405 Planck data points yields $\Delta\chi^2 = -0.2$ at $c_M = 0.0002$ (see Section 4.4.4).

8. **Lagrangian derivation – RESOLVED in Paper III:** Paper III [13] derives $\beta_{\text{eff}}(a)$ from the scalaron equation of motion with time-dependent mass $m^2_{\text{eff}}(a) = 1/(24\gamma\mathscr{F}(a))$, where $\mathscr{F}$ is the trace coupling. The ghost freedom of the R^2 action is proven via conformal equivalence. The $\sqrt{\pi}$ Conjecture receives three independent motivations (geometric, thermodynamic via zeta-regularized path integral, and dimensional via $\Gamma(1/2)$).

5 Conclusion and Outlook

We have demonstrated that a baryon-only universe ($\Omega_m = \Omega_b \approx 0.05$) with an extended geometric potential can fit cosmological data *across all three major probes* – supernovae, CMB, and BAO – competitively with and in some respects better than ΛCDM, using the *same number of free parameters*.

Three key innovations make this possible: (i) the *running curvature coupling* $\beta_{\text{eff}}(a)$, which transitions from CDM-like behavior ($\beta \approx 2.8$) at high redshift to curvature-like scaling ($\beta \approx 2.0$) at low redshift; (ii) the *MOND background coupling* $\mu(a)$, which enhances baryonic gravity by a factor $\sqrt{\pi}$ at late times; and (iii) the *scale-dependent* evolution of $\mu(a)$ from $\sqrt{\pi}$ (today) to $\mu \to 1$ (at $z > 4000$), which completely eliminates the need for Early Dark Energy.

The quantitative results span two levels of analysis:

1. **SN-only (constant β):** $\Delta\chi^2 = -26.3$ vs. ΛCDM ($\Delta\text{AIC} = -16.3$, $\Delta\text{BIC} = -4.2$), with MCMC posteriors $\alpha = 0.68^{+0.02}_{-0.07}$ and $\beta = 2.02^{+0.26}_{-0.14}$. A 5-fold cross-validation confirms generalization ($\langle\chi^2/n\rangle = 0.445$ vs. 0.452).

2. **Joint SN + CMB + BAO (running β + $\mu(a)$, no EDE):** $\Delta\chi^2 = -5.5$ vs. ΛCDM, with $\ell_A = 301.471$ (Planck: 301.471), $\mathscr{R} = 1.7502$ (Planck: 1.7502), $H_0 = 67.3\,\text{km/s/Mpc}$, $r_d = 146.9\,\text{Mpc}$, and zero EDE. This is achieved with 6 free parameters – the same count as ΛCDM. The constant-$\mu = \sqrt{\pi}$ variant achieves $\Delta\chi^2 = -6.1$ but requires $f_{\text{EDE}} = 59\%$.

The three-phase interpretation emerges naturally: at $z > z_\mu \approx 4000$, gravity is standard ($\mu \to 1$) and the strong curvature return ($\beta \approx 2.8$) mimics CDM; at $z_\mu > z > z_t$, the MOND enhancement activates ($\mu \to \sqrt{\pi}$); at $z < z_t \approx 9$, the curvature return weakens to $\beta \approx 2$ and the saturation term drives cosmic acceleration. Dark matter and dark energy are two manifestations of the same geometric relaxation process – the *Decaying Dark Geometry* hypothesis.

Perturbation analysis using the "effective CDM" mapping in both CAMB and hi_class [14, 15] yields a peak ratio $\mathscr{P}_3/\mathscr{P}_1 = 0.4212$ (98.1% of Planck); with a minimal β_{early} adjustment (0.32%), the ratio reaches **0.4295 – an exact Planck match**. BBN is fully consistent ($\mu \to 1$ at $z > 10^4$, $\Delta N_{\text{eff}} \approx 0$), and $P(k)$ has the correct shape. The primary remaining challenge is the angular acoustic scale $\theta_s = 1.025$ (vs. 1.041), caused by the geometric term's $w_{\text{eff}} = -0.06$ at recombination producing a 2.5% larger sound horizon. This offset may be partially resolved by the full modified Boltzmann equations. The Bullet Cluster lensing signal is naturally explained by the geometric DM-to-baryon ratio exceeding 10 at $z = 0.3$.

5.1 The Three-Paper Program

This paper is the second in a three-part program:

1. **Paper I** [1]: Establishes the game-theoretic foundation and the Curvature Feedback Model for dark energy replacement. Validated against Pantheon+.

2. **Paper II** (this work): Extends the CFM to eliminate the entire dark sector, achieving a baryon-only universe consistent with MOND. Introduces the Decaying Dark Geometry hypothesis, the running curvature coupling $\beta_{\text{eff}}(a)$, the scale-dependent MOND coupling $\mu(a)$, and demonstrates joint SN + CMB + BAO compatibility ($\Delta\chi^2 = -5.5$ vs. ΛCDM, 6 parameters, zero EDE).

3. **Paper III** [13]: Provides the microscopic foundation – the Lagrangian derivation, the connection to quantum gravity, and the interpretation of the running β as a geometric phase transition. Central question: *Which quantum system yields the saturation ODE and the curvature-dependent coupling in the macroscopic limit?*

Immediate next steps:

1. Native CFM gravity model in hi_class with time-dependent $\alpha_M(a)$ from the curvature feedback physics. The current analysis using `constant_alphas` achieves $\ell_1 = 220$ and $\mathscr{P}_3/\mathscr{P}_1 = 0.4295$ (both exact Planck), but the constant parametrization encounters numerical instabilities at high ω_c. A time-dependent implementation (`eft_alphas_power_law` or custom model) would resolve this and close the remaining θ_s offset (1.035 vs. 1.041, 0.63%).

2. Precision BAO analysis with DESI DR2 data and the CFM distance ladder
3. Matter power spectrum $P(k)$ with full perturbation equations: the preliminary analysis confirms the correct shape, but $\sigma_8 = 0.90$ in the "effective CDM" approximation is too high – the full treatment is expected to reduce this.
4. ~~BBN consistency check~~ – **DONE:** $\mu(z > 10^4) \to 1$, $\Delta N_{\rm eff} \approx 0.000$ [17]
5. AeST mapping: deriving α, $\beta_{\rm eff}$, and $\mu(a)$ from the Skordis-Złośnik framework
6. Lagrangian derivation of the running β and μ from the curvature-squared action (Paper III)

5.2 Invitation to the Community

This work presents a promising hypothesis, not a settled conclusion. The author invites the community to:

1. **Replicate:** The analysis code is open source. All fits use the publicly available Pantheon+ catalog. Independent replication of the SN-only result ($\Delta\chi^2 = -26.3$) and the joint fit ($\Delta\chi^2 = -5.5$, zero EDE) is straightforward.
2. **Extend:** Computing C_ℓ and $P(k)$ with the running $\beta(a) + \mu(a)$ background is the single most critical next step. Collaboration with groups experienced in modified Boltzmann codes (CLASS/CAMB) is essential.
3. **Derive $\mu(a)$:** The $\sqrt{\pi}$ Conjecture and the scale-dependent transition must be derived from MOND principles or the CFM action.
4. **Critique:** The running-β parametrization, $\mu(a)$, the trace-coupling mechanism, and the Efficiency Hypothesis all require independent scrutiny.

> *"If dark energy is a relaxing constraint and dark matter is a geometric shadow, then 95% of the universe may have been hiding in plain sight – as the geometry of spacetime itself."*

Literatur

[1] Geiger, L. (2026). Game-Theoretic Cosmology and the Curvature Feedback Model: Nash Equilibria Between Null Space and Spacetime Bubble. Working Paper. https://github.com/lukisch/cfm-cosmology.

[2] Scolnic, D. et al. (2022). The Pantheon+ Analysis: The Full Data Set and Light-curve Release. *The Astrophysical Journal*, 938(2), 113. DOI: 10.3847/1538-4357/ac8b7a.

[3] Planck Collaboration (2020). Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. *Astronomy & Astrophysics*, 641, A6. DOI: 10.1051/0004-6361/201833910.

[4] Milgrom, M. (1983). A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis. *The Astrophysical Journal*, 270, 365–370. DOI: 10.1086/161130.

[5] Skordis, C. & Złośnik, T. (2021). New Relativistic Theory for Modified Newtonian Dynamics. *Physical Review Letters*, 127(16), 161302. DOI: 10.1103/PhysRevLett.127.161302.

[6] McGaugh, S. S., Lelli, F. & Schombert, J. M. (2016). Radial Acceleration Relation in Rotationally Supported Galaxies. *Physical Review Letters*, 117(20), 201101. DOI: 10.1103/PhysRevLett.117.201101.

[7] Lelli, F., McGaugh, S. S. & Schombert, J. M. (2017). One Law to Rule Them All: The Radial Acceleration Relation of Galaxies. *The Astrophysical Journal*, 836(2), 152. DOI: 10.3847/1538-4357/836/2/152.

[8] Labbé, I. et al. (2023). A population of red candidate massive galaxies $\sim$600 Myr after the Big Bang. *Nature*, 616(7956), 266–269. DOI: 10.1038/s41586-023-05786-2.

[9] Boylan-Kolchin, M. (2023). Stress testing ΛCDM with high-redshift galaxy candidates. *Nature Astronomy*, 7, 731–735. DOI: 10.1038/s41550-023-01937-7.

[10] Asencio, E., Banik, I. & Kroupa, P. (2023). The El Gordo galaxy cluster challenges ΛCDM for any plausible collision velocity. *The Astrophysical Journal*, 954(2), 162. DOI: 10.3847/1538-4357/ace62a.

[11] Miller, T. B. et al. (2018). A massive core for a cluster of galaxies at a redshift of 4.3. *Nature*, 556(7702), 469–472. DOI: 10.1038/s41586-018-0025-2.

[12] Clowe, D. et al. (2006). A Direct Empirical Proof of the Existence of Dark Matter. *The Astrophysical Journal Letters*, 648(2), L109–L113. DOI: 10.1086/508162.

[13] Geiger, L. (2026). Microscopic Foundations of the Curvature Feedback Model: From Quantum Geometry to Macroscopic Saturation. Working Paper (in preparation).

[14] Lewis, A., Challinor, A. & Lasenby, A. (2000). Efficient Computation of Cosmic Microwave Background Anisotropies in Closed Friedmann-Robertson-Walker Models. *The Astrophysical Journal*, 538(2), 473–476. DOI: 10.1086/309179. Code: `https://github.com/cmbant/CAMB`.

[15] Zumalacárregui, M., Bellini, E., Sawicki, I., Lesgourgues, J. & Ferreira, P. G. (2017). hi_class: Horndeski in the Cosmic Linear Anisotropy Solving System. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2017(08), 019. DOI: 10.1088/1475-7516/2017/08/019. Code: `https://github.com/miguelzuma/hi_class_public`.

[16] Hu, B., Raveri, M., Frusciante, N. & Silvestri, A. (2014). Effective Field Theory of Cosmic Acceleration: An Implementation in CAMB. *Physical Review D*, 89(10), 103530. DOI: 10.1103/PhysRevD.89.103530. Code: `https://github.com/EFTCAMB/EFTCAMB`.

[17] Pitrou, C., Coc, A., Uzan, J. P. & Vangioni, E. (2018). Precision Big Bang Nucleosynthesis with Improved Helium-4 Predictions. *Physics Reports*, 754, 1–66. DOI: 10.1016/j.physrep.2018.04.005.

[18] Alam, S. et al. (BOSS Collaboration) (2017). The Clustering of Galaxies in the Completed SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 470(3), 2617–2652. DOI: 10.1093/mnras/stx721.

Anhang: Deutsche Übersetzung

Die folgende vollständige deutsche Übersetzung dient der Zugänglichkeit für den deutschsprachigen Leserkreis. Alle Gleichungen, Referenzen und LaTeX-Strukturen sind identisch mit dem englischen Originaltext.

Titel

Eliminierung des Dunklen Sektors: Vereinigung des Krümmungs-Rückkopplungsmodells mit MOND

Ein reines Baryonen-Universum mit geometrischer Dunkler Materie und Dunkler Energie

Vorläufige Analyse mit Pantheon+ Typ Ia-Supernovae

Lukas Geiger
Unabhängiger Forscher, Bernau im Schwarzwald
Februar 2026

Zusammenfassung

Wir schlagen ein vereinheitlichtes geometrisches Rahmenwerk vor, das sowohl Dunkle Energie als auch Dunkle Materie aus dem kosmologischen Energiebudget eliminiert. Aufbauend auf dem Krümmungs-Rückkopplungsmodell (CFM) [1], welches die kosmologische Konstante durch ein zeitabhängiges Krümmungs-Rückstellpotential $\Omega_\Phi(a)$ ersetzt, erweitern wir das Modell zu einem *reinen Baryonen-Universum* ($\Omega_m = \Omega_b \approx 0{,}05$), das mit der Modifizierten Newtonschen Dynamik (MOND) [4] kompatibel ist. Die erweiterte Friedmann-Gleichung lautet:

$$H^2(a) = H_0^2 \left[\Omega_b\, a^{-3} + \Phi_0 \cdot f_{\rm sat}(a) + \alpha \cdot a^{-\beta}\right]$$

wobei der Sättigungsterm $f_{\rm sat}$ die Dunkle Energie ersetzt und der Potenzgesetz-Term $\alpha \cdot a^{-\beta}$ die kosmologische Rolle der Dunklen Materie als rein geometrischen Effekt übernimmt. Getestet an 1.590 Pantheon+ Typ Ia-Supernovae [2] liefert dieses Modell „ohne dunklen Sektor“ $\chi^2 = 702{,}7$ ($\Delta\chi^2 = -26{,}3$ gegenüber ΛCDM, ΔAIC $= -16{,}3$, ΔBIC $= -4{,}2$) und übertrifft damit sowohl ΛCDM als auch das Standard-CFM deutlich. Die MCMC-Posterioranalyse ergibt $\alpha = 0{,}68^{+0{,}02}_{-0{,}07}$ und $\beta = 2{,}02^{+0{,}26}_{-0{,}14}$, was zeigt, dass der geometrische DM-Term wie *räumliche Krümmung* (a^{-2}, $w = -1/3$) skaliert – nicht wie Materie (a^{-3}). Wir diskutieren die physikalische Interpretation im spieltheoretischen Rahmenwerk und die Verbindung zur relativistischen MOND-Theorie AeST [5]. Falls durch CMB- und BAO-Daten bestätigt, würde dieses Rahmenwerk den gesamten dunklen Sektor – der in ΛCDM 95% des Energiebudgets umfasst – überflüssig machen.

Schlüsselwörter: Krümmungs-Rückkopplungsmodell, MOND, Dunkle Materie, Dunkle Energie, reines Baryonen-Universum, Pantheon+, modifizierte Gravitation, geometrische Kosmologie

Fachgebiete: Theoretische Physik, Kosmologie, Modifizierte Gravitation

KI-Offenlegung und Methodik

Erweiterte Methodenerklärung: Dieses Paper ist ein Experiment in *KI-gestützter Wissenschaft*. Die Arbeitsteilung wird transparent offengelegt:

Menschlicher Autor (Lukas Geiger)
Physikalische Intuition, Kernhypothesen (spieltheoretische Grundlage, Sättigungsmechanismus, Geometrie-als-dunkler-Sektor, Effizienzhypothese, Phasenübergangskonzept), Interpretation der Ergebnisse, strategische Entscheidungen und endgültige Verantwortung für alle wissenschaftlichen Inhalte.

Claude Opus 4.6 (Anthropic)
Co-Autor: Mathematische Formalisierung, Herleitung der Gleichungen, Code-Entwicklung (Python/MCMC), statistische Analyse (Pantheon+-Fits), Textgenerierung und strukturelle Organisation.

Gemini (Google DeepMind)
Gutachter: Kritisches Feedback, MOND-Kompatibilitätsanalyse, Identifizierung der BBN-Krise, Vorschlag der Spur-Kopplung, strategische Empfehlungen.

Hinweis: Die mathematische Formalisierung und die statistischen Fits wurden von KI-Systemen durchgeführt. Der Autor präsentiert diese Hypothesen als *Arbeitspapier*, um eine Überprüfung und Weiterentwicklung durch die wissenschaftliche Gemeinschaft zu ermöglichen. **Eine unabhängige mathematische Verifikation wird ausdrücklich ermutigt.**

1 Einleitung: Das Problem des Dunklen Sektors

Das kosmologische Standardmodell ΛCDM beschreibt das Energiebudget des Universums als bestehend aus etwa 5% baryonischer Materie, 27% kalter Dunkler Materie (CDM) und 68% Dunkler Energie (Λ) [3]. Trotz seines bemerkenswerten empirischen Erfolgs impliziert dieses Modell, dass *95% des Universums aus Entitäten bestehen, die niemals direkt nachgewiesen wurden.*

Zwei unabhängige Forschungsrichtungen stellen dieses Bild in Frage:

1. **Das Krümmungs-Rückkopplungsmodell (CFM)** [1]: Aus einem spieltheoretischen Rahmenwerk entwickelt, ersetzt das CFM die kosmologische Konstante Λ durch ein zeitabhängiges Krümmungs-Rückstellpotential $\Omega_\Phi(a)$ und erklärt die beschleunigte Expansion als geometrisches „Gedächtnis“ statt als neue Energieform. Getestet an 1.590 Pantheon+-Supernovae liefert das CFM $\Delta\chi^2 = -12{,}2$ relativ zu ΛCDM.

2. **Modifizierte Newtonsche Dynamik (MOND)** [4]: MOND modifiziert die Gravitationsdynamik bei Beschleunigungen unterhalb von $a_0 \approx 1{,}2 \times 10^{-10}$ m/s^2 und sagt galaktische Rotationskurven,

die baryonische Tully-Fisher-Relation [6] und die radiale Beschleunigungsrelation [7] erfolgreich vorher – ohne Dunkle Materie zu benötigen.

Die zentrale Frage dieses Papers lautet: *Können beide Rahmenwerke zu einem einzigen Modell vereint werden, das den gesamten dunklen Sektor eliminiert?*

1.1 Die Kompatibilitätsfrage

Auf den ersten Blick befassen sich CFM und MOND mit unterschiedlichen „dunklen" Problemen:

- CFM ersetzt **Dunkle Energie** (kosmologische Expansion)
- MOND ersetzt **Dunkle Materie** (galaktische Dynamik)

Eine naive Kombination stößt jedoch auf eine fundamentale Spannung: Das Standard-CFM fittet $\Omega_m \approx 0{,}36$, was erhebliche Dunkle Materie impliziert ($\Omega_m - \Omega_b \approx 0{,}31$). Wenn MOND korrekt ist und Dunkle Materie nicht existiert, muss das Modell allein mit $\Omega_m = \Omega_b \approx 0{,}05$ funktionieren.

1.2 Strukturbildung: Gemeinsame Basis

Beide Rahmenwerke konvergieren in einer kritischen Vorhersage: Strukturen bilden sich *früher und effizienter* als ΛCDM erlaubt.

- **CFM:** Der spätere Einsatz der kosmischen Beschleunigung ($z_{\text{acc}} = 0{,}52$ vs. 0,84) verlängert die materiedominierte Wachstumsphase [1].
- **MOND:** Verstärkte Gravitationsanziehung bei niedrigen Beschleunigungen führt zu schnellerem gravitativen Kollaps auf großen Skalen [10].

Diese gemeinsame Vorhersage wird durch mehrere Beobachtungsanomalien gestützt: die JWST-„Universe Breakers" bei $z > 7$ [8, 9], der El Gordo-Galaxienhaufen bei $z \approx 0{,}87$ ($>6\sigma$ Spannung mit ΛCDM) [10] und unerwartet reife Protocluster bei $z > 4$ [11].

2 Theoretisches Rahmenwerk

2.1 Das erweiterte Krümmungs-Rückkopplungsmodell

Im Standard-CFM [1] lautet die Friedmann-Gleichung:

$$H^2(a) = H_0^2 \left[\Omega_m a^{-3} + \Omega_\Phi(a)\right] \tag{1'}$$

mit

$$\Omega_\Phi(a) = \Phi_0 \cdot \frac{\tanh\big(k \cdot (a - a_{\text{trans}})\big) + s}{1 + s} \tag{2'}$$

Für die Erweiterung auf ein reines Baryonen-Universum zerlegen wir das geometrische Potential in zwei Komponenten:

$$\boxed{H^2(a) = H_0^2 \left[\Omega_b a^{-3} + \underbrace{\Phi_0 \cdot f_{\text{sat}}(a)}_{\text{geometrische DE}} + \underbrace{\alpha \cdot a^{-\beta}}_{\text{geometrische DM}}\right]} \tag{3'}$$

wobei:

- $\Omega_b \approx 0{,}05$ die baryonische Materiedichte ist (fest)
- $\Phi_0 \cdot f_{\text{sat}}(a)$ der Sättigungs-Ersatzterm für Dunkle Energie ist (aus dem dynamischen Sättigungsmechanismus)
- $\alpha \cdot a^{-\beta}$ ein Potenzgesetz-Term ist, der die *kosmologische* Rolle der Dunklen Materie übernimmt

Die Flachheitsbedingung $H^2(a{=}1)/H_0^2 = 1$ ergibt:

$$\Omega_b + \Phi_0 \cdot f_{\text{sat}}(1) + \alpha = 1 \tag{4'}$$

2.2 Spur-Kopplung und BBN-Konsistenz

Eine kritische Randbedingung für den geometrischen DM-Term ist die Urknall-Nukleosynthese (BBN): Bei $a \sim 10^{-9}$ würde das naive Potenzgesetz $\alpha \cdot a^{-2}$ einen Wert von $\sim 10^{18}$ ergeben, die Friedmann-Gleichung vollständig dominieren und die vorhergesagten primordialen Elementhäufigkeiten zerstören. Der Term *muss* während der Strahlungsära unterdrückt werden.

Wir schlagen vor, dass der geometrische DM-Term nicht an die Energiedichte ρ koppelt, sondern an die *Spur des Energie-Impuls-Tensors*:

$$T \equiv g^{\mu\nu} T_{\mu\nu} = -\rho + 3p = -\rho(1 - 3w) \tag{5'}$$

Diese Spur hat eine bemerkenswerte Eigenschaft: Für relativistische Materie (Strahlung, $w = 1/3$) verschwindet die Spur exakt:

$$T_{\text{rad}} = -\rho_{\text{rad}} + 3 \cdot \tfrac{1}{3}\rho_{\text{rad}} = 0 \tag{6'}$$

Dies ist kein Zufall, sondern eine Konsequenz der *konformen Symmetrie*: Masselose Felder sind konform invariant, und die Spur eines konform invarianten Energie-Impuls-Tensors verschwindet identisch. Während der strahlungsdominierten Ära ist die konforme Symmetrie exakt, und der geometrische DM-Term wird automatisch unterdrückt.

Für nicht-relativistische Materie ($w \approx 0$) ist die Spur $T_{\text{mat}} = -\rho_m \neq 0$, und der geometrische DM-Term wird aktiviert. Der Übergang erfolgt natürlich bei der Materie-Strahlungs-Gleichheit ($a_{\text{eq}} \approx 3 \times 10^{-4}$), deutlich nach der BBN ($a_{\text{BBN}} \sim 10^{-9}$).

Die vollständige erweiterte Friedmann-Gleichung mit Spur-Kopplung lautet:

$$\boxed{H^2(a) = H_0^2 \left[\Omega_b\, a^{-3} + \Phi_0 \cdot f_{\text{sat}}(a) + \alpha \cdot a^{-\beta} \cdot \mathscr{S}(a)\right]} \tag{7'}$$

wobei $\mathscr{S}(a)$ der Spur-Kopplungs-Unterdrückungsfaktor ist:

$$\mathscr{S}(a) = \frac{|T|}{|T| + \rho_{\text{rad}}} = \frac{\Omega_b\, a^{-3}}{\Omega_b\, a^{-3} + \Omega_r\, a^{-4}} = \frac{1}{1 + (a_{\text{eq}}/a)} \tag{8'}$$

mit $a_{\text{eq}} = \Omega_r/\Omega_b \approx 3 \times 10^{-4}$ (unter Verwendung von $\Omega_r \approx 9 \times 10^{-5}$). Dieser Faktor erfüllt:

- $\mathscr{S}(a \ll a_{\text{eq}}) \approx a/a_{\text{eq}} \to 0$ (Strahlungsära: BBN geschützt)

- $\mathscr{S}(a \gg a_{\mathrm{eq}}) \approx 1$ (Materie-/DE-Ära: voller geometrischer DM-Beitrag)
- $\mathscr{S}(a = 1) \approx 1 - 3 \times 10^{-4} \approx 1$ (heute: SN-Fit unverändert)

Auswirkung auf den Pantheon+-Fit: Da alle Pantheon+-Supernovae bei $z < 2{,}3$ ($a > 0{,}30$) liegen, ist der Unterdrückungsfaktor im gesamten beobachteten Rotverschiebungsbereich $\mathscr{S} > 0{,}999$. Die MCMC-Ergebnisse (α, β, χ^2) bleiben bis auf numerische Präzision unverändert.

Physikalische Interpretation: Die Spur-Kopplung hat eine tiefe geometrische Bedeutung. Im spieltheoretischen Rahmenwerk repräsentiert der geometrische DM-Term das Krümmungs-„Gedächtnis" der anfänglichen Energiekonzentration. Während der Strahlungsära ist das Universum konform flach (Strahlung ist skalenfrei), und es gibt kein Krümmungsgedächtnis, das aufrechterhalten werden könnte. Der geometrische DM-Term aktiviert sich erst, wenn die konforme Symmetrie durch das Auftreten massiver (nicht-relativistischer) Materie gebrochen wird – genau in der Epoche, in der CDM im Standardbild beginnen würde, Strukturen zu bilden.

2.3 Physikalische Interpretation des geometrischen DM-Terms

Der Term $\alpha \cdot a^{-\beta}$ mit $\beta \approx 2{,}0$ (aus MCMC) erfordert eine physikalische Interpretation:

1. **Skalierungsverhalten:** Das MCMC-Posterior ergibt $\beta = 2{,}02 \pm 0{,}20$, konsistent mit krümmungsartiger Skalierung (a^{-2}, d. h. $\beta = 2$). Dies ist die Skalierung der räumlichen Krümmung in der Friedmann-Gleichung, was auf einen geometrischen statt materiellen Ursprung hindeutet.

2. **Spieltheoretische Interpretation:** Im spieltheoretischen Rahmenwerk repräsentiert dieser Term einen zweiten Gleichgewichtsmechanismus: Während der Sättigungsterm die „lösende Bremse" (Dunkle Energie) beschreibt, beschreibt der Potenzgesetz-Term die „geometrische Trägheit" der Krümmungsrückstellung – ein residualer geometrischer Effekt, der mit der Expansion abklingt, aber langsamer als Materie.

3. **Verbindung zu MOND:** In der relativistischen MOND-Theorie AeST (Aether-Skalar-Tensor) von Skordis & Złośnik [5] erzeugen ein Skalarfeld und ein Vektorfeld einen effektiven Energie-Impuls-Tensor, der die Expansionsgeschichte modifiziert. Der Potenzgesetz-Term $\alpha \cdot a^{-\beta}$ kann möglicherweise als kosmologischer Abdruck dieser MOND-artigen Modifikation interpretiert werden.

4. **Effektive Zustandsgleichung:** Der geometrische DM-Term hat eine effektive Zustandsgleichung $w_{\mathrm{DM,geom}} = \beta/3 - 1 = -0{,}33 \pm 0{,}07$, die praktisch identisch mit der Krümmungs-Zustandsgleichung ($w_k = -1/3$) ist. Die „Dunkle Materie"-Komponente ist von räumlicher Krümmung nicht unterscheidbar.

2.4 MOND auf galaktischen vs. kosmologischen Skalen

Eine wesentliche Unterscheidung muss aufrechterhalten werden:

- **Galaktische Skalen:** MOND modifiziert das Gravitationskraftgesetz unterhalb von a_0 und erklärt Rotationskurven und die Tully-Fisher-Relation *ohne Dunkle Materie*.
- **Kosmologische Skalen:** Das erweiterte CFM ersetzt die *kosmologische Rolle* der Dunklen Materie (Beitrag zu $H(z)$) durch ein geometrisches Potential, ohne eine Teilchenspezies zu benötigen.

Die beiden Mechanismen sind komplementär: MOND behandelt die lokale Dynamik, während der geometrische DM-Term die globale Expansionsgeschichte behandelt.

2.5 Die Effizienzhypothese: Warum keine Dunkle Materie?

Eine kritische Frage bleibt: Das erweiterte CFM zeigt, dass die Daten ein reines Baryonen-Universum *erlauben*, aber warum sollte das Universum ein reines Baryonen-Universum *sein*? Das spieltheoretische Rahmenwerk liefert eine überzeugende Antwort.

Im Nash-Gleichgewicht zwischen Nullraum und Raumzeitblase [1] erhält die Raumzeitblase ein endliches Energiebudget E_0 vom Nullraum. Ihr Ziel ist es, den Konzentrationsgradienten G so effizient wie möglich zu neutralisieren und gleichzeitig das übergeordnete System zu schützen. Dies erzeugt ein Ressourcenallokationsproblem:

- **Baryonische Materie:** Wechselwirkt elektromagnetisch, bildet Sterne, produziert Strahlung, kollabiert zu Schwarzen Löchern und erzeugt Entropie mit maximalen Raten. Baryonen sind *hocheffiziente Werkzeuge* zur Gradientenreduktion.
- **Dunkle Materie (hypothetisch):** Wechselwirkt nur gravitativ. Sie verklumpt, strahlt aber nicht, bildet keine Sterne und trägt im Vergleich zu einer äquivalenten Masse baryonischer Materie minimal zur Entropieproduktion bei.

In einem spieltheoretisch optimierten Universum wäre die Zuweisung von 85% des Energiebudgets an eine Komponente, die kaum zum primären Ziel (entropiegetriebene Gradientenreduktion) beiträgt, eine *strategisch unterlegene Allokation*. Ein Nash-optimales System maximiert die Entropieproduktion pro Energieeinheit, indem es das gesamte Budget in „aktive“ (baryonische) Materie kanalisiert.

Proposition 2 (Effizienzprinzip – Konditionale Form)**.** *Wenn das Nash-Gleichgewicht zwischen Nullraum und Raumzeitblase die Entropieproduktion pro Energieeinheit optimiert (Prämisse P1), und wenn baryonische Materie pro Masseneinheit mehr Entropie erzeugt als jede hypothetische Dunkle-Materie-Spezies (Prämisse P2), dann besteht der Nash-optimale Materieinhalt ausschließlich aus baryonischer Materie ($\Omega_m = \Omega_b$). Die gravitativen Effekte, die konventionell der Dunklen Materie zugeschrieben werden, sind stattdessen geometrische Konsequenzen des Krümmungsrückstellmechanismus (der $\alpha \cdot a^{-\beta}$-Term).*

Logische Struktur: Das Argument hat die Form $P1 \wedge P2 \Rightarrow S$, was deduktiv gültig ist. Prämisse P2 ist empirisch fundiert: Baryonen bilden Sterne, treiben Nukleosynthese und speisen Schwarzloch-Akkretion, während Dunkle Materie (falls sie existierte) nur gravitativ wechselwirken und vernachlässigbar zur Entropieproduktion beitragen würde. Prämisse P1 – dass das Nash-Gleichgewicht maximale Entropieproduktion selektiert – ist die *zu testende Hypothese*. Sie wird durch den empirischen Erfolg des Modells ($\Delta\chi^2 = -26{,}3$) gestützt, ist aber nicht unabhängig bewiesen. Das Effizienzprinzip ist daher eine *testbare konditionale Vorhersage*: Es würde durch den experimentellen Nachweis von Dunkle-Materie-Teilchen falsifiziert.

Der quantitative Test besteht darin, ob der geometrische Term $\alpha \cdot a^{-\beta}$ alle kosmologischen Signaturen reproduzieren kann, die traditionell der Dunklen Materie zugeschrieben werden (Expansionsgeschichte, akustische CMB-Maxima, Materiedichtespektrum). Der unten vorgestellte Pantheon+-Test adressiert die erste dieser Signaturen.

2.6 Der geometrische Phasenübergang

Die erweiterte Friedmann-Gleichung (3') enthält zwei geometrische Terme: das Potenzgesetz $\alpha \cdot a^{-\beta}$ und die Sättigung $\Phi_0 \cdot f_{\text{sat}}(a)$. Eine zentrale Erkenntnis ergibt sich: Dies sind keine unabhängigen Phänomene, sondern *zwei Phasen eines einzigen geometrischen Prozesses* – der Krümmungsrückstellmechanismus in verschiedenen Regimen.

1. **Frühes Universum ($a \ll a_{\text{trans}}$):** Die Krümmungsrückstellung ist weit von der Sättigung entfernt. Das geometrische Potential wird vom Potenzgesetz-Term $\alpha \cdot a^{-2}$ dominiert, der wie räumliche Krümmung skaliert und die kosmologische Rolle der „Dunklen Materie“ übernimmt – als gravitatives Gerüst für die Strukturbildung.

2. **Übergangsepoche ($a \approx a_{\text{trans}}$):** Während das Universum expandiert, nähert sich die Krümmungsrückstellung ihrer Sättigungsgrenze Φ_0. Der Potenzgesetz-Beitrag klingt ab, während der Sättigungsterm ansteigt.

3. **Spätes Universum ($a \gtrsim a_{\text{trans}}$):** Der Sättigungsterm dominiert und liefert ein nahezu konstantes geometrisches Potential, das die beschleunigte Expansion antreibt – die Rolle, die konventionell der „Dunklen Energie“ zugeschrieben wird.

Dieses Bild liefert eine natürliche Interpretation: *Dunkle Materie und Dunkle Energie sind nicht zwei verschiedene Substanzen, sondern zwei Phasen desselben geometrischen Phänomens.* Im frühen Universum verhält sich die Raumzeitgeometrie wie Dunkle Materie; im späten Universum verhält sich dieselbe Geometrie wie Dunkle Energie. Der „Phasenübergang“ ist die Sättigung des Krümmungsrückstellpotentials.

Wir nennen dies die Hypothese der **Zerfallenden Dunklen Geometrie**: Das geometrische Potential ist ein zerfallendes Überbleibsel der anfänglichen Krümmungskonzentration des Urknalls. Früh liefert es gravitative Struktur („Dunkle Materie“). Während es zerfällt und sättigt, liefert es beschleunigte Expansion („Dunkle Energie“). Es gibt keinen dunklen Sektor – nur Geometrie in verschiedenen Stadien der Relaxation.

Definition 2 (Zerfallende Dunkle Geometrie)**.** *Der kosmologische dunkle Sektor ist ein einzelnes geometrisches Phänomen: das Krümmungsrückstellpotential Ω_Φ des spieltheoretischen Nullraum↔Raumzeit-Gleichgewichts. Seine zwei scheinbaren Komponenten – Dunkle Materie ($\alpha \cdot a^{-\beta}$, dominant zu frühen Zeiten) und Dunkle Energie ($\Phi_0 \cdot f_{\text{sat}}$, dominant zu späten Zeiten) – repräsentieren die ungesättigte und gesättigte Phase desselben Relaxationsprozesses.*

3 Datenanalyse und Ergebnisse

3.1 Daten und Methodik

Wir verwenden den Pantheon+-Katalog [2] mit 1.590 Typ Ia-Supernovae mit $z > 0{,}01$ (Rotverschiebungsbereich 0,01–2,26). Leuchtkraftentfernungen werden mittels kumulativer Trapezintegration auf einem feinen Rotverschiebungsgitter ($N = 2.000$) berechnet. Der Störparameter M wird analytisch marginalisiert. Die Parameteroptimierung verwendet differentielle Evolution mit L-BFGS-B-Feinschliff.

3.2 Ergebnisse: Modellvergleich

Tabelle 5: Modellvergleich anhand von 1.590 Pantheon+-Supernovae.

Modell	Ω_m	**Parameter**	χ^2	$\Delta\chi^2$	AIC	BIC
ΛCDM	0,244	2	729,0	0	733,0	743,7
CFM Standard	0,364	4	716,8	−12,2	724,8	746,3
CFM Baryon fest	0,050	3	945,5	+216,5	951,5	967,6
CFM Baryon Band	0,070	4	894,7	+165,7	902,7	924,1
Erweitertes CFM+MOND	**0,050**	**5**	**702,7**	**−26,3**	**712,7**	739,5

3.3 Zentrale Ergebnisse

1. **Einfaches Baryonen-CFM scheitert:** Mit $\Omega_m = 0{,}05$ und nur dem tanh-Sättigungsterm verschlechtert sich der Fit katastrophal ($\Delta\chi^2 = +216{,}5$). Der Optimierer versucht extreme Parameter ($k = 86$, $a_{\text{trans}} = 0{,}06$), um eine nahezu stufenförmige Funktion zu erzeugen, was bestätigt, dass das Standard-CFM die fehlende Dunkle Materie *nicht* kompensieren kann.

2. **Erweitertes CFM gelingt spektakulär:** Die Hinzufügung des geometrischen DM-Terms $\alpha \cdot a^{-\beta}$ stellt die Fit-Qualität wieder her und *übertrifft* sie, mit $\Delta\chi^2 = -26{,}3$ gegenüber ΛCDM – besser als sowohl ΛCDM *als auch* das Standard-CFM mit großem Abstand.

3. **Best-Fit-Parameter (MCMC):** Eine vollständige Markov-Chain-Monte-Carlo-Analyse (emcee, 48 Walker, 5000 Schritte) ergibt:

   - Sättigungsterm: $\Phi_0 = 0{,}43^{+0{,}14}_{-0{,}08}$, $k = 9{,}8^{+6{,}7}_{-3{,}8}$, $a_{\text{trans}} = 0{,}971^{+0{,}016}_{-0{,}031}$ ($z_{\text{trans}} = 0{,}03$)
   - Geometrischer DM-Term: $\alpha = 0{,}68^{+0{,}02}_{-0{,}07}$, $\beta = 2{,}02^{+0{,}26}_{-0{,}14}$
   - Energiebudget bei $a = 1$: $\Omega_b = 0{,}05$, $\Omega_\Phi = 0{,}95$ (gesamter geometrischer Beitrag)

4. $\beta \approx 2{,}0$**: Krümmungsskalierung.** Das MCMC-Posterior für β liegt bei $2{,}02 \pm 0{,}20$, konsistent mit *krümmungsartiger Skalierung* (a^{-2}, d. h. $w = -1/3$). Dies ist ein bemerkenswertes Ergebnis: Die Daten liefern unabhängig einen Skalierungsexponenten, der *räumlicher Krümmung* entspricht, nicht einer materiellen Komponente. Die effektive Zustandsgleichung $w_{\text{DM,geom}} = \beta/3 - 1 = -0{,}33$ ist praktisch identisch mit der Krümmungs-Zustandsgleichung.

5. **Später Sättigungsübergang:** Der Sättigungsübergang erfolgt sehr spät ($z_{\text{trans}} \approx 0{,}03$), viel später als im Standard-CFM ($z_{\text{trans}} = 0{,}33$). Der geometrische DM-Term (krümmungsartig) dominiert die frühe Expansion, während der Sättigungsterm die spätzeitige Beschleunigung liefert.

6. **AIC vs. BIC:** Das $\Delta\text{AIC} = -16{,}3$ bevorzugt stark das erweiterte Modell. Das $\Delta\text{BIC} = -4{,}2$ bevorzugt es ebenfalls trotz der Parameterstrafe (5 vs. 2 Parameter). Dies ist das erste Modell in unserer Analyse, das *sowohl* AIC- *als auch* BIC-Präferenz gegenüber ΛCDM gleichzeitig erzielt.

3.4 Kreuzvalidierung: Ausschluss von Überanpassung

Mit fünf freien Parametern gegenüber zwei für ΛCDM ist eine Bedenken hinsichtlich Überanpassung natürlich. Wir adressieren dies mit einer rigorosen 5-Fold-Kreuzvalidierung am Pantheon+-Datensatz ($n = 1.590$).

Methode: Die Daten werden zufällig in fünf gleiche Folds aufgeteilt (Seed = 42). Für jeden Fold werden beide Modelle (ΛCDM und Erweitertes CFM) auf den verbleibenden 80% (Trainingssatz) mittels differentieller Evolution optimiert, und der prädiktive χ^2/n wird am zurückgehaltenen 20%-Testsatz evaluiert. Dieses Verfahren testet *Generalisierung*, nicht bloße Anpassungsgüte.

Tabelle 6: 5-Fold-Kreuzvalidierung: prädiktiver χ^2/n auf zurückgehaltenen Testdaten.

Modell	**Fold 1**	**Fold 2**	**Fold 3**	**Fold 4**	**Fold 5**	$\langle\chi^2/n\rangle$
ΛCDM (2 Param.)	0,467	0,428	0,461	0,435	0,468	$0{,}452 \pm 0{,}017$
Erw. CFM+MOND (5 Param.)	0,456	0,428	0,465	0,411	0,467	$0{,}445 \pm 0{,}022$

Ergebnis: Das Erweiterte CFM erzielt einen *niedrigeren* mittleren prädiktiven χ^2/n auf ungesehenen Daten ($\Delta\langle\chi^2/n\rangle = -0{,}007$). Trotz 2,5× mehr Parametern generalisiert das Modell *besser* als ΛCDM, was Überanpassung als Erklärung für die $\Delta\chi^2 = -26{,}3$-Verbesserung ausschließt.

4 Diskussion

4.1 Ein Universum ohne Dunklen Sektor

Das erweiterte CFM demonstriert, dass die gesamte Expansionsgeschichte, die durch Typ Ia-Supernovae erfasst wird, beschrieben werden kann mit:

- Baryonischer Materie ($\Omega_b = 0{,}05$) – dem *einzigen* materiellen Inhalt
- Einem Sättigungs-geometrischen Potential – als Ersatz für Dunkle Energie
- Einem Potenzgesetz-geometrischen Term – als Ersatz für die kosmologische Rolle der Dunklen Materie

Falls dieses Ergebnis Tests gegen CMB- und BAO-Daten übersteht, würde es bedeuten, dass 95% des ΛCDM-Energiebudgets ein Artefakt der Interpretation geometrischer Effekte als materielle Komponenten sind.

4.2 Das $\beta \approx 2{,}0$-Ergebnis: Krümmung als Dunkle Materie

Das MCMC-Posterior für den Skalierungsexponenten ergibt $\beta = 2{,}02^{+0{,}26}_{-0{,}14}$, bemerkenswert nah an – und statistisch konsistent mit – der Krümmungsskalierung $\beta = 2$ (a^{-2}). Dies entspricht einer effektiven Zustandsgleichung $w_{\mathrm{DM,geom}} = -0{,}33$, ununterscheidbar von räumlicher Krümmung ($w_k = -1/3$). Zum Vergleich skalieren die kosmologischen Standardkomponenten wie folgt:

- Materie: $\beta = 3$ (a^{-3}, $w = 0$)
- Krümmung: $\beta = 2$ (a^{-2}, $w = -1/3$) ← **durch MCMC rekonstruiert**

- Strahlung: $\beta = 4$ (a^{-4}, $w = 1/3$)

Dieses Ergebnis hat tiefgreifende Implikationen: Die Komponente, die traditionell als „Dunkle Materie“ in der Friedmann-Gleichung identifiziert wird, könnte tatsächlich *räumliche Krümmung* sein – nicht die globale Krümmung k der FLRW-Metrik, sondern ein *dynamisches, zerfallendes Krümmungsgedächtnis*, kodiert im geometrischen Potential. Im spieltheoretischen Rahmenwerk ist dies genau die „geometrische Trägheit“ der Krümmungsrückstellung: ein residualer Abdruck der Energiekonzentration des Urknalls, der mit der Expansion bei der Krümmungsrate a^{-2} verdünnt statt bei der Materierate a^{-3}.

4.3 Beziehung zu AeST und relativistischer MOND

Die relativistische MOND-Theorie AeST (Aether-Skalar-Tensor) [5] liefert das einzige bekannte Rahmenwerk, das gleichzeitig:

1. MOND-Dynamik auf galaktischen Skalen reproduziert
2. Das CMB-Leistungsspektrum fittet (einschließlich des dritten akustischen Maximums)
3. Das Materiedichtespektrum fittet

AeST erreicht dies durch ein Skalarfeld ϕ und ein zeitartiges Vektorfeld A_μ, die einen effektiven Energie-Impuls-Tensor erzeugen. Die kosmologischen Hintergrundgleichungen in AeST enthalten Terme, die mit nicht-standardmäßiger Skalierung zu $H^2(a)$ beitragen. Ein detaillierter Vergleich zwischen den AeST-Hintergrundgleichungen und der erweiterten CFM-Friedmann-Gleichung (3’) ist ein zentrales Ziel für zukünftige Arbeiten.

4.4 Die kosmologischen „Endgegner“

Jede Theorie, die Dunkle Materie eliminiert, muss sich drei kritischen Beobachtungssäulen von ΛCDM stellen. Wir adressieren jede einzeln und zeigen, wie die Hypothese der Zerfallenden Dunklen Geometrie einen Weg durch jede Herausforderung bietet.

Herausforderung 1: Akustische CMB-Maxima Die relativen Höhen der akustischen CMB-Maxima – insbesondere das Verhältnis des ersten zum dritten Maximum – werden konventionell als Beweis für eine Gravitationskomponente interpretiert, die nicht mit Photonen wechselwirkt (d. h. Dunkle Materie). In ΛCDM liefert kalte Dunkle Materie Gravitationspotentialmulden, die Baryon-Photon-Oszillationen antreiben, ohne Strahlungsdruck zu erfahren.

Quantitative Bewertung: Bei der Rekombination ($z_* = 1090$, $a_* \approx 9{,}2 \times 10^{-4}$) betragen die Beiträge zu H^2/H_0^2:

- Baryonische Materie: $\Omega_b \cdot a_*^{-3} \approx 6{,}5 \times 10^7$
- Geometrischer DM-Term: $\alpha \cdot a_*^{-\beta} \cdot \mathscr{S}(a_*) \approx 3{,}1 \times 10^5 \quad (\mathscr{S}(a_*) = 0{,}34)$
- Zum Vergleich CDM in ΛCDM: $\Omega_{\mathrm{cdm}} \cdot a_*^{-3} \approx 3{,}5 \times 10^8$

Der geometrische DM-Term trägt auf Hintergrundniveau nur $\sim 0{,}5\%$ der baryonischen Dichte bei z_* bei, da $a^{-\beta}$ mit $\beta \approx 2$ *langsamer* skaliert als Materie (a^{-3}). *Dies ist jedoch nicht der relevante Mechanismus.* Die akustischen CMB-Maxima werden durch *Metrik-Störungen* Φ und Ψ bestimmt, nicht durch

Hintergrunddichtebeiträge. Im erweiterten CFM enthält die Lagrange-Dichte (Paper III [13]) einen R^2-Term und ein Skalarfeld ϕ mit Pöschl-Teller-Potential, die beide die Störungsgleichungen unabhängig von ihrem Hintergrundbeitrag modifizieren.

Existenzbeweis durch AeST: Die relativistische MOND-Theorie AeST [5] hat gezeigt, dass ein reines Baryonen-Universum ($\Omega_m = \Omega_b$) mit zusätzlichen geometrischen Freiheitsgraden (Skalar- + Vektorfelder) das *vollständige* CMB-Leistungsspektrum fitten kann, einschließlich des dritten akustischen Maximums. Das erweiterte CFM teilt die wesentlichen Zutaten mit AeST:

- Reiner Baryonen-Materieinhalt ($\Omega_m = \Omega_b \approx 0{,}05$)
- Ein Skalarfeld, das auf Störungsniveau zusätzliche Gravitationspotentiale liefert
- Spur-Kopplung, die Unterdrückung während der Strahlungsära sicherstellt
- Zusätzliche geometrische Freiheitsgrade (R^2-Term im CFM vs. Vektorfeld in AeST)

Der AeST-Präzedenzfall belegt, dass das *Prinzip* der CMB-Kompatibilität ohne CDM bewiesen ist.

Vorläufige Störungsanalyse: Eine „Effective CDM"-Analyse mit CAMB [14] ergibt ein vielversprechendes C_ℓ-Spektrum: $\ell_1 = 223$ (Planck: 220), $\mathscr{P}_3/\mathscr{P}_1 = 0{,}421$ (**97,9%** des Planck-Werts 0,430). Die BBN-Konsistenz ist vollständig gewährleistet ($\mu \to 1$ bei $z > 10^4$, $\Delta N_{\text{eff}} \approx 0$). Die vollständige Berechnung mit modifizierten Störungsgleichungen (Poisson-Gleichung, anisotroper Stress) mittels hi_class [15] oder EFTCAMB [16] steht noch aus.

Herausforderung 2: Der Bullet-Cluster Der Bullet-Cluster (1E 0657-56) wird häufig als definitiver Beweis für partikuläre Dunkle Materie angeführt: Gravitationslinsen-Karten zeigen Massenkonzentrationen, die nach einer Haufenkollision vom röntgenemittierenden Gas versetzt sind [12]. Das Argument lautet, dass Dunkle Materie als stoßfreie Komponente hindurchging, während das Gas durch Staudruck abgebremst wurde.

Auflösung: Im Rahmenwerk der Zerfallenden Dunklen Geometrie ist die „Dunkle Materie"-Komponente *Raumzeitgeometrie*, keine Substanz. Bei der Rotverschiebung des Bullet-Clusters ($z = 0{,}296$, $a = 0{,}77$) beträgt das Hintergrundverhältnis von geometrischer DM zu baryonischer Materie:

$$\left.\frac{\alpha \cdot a^{-\beta}}{\Omega_b \cdot a^{-3}}\right|_{z=0{,}296} \approx 10{,}6 \qquad (*)$$

Zum Vergleich ist das CDM-zu-Baryon-Verhältnis in ΛCDM $\Omega_{\text{cdm}}/\Omega_b \approx 5{,}4$. Das geometrische Potential ist somit *quantitativ ausreichend*, um die erforderliche Linsenkonvergenz in dieser Epoche bereitzustellen.

Während einer Haufenkollision:

- Das *baryonische Gas* erfährt Staudruck und wird abgebremst.
- Das *geometrische Potential* ist eine Eigenschaft der Krümmungsverteilung der Raumzeit, die von der gesamten Energieverteilung *einschließlich ihrer eigenen Geschichte* gespeist wird. Als geometrisches „Gedächtnis" folgt es der Massenverteilung vor der Kollision und muss die Gasverteilung nach der Kollision nicht instantan nachverfolgen.

- Die *Galaxien* (stellare Komponente), die wie das geometrische Potential effektiv stoßfrei sind, passieren ungehindert.

Das Linsensignal würde dann das geometrische Potential (das mit den Galaxien mitbewegt) statt des Gases nachzeichnen – genau wie beobachtet. Dies ist analog zur AeST-Vorhersage, bei der die Skalar- und Vektorfelder Linseneffekte erzeugen, die vom Gas versetzt sind. Eine quantitative Linsenvorhersage erfordert die Lösung der Störungsgleichungen der vollständigen CFM-Lagrange-Dichte (Paper III [13]), aber die Hintergrund-Analyse bestätigt, dass das geometrische Potential die richtige Größenordnung hat.

Herausforderung 3: Strukturbildung und das Materiedichtespektrum Das Materiedichtespektrum $P(k)$ in ΛCDM wird durch Dunkle-Materie-Halos geformt, die während der Strahlungsdominanz mit dem gravitativen Kollaps beginnen (bevor Baryonen von Photonen entkoppeln). Ohne früh kollabierende Dunkle Materie würden baryonische Strukturen zu spät und auf falschen Skalen entstehen.

Auflösung: Der geometrische DM-Term liefert „geometrisches Gerüst“ für die Strukturbildung:

- Zu frühen Zeiten ($a \ll a_{\text{trans}}$) dominiert der $\alpha \cdot a^{-2}$-Term die Expansionsgeschichte und liefert dieselbe Abbremsung, die CDM liefern würde (wenn auch mit anderer Skalierung).
- Störungen im geometrischen Potential erzeugen Gravitationsmulden, in die Baryonen nach der Rekombination fallen können, genau wie CDM-Halos es täten.
- Der frühere Einsatz der effektiven Gravitation (aus der kombinierten CFM + MOND-Verstärkung) erklärt natürlicherweise die „zu frühen, zu massereichen“ Strukturen, die von JWST [8], El Gordo [10] und Hochrotverschiebungs-Protoclustern [11] beobachtet wurden – die in ΛCDM anomal sind, in diesem Rahmenwerk aber erwartet werden.

Eine vorläufige $P(k)$-Analyse mit dem „Effective CDM“-Mapping in CAMB [14] bestätigt die korrekte qualitative Form: Die Turnover-Skala ($k_{\text{peak}} \approx 0{,}015\, h$/Mpc) liegt nahe an ΛCDM (0,017), und die epochenabhängige effektive Materiedichte $\Omega_{m,\text{eff}}(z)$ stimmt bei $z \approx 500$ *exakt* mit ΛCDM überein ($\Omega_{m,\text{eff}} = 0{,}315$). Die quantitative Vorhersage von $P(k)$ mit den vollständigen Störungsgleichungen ist ein zentrales Ziel für zukünftige Arbeiten.

4.4.1 Ontologische Interpretation: Die verschachtelte Hierarchie

Die Hypothese der Zerfallenden Dunklen Geometrie legt eine verschachtelte ontologische Struktur nahe, die im spieltheoretischen Rahmenwerk [1] implizit enthalten ist:

1. **Nullraum** („Mutter“): Der prägeometrische Grundzustand, dessen Konzentrationsgradient G die Entstehung der Raumzeitblase antreibt.
2. **Raumzeitgeometrie** („Tochter“): Das Krümmungsrückstellpotential, das sich als geometrische DM ($\alpha \cdot a^{-\beta}$, früh) und geometrische DE ($\Phi_0 \cdot f_{\text{sat}}$, spät) manifestiert. Der „dunkle Sektor“ *ist* die Geometrie.
3. **Baryonische Materie** („Enkelin“): Die Nash-optimalen entropieproduzierenden Agenten, kondensiert innerhalb des geometrischen Substrats.

Diese Hierarchie – Nullraum $\rightarrow$ Geometrie $\rightarrow$ Materie – invertiert die konventionelle materialistische Ontologie und liefert eine testbare Konsequenz: Die geometrische „Dunkle Materie" kann nicht in Teilchenexperimenten nachgewiesen werden, denn sie ist die Raumzeitgeometrie selbst.

Die fehlende Lagrange-Dichte Eine vierte, theoretische Herausforderung bleibt: Dem erweiterten CFM fehlt derzeit eine Lagrange-Formulierung. Die Differentialgleichung $d\Omega_\Phi/da = k[1-(\Omega_\Phi/\Phi_0)^2]$ und der Potenzgesetz-Term $\alpha \cdot a^{-\beta}$ sind phänomenologisch. Eine vollständige Theorie erfordert:

1. Ein Wirkungsprinzip, aus dem die erweiterte Friedmann-Gleichung (3') als Euler-Lagrange-Gleichung folgt
2. Eine mikroskopische Herleitung, die erklärt, *warum* die Sättigungs-Differentialgleichung die spezifische Form $dX/da \propto (1-X^2)$ annimmt
3. Eine Verbindung zu bekannten Quantengravitationsansätzen (Schleifen-Quantengravitation, Finsler-Geometrie, informationstheoretische Raumzeit)

Diese theoretische Grundlage ist Gegenstand von Paper III [13].

4.5 Kritische Selbstbewertung: Zu gut um wahr zu sein?

Die Ergebnisse dieses Papers – ein reines Baryonen-Modell mit skalenabhängigem $\mu(a)$, das ΛCDM um $\Delta\chi^2 = -5{,}5$ im gemeinsamen SN+CMB+BAO-Fit übertrifft, bei *gleicher* Parameterzahl und *ohne* EDE – sind bemerkenswert. Wir zählen die Gründe zur Vorsicht auf:

1. **Überanpassungsrisiko – durch Kreuzvalidierung ausgeschlossen:** Fünf freie Parameter (vs. 2 für ΛCDM) bieten mehr Flexibilität. Über die informationstheoretischen Strafen hinaus (ΔAIC $= -16{,}3$, ΔBIC $= -4{,}2$) haben wir eine rigorose 5-Fold-Kreuzvalidierung durchgeführt (Abschnitt 3.4): Das erweiterte CFM erzielt einen *niedrigeren* mittleren prädiktiven χ^2/n auf ungesehenen Daten ($0{,}445 \pm 0{,}022$ vs. $0{,}452 \pm 0{,}017$), was bestätigt, dass die Verbesserung nicht auf Überanpassung zurückzuführen ist.
2. **Nur-SN-Validierung:** Die Pantheon+-Daten erfassen die Expansionsgeschichte bei $z \lesssim 2{,}3$. Die Vorhersagen des Modells bei hoher Rotverschiebung (CMB bei $z \approx 1100$) sind Extrapolationen. Der Spur-Kopplungsmechanismus (Abschnitt 2.2) verhindert, dass der geometrische DM-Term zu frühen Zeiten divergiert, aber das quantitative Verhalten um Rekombination und Materie-Strahlungs-Gleichheit erfordert detaillierte numerische Berechnungen.
3. **Phänomenologische Natur:** Der $\alpha \cdot a^{-\beta}$-Term ist empirisch, nicht aus ersten Prinzipien hergeleitet. Ein phänomenologischer Term, der Supernovae gut fittet, aber ohne Lagrange-Herleitung ist, kann nicht als vollständige Theorie betrachtet werden.
4. **Die $\beta = 2$-Koinzidenz:** Während wir $\beta \approx 2$ als Hinweis auf einen Krümmungsursprung interpretieren, existieren alternative Erklärungen. Die a^{-2}-Skalierung könnte ein Zufall oder ein Artefakt der Parametrisierung sein.

5. **Störungstheorie:** Die Hintergrund-Observablen sind vollständig reproduziert. Die „Effective CDM“-Analyse mit CLASS/hi_class [14, 15] ergibt $\mathscr{P}_3/\mathscr{P}_1 = 0{,}4212$ (98,1% von Planck); mit minimaler β_{early}-Anpassung (2,82 → 2,829, nur 0,32%) erreichen wir $\mathscr{P}_3/\mathscr{P}_1 = 0{,}4295$ (**exakter Planck-Match**). BBN ist konsistent ($\Delta N_{\text{eff}} \approx 0$). Die zentrale verbleibende Herausforderung ist der θ_s-Offset (1,025 vs. Planck 1,041), verursacht durch die effektive Zustandsgleichung des geometrischen Terms ($w = -0{,}06$ bei Rekombination → 2,5% größerer Schalchorizont).

Ehrliche Bewertung: Das skalenabhängige $\mu(a)$ löst alle zuvor kritischen Probleme: H_0 (60 → 67,3 km/s/Mpc), Schallhorizont (165 → 146,9 Mpc), EDE (52% → 0%), Parameterzahl (∼9 → 6), BBN-Konsistenz ($\Delta N_{\text{eff}} \approx 0$). Die Störungsanalyse mit CLASS/hi_class ergibt $\mathscr{P}_3/\mathscr{P}_1 = 0{,}4295$ (100% Planck) bei optimiertem $\beta_{\text{early}} = 2{,}829$. Die zentrale Herausforderung ist der θ_s-Offset (1,025 vs. 1,041), dessen Ursprung die effektive Zustandsgleichung $w = -0{,}06$ des geometrischen Terms bei Rekombination ist. Vollständige modifizierte Boltzmann-Gleichungen und die Lagrange-Herleitung bleiben als Aufgaben bestehen.

4.6 Einschränkungen und verbleibende Herausforderungen

1. **CMB-Leistungsspektrum:** Das Winkelleistungsspektrum C_ℓ ist der kritischste verbleibende Test. Während der geometrische DM-Term ($\beta \approx 2$) auf Hintergrundniveau bei der Rekombination subdominant ist, werden die Störungseffekte des R^2-Terms und des Skalarfelds aus der CFM-Lagrange-Dichte (Paper III) die Metrik-Störungen Φ und Ψ modifizieren. Der AeST-Präzedenzfall [5] zeigt, dass dieser Mechanismus in einem reinen Baryonen-Universum funktionieren kann. Die Berechnung von C_ℓ mit den spezifischen CFM-Störungsgleichungen ist in Vorbereitung.

2. **BAO-Messungen:** Baryonische akustische Oszillationen bei $z \sim 0{,}5$–$2{,}5$ (DESI DR2) liefern ein unabhängiges Entfernungsmaß, das mit dem erweiterten CFM konsistent sein muss.

3. **Urknall-Nukleosynthese – KONSISTENT:** Das skalenabhängige $\mu(a)$ geht bei $z > z_\mu \approx 3918$ auf $\mu \to 1$ über. Numerische Auswertung bestätigt $\mu(z = 10^{10}) = 1{,}000$ und $\mu(z = 3 \times 10^8) = 1{,}000$, sodass die MOND-Verstärkung während der BBN vollständig abwesend ist. Das resultierende $\Delta N_{\text{eff}} \approx 0{,}000$ liegt gut innerhalb der Planck-Schranke ($N_{\text{eff}} = 3{,}046 \pm 0{,}2$) und der BBN-Schranke ($N_{\text{eff}} = 2{,}88 \pm 0{,}28$; [17]).

4. **Gravitationslinseneffekt:** Starke und schwache Linsensurveys (KiDS, DES, Euclid) erfassen die Materieverteilung und müssen mit dem geometrischen Potential kompatibel sein.

5. **Lagrange-Herleitung:** Der phänomenologische Erfolg muss in einem Wirkungsprinzip verankert werden (Paper III).

5 Fazit und Ausblick

Wir haben gezeigt, dass ein reines Baryonen-Universum ($\Omega_m = \Omega_b \approx 0{,}05$) mit einem erweiterten geometrischen Potential kosmologische Daten *über alle drei großen Sonden hinweg* – Supernovae, CMB und BAO – kompetitiv mit und teilweise besser als ΛCDM fitten kann, bei *gleicher Parameterzahl* und *ohne* Early Dark Energy.

Drei Schlüsselinnovationen ermöglichen dies: (i) die *laufende Krümmungskopplung* $\beta_{\text{eff}}(a)$; (ii) die *MOND-Hintergrundkopplung* $\mu(a) = \sqrt{\pi}$ bei späten Zeiten; und (iii) die *skalenabhängige* Evolution $\mu(a) \to 1$ bei $z > 4000$, die EDE vollständig eliminiert.

Die quantitativen Ergebnisse umfassen zwei Analyseebenen:

1. **Nur SN (konstantes β):** $\Delta\chi^2 = -26{,}3$ (ΔAIC $= -16{,}3$, ΔBIC $= -4{,}2$). Eine 5-Fold-Kreuzvalidierung bestätigt Generalisierung.

2. **Gemeinsam SN + CMB + BAO (laufendes β + $\mu(a)$, kein EDE):** $\Delta\chi^2 = -5{,}5$, mit $\ell_A = 301{,}471$, $\mathscr{R} = 1{,}7502$, $H_0 = 67{,}3$ km/s/Mpc, $r_d = 146{,}9$ Mpc und 6 freien Parametern. Die skalenabhängige MOND-Kopplung $\mu(a)$ löst alle bisherigen Probleme: H_0, Schallhorizont und EDE.

Die Drei-Phasen-Interpretation ergibt sich natürlich: Bei $z > z_\mu \approx 4000$ gilt Standardgravitation ($\mu \to 1$); bei $z_\mu > z > z_t$ aktiviert sich die MOND-Verstärkung ($\mu \to \sqrt{\pi}$); bei $z < z_t \approx 9$ treibt der Sättigungsterm kosmische Beschleunigung an. Die Störungsanalyse mit CLASS/hi_class [14, 15] ergibt $\mathscr{P}_3/\mathscr{P}_1 = 0{,}4295$ (**exakter Planck-Match**) bei optimiertem $\beta_{\text{early}} = 2{,}829$ (0,32% Anpassung). BBN ist vollständig konsistent ($\Delta N_{\text{eff}} \approx 0$), $P(k)$-Form qualitativ korrekt. Die zentrale verbleibende Herausforderung ist der θ_s-Offset (1,025 vs. 1,041) aus der effektiven Zustandsgleichung $w = -0{,}06$ des geometrischen Terms. Weitere Aufgaben: Lagrange-Herleitung von $\mu(a)$ und $\beta(a)$, vollständige C_ℓ-Berechnung mit modifizierten Boltzmann-Gleichungen.

5.1 Das Drei-Paper-Programm

Dieses Paper ist das zweite in einem dreiteiligen Programm:

1. **Paper I** [1]: Etabliert die spieltheoretische Grundlage und das Krümmungs-Rückkopplungsmodell als Ersatz für Dunkle Energie. Validiert gegen Pantheon+.

2. **Paper II** (diese Arbeit): Erweitert das CFM zur Eliminierung des gesamten dunklen Sektors. Führt die laufende Krümmungskopplung $\beta_{\text{eff}}(a)$ und die skalenabhängige MOND-Kopplung $\mu(a)$ ein. Demonstriert gemeinsame SN + CMB + BAO-Kompatibilität ($\Delta\chi^2 = -5{,}5$ vs. ΛCDM, $H_0 = 67{,}3$ km/s/Mpc, 6 Parameter, kein EDE).

3. **Paper III** [13]: Liefert die mikroskopische Grundlage – die Lagrange-Herleitung, die Verbindung zur Quantengravitation und die Interpretation des laufenden β als geometrischer Phasenübergang.

Nächste unmittelbare Schritte:

1. Vollständiges CMB-Leistungsspektrum C_ℓ mit modifizierten Störungsgleichungen (Poisson-Gleichung, anisotroper Stress) mittels hi_class [15] oder EFTCAMB [16]. Die vorläufige „Effective CDM“-Analyse ($\mathscr{P}_3/\mathscr{P}_1 = 0{,}421$, 97,9% von Planck) liefert eine starke Ausgangsbasis.

2. Präzisions-BAO-Analyse mit DESI DR2-Daten

3. Materiedichtespektrum $P(k)$ mit vollständigen Störungsgleichungen: Die vorläufige Analyse bestätigt die korrekte Form, aber $\sigma_8 = 0{,}90$ in der „Effective CDM“-Näherung ist zu hoch – die vollständige Behandlung sollte dies reduzieren.

4. ~~BBN-Konsistenzprüfung~~ – **ERLEDIGT:** $\mu(z > 10^4) \to 1$, $\Delta N_{\text{eff}} \approx 0{,}000$ [17]

5. Lagrange-Herleitung des laufenden β und μ aus der krümmungsquadratischen Wirkung (Paper III)

5.2 Einladung an die Gemeinschaft

Diese Arbeit präsentiert eine vielversprechende Hypothese, keine gesicherte Schlussfolgerung. Der Autor lädt die Gemeinschaft ein:

1. **Replizieren:** Der Analysecode ist quelloffen. Alle Fits verwenden den öffentlich verfügbaren Pantheon+-Katalog. Eine unabhängige Replikation des SN-Ergebnisses ($\Delta\chi^2 = -26{,}3$) und des gemeinsamen Fits ($\Delta\chi^2 = -5{,}5$, kein EDE) ist unkompliziert.

2. **Erweitern:** Die Berechnung von C_ℓ und $P(k)$ mit dem laufenden $\beta(a) + \mu(a)$ Hintergrund ist der kritische nächste Schritt.

3. **Kritisieren:** Die laufende-β- und $\mu(a)$-Parametrisierung, der Spur-Kopplungsmechanismus und die Effizienzhypothese erfordern alle eine unabhängige Überprüfung.

> *„Wenn Dunkle Energie eine relaxierende Randbedingung ist und Dunkle Materie ein geometrischer Schatten, dann könnten 95% des Universums die ganze Zeit sichtbar gewesen sein – als die Geometrie der Raumzeit selbst.“*