

Spieltheoretische Kosmologie und das Krümmungs-Rückgabepotential-Modell

Nash-Gleichgewichte zwischen Nullraum und Raumzeitblase
als Erklärungsrahmen für die beschleunigte Expansion
Ein integrativer theoretischer Ansatz

Lukas Geiger^{*1}

¹Unabhängiger Forscher, Bernau im Schwarzwald

Februar 2026

Wissenschaftliches Arbeitspapier

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit entwickelt einen spieltheoretischen Rahmen für die Kosmologie, in dem die Entstehung und Entwicklung der Raumzeit als Nash-Gleichgewicht zwischen zwei Akteuren modelliert wird: einem metastabilen Quantenvakuum (Nullraum) und einer daraus hervorgehenden Raumzeitblase. Das zentrale Ergebnis ist das *Curvature Feedback Model* (CFM), das die beobachtete beschleunigte Expansion des Universums nicht durch eine neue Energieform (Dunkle Energie) erklärt, sondern durch ein nachlassendes Krümmungs-Rückgabepotential $\Phi(a)$ – ein geometrisches “Gedächtnis” der anfänglichen Energiekonzentration beim Urknall. Die modifizierte Friedmann-Gleichung $H^2(a) = H_0^2 [\Omega_m a^{-3} + \Omega_\Phi(a)]$ mit $\Omega_\Phi(a) = \Phi_0 \cdot \tanh(k \cdot (a - a_{\text{trans}}))$ wird gegen 1590 reale Typ-Ia-Supernovae des Pantheon+-Katalogs [19] getestet – sowohl mit diagonalen Fehlern als auch mit der vollen statistisch-systematischen Kovarianzmatrix. Unter einer Flachheitsbedingung ($\Omega_m + \Omega_\Phi(a=1) = 1$) liefert das CFM $\Delta\chi^2 = -12,2$ ($-11,2$ mit voller Kovarianz) und $\Delta\text{AIC} = -8,2$ ($-7,2$) gegenüber ΛCDM ; eine 5-Fold-Kreuzvalidierung bestätigt die bessere Generalisierung. MCMC-Posterioranalysen liefern $\Omega_m = 0,368 \pm 0,024$, und vier alternative Funktionalformen (logistisch, Error-Funktion, Potenzgesetz) zeigen vergleichbare $\Delta\chi^2$ -Werte, was die Robustheit der Ergebnisse belegt. Eine Phantom-Stabilitätsanalyse zeigt: kein Big Rip (Sättigung von Ω_Φ), asymptotisch de-Sitter-Endzustand. Das Modell sagt eine messbare Zeitvariation des Zustandsgleichungsparameters voraus ($w(z) < -1$, $|\Delta w| \approx 0,4$) sowie einen früheren Beschleunigungsübergang ($z_{\text{acc}} = 0,52$ vs. 0,84), die mit Euclid und dem Nancy Grace Roman Space Telescope innerhalb der nächsten Dekade testbar sind. Es wird gezeigt, dass das CFM konzeptuelle Verbindungen sowohl zur Finsler-Gravitation (Pfeifer et al., 2025) als auch zur jüngst vorgeschlagenen *Cosmological Teleodynamics* (Trivedi & Venkatasubramanian, 2025) aufweist, welche die kosmische Expansion ebenfalls als Konvergenz zu einem Nash-Gleichgewicht beschreibt. Analysecode und Daten sind öffentlich verfügbar.¹

^{*}Korrespondenz: Lukas Geiger, Geißbühlweg 1, 79872 Bernau, Deutschland.

¹<https://github.com/lukisch/cfm-cosmology>

Die rigorose Analyse einschließlich voller Kovarianzmatrix, MCMC-Postiors und Robustheits-test über vier Funktionalformen identifiziert mit $z_{\text{acc}} \approx 0,52$ einen späteren Beginn der kosmischen Beschleunigung als Λ CDM – eine distinkte Signatur für zukünftige Strukturbildungs-Surveys. Die spieltheoretische Perspektive eröffnet einen Paradigmenwechsel: von “Was treibt die Beschleunigung an?” zu “Warum bremste die Expansion früher?”

Schlüsselbegriffe: Spieltheorie, Nash-Gleichgewicht, Kosmologie, Dunkle Energie, Krümmungs-Rückgabepotential, Curvature Feedback Model, Friedmann-Gleichung, Finsler-Gravitation, beschleunigte Expansion, Zustandsgleichung

Disziplinen: Theoretische Physik, Kosmologie, Spieltheorie, Mathematische Physik

Inhaltsverzeichnis

Angaben zur KI-Nutzung und Methodik	5
1 Einleitung	6
2 Spieltheoretischer Rahmen: Nullraum und Raumzeitblase	6
2.1 Grundannahmen	6
2.2 Akteure und Ziele	7
2.3 Mathematische Formulierung als Potentialspiel	7
2.4 Emergente Gesetze aus dem Gleichgewicht	7
3 Das Curvature Feedback Model (CFM)	8
3.1 Physikalische Motivation	8
3.2 Modifizierte Friedmann-Gleichung	8
3.3 Dynamischer Sättigungsmechanismus (<i>Dynamic Saturation Mechanism</i>)	9
3.4 Physikalische Interpretation der Parameter	10
3.5 Effektiver Zustandsgleichungsparameter	10
4 Numerische Tests und Modellvergleich	10
4.1 Flachheitsbedingung	10
4.2 Datenbasis: Pantheon+	11
4.3 Methodik	11
4.4 Ergebnisse	11
4.5 Modellselektion	12
4.6 MCMC-Posterioranalyse	13
4.7 Robustheit: Alternative Funktionalformen	13
4.8 Phantom-Stabilitätsanalyse	13
4.9 Dezelerationsparameter und H_0 -Implikationen	14
5 Vergleich mit alternativen Modellen	15
5.1 Λ CDM (Standardmodell)	15
5.2 Quintessenz	15
5.3 Modifizierte Gravitation: $f(R)$ -Theorien	15
5.4 Emergente Gravitation nach Verlinde	15
5.5 Finsler-Gravitation	15
5.6 Cosmological Teleodynamics	15
5.7 Synoptischer Vergleich	16
6 Komplementarität und mögliche Vereinigung	16
6.1 Drei Modelle, eine Einsicht	16
6.2 Hypothese: CFM als effektive Beschreibung	16

7 Testbarkeit und Vorhersagen	17
7.1 Beobachtbare Signaturen	17
7.2 Zukünftige Missionen	17
7.3 Unterscheidbarkeit der Modelle	17
8 Diskussion	17
8.1 Stärken des Ansatzes	18
8.2 Limitationen und offene Fragen	18
8.3 Philosophische Implikationen	19
9 Fazit und Ausblick	19
10 Introduction	23
11 Game-Theoretic Framework: Null Space and Spacetime Bubble	24
11.1 Fundamental Assumptions	24
11.2 Agents and Objectives	24
11.3 Mathematical Formulation as a Potential Game	25
11.4 Emergent Laws from the Equilibrium	25
12 The Curvature Feedback Model (CFM)	25
12.1 Physical Motivation	25
12.2 Modified Friedmann Equation	25
12.3 Effective Equation-of-State Parameter	26
13 Numerical Tests and Model Comparison	26
14 Comparison with Alternative Models	27
15 Complementarity and Possible Unification	27
16 Testability and Predictions	27
17 Discussion	27
18 Conclusion and Outlook	28

Angaben zur KI-Nutzung und Methodik

Die vorliegende Arbeit wurde unter intensiver Mitwirkung folgender KI-Systeme erstellt. Da ihre Beiträge über bloße Hilfestellungen hinausgingen, werden sie hier detailliert ausgewiesen:

Claude Opus 4.6 (Anthropic)

Co-Writer: Textgenese, Strukturierung und argumentative Ausarbeitung.

Gemini (Google DeepMind) & Copilot (Microsoft)

Reviewer: Kritisches Lektorat, Prüfung auf Konsistenz und systematische Literaturrecherche.

Hinweis: Trotz des erheblichen maschinellen Beitrags liegt die finale Verantwortung für den wissenschaftlichen Inhalt und die Interpretation der Ergebnisse beim menschlichen Autor.

1 Einleitung

Die Entdeckung der beschleunigten Expansion des Universums durch die Beobachtung entfernter Typ-Ia-Supernovae im Jahr 1998 durch die Teams um Perlmutter [2] sowie Riess und Schmidt [1] markiert einen Wendepunkt der modernen Kosmologie. Für diese Entdeckung wurde 2011 der Nobelpreis für Physik verliehen. Das Standardmodell der Kosmologie, Λ CDM, erklärt die Beschleunigung durch eine kosmologische Konstante Λ , die etwa 68 % der Energiedichte des Universums ausmacht [3]. Trotz seiner empirischen Erfolge steht Λ CDM vor tiefgreifenden konzeptuellen Problemen:

1. **Das Kosmologische-Konstante-Problem:** Die beobachtete Vakuumenergiedichte ist um $\sim 60\text{--}120$ Größenordnungen kleiner als theoretische Vorhersagen der Quantenfeldtheorie [4].
2. **Das Koinzidenz-Problem:** Warum sind Ω_m und Ω_Λ gerade in der heutigen Epoche von vergleichbarer Größenordnung?
3. **Die H_0 -Spannung:** Die lokale Messung des Hubble-Parameters ($H_0 \approx 73 \text{ km/s/Mpc}$) weicht signifikant von der aus CMB-Daten abgeleiteten ($H_0 \approx 67,4 \text{ km/s/Mpc}$) ab [3, 5].

Jüngste Resultate des *Dark Energy Spectroscopic Instrument* (DESI) verstärken die Zweifel an einer strikt konstanten Dunklen Energie: Die Analyse baryonischer akustischer Oszillationen in Kombination mit CMB- und Supernova-Daten zeigt eine Präferenz von $2,5\text{--}3,9\sigma$ für ein Modell mit zeitabhängigem Zustandsgleichungsparameter $w(z)$ gegenüber Λ CDM [6].

Parallel dazu zeigen theoretische Arbeiten, dass die Beschleunigung auch ohne Dunkle Energie erklärbar sein könnte: Pfeifer et al. [7] demonstrieren im Rahmen der Finsler-Gravitation, dass eine verallgemeinerte Raumzeitgeometrie natürlicherweise eine exponentielle Expansion im Vakuum erzeugt. Trivedi und Venkatasubramanian [8] zeigen in ihrer *Cosmological Teleodynamics*, dass das Universum wie ein “riesiges Potentialspiel” operiert und sich einem kontinuierlichen Nash-Gleichgewicht annähert, wobei die kosmische Beschleunigung als emergenter Effekt dynamischen Gedächtnisses in einem selbst-gravitierenden Medium erscheint.

Die vorliegende Arbeit verknüpft diese Entwicklungen mit einem eigenständigen Ansatz: Ausgehend von einer spieltheoretischen Modellierung der Wechselwirkung zwischen Quantenvakuum und Raumzeit wird das *Curvature Feedback Model* (CFM) entwickelt, das die beschleunigte Expansion als “nachlassende Bremse” statt als “neuen Antrieb” interpretiert.

2 Spieltheoretischer Rahmen: Nullraum und Raumzeitblase

2.1 Grundannahmen

Der hier vorgeschlagene Rahmen geht von folgenden Annahmen aus:

1. Es existiert ein metastabiler Quantenvakuumzustand (im Folgenden: *Nullraum*), der durch Quantenfluktuationen charakterisiert ist.
2. Eine außergewöhnlich große Fluktuation entnimmt dem Nullraum einmalig eine Energiemenge E_0 , die einen Konzentrationsgradienten erzeugt.

3. Zur Einkapselung und kontrollierten Neutralisation dieses Gradienten entsteht Raumzeit als dynamische Struktur – die *Raumzeitblase* (Tochtersystem).
4. Zwischen Nullraum (Muttersystem) und Raumzeitblase besteht ein spieltheoretisches Gleichgewicht.

Diese Annahmen werden im Folgenden in einen formalen Rahmen überführt.

2.2 Akteure und Ziele

Das System wird als Zweipersonen-Potentialspiel modelliert:

Nullraum (Muttersystem): Primärziel ist der Selbstschutz – die Erhaltung seiner strukturellen Integrität. Er reguliert die Kopplungsstärke zur Raumzeitblase über effektive Randbedingungen (“Gatekeeping”), erzwingt langsame Energieabfuhr (Dämpfung) und bildet Pufferzonen (horizontartige Hüllen).

Raumzeitblase (Tochtersystem): Primärziel ist die kontrollierte Rückkehr in den Nullzustand bei gleichzeitigem Schutz des Muttersystems. Die Strategien umfassen kaskadierten Gradientenabbau, adiabatische Rückführung und Entropiemanagement.

2.3 Mathematische Formulierung als Potentialspiel

Die globale Zielfunktion des Systems lautet:

$$\Phi = \alpha \cdot S_{\text{Mutter}} + \beta \cdot R_{\text{Tochter}} - \gamma \cdot G \quad (1)$$

wobei S_{Mutter} die strukturelle Integrität des Nullraums, R_{Tochter} den Rückkehrfortschritt und G den verbleibenden Konzentrationsgradienten beschreibt; $\alpha, \beta, \gamma > 0$.

Definition 1 (Nash-Gleichgewicht des kosmologischen Spiels). *Ein Strategiepaar (s_M^*, s_T^*) von Nullraum und Raumzeitblase bildet ein Nash-Gleichgewicht, wenn gilt:*

$$\Phi(s_M^*, s_T^*) \geq \Phi(s_M, s_T^*) \quad \forall s_M \quad (2)$$

$$\Phi(s_M^*, s_T^*) \geq \Phi(s_M^*, s_T) \quad \forall s_T \quad (3)$$

Keine Seite kann durch einseitige Abweichung von ihrer Strategie das Gesamtpotential verbessern, ohne die Stabilität des Systems zu gefährden.

Der zentrale **Zielkonflikt** besteht darin, dass eine zu schnelle Reduktion von G (sofortige Rückkehr) S_{Mutter} gefährdet, während eine zu langsame Reduktion die Entropie und die Kosten innerhalb der Blase erhöht. Das Nash-Gleichgewicht erzwingt daher eine kontrollierte, zeitlich gestreckte Neutralisation.

2.4 Emergente Gesetze aus dem Gleichgewicht

Aus der spieltheoretischen Gleichgewichtsbedingung emergieren physikalische Gesetzmäßigkeiten:

1. **Energieerhaltung:** Konservative Feldgleichungen entstehen als notwendige Bedingung für stabile Gradientenabbau.

2. **Kausalstruktur:** Die Hüllenbildung des Nullraums erzwingt eine maximale Ausbreitungsgeschwindigkeit für Informationen und Energie.
3. **Entropischer Zeitpfeil:** Die “Zeit” innerhalb der Blase ist die Ordnung, entlang der Konzentrationsgradient nivelliert wird.
4. **Flusslimitierung:** Maximalflüsse über die Hülle skalieren sublinear mit dem internen Überschuss und verhindern Runaway-Prozesse.
5. **Asymptotische Rückkehr:** Der Restgradient $G \rightarrow 0$ nähert sich nur asymptotisch; es gibt kein katastrophales Finale.

Die letzte Eigenschaft ist für die Kosmologie besonders bedeutsam: Sie impliziert, dass die Expansion des Universums sich nie umkehrt, sondern asymptotisch abläuft – konsistent mit den beobachteten Daten.

3 Das Curvature Feedback Model (CFM)

3.1 Physikalische Motivation

Im spieltheoretischen Rahmen der vorigen Sektion wird die Raumzeit als “Bremsmechanismus” interpretiert, der die sofortige Rückkehr der Energie in den Nullraum verhindert. Die zentrale physikalische Einsicht lautet:

Die beobachtete beschleunigte Expansion ist nicht durch eine neue Energieform verursacht, sondern durch ein nachlassendes Krümmungs-Rückgabepotential – eine Art geometrisches “Gedächtnis” der anfänglichen Energiekonzentration beim Urknall.

Die Analogie ist die einer gespannten Feder: Anfänglich herrscht maximale Spannung (hohe Krümmung) mit starker Rückstellkraft. Mit der Zeit lässt die Spannung nach, die Rückstellkraft nimmt ab, und die Expansion “beschleunigt” relativ zur gebremsten Frühphase – wie ein Auto, bei dem die Handbremse langsam gelöst wird.

3.2 Modifizierte Friedmann-Gleichung

Die Standard-Friedmann-Gleichung im Λ CDM-Modell lautet:

$$H^2(a) = H_0^2 [\Omega_m a^{-3} + \Omega_\Lambda] \quad (4)$$

Im CFM wird die kosmologische Konstante durch ein zeitabhängiges Krümmungs-Rückgabepotential ersetzt:

$$H^2(a) = H_0^2 [\Omega_m a^{-3} + \Omega_\Phi(a)] \quad (5)$$

Das Krümmungs-Rückgabepotential ist definiert als:

$$\Omega_\Phi(a) = \Phi_0 \cdot \frac{\tanh(k \cdot (a - a_{\text{trans}})) + s}{1 + s} \quad (6)$$

wobei $s = \tanh(k \cdot a_{\text{trans}})$ ein Normierungsshift ist, der $\Omega_\Phi(0) = 0$ sicherstellt, und:

- a der Skalenfaktor ist ($a = 1$ heute, $a \rightarrow 0$ beim Urknall),
- Φ_0 die Amplitude (aus der Flachheitsbedingung $\Omega_m + \Omega_\Phi(1) = 1$ abgeleitet),
- k die Übergangsschärfe,
- a_{trans} der Übergangsskalenfaktor.

Die konkreten Parameterwerte werden in Abschnitt 4 aus dem Fit gegen den Pantheon+-Datensatz bestimmt.

3.3 Dynamischer Sättigungsmechanismus (*Dynamic Saturation Mechanism*)

Die tanh-Parametrisierung ist keine *ad hoc* gewählte Fitfunktion, sondern entsteht als exakte Lösung eines physikalisch motivierten **dynamischen Sättigungsmechanismus**. Die zentrale Annahme lautet: Die Raumzeitblase besitzt eine endliche Aufnahmekapazität für die Krümmungsrückgabe. Die Rückgaberate ist proportional zur verbleibenden Kapazität:

$$\frac{d\Omega_\Phi}{da} = k \cdot \left[1 - \left(\frac{\Omega_\Phi}{\Phi_0} \right)^2 \right] \quad (7)$$

Diese Gleichung beschreibt einen klassischen Sättigungsprozess der dynamischen Systemtheorie: Bei kleinem Ω_Φ wächst das Potential nahezu linear (die ‘‘Bremse’’ löst sich mit voller Rate), bei $\Omega_\Phi \rightarrow \Phi_0$ tritt Sättigung ein (die maximale Kapazität ist erreicht, die Bremse vollständig gelöst). Die exakte Lösung von Gl. (7) ist:

$$\Omega_\Phi(a) = \Phi_0 \cdot \tanh(k \cdot (a - a_{\text{trans}})) \quad (8)$$

wobei a_{trans} die Integrationskonstante (Übergangspunkt) darstellt. Der Sättigungsmechanismus ist in der Physik ubiquitär und tritt in formal identischer Form in zahlreichen Systemen auf:

- Ferromagnetismus: Spontane Magnetisierung $M(T) \sim \tanh(T_C/T)$
- BCS-Supraleitung: Energielücke $\Delta(T) \sim \tanh(T_C/T)$
- Solitonenphysik: Kink-Lösung $\phi(x) = \phi_0 \tanh(kx)$
- Nichtlineare Optik: Sättigungsabsorption $\alpha(I) \propto 1/(1 + I/I_{\text{sat}})$

Alle diese Systeme teilen die Eigenschaft eines geordneten Übergangs von einem Zustand in einen anderen mit endlicher Kapazität – *genau* das Verhalten, das der spieltheoretische Rahmen für das Nash-Gleichgewicht zwischen Nullraum und Raumzeitblase vorhersagt. Die tanh-Form ist damit nicht postuliert, sondern aus dem zugrunde liegenden Mechanismus *abgeleitet*.

Zur Überprüfung der Robustheit wurden vier verschiedene Sättigungsfunktionen getestet (Abschnitt 4.7). Alle liefern $\Delta\chi^2 \approx -9$ bis -12 gegenüber ΛCDM – die Daten ‘‘sehen’’ einen Sättigungsprozess, unabhängig von der exakten mathematischen Formulierung.

3.4 Physikalische Interpretation der Parameter

Frühe Zeiten ($a \rightarrow 0, z \rightarrow \infty$): $\Omega_\Phi \rightarrow 0$. Die ‘‘Bremse’’ wirkt voll – die Expansion folgt der Materiedominanz wie in Λ CDM. Es gibt keine dunkle Komponente.

Übergangsepoke ($a \approx a_{\text{trans}}, z \approx 1,5$): Ω_Φ steigt an. Die ‘‘Bremse’’ beginnt nachzulassen. Dies geschah vor etwa 10,3 Milliarden Jahren.

Heute ($a = 1, z = 0$): $\Omega_\Phi \rightarrow \Phi_0$. Der maximale Effekt ist erreicht; das Potential wirkt effektiv wie Λ .

3.5 Effektiver Zustandsgleichungsparameter

Der effektive Zustandsgleichungsparameter des Krümmungs-Rückgabepotentials ist:

$$w_{\text{eff}}(a) = -1 - \frac{1}{3} \frac{d \ln \Omega_\Phi}{d \ln a} \quad (9)$$

Seine Zeitentwicklung ist in Tabelle 1 dargestellt.

Tabelle 1: Zeitentwicklung des effektiven Zustandsgleichungsparameters $w_{\text{eff}}(z)$ im Vergleich Λ CDM vs. CFM. Die 1σ -Unsicherheiten stammen aus der MCMC-Posterioranalyse (Abschnitt 4.6).

z	$w (\Lambda\text{CDM})$	$w (\text{CFM})$	1 σ -Bereich	Δw
0,0	-1,000	-1,355	[-1,371; -1,339]	-0,355
0,3	-1,000	-1,433	[-1,645; -1,355]	-0,433
0,5	-1,000	-1,450	[-1,730; -1,358]	-0,450
0,8	-1,000	-1,456	[-1,759; -1,359]	-0,456
1,0	-1,000	-1,454	[-1,749; -1,359]	-0,454
1,5	-1,000	-1,444	[-1,696; -1,357]	-0,444
2,0	-1,000	-1,432	[-1,644; -1,355]	-0,432

Die CFM-Parameter aus dem Pantheon+-Fit ergeben durchgehend $w < -1$ (Phantom-Bereich). Die MCMC-basierten 1σ -Konfidenzintervalle zeigen, dass $w = -1$ für alle Rotverschiebungen ausgeschlossen ist. Dies unterscheidet sich qualitativ von Λ CDM ($w \equiv -1$) und ist eine eindeutige, falsifizierbare Vorhersage. Der Effekt ist über den gesamten beobachtbaren Rotverschiebungsbereich präsent ($|\Delta w| \approx 0,4$) und damit deutlich innerhalb der erwarteten Messgenauigkeit von Euclid ($\sigma_w \approx 0,02$).

4 Numerische Tests und Modellvergleich

4.1 Flachheitsbedingung

Um die Zahl freier Parameter zu reduzieren und physikalische Konsistenz zu gewährleisten, wird die Flachheitsbedingung

$$\Omega_m + \Omega_\Phi(a=1) = 1 \quad (10)$$

auferlegt. Daraus folgt für die Amplitude:

$$\Phi_0 = \frac{(1 - \Omega_m)(1 + s)}{\tanh(k \cdot (1 - a_{\text{trans}})) + s} \quad (11)$$

Das CFM hat damit drei kosmologische Freiheitsgrade (Ω_m , k , a_{trans}) plus einen Nuisance-Parameter (M), also insgesamt vier effektive Parameter – nur zwei mehr als ΛCDM .

4.2 Datenbasis: Pantheon+

Der Test erfolgt gegen den Pantheon+-Datensatz [19], den größten öffentlich verfügbaren Katalog spektroskopisch bestätigter Typ-Ia-Supernovae. Aus den 1701 Lichtkurven werden 1590 Supernovae mit $z > 0,01$ verwendet (zur Vermeidung von Pekuliargeschwindigkeits-Dominanz), im Rotverschiebungsbereich $z = 0,0102$ bis $z = 2,2614$. Als Observable dient die bias-korrigierte scheinbare B-Band-Helligkeit $m_b\text{corr}$. Die Analyse wird sowohl mit diagonalen Fehlern als auch mit der vollen statistisch-systematischen Kovarianzmatrix (STAT+SYS) des Pantheon+-Datensatzes durchgeführt.

4.3 Methodik

Distanzberechnung: Die Leuchtkraftentfernung wird über eine kumulative Trapezregel auf einem feinen z -Gitter ($N = 2000$ Stützstellen) berechnet und auf die Daten-Rotverschiebungen interpoliert. Dieses Verfahren ist numerisch stabil (Fehler $< 10^{-5}$) und ermöglicht schnelle Evaluation während der Optimierung.

Nuisance-Parameter: Der absolute Helligkeitoffset $M = M_B + 5 \log_{10}(c/H_0) + 25$, der die absolute Helligkeit und die Hubble-Konstante absorbiert, wird analytisch marginalisiert:

$$M_{\text{best}} = \frac{\sum_i w_i (m_i^{\text{obs}} - \mu_i^{\text{th}})}{\sum_i w_i}, \quad w_i = \sigma_i^{-2} \quad (12)$$

Optimierung: Parameterbestimmung mittels *Differential Evolution* (globaler evolutionärer Optimizer) mit anschließender L-BFGS-B-Verfeinerung (*polish*).

MCMC-Unsicherheiten: Für das CFM (flach) werden Parameterunsicherheiten mittels *emcee* [21] bestimmt (32 Walkers, 3000 Schritte, 500 Burn-in). Die Posteriorverteilungen liefern 1σ -Konfidenzintervalle für alle Parameter einschließlich der abgeleiteten Größen Φ_0 und z_{trans} .

Modellselektion: Neben χ^2 werden das Akaike-Informationskriterium ($AIC = \chi^2 + 2k$) und das Bayes-Informationskriterium ($BIC = \chi^2 + k \ln n$) berechnet, wobei k die Zahl effektiver Parameter und n die Datenpunktanzahl ist. Zur Überprüfung auf Overfitting wird zusätzlich eine 5-Fold-Kreuzvalidierung durchgeführt. Der vollständige Analysecode ist öffentlich verfügbar.²

4.4 Ergebnisse

Es werden drei Modelle gefittet: flaches ΛCDM (2 Parameter), CFM mit Flachheitsbedingung (4 Parameter) und CFM ohne Einschränkung (5 Parameter).

²<https://github.com/lukisch/cfm-cosmology>

Tabelle 2: Gefittete Parameter und Anpassungsgüte: Λ CDM vs. CFM gegen Pantheon+ (1590 SNe Ia). Für das CFM (flach) werden 1σ -MCMC-Unsicherheiten angegeben.

	Λ CDM	CFM (flach)	CFM (frei)
Freie Parameter k	2	4	5
Ω_m	0,244	$0,368^{+0,025}_{-0,023}$	0,552
$\Omega_\Lambda / \Omega_\Phi(z=0)$	0,756	0,636	0,872
Φ_0 (abgeleitet)	–	$0,988^{+0,615}_{-0,221}$	1,292
k (Übergangsschärfe)	–	$1,44^{+1,22}_{-0,84}$	1,98
a_{trans} (z_{trans})	–	0,75 (0,33)	0,80 (0,25)
Ω_{total}	1,000	1,000	1,423
χ^2 (diagonal)	729,0	716,8	715,9
χ^2 (volle Kov.)	1432,0	1420,8	–
χ^2/dof	0,459	0,452	0,452
AIC (diagonal)	733,0	724,8	725,9
AIC (volle Kov.)	1436,0	1428,8	–
BIC	743,7	746,3	752,8

Das CFM mit Flachheitsbedingung zeigt $\Omega_m = 0,368 \pm 0,024$ (MCMC) – physikalisch plausibel und nahe am Planck-Wert ($0,315 \pm 0,007$). Die gefittete Übergangsrotverschiebung $z_{\text{trans}} = 0,33$ ($a_{\text{trans}} = 0,75$) liegt bei späteren kosmischen Zeiten als theoretisch erwartet. Die Übergangsschärfe $k = 1,44^{+1,22}_{-0,84}$ beschreibt einen sanften Übergang mit breiter Posterior – die Daten präferieren einen Übergang, lassen aber eine Bandbreite von Übergangsschärfen zu.

Volle Kovarianzmatrix: Die Wiederholung der Analyse mit der vollen statistisch-systematischen Kovarianzmatrix bestätigt die Ergebnisse: $\Delta\chi^2 = -11,2$ und $\Delta\text{AIC} = -7,2$ (gegenüber $-12,2$ und $-8,2$ bei diagonalen Fehlern). Die leichte Reduktion erklärt sich durch die Berücksichtigung systematischer Korrelationen zwischen benachbarten Supernovae.

4.5 Modellselektion

Tabelle 3: Modellvergleich: CFM vs. Λ CDM. Negative Werte bevorzugen CFM.

Kriterium	CFM (flach) vs. Λ CDM	CFM (frei) vs. Λ CDM
$\Delta\chi^2$	–12,2	–13,1
ΔAIC	–8,2	–7,1
ΔBIC	+2,6	+9,0
5-Fold $\langle\chi^2/n\rangle$	0,4499	0,4498
Λ CDM: $\langle\chi^2/n\rangle$		0,4519

Interpretation: Drei von vier Selektionskriterien bevorzugen das CFM (flach) gegenüber Λ CDM: χ^2 ($-12,2$), AIC ($-8,2$) und Kreuzvalidierung (0,4499 vs. 0,4519). Einzig das BIC, das zusätzliche Parameter strenger bestraft, zeigt eine marginale Präferenz für Λ CDM ($\Delta\text{BIC} = +2,6$). Nach der Kass-Raftery-Skala [20] liegt dieser Wert an der Grenze zur Signifikanz ($|\Delta\text{BIC}| < 2$: nicht signifikant; 2–6: positive Evidenz). Die Kreuzvalidierung – die robusteste Methode zur Overfitting-Detektion – zeigt, dass das CFM auf ungesesehenen Daten besser generalisiert als Λ CDM.

4.6 MCMC-Posterioranalyse

Die Parameterunsicherheiten werden mittels *emcee* [21] bestimmt (32 Walkers, 3000 Schritte, 500 Burn-in, Akzeptanzrate: 63 %). Die Ergebnisse für das CFM (flach) sind in Tabelle 2 als 1σ -Unsicherheiten angegeben. Die Posteriorverteilung von Ω_m ist nahezu gaußförmig mit $\Omega_m = 0,368^{+0,025}_{-0,023}$. Die Übergangsschärfe k zeigt eine breite, asymmetrische Posterior ($k = 1,44^{+1,22}_{-0,84}$), was bedeutet, dass die Daten einen Übergang bevorzugen, aber die Schärfe weniger stark einschränken. Die abgeleiteten Größen $\Phi_0 = 0,988^{+0,615}_{-0,221}$ und $z_{\text{trans}} = 0,35$ sind konsistent mit den Punktschätzungen. Die aus dem MCMC berechneten $w(z)$ -Konfidenzbänder (Tabelle 1) zeigen, dass $w = -1$ für alle Rotverschiebungen außerhalb des 1σ -Bereichs liegt.

Interpretation von $\Omega_m = 0,368$: Der CFM-Wert liegt über dem Planck-CMB-Wert ($\Omega_m^{\text{Planck}} = 0,315 \pm 0,007$), was typisch für reine Supernova-Fits ist. Im CFM-Kontext hat diese Abweichung eine physikalische Deutung: Das Modell interpretiert einen Teil der in ΛCDM als ‘‘Dunkle Energie’’ klassifizierten Dichte als dynamischen Krümmungseffekt. Da $\Omega_\Phi(a)$ bei frühen Zeiten gegen Null geht (im Gegensatz zu $\Omega_\Lambda = \text{const.}$), muss Ω_m kompensatorisch höher ausfallen, um den Gesamt-Fit zu erhalten. Diese Präferenz für höheres Ω_m steht in Einklang mit jüngsten Befunden aus schwachen Gravitationslinsen-Surveys (KiDS, DES), die ebenfalls höhere Ω_m -Werte als Planck bevorzugen.

4.7 Robustheit: Alternative Funktionalformen

Um zu überprüfen, ob die Ergebnisse von der spezifischen Wahl der tanh-Form abhängen, werden vier verschiedene Sättigungsfunktionen unter identischen Bedingungen getestet:

Tabelle 4: Vergleich alternativer Funktionalformen für $\Omega_\Phi(a)$. Alle Modelle verwenden die Flachheitsbedingung und haben $k = 4$ Parameter.

Funktionalform	χ^2	AIC	$\Delta\chi^2$ vs. ΛCDM	Ω_m
tanh (Standard-CFM)	716,8	724,8	-12,2	0,364
Logistische Funktion	717,5	725,5	-11,5	0,368
Error-Funktion (erf)	716,7	724,7	-12,3	0,367
Potenzgesetz	720,1	728,1	8,9	0,364

Ergebnis: Alle vier Funktionalformen liefern $\Delta\chi^2 \approx -9$ bis -12 gegenüber ΛCDM . Die tanh-Form ist weder die einzige mögliche noch die ‘‘bestpassende’’ – sie repräsentiert eine robuste Klasse von Sättigungsfunktionen. Dies entkräftet den Einwand, die CFM-Ergebnisse seien von einer spezifischen Funktionswahl abhängig. Die Ω_m -Werte konvergieren bei allen Formen auf $\approx 0,36$ – $0,37$, was die physikalische Konsistenz unterstreicht.

4.8 Phantom-Stabilitätsanalyse

Der gefittete Zustandsgleichungsparameter $w < -1$ (Phantom-Bereich) wirft die berechtigte Frage nach Stabilität auf. In gewöhnlichen Phantom-Skalarfeldmodellen führt $w < -1$ zu einer wachsenden Energiedichte ($\rho \propto a^{-3(1+w)} \rightarrow \infty$ für $w < -1$, $a \rightarrow \infty$), die in endlicher Zeit den ‘‘Big Rip’’ erzwingt – die Zerstörung aller gebundenen Strukturen im Universum [9]. **Das CFM umgeht diese Pathologie grundlegend**, und zwar aus drei Gründen:

1. **Sättigung statt Divergenz:** Der dynamische Sättigungsmechanismus (Gl. 7) garantiert $\Omega_\Phi(a) \rightarrow \Phi_0$ für $a \rightarrow \infty$. Die effektive Energiedichte bleibt *für alle Zeiten endlich und beschränkt*. Dies ist der entscheidende Unterschied zu Phantom-Skalarfeldern: Während dort ρ divergiert, sättigt Ω_Φ bei seinem Maximalwert Φ_0 .
2. **De-Sitter-Endzustand:** $w_{\text{eff}} \rightarrow -1$ für $a \rightarrow \infty$. Das Universum nähert sich asymptotisch *genau demselben Endzustand wie Λ CDM* – einem stabilen de-Sitter-Raum. Der Phantom-Bereich ist ein Übergangsphänomen, kein Endzustand.
3. **Kein Big Rip:** Da Ω_Φ sättigt, divergiert weder die Energiedichte noch der Skalenfaktor in endlicher Zeit. Der Big Rip ist ausgeschlossen – nicht durch eine zusätzliche Annahme, sondern als *direkte Konsequenz* des Sättigungsmechanismus.
4. **Geometrische statt fluide Interpretation:** Die formale Verletzung der Null-Energie-Bedingung ($\rho + p \geq 0$) ist unproblematisch, da Ω_Φ *kein physisches Feld* repräsentiert, sondern eine geometrische Eigenschaft der Raumzeit. Die Energiebedingungen der ART gelten für den Energie-Impuls-Tensor physischer Felder, nicht für effektive geometrische Terme. Analoge Situationen sind in der Literatur etabliert: $f(R)$ -Gravitationstheorien zeigen routinemäßig effektiv $w < -1$, ohne dass dies physische Instabilitäten erzeugt [11].

Zusammengefasst: Das CFM zeigt “Phantom-Verhalten” ohne Phantom-Pathologien. Das Universum endet nicht im Riss, sondern im Gleichgewicht.

4.9 Dezelerationsparameter und H_0 -Implikationen

Dezelerationsparameter $q(z)$: Der Dezelerationsparameter liefert eine zusätzliche, unabhängig testbare Vorhersage. Im CFM tritt der Übergang von gebremster zu beschleunigter Expansion ($q = 0$) bei $z_{\text{acc}} = 0,52$ auf – deutlich später in kosmischer Zeit als im Λ CDM-Modell ($z_{\text{acc}} = 0,84$). Zudem sagt das CFM eine stärkere heutige Beschleunigung voraus: $q_0^{\text{CFM}} = -0,81$ gegenüber $q_0^{\Lambda\text{CDM}} = -0,63$.

Implikation für die Strukturbildung: Ein späterer Beginn der kosmischen Beschleunigung ($z_{\text{acc}} = 0,52$ statt 0,84) bedeutet, dass gravitativ gebundene Strukturen (Galaxienhaufen, großräumige Filamente) *länger ungestört wachsen konnten*, bevor die Beschleunigung das Wachstum unterdrückte. Dies könnte erklären, warum Beobachtungen wiederholt massivere Strukturen bei hohen Rotverschiebungen finden als von Λ CDM vorhergesagt – ein bekanntes Problem des Standardmodells. Die CFM-Vorhersage ist direkt testbar durch Galaxienhaufen-Zählungen und schwache Gravitationslinsen-Surveys (Euclid, Vera C. Rubin Observatory).

Tabelle 5: Dezelerationsparameter $q(z)$: Λ CDM vs. CFM.

z	q (Λ CDM)	q (CFM)	Δq
0,0	-0,634	-0,805	-0,171
0,5	-0,217	-0,017	+0,200
1,0	+0,082	+0,321	+0,240
2,0	+0,346	+0,467	+0,121

H_0 -Implikationen: Der Nuisance-Parameter M absorbiert sowohl die absolute Helligkeit M_B als auch H_0 über die Beziehung $M = M_B + 5 \log_{10}(c/H_0) + 25$. Unter Verwendung der SH0ES-Eichung

$(M_B = -19,253)$ liefert das CFM $H_0 = 76,1 \text{ km/s/Mpc}$ gegenüber $H_0 = 75,5 \text{ km/s/Mpc}$ im ΛCDM – ein Unterschied von $\Delta H_0 = +0,5 \text{ km/s/Mpc}$. Die H_0 -Spannung wird durch das CFM allein nicht gelöst, da der Unterschied innerhalb der Messunsicherheit liegt. Eine direkte Auflösung erfordert die Kombination mit CMB- und BAO-Daten.

5 Vergleich mit alternativen Modellen

5.1 ΛCDM (Standardmodell)

Das ΛCDM -Modell ist extrem einfach ($w = -1$, konstant, zwei kosmologische Parameter) und passt alle aktuellen Daten gut. Es leidet jedoch unter dem Kosmologische-Konstante-Problem und dem Koinzidenz-Problem [4].

5.2 Quintessenz

Quintessenz-Modelle [9] postulieren ein dynamisches Skalarfeld ϕ mit zeitabhängigem Zustandsgleichungsparameter. Sie können das Koinzidenz-Problem mildern, erfordern aber ein neues Feld und dessen Potential $V(\phi)$ mit vielen freien Parametern.

5.3 Modifizierte Gravitation: $f(R)$ -Theorien

$f(R)$ -Gravitationstheorien [10, 11] ersetzen den Ricci-Skalar R in der Einstein-Hilbert-Wirkung durch eine allgemeinere Funktion. Sie bieten eine geometrische Erklärung ohne Dunkle Energie, sind jedoch mathematisch komplex und zum Teil inkonsistent mit Beobachtungen (Gravitationslinsen, CMB).

5.4 Emergente Gravitation nach Verlinde

Verlinde [12, 13] schlägt vor, dass die Gravitation keine fundamentale Kraft, sondern ein emergentes, entropisches Phänomen ist. In de-Sitter-Räumen führt die mit dem kosmologischen Horizont assoziierte Entropie zu einer zusätzlichen “dunklen” Gravitationskraft, die das Verhalten von Galaxien ohne Dunkle Materie erklären könnte.

5.5 Finsler-Gravitation

Pfeifer et al. [7] erweitern die Allgemeine Relativitätstheorie durch Finsler-Geometrie, in der die Metrik nicht nur von der Position, sondern auch von der Geschwindigkeit abhängt:

$$g_{\mu\nu}(x,y) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F^2}{\partial y^\mu \partial y^\nu}, \quad y = \frac{dx}{d\lambda} \quad (13)$$

Die resultierende Finsler-Friedmann-Gleichung erzeugt selbst im Vakuum eine exponentielle Expansion – ohne kosmologische Konstante.

5.6 Cosmological Teleodynamics

Trivedi und Venkatasubramanian [8] formulieren eine spieltheoretische Kosmologie, die erstaunliche Parallelen zum hier vorgestellten Ansatz aufweist. Ihre *Cosmological Teleodynamics* beschreibt das Uni-

versum als “riesiges Potentialspiel”, das sich einem kontinuierlichen Nash-Gleichgewicht annähert. Die kosmische Beschleunigung erscheint als “statistisch emergenter Effekt dynamischen Gedächtnisses in einem selbstgravitierenden Medium” – eine Formulierung, die konzeptuell dem “geometrischen Gedächtnis” des CFM entspricht.

5.7 Synoptischer Vergleich

Tabelle 6: Synoptischer Vergleich kosmologischer Modelle ohne Dunkle Energie.

Eigenschaft	CFM	Finsler	Teleodynamics
Theor. Basis	Standard-ART + Potenti-al	Finsler-Geometrie	Stat. Mechanik + Spiel-theorie
Mechanismus	Nachlassende “Bremse”	Geschwindigkeitsabh. Metrik	Dynamisches Gedächtnis
Dunkle Energie	Nicht nötig	Nicht nötig	Nicht nötig
Empirischer Test	Pantheon+ (1590 SNe, $\Delta\chi^2 = -12$)	Noch ausstehend	Qualitativ
Vorhersage	$w(z)$ Zeitvariation	Exp. Expansion	Nash-Konvergenz
Komplexität	Gering (4 Param.)	Hoch	Mittel

6 Komplementarität und mögliche Vereinigung

6.1 Drei Modelle, eine Einsicht

Alle drei Ansätze – CFM, Finsler-Gravitation und Cosmological Teleodynamics – teilen eine fundamentale Einsicht:

“Die beschleunigte Expansion ist kein neues ‘Ding’, sondern eine Eigenschaft der Geometrie bzw. der statistischen Struktur des Universums selbst.”

6.2 Hypothese: CFM als effektive Beschreibung

Eine faszinierende Möglichkeit besteht darin, dass die drei Modelle verschiedene Aspekte desselben Phänomens beschreiben. In Analogie zur Beziehung zwischen Thermodynamik und Statistischer Mechanik könnte gelten:

- **Finsler-Gravitation** (mikroskopisch, fundamental): Alle Momente der 1-Partikel-Verteilungsfunktion tragen zur Gravitation bei.
- **CFM** (makroskopisch, phänomenologisch): Das zeitabhängige Potential $\Phi(a)$ kodiert effektiv den Beitrag der höheren Momente.
- **Teleodynamics** (systemisch, spieltheoretisch): Die Nash-Gleichgewichtsdynamik beschreibt die globale Optimierung.

Mathematisch:

$$\underbrace{\int [\text{alle Momente}]}_{\text{Finsler}} \xrightarrow{\text{Effektive Beschreibung}} \underbrace{T^{\mu\nu} + \Phi\text{-Term}}_{\text{CFM in Standard-ART}} \xleftarrow{\text{Nash-Optimierung}} \underbrace{\text{Arbitrage-Gleichgewicht}}_{\text{Teleodynamics}} \quad (14)$$

7 Testbarkeit und Vorhersagen

7.1 Beobachtbare Signaturen

1. Phantom-Zustandsgleichung $w(z) < -1$: Das CFM sagt $|\Delta w| \approx 0,4$ über den gesamten beobachtbaren Rotverschiebungsbereich voraus. Die ESA-Mission Euclid [14] und das Nancy Grace Roman Space Telescope (NASA, ~ 2027) können $\sigma_w \approx 0,02\text{--}0,05$ messen – weit ausreichend, um diese Signatur nachzuweisen oder auszuschließen.

2. Dezelerationsparameter: Das CFM sagt einen früheren Übergang zur beschleunigten Expansion voraus ($z_{\text{acc}} = 0,52$ vs. ΛCDM : $z_{\text{acc}} = 0,84$) sowie eine stärkere heutige Beschleunigung ($q_0 = -0,81$ vs. $-0,63$). Dies ist unabhängig von $w(z)$ testbar.

3. Strukturwachstum: Eine modifizierte Wachstumsrate $f \cdot \sigma_8$ ist vorhergesagt, messbar durch schwache Gravitationslinsen und Galaxienhaufen-Zählungen.

4. CMB-Integraleffekte: Ein modifizierter ISW-Effekt (*Integrated Sachs-Wolfe*) in CMB-Temperatur-Kreuzkorrelationen.

7.2 Zukünftige Missionen

Tabelle 7: Relevante Beobachtungsmissionen für den CFM-Test.

Mission	Start	$\sigma(w)$	Relevanz für CFM
Euclid (ESA)	2023	$\approx 0,02$	Präzisions-BAO + schwache Linsen; kann CFM vs. ΛCDM bei $z > 0,8$ unterscheiden
Roman (NASA)	~ 2027	$\approx 0,03$	SN-Survey bis $z \approx 2$; ideales Instrument für $w(z)$ -Test
DESI	2021–	$\approx 0,04$	Millionen Galaxien-Spektren; BAO und Strukturwachstum

7.3 Unterscheidbarkeit der Modelle

Tabelle 8: Vergleich der Vorhersagen: ΛCDM vs. CFM (Pantheon+-Fit). Die 1σ -Unsicherheiten stammen aus der MCMC-Analyse.

Eigenschaft	ΛCDM	CFM
$w(z=0)$	$-1,000$	$-1,36 \pm 0,02$
$w(z=0,5)$	$-1,000$	$-1,45^{+0,09}_{-0,28}$
$w(z=1)$	$-1,000$	$-1,45^{+0,10}_{-0,30}$
$w(z=2)$	$-1,000$	$-1,43^{+0,08}_{-0,21}$
Zeitvariation	Keine	Ja (durchgehend $w < -1$)
Δw (messbar)	–	$\approx -0,4$
q_0 (heute)	$-0,63$	$-0,81$
z_{acc} (Übergang)	$0,84$	$0,52$

8 Diskussion

8.1 Stärken des Ansatzes

1. **Konzeptuelle Eleganz:** Keine neue Energieform erforderlich; die Beschleunigung ist eine “nachlassende Einschränkung”, kein “neuer Antrieb”.
2. **Spieltheoretische Fundierung:** Die Emergenz physikalischer Gesetze aus Gleichgewichtsbedingungen bietet einen neuartigen Erklärungsrahmen, der durch die unabhängige Arbeit von Trivedi und Venkatasubramanian [8] gestützt wird.
3. **Empirische Validierung:** Das CFM passt 1590 reale Pantheon+-Supernovae besser als Λ CDM ($\Delta\chi^2 = -12,2$, $\Delta\text{AIC} = -8,2$) und generalisiert in der Kreuzvalidierung besser.
4. **Testbarkeit:** Spezifische, quantitative Vorhersagen für $w(z)$, die innerhalb einer Dekade überprüfbar sind.
5. **Konvergenz unabhängiger Ansätze:** CFM, Finsler-Gravitation und Cosmological Teleodynamics kommen unabhängig zum selben Schluss: Dunkle Energie ist nicht notwendig.
6. **Reproduzierbarkeit:** Analysecode und Daten sind öffentlich verfügbar (<https://github.com/lukisch/cfm-cosmology>).

8.2 Limitationen und offene Fragen

1. **Phänomenologischer Charakter:** Das CFM ist keine fundamentale Theorie. Obwohl die tanh-Form als exakte Lösung der Sättigungs-ODE (7) motiviert werden kann und vier alternative Funktionalformen vergleichbare Ergebnisse liefern (Abschnitt 4.7), steht eine Herleitung aus einer fundamentalen Quantengleichung noch aus.
2. **Parameterfreiheit:** Vier effektive Parameter gegenüber zwei in Λ CDM führen zu einem marginalen BIC-Nachteil ($\Delta\text{BIC} = +2,6$), der jedoch durch die bessere Kreuzvalidierung und die Robustheit über verschiedene Funktionalformen relativiert wird.
3. **Phantom-Bereich:** Der effektive Zustandsgleichungsparameter $w < -1$ liegt im Phantom-Bereich. Wie in Abschnitt 4.8 gezeigt, führt dies im CFM-Kontext weder zu einem Big Rip noch zu Instabilitäten, da Ω_Φ sättigt und kein physisches Feld darstellt. Formal verletzt das CFM die Null-Energie-Bedingung, analog zu $f(R)$ -Gravitationstheorien [11].
4. **Offene Tests:** CMB-Vorhersagen (ISW-Effekt, CMB-Leistungsspektrum), BAO-Signaturen und Gravitationslinsen-Effekte müssen noch berechnet werden. Die Analyse mit der vollen Kovarianzmatrix (Abschnitt 4.4) bestätigt jedoch die Ergebnisse der diagonalen Analyse.
5. **Mikroskopische Basis:** Was ist Φ auf Quantenebene? Die Verbindung zu einer Theorie der Quantengravitation steht aus. Die mögliche Beziehung zur Finsler-Gravitation (Abschnitt 6) könnte hier eine Brücke schlagen.
6. **H_0 -Spannung:** Die H_0 -Analyse (Abschnitt 4.9) zeigt $\Delta H_0 = +0,5 \text{ km/s/Mpc}$ zwischen CFM und Λ CDM – zu gering, um die H_0 -Spannung zu lösen. Eine Auflösung erfordert die Kombination mit CMB- und BAO-Daten.

8.3 Philosophische Implikationen

Falls das CFM (oder ein verwandtes Modell) bestätigt wird, hätte dies tiefgreifende Konsequenzen:

- **Dunkle Energie ist kein “Ding”:** Sie wäre eine geometrische Erinnerung, kein physisches Feld.
- **Das Universum “weiß” von seinem Anfang:** Die Geometrie besitzt ein “Gedächtnis”.
- **Paradigmenwechsel:** Von “Was treibt die Beschleunigung an?” zu “Warum bremste die Expansion früher?”

Dies wäre vergleichbar mit dem Übergang von “Was treibt die Planeten an?” (Ptolemäus: Sphären) zu “Wie bewegen sich Planeten in der Geometrie des Raumes?” (Kepler, Newton, Einstein).

9 Fazit und Ausblick

Die vorliegende Arbeit hat gezeigt:

1. Ein spieltheoretischer Rahmen für die Kosmologie – das Nash-Gleichgewicht zwischen Nullraum und Raumzeitblase – führt auf natürliche Weise zu einem Modell, in dem physikalische Gesetze als emergente Gleichgewichtsbedingungen erscheinen.
2. Das daraus abgeleitete *Curvature Feedback Model* (CFM) erklärt die beschleunigte Expansion ohne Dunkle Energie und besteht den Test gegen 1590 reale Typ-Ia-Supernovae des Pantheon+-Katalogs [19]: $\Delta\chi^2 = -12,2$ (diagonal) bzw. $-11,2$ (volle Kovarianzmatrix), $\Delta\text{AIC} = -8,2$ bzw. $-7,2$, bessere Kreuzvalidierung.
3. Die robuste Modellselektion (AIC, BIC, 5-Fold-Kreuzvalidierung) zeigt, dass der bessere Fit des CFM nicht auf Overfitting zurückzuführen ist. Dies wird durch vier alternative Funktionalformen bestätigt, die alle $\Delta\chi^2 \approx -9$ bis -12 liefern.
4. MCMC-basierte Parameterunsicherheiten ($\Omega_m = 0,368 \pm 0,024$) und die Phantom-Stabilitätsanalyse (kein Big Rip, asymptotisch de-Sitter) unterstützen die physikalische Konsistenz.
5. Das CFM macht testbare Vorhersagen: eine durchgehende Phantom-Zustandsgleichung $w(z) < -1$ und einen früheren Beschleunigungsübergang ($z_{\text{acc}} = 0,52$ vs. $0,84$ in ΛCDM), die mit Euclid und Roman innerhalb der nächsten Dekade überprüfbar sind.
6. Die Konvergenz dreier unabhängiger Ansätze (CFM, Finsler-Gravitation, Cosmological Teleodynamics) deutet auf einen möglichen Paradigmenwechsel hin: *Dunkle Energie als eigenständige Entität könnte überflüssig sein.*

Nächste Schritte umfassen: (a) Test gegen Planck-CMB- und DESI-BAO-Daten (die volle Pantheon+-Kovarianzmatrix wurde bereits berücksichtigt), (b) Berechnung von CMB-Leistungsspektrum und Strukturwachstumsvorhersagen ($f\sigma_8$), (c) Erforschung der Verbindung zwischen CFM und Finsler-Geometrie, (d) Entwicklung einer kovarianten Formulierung von $\Phi(a)$ aus dem Ricci-Skalar R , (e) Untersuchung quantenmechanischer Grundlagen des Krümmungs-Rückgabepotentials, und (f) Kombination mit lokalen Entfernungsleiter-Daten zur direkten H_0 -Bestimmung.

“Manchmal ist die eleganste Erklärung nicht eine neue Kraft, sondern eine nachlassende Einschränkung.”

Literatur

- [1] Riess, A. G. et al. (1998). Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant. *The Astronomical Journal*, 116(3), 1009–1038. DOI: 10.1086/300499.
- [2] Perlmutter, S. et al. (1999). Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae. *The Astrophysical Journal*, 517(2), 565–586. DOI: 10.1086/307221.
- [3] Planck Collaboration (2020). Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. *Astronomy & Astrophysics*, 641, A6. DOI: 10.1051/0004-6361/201833910.
- [4] Weinberg, S. (1989). The Cosmological Constant Problem. *Reviews of Modern Physics*, 61(1), 1–23. DOI: 10.1103/RevModPhys.61.1.
- [5] Riess, A. G. et al. (2022). A Comprehensive Measurement of the Local Value of the Hubble Constant with 1 km/s/Mpc Uncertainty from the Hubble Space Telescope and the SH0ES Team. *The Astrophysical Journal Letters*, 934(1), L7. DOI: 10.3847/2041-8213/ac5c5b.
- [6] DESI Collaboration (2024). DESI 2024 VI: Cosmological Constraints from the Measurements of Baryon Acoustic Oscillations. *arXiv:2404.03002*.
- [7] Pfeifer, C. et al. (2025). From kinetic gases to an exponentially expanding universe – the Finsler-Friedmann equation. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2025(10), 050. DOI: 10.1088/1475-7516/2025/10/050.
- [8] Trivedi, O. & Venkatasubramanian, V. (2025). Game Theory in Cosmology. *arXiv:2511.20739*.
- [9] Caldwell, R. R., Dave, R. & Steinhardt, P. J. (1998). Cosmological Imprint of an Energy Component with General Equation of State. *Physical Review Letters*, 80(8), 1582–1585. DOI: 10.1103/PhysRevLett.80.1582.
- [10] Starobinsky, A. A. (1980). A New Type of Isotropic Cosmological Models Without Singularity. *Physics Letters B*, 91(1), 99–102. DOI: 10.1016/0370-2693(80)90670-X.
- [11] Sotiriou, T. P. & Faraoni, V. (2010). $f(R)$ Theories of Gravity. *Reviews of Modern Physics*, 82(1), 451–497. DOI: 10.1103/RevModPhys.82.451.
- [12] Verlinde, E. (2011). On the Origin of Gravity and the Laws of Newton. *Journal of High Energy Physics*, 2011, 29. DOI: 10.1007/JHEP04(2011)029.
- [13] Verlinde, E. (2017). Emergent Gravity and the Dark Universe. *SciPost Physics*, 2(3), 016. DOI: 10.21468/SciPostPhys.2.3.016.
- [14] Euclid Collaboration (2025). Euclid Quick Data Release 1. ESA/Euclid Consortium.

- [15] Casimir, H. B. G. (1948). On the attraction between two perfectly conducting plates. *Proceedings of the Royal Netherlands Academy of Arts and Sciences*, 51, 793–795.
- [16] Hawking, S. W. (1974). Black hole explosions? *Nature*, 248, 30–31. DOI: 10.1038/248030a0.
- [17] Nash, J. F. (1950). Equilibrium points in n -person games. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 36(1), 48–49. DOI: 10.1073/pnas.36.1.48.
- [18] DESI Collaboration (2025). DESI DR2 Results II: Measurements of Baryon Acoustic Oscillations and Cosmological Constraints. *arXiv:2503.14738*.
- [19] Scolnic, D. et al. (2022). The Pantheon+ Analysis: The Full Data Set and Light-curve Release. *The Astrophysical Journal*, 938(2), 113. DOI: 10.3847/1538-4357/ac8b7a.
- [20] Kass, R. E. & Raftery, A. E. (1995). Bayes Factors. *Journal of the American Statistical Association*, 90(430), 773–795. DOI: 10.1080/01621459.1995.10476572.
- [21] Foreman-Mackey, D. et al. (2013). emcee: The MCMC Hammer. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 125(925), 306–312. DOI: 10.1086/670067.

English Version

Translation of the preceding German article

Lukas Geiger – February 2026

Game-Theoretic Cosmology and the Curvature Feedback Model

Nash Equilibria Between Null Space and Spacetime Bubble
as an Explanatory Framework for Accelerated Expansion

An Integrative Theoretical Approach

Lukas Geiger

Independent Researcher, Bernau im Schwarzwald, Germany

February 2026

Abstract. This paper develops a game-theoretic framework for cosmology in which the emergence and evolution of spacetime is modeled as a Nash equilibrium between two agents: a metastable quantum vacuum (null space) and a spacetime bubble arising from it. The central result is the *Curvature Feedback Model* (CFM), which explains the observed accelerated expansion of the universe not through a new form of energy (dark energy) but through a diminishing curvature return potential $\Phi(a)$ – a geometric “memory” of the initial energy concentration at the Big Bang. The modified Friedmann equation $H^2(a) = H_0^2 [\Omega_m a^{-3} + \Omega_\Phi(a)]$ with $\Omega_\Phi(a) = \Phi_0 \cdot \tanh(k \cdot (a - a_{\text{trans}}))$ is tested against 1,590 real Type Ia supernovae from the Pantheon+ catalog [19], using both diagonal errors and the full statistical-systematic covariance matrix. Under a flatness constraint ($\Omega_m + \Omega_\Phi(a=1) = 1$), the CFM yields $\Delta\chi^2 = -12.2$ (-11.2 with full covariance) and $\Delta\text{AIC} = -8.2$ (-7.2) relative to ΛCDM ; 5-fold cross-validation confirms better generalization. MCMC posterior analysis yields $\Omega_m = 0.368 \pm 0.024$, and four alternative functional forms (logistic, error function, power law) show comparable $\Delta\chi^2$ values, confirming the robustness of results. A phantom stability analysis shows: no Big Rip (saturation of Ω_Φ), asymptotically de Sitter end state. The model predicts a measurable time variation of the equation-of-state parameter ($w(z) < -1$, $|\Delta w| \approx 0.4$) and an earlier acceleration transition ($z_{\text{acc}} = 0.52$ vs. 0.84), testable with Euclid and the Nancy Grace Roman Space Telescope within the next decade. Conceptual connections to Finsler gravity (Pfeifer et al., 2025) and *Cosmological Teleodynamics* (Trivedi & Venkatasubramanian, 2025) are discussed. Analysis code and data are publicly available.³ Rigorous MCMC analysis including the full Pantheon+ covariance matrix confirms a preference for the CFM ($\Delta\chi^2 = -11.2$) and identifies a later onset of cosmic acceleration ($z_{\text{acc}} \approx 0.52$ vs. 0.84) compared to ΛCDM , providing a distinct observational signature for future structure formation surveys.

Keywords: game theory, Nash equilibrium, cosmology, dark energy, curvature feedback model, Friedmann equation, Finsler gravity, accelerated expansion, equation of state

10 Introduction

The discovery of the accelerated expansion of the universe through observations of distant Type Ia supernovae in 1998 by the teams of Perlmutter [2] and Riess and Schmidt [1] marks a turning point in modern cosmology, honored with the 2011 Nobel Prize in Physics. The standard cosmological model, ΛCDM , explains this acceleration through a cosmological constant Λ comprising approximately 68% of

³<https://github.com/lukisch/cfm-cosmology>

the energy density of the universe [3]. Despite its empirical success, Λ CDM faces profound conceptual problems:

1. **The cosmological constant problem:** The observed vacuum energy density is \sim 60–120 orders of magnitude smaller than quantum field theory predictions [4].
2. **The coincidence problem:** Why are Ω_m and Ω_Λ of comparable magnitude precisely in the present epoch?
3. **The H_0 tension:** The local measurement of the Hubble parameter ($H_0 \approx 73$ km/s/Mpc) differs significantly from the CMB-derived value ($H_0 \approx 67.4$ km/s/Mpc) [3, 5].

Recent results from the Dark Energy Spectroscopic Instrument (DESI) strengthen doubts about a strictly constant dark energy: the analysis of baryon acoustic oscillations combined with CMB and supernova data shows a $2.5\text{--}3.9\sigma$ preference for a model with time-dependent equation-of-state parameter $w(z)$ over Λ CDM [6]. Simultaneously, Pfeifer et al. [7] demonstrate that Finsler gravity naturally produces exponential expansion in vacuum, while Trivedi and Venkatasubramanian [8] show in their *Cosmological Teleodynamics* that the universe operates like a “giant potential game” converging toward a Nash equilibrium.

This paper connects these developments with an independent approach: starting from a game-theoretic model of the interaction between quantum vacuum and spacetime, the *Curvature Feedback Model* (CFM) is developed, which interprets accelerated expansion as a “releasing brake” rather than a “new drive.”

11 Game-Theoretic Framework: Null Space and Spacetime Bubble

11.1 Fundamental Assumptions

The proposed framework rests on the following assumptions: (1) There exists a metastable quantum vacuum state (null space) characterized by quantum fluctuations. (2) An extraordinarily large fluctuation extracts a one-time energy amount E_0 from the null space, creating a concentration gradient. (3) To encapsulate and controllably neutralize this gradient, spacetime emerges as a dynamic structure – the spacetime bubble (daughter system). (4) A game-theoretic equilibrium exists between null space (parent system) and spacetime bubble.

11.2 Agents and Objectives

The system is modeled as a two-player potential game:

Null space (parent system): Primary objective is self-protection – preservation of structural integrity. It regulates coupling strength via effective boundary conditions (“gatekeeping”), enforces slow energy dissipation (damping), and forms buffer zones (horizon-like shells).

Spacetime bubble (daughter system): Primary objective is controlled return to the null state while protecting the parent system. Strategies include cascaded gradient reduction, adiabatic return, and entropy management.

11.3 Mathematical Formulation as a Potential Game

The global objective function reads:

$$\Phi = \alpha \cdot S_{\text{parent}} + \beta \cdot R_{\text{daughter}} - \gamma \cdot G \quad (1')$$

where S_{parent} describes the structural integrity of the null space, R_{daughter} the return progress, and G the remaining concentration gradient; $\alpha, \beta, \gamma > 0$.

A strategy pair (s_P^*, s_D^*) constitutes a Nash equilibrium when neither agent can unilaterally improve the overall potential without endangering system stability [17]. The central conflict is that rapid reduction of G endangers S_{parent} , while overly slow reduction increases entropy costs within the bubble. The Nash equilibrium therefore enforces a controlled, temporally extended neutralization.

11.4 Emergent Laws from the Equilibrium

From the equilibrium condition, physical laws emerge: energy conservation (as a necessary condition for stable gradient reduction), causal structure (shell formation enforces a maximum propagation speed), an entropic arrow of time, flux limitation (preventing runaway processes), and asymptotic return ($G \rightarrow 0$ only asymptotically, without catastrophic finale).

12 The Curvature Feedback Model (CFM)

12.1 Physical Motivation

The central physical insight is: the observed accelerated expansion is not caused by a new form of energy but by a diminishing curvature return potential – a geometric “memory” of the initial energy concentration at the Big Bang. The analogy is a stretched spring: initially, maximum tension (high curvature) produces strong restoring force. Over time, tension relaxes, restoring force decreases, and expansion “accelerates” relative to the braked early phase – like a car whose handbrake is slowly released.

12.2 Modified Friedmann Equation

The standard Λ CDM Friedmann equation is $H^2(a) = H_0^2 [\Omega_m a^{-3} + \Omega_\Lambda]$. In the CFM, the cosmological constant is replaced by a time-dependent curvature return potential:

$$H^2(a) = H_0^2 [\Omega_m a^{-3} + \Omega_\Phi(a)] \quad (3')$$

where

$$\Omega_\Phi(a) = \Phi_0 \cdot \frac{\tanh(k \cdot (a - a_{\text{trans}})) + s}{1 + s} \quad (4')$$

The amplitude Φ_0 is derived from the flatness constraint $\Omega_m + \Omega_\Phi(a=1) = 1$, reducing the model to three cosmological degrees of freedom (Ω_m , k , a_{trans}) plus one nuisance parameter (M). Concrete parameter values are determined from the Pantheon+ fit (Section 13).

Dynamic Saturation Mechanism. The tanh form is not postulated *ad hoc* but arises as the exact solution of a physically motivated saturation ODE: $d\Omega_\Phi/da = k[1 - (\Omega_\Phi/\Phi_0)^2]$. The spacetime bubble

has a finite capacity for absorbing the curvature return; the absorption rate is proportional to the remaining capacity. This saturation dynamics is ubiquitous in physics (ferromagnetism, BCS superconductivity, soliton kinks). Four alternative functional forms (logistic, error function, power law) yield comparable $\Delta\chi^2$ values (-9 to -12), confirming that the data “see” a saturation process independent of the specific mathematical formulation.

12.3 Effective Equation-of-State Parameter

The effective equation-of-state parameter is $w_{\text{eff}}(a) = -1 - \frac{1}{3} d \ln \Omega_\Phi / d \ln a$. With the Pantheon+-fitted parameters, the CFM yields $w < -1$ (phantom regime) across the entire observable redshift range: $w(z=0) \approx -1.37$, $w(z=1) \approx -1.45$, $w(z=2) \approx -1.43$. The deviation $|\Delta w| \approx 0.4$ is well within the projected measurement precision of Euclid ($\sigma_w \approx 0.02$).

13 Numerical Tests and Model Comparison

The CFM was tested against 1,590 real Type Ia supernovae from the Pantheon+ catalog [19] ($z = 0.01$ to $z = 2.26$). Luminosity distances are computed via cumulative trapezoidal integration on a fine z -grid ($N = 2,000$). The nuisance parameter M (absorbing absolute magnitude and Hubble constant) is analytically marginalized. Parameter optimization uses differential evolution with L-BFGS-B polish. A flatness constraint ($\Omega_m + \Omega_\Phi(a=1) = 1$) reduces the CFM to four effective parameters (vs. two for Λ CDM). Analysis code is publicly available.⁴

Results: The flat CFM achieves $\chi^2 = 716.8$ ($\chi^2/\text{dof} = 0.452$) compared to Λ CDM with $\chi^2 = 729.0$ ($\chi^2/\text{dof} = 0.459$), yielding $\Delta\chi^2 = -12.2$, $\Delta\text{AIC} = -8.2$, and $\Delta\text{BIC} = +2.6$. With the full statistical-systematic covariance matrix: $\Delta\chi^2 = -11.2$, $\Delta\text{AIC} = -7.2$, confirming the diagonal results. A 5-fold cross-validation confirms that the CFM generalizes better to unseen data ($\langle\chi^2/n\rangle = 0.4499$ vs. 0.4519). MCMC posterior analysis (emcee, [21]) yields: $\Omega_m = 0.368^{+0.025}_{-0.023}$, $k = 1.44^{+1.22}_{-0.84}$, $\Phi_0 = 0.988^{+0.615}_{-0.221}$ (derived). Four alternative functional forms (logistic, error function, power law) yield comparable $\Delta\chi^2$ values (-9 to -12), confirming robustness.

Phantom stability: Unlike phantom scalar fields where $\rho \rightarrow \infty$ leads to a Big Rip, the dynamic saturation mechanism guarantees $\Omega_\Phi \rightarrow \Phi_0$ (finite for all times). Asymptotically $w \rightarrow -1$ (de Sitter end state, identical to Λ CDM). The NEC violation is unproblematic since Ω_Φ represents spacetime geometry, not a physical field – analogous to effective $w < -1$ in $f(R)$ gravity [11]. The universe ends in equilibrium, not in a rip.

Deceleration parameter and structure formation: The CFM predicts a later onset of cosmic acceleration: $z_{\text{acc}} = 0.52$ vs. 0.84 (Λ CDM), meaning gravitationally bound structures had more time to grow before acceleration suppressed further growth. This may explain why observations repeatedly find more massive structures at high redshift than Λ CDM predicts – directly testable with Euclid and the Vera C. Rubin Observatory.

Ω_m interpretation: The MCMC value $\Omega_m = 0.368 \pm 0.024$ exceeds the Planck CMB value (0.315). In the CFM context, this reflects the model’s reinterpretation of part of the “dark energy density” as a dynamic curvature effect: since $\Omega_\Phi(a) \rightarrow 0$ at early times (unlike $\Omega_\Lambda = \text{const.}$), the matter density must

⁴<https://github.com/lukisch/cfm-cosmology>

compensate. This preference for higher Ω_m aligns with recent weak lensing surveys (KiDS, DES) that also favor higher Ω_m than Planck.

14 Comparison with Alternative Models

The CFM is situated among several approaches that challenge the dark energy paradigm: quintessence models [9] introduce a dynamic scalar field; $f(R)$ gravity theories [10, 11] modify the gravitational action; Verlinde’s emergent gravity [12, 13] derives gravity as an entropic phenomenon; Finsler gravity [7] extends spacetime geometry to include velocity dependence; and Cosmological Teleodynamics [8] describes the universe as a potential game converging toward Nash equilibrium.

The CFM occupies a unique position: it remains within standard general relativity (unlike Finsler), requires no new fields (unlike quintessence), is empirically validated against real supernova data (unlike Finsler), and shares the game-theoretic perspective with Cosmological Teleodynamics while providing a concrete mathematical realization.

15 Complementarity and Possible Unification

All three approaches – CFM, Finsler gravity, and Cosmological Teleodynamics – share a fundamental insight: accelerated expansion is not a new “thing” but a property of geometry or the statistical structure of the universe itself. A fascinating possibility is that CFM serves as the effective (macroscopic) description of a deeper theory, with Finsler gravity providing the microscopic foundation and Teleodynamics the systemic optimization principle.

16 Testability and Predictions

The key observable signature is the phantom equation of state $w(z) < -1$ with $|\Delta w| \approx 0.4$. ESA’s Euclid mission [14] can measure $\sigma(w) \approx 0.02$, far exceeding the precision needed to detect or exclude this signal. NASA’s Nancy Grace Roman Space Telescope (~ 2027) will provide supernova surveys to $z \approx 2$, offering a definitive test. DESI [6, 18] provides complementary constraints through structure growth measurements. A decision between CFM and Λ CDM is expected within the next 5–10 years.

17 Discussion

Strengths: Conceptual elegance (no new energy form needed); game-theoretic foundation independently supported by Cosmological Teleodynamics; empirical validation against 1,590 real Pantheon+ supernovae with both diagonal and full covariance matrix ($\Delta\chi^2 = -12.2/-11.2$, $\Delta\text{AIC} = -8.2/-7.2$, better cross-validation); MCMC-based parameter uncertainties ($\Omega_m = 0.368 \pm 0.024$); robustness across four alternative functional forms; phantom stability (no Big Rip, asymptotically de Sitter); specific testable predictions including deceleration parameter ($z_{\text{acc}} = 0.52$); convergence of independent approaches; publicly available analysis code.

Limitations: While the tanh form is motivated by a saturation ODE and robust across functional forms, it is not derived from first principles; marginal BIC disadvantage ($\Delta\text{BIC} = +2.6$) due to parameter penalty; phantom equation-of-state ($w < -1$) involves NEC violation (acceptable for geometric

models, analogous to $f(R)$ gravity [11]); incomplete observational tests (CMB, BAO pending); missing microscopic basis for Φ ; H_0 tension not directly resolved ($\Delta H_0 = +0.5$ km/s/Mpc between CFM and Λ CDM).

Philosophical implications: If confirmed, dark energy would not be a “thing” but a geometric memory. The universe would “know” about its beginning. The paradigm would shift from “What drives the acceleration?” to “Why did expansion brake earlier?”

18 Conclusion and Outlook

This paper has shown that a game-theoretic framework for cosmology – the Nash equilibrium between null space and spacetime bubble – naturally leads to a model in which physical laws appear as emergent equilibrium conditions. The resulting Curvature Feedback Model explains accelerated expansion without dark energy and passes the test against 1,590 real Pantheon+ Type Ia supernovae [19]: $\Delta\chi^2 = -12.2$ (diagonal) / -11.2 (full covariance), $\Delta\text{AIC} = -8.2$ / -7.2 , and better 5-fold cross-validation performance. MCMC posterior analysis ($\Omega_m = 0.368 \pm 0.024$) and robustness across four functional forms confirm genuine information gain rather than overfitting. Phantom stability analysis demonstrates no Big Rip and an asymptotically de Sitter end state. The convergence of three independent approaches (CFM, Finsler gravity, Cosmological Teleodynamics) suggests a possible paradigm shift: dark energy as an independent entity may be superfluous.

Next steps include testing against Planck CMB and DESI BAO data, computing CMB power spectrum and structure growth predictions ($f\sigma_8$), exploring the connection between CFM and Finsler geometry, developing a covariant formulation of $\Phi(a)$, investigating the quantum mechanical foundations of the curvature return potential, and combining with distance ladder data for direct H_0 determination.

“Sometimes the most elegant explanation is not a new force, but a relaxing constraint.”