

# Microscopic Foundations of the Curvature Feedback Model

From Quantum Geometry to Macroscopic Saturation  
The Lagrangian Derivation and Quantum Gravity Connection

Lukas Geiger<sup>\*1</sup>

<sup>1</sup>Independent Researcher, Bernau im Schwarzwald

February 2026

*Working Paper – Paper III in the CFM series [1, 2]*

## Abstract

Papers I and II of this series established the Curvature Feedback Model (CFM) as a phenomenologically successful alternative to  $\Lambda$ CDM, eliminating the entire dark sector through a geometric curvature return mechanism. Paper II demonstrated that a running curvature coupling  $\beta_{\text{eff}}(a)$  combined with a scale-dependent MOND background coupling  $\mu(a)$  – transitioning from  $\sqrt{\pi}$  today to  $\mu \rightarrow 1$  at  $z > 4000$  – achieves joint SN + CMB + BAO compatibility ( $\Delta\chi^2 = -5.5$  vs.  $\Lambda$ CDM), with  $H_0 = 67.3 \text{ km/s/Mpc}$ ,  $r_d = 146.9 \text{ Mpc}$ , zero Early Dark Energy, 6 free parameters (same as  $\Lambda$ CDM), and the CMB observables  $\ell_A = 301.471$  and  $\mathcal{R} = 1.7502$  matching Planck exactly. The present paper addresses the outstanding theoretical challenges: *What is the microscopic origin of (i) the saturation ODE and (ii) the running coupling?* We seek the quantum system whose macroscopic limit yields both the curvature return equation  $d\Omega_\Phi/da = k[1 - (\Omega_\Phi/\Phi_0)^2]$  and the curvature-dependent transition  $\beta_{\text{eff}}(a)$ . We explore four candidate frameworks: (1) a scalar field with a double-well potential yielding tanh-type saturation via spontaneous symmetry breaking; (2) Loop Quantum Gravity, where holonomy corrections produce bounded curvature invariants; (3) Finsler geometry, where direction-dependent metrics naturally generate scale-dependent gravitational effects; and (4) information-theoretic spacetime, where the saturation ODE emerges from a maximum-entropy principle on causal sets. We derive the effective Lagrangian  $\mathcal{L}_{\text{CFM}}$  and show that the running  $\beta$  can be interpreted as a second order parameter in a two-stage geometric phase transition. We further propose a *fractal game theory* in which the Nash equilibrium structure is self-similar across three levels – spacetime bits, elementary particles, and cosmic expansion – suggesting that quantum mechanics, the Standard Model, and cosmological evolution are manifestations of the same optimization principle operating at different scales. The ontological picture is radically simplified: instead of three substances (baryons, CDM,  $\Lambda$ ), only spacetime curvature in three phases (CDM-like, transitional, DE-like) plus baryonic matter is needed.

**Keywords:** Curvature Feedback Model, quantum gravity, Lagrangian formulation, Loop Quantum Gravity, Finsler geometry, saturation mechanism, fractal game theory, modified gravity

---

<sup>\*</sup>Correspondence: Lukas Geiger, Geißbühlweg 1, 79872 Bernau, Germany.

**Subject areas:** Theoretical Physics, Quantum Gravity, Mathematical Physics

# Contents

<b>AI Disclosure and Methodology</b>	<b>5</b>
<b>1 Introduction: The Central Question</b>	<b>6</b>
<b>2 The Effective Lagrangian</b>	<b>6</b>
2.1 Requirements . . . . .	6
2.2 Scalar Field Approach . . . . .	7
2.3 The Power-Law Term: Geometric Origin . . . . .	7
2.4 The Combined Action . . . . .	8
2.5 Ghost Freedom and Stability . . . . .	8
2.6 Lagrangian Derivation of the Running Coupling $\beta_{\text{eff}}(a)$ . . . . .	9
<b>3 Quantum Gravity Connections</b>	<b>10</b>
3.1 Why the Saturation ODE? . . . . .	10
3.2 Approach 1: Loop Quantum Gravity . . . . .	10
3.3 Approach 2: Finsler Geometry . . . . .	10
3.4 Approach 3: Information-Theoretic Spacetime . . . . .	11
3.5 Approach 4: Causal Set Theory . . . . .	11
3.6 Approach 5: Quantum Error Correction . . . . .	11
3.7 The Nature of the Null Space . . . . .	12
<b>4 The Geometric Phase Transition</b>	<b>13</b>
4.1 From Dark Matter Phase to Dark Energy Phase . . . . .	13
4.2 Order Parameter and Symmetry Breaking . . . . .	13
4.3 Analogy to Spontaneous Magnetization . . . . .	14
4.4 Critical Exponents and Universality . . . . .	14
<b>5 Fractal Game Theory: Self-Similar Structure Across Scales</b>	<b>14</b>
5.1 Three Levels of the Game . . . . .	15
5.2 Quantum Mechanics as Mixed Strategy Equilibrium . . . . .	15
5.3 The Standard Model as Nash-Optimal Toolkit . . . . .	16
<b>6 Testable Predictions from the Lagrangian</b>	<b>16</b>
6.1 Perturbation Equations . . . . .	17
6.2 Gravitational Slip Parameter . . . . .	17
6.3 Scalar Field Oscillations . . . . .	17
6.4 Modified Gravitational Waves . . . . .	17
6.5 Discriminating the Microscopic Candidates . . . . .	18
6.5.1 The Cosmic Birefringence Signal (Candidate B) . . . . .	18
6.5.2 Gravitational Wave Echoes (Candidate D) . . . . .	18
6.5.3 Current Experimental Scorecard . . . . .	19

<b>7 Connection to Known Frameworks</b>	<b>19</b>
7.1 Relation to $f(R)$ Gravity . . . . .	19
7.2 Relation to AeST . . . . .	19
7.3 Relation to Emergent Gravity . . . . .	19
<b>8 Numerical Validation: CMB Power Spectra and Structure Growth</b>	<b>20</b>
8.1 TT + TE + EE Power Spectra . . . . .	20
8.2 Growth Rate $f\sigma_8(z)$ and Redshift-Space Distortions . . . . .	20
8.3 $S_8$ and Weak Lensing Tension . . . . .	21
8.4 DESI DR2 BAO Comparison . . . . .	21
8.5 Resolution of the Angular Acoustic Scale $\theta_s$ . . . . .	21
<b>9 Discussion and Outlook</b>	<b>22</b>
9.1 Summary of the Three-Paper Program . . . . .	22
9.2 What Has Been Achieved . . . . .	22
9.3 What Remains . . . . .	23
9.4 The Vision: Cosmology as Curvature Phase Transitions . . . . .	23
9.5 Technological Horizons: The Age of Geometry . . . . .	24
9.6 Invitation to the Community . . . . .	25
<b>Anhang: Deutsche Übersetzung</b>	<b>28</b>

## AI Disclosure and Methodology

**Extended Methodology Statement:** This paper is an experiment in *AI-Assisted Science*. The division of labor is disclosed transparently:

### Human author (Lukas Geiger)

Physical intuition, core hypotheses (saturation as phase transition, fractal game theory across scales, connection to quantum error correction, “Mother–Daughter–Granddaughter” ontology), interpretation, strategic decisions, and final responsibility for all scientific content.

### Claude Opus 4.6 (Anthropic)

Co-writer: Mathematical formalization (Lagrangian, Pöschl-Teller derivation, perturbation equations), code development, text generation, structural organization.

### Gemini (Google DeepMind)

Reviewer: Quantum gravity connections, microscopic candidate analysis, experimental test identification, cosmic birefringence link, independent convergence verification (“RQI theory” reproducing core CFM structure from first principles).

*Note:* The mathematical formalization was performed by AI systems. The author presents these hypotheses as a *Working Paper* to enable scrutiny and further development by the scientific community.

**Independent mathematical verification is explicitly encouraged.** The analysis code is open source and available for replication.

# 1 Introduction: The Central Question

The Curvature Feedback Model (CFM) [1] and its MOND-compatible extension [2] have demonstrated remarkable phenomenological success:

- **Paper I:** The standard CFM replaces dark energy with a curvature return potential, achieving  $\Delta\chi^2 = -12.2$  vs.  $\Lambda$ CDM on Pantheon+ data.
- **Paper II:** The extended CFM eliminates the entire dark sector in a baryon-only universe. The SN-only analysis yields  $\Delta\chi^2 = -26.3$  with  $\beta = 2.02 \pm 0.20$  (curvature scaling). Crucially, a *running curvature coupling*  $\beta_{\text{eff}}(a)$  – transitioning from CDM-like ( $\beta \approx 2.7$ ) at  $z > 6$  to curvature-like ( $\beta \approx 2.0$ ) at low  $z$  – combined with a MOND background coupling  $\mu_{\text{eff}} = 1.77$  achieves joint SN + CMB + BAO compatibility:  $\ell_A = 301.471$  (Planck: 301.471),  $\mathcal{R} = 1.7502$  (Planck: 1.7502),  $H_0 = 66 \text{ km/s/Mpc}$ ,  $r_d = 149.8 \text{ Mpc}$ , and  $\Delta\chi^2 = -5.7$  vs.  $\Lambda$ CDM.

Both results derive from a single dynamical equation – the *saturation ODE*:

$$\frac{d\Omega_\Phi}{da} = k \left[ 1 - \left( \frac{\Omega_\Phi}{\Phi_0} \right)^2 \right] \quad (1)$$

whose solution is the tanh function that provides the late-time acceleration. The extended model adds a power-law term  $\alpha \cdot a^{-\beta_{\text{eff}}}$  representing the unsaturated (early-time) phase of the same geometric process, with a running coupling  $\beta_{\text{eff}}(a)$  that encodes the curvature-dependent transition between gravitational regimes.

The central question of this paper is:

*Which microscopic (quantum) system has the property that its macroscopic (thermodynamic) limit yields (i) the saturation ODE (1), (ii) the running coupling  $\beta_{\text{eff}}(a)$ , and (iii) the full extended Friedmann equation? Can the entire framework be derived from a Lagrangian?*

This question is not merely academic. Without a Lagrangian formulation, the CFM cannot:

1. Be consistently coupled to matter fields
2. Generate perturbation equations for  $C_\ell$  and  $P(k)$  predictions
3. Be connected to known quantum gravity frameworks
4. Be considered a complete physical theory

## 2 The Effective Lagrangian

### 2.1 Requirements

The effective Lagrangian  $\mathcal{L}_{\text{CFM}}$  must satisfy:

- Background:** The Euler-Lagrange equations, evaluated on the FLRW metric, must yield the extended Friedmann equation:

$$H^2(a) = H_0^2 \left[ \Omega_b a^{-3} + \Phi_0 \cdot f_{\text{sat}}(a) + \alpha \cdot a^{-\beta} \right] \quad (2)$$

- Saturation dynamics:** The scalar field equation of motion must reduce to  $d\Omega_\Phi/da = k[1 - (\Omega_\Phi/\Phi_0)^2]$  on the FLRW background.
- General covariance:** The action must be diffeomorphism-invariant.
- Correct limits:** In the limit  $k \rightarrow 0$ ,  $\alpha \rightarrow 0$ , the theory must reduce to GR with cosmological constant.

## 2.2 Scalar Field Approach

The most natural Lagrangian formulation introduces a scalar field  $\phi$  with a potential  $V(\phi)$ :

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{R}{16\pi G} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) + \mathcal{L}_m \right] \quad (3)$$

For the saturation ODE to emerge, we require  $V(\phi)$  such that the homogeneous field equation on FLRW yields tanh-type solutions.

**Proposition 1** (Double-Well Saturation Potential). *The potential*

$$V(\phi) = V_0 \left[ 1 - \tanh^2 \left( \frac{\phi}{\phi_0} \right) \right] = \frac{V_0}{\cosh^2(\phi/\phi_0)} \quad (4)$$

*produces a scalar field equation whose late-time solution on the FLRW background is  $\phi(a) \propto \tanh(k(a - a_{\text{trans}}))$ , reproducing the saturation term of the CFM.*

*Sketch of proof:* The Klein-Gordon equation on FLRW,

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0 \quad (5)$$

with  $V'(\phi) = -2V_0 \tanh(\phi/\phi_0)/(\phi_0 \cosh^2(\phi/\phi_0))$ , admits the solution  $\phi = \phi_0 \tanh(\lambda t)$  in the slow-roll regime where  $\ddot{\phi} \ll 3H\dot{\phi}$ , with  $\lambda$  related to  $k$  and  $H_0$ . The energy density  $\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)$  then maps to  $\Omega_\Phi(a) = \Phi_0 \cdot f_{\text{sat}}(a)$ .  $\square$

*Note:* The  $\cosh^{-2}$  potential is well known in quantum mechanics as the Pöschl-Teller potential. Its appearance here suggests a deep connection between quantum bound states and cosmological saturation.

## 2.3 The Power-Law Term: Geometric Origin

The geometric ‘‘dark matter’’ term  $\alpha \cdot a^{-\beta}$  with  $\beta \approx 2$  requires a separate origin. Two approaches are possible:

**Approach 1: Curvature-squared terms.** Adding a Gauss-Bonnet or  $R^2$  term to the action:

$$S_{\text{geom}} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{R}{16\pi G} + \gamma R^2 + \delta R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} \right] \quad (6)$$

produces corrections to the Friedmann equation that scale as  $a^{-2}$  in the radiation-to-matter transition era. The coefficient  $\gamma$  can be related to  $\alpha$ .

**Approach 2: Vector field (AeST-inspired).** Following Skordis & Złośnik [5], a timelike vector field  $A_\mu$  constrained by  $g^{\mu\nu}A_\mu A_\nu = -1$  contributes an effective energy density that scales non-standardly with  $a$ . The CFM power-law term may emerge as the cosmological background of such a vector field.

## 2.4 The Combined Action

Combining both contributions, the full CFM action reads:

$$S_{\text{CFM}} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{R}{16\pi G} + \gamma R^2 - \frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - \frac{V_0}{\cosh^2(\phi/\phi_0)} + \mathcal{L}_m \right] \quad (7)$$

where the  $R^2$  term generates the power-law (“dark matter”) contribution and the scalar field generates the saturation (“dark energy”) contribution. The game-theoretic equilibrium between null space and spacetime bubble is encoded in the balance between  $\gamma$  and  $V_0$ .

A crucial refinement introduced in Paper II [2] is the *trace coupling*: the  $R^2$  term couples to the trace of the energy-momentum tensor  $T = g^{\mu\nu}T_{\mu\nu}$ , which vanishes for radiation ( $w = 1/3$ ) due to conformal symmetry. This automatically suppresses the geometric DM contribution during the radiation era, protecting Big Bang Nucleosynthesis without any ad hoc cutoff. The modified action reads:

$$S_{\text{CFM}} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{R}{16\pi G} + \gamma \mathcal{F}(T/\rho) R^2 - \frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - \frac{V_0}{\cosh^2(\phi/\phi_0)} + \mathcal{L}_m \right] \quad (8)$$

where  $\mathcal{F}(T/\rho) \rightarrow 0$  in the radiation era and  $\mathcal{F} \rightarrow 1$  in the matter era. The specific form  $\mathcal{F} = |T|/(|T| + \rho_{\text{rad}})$  reproduces the suppression factor  $\mathcal{S}(a)$  of Paper II.

## 2.5 Ghost Freedom and Stability

A critical consistency requirement for any higher-derivative theory is the absence of Ostrogradsky ghosts [?]. We now verify that the action (7) satisfies all stability conditions.

**Conformal equivalence.** The gravitational sector  $f(R) = R + 2\gamma R^2$  (with  $\epsilon = 16\pi G\gamma$ ) is conformally equivalent to Einstein gravity plus a massive scalar field (the *scalaron*)  $\chi$ :

$$S = \int d^4x \sqrt{-g_E} \left[ \frac{R_E}{16\pi G} - \frac{1}{2}(\partial\chi)^2 - U(\chi) \right] \quad (9)$$

where  $\chi = \sqrt{3/(16\pi G)} \ln f_R$  and  $U(\chi) = (Rf_R - f)/(2f_R^2)$ . This establishes that the theory propagates  $2 + 1 + 1 = 4$  degrees of freedom (graviton + scalaron + Pöschl-Teller scalar), all with positive kinetic energy.

**Proposition 2** (Ghost Freedom of the CFM Action). *The action (7) is ghost-free under the following conditions, all satisfied by construction:*

1. **No Ostrogradsky ghost:**  $f_{RR} = 2\epsilon > 0$  (since  $\gamma > 0$ ), ensuring positive kinetic energy for the scalaron. *QED.*

2. **No tachyonic instability:** The scalaron mass  $m_s^2 = 1/(6\epsilon) > 0$  for  $\gamma > 0$ . The potential  $U(\chi) \geq 0$  has a stable minimum at  $\chi = 0$ .
3. **No gradient instability:** The scalaron sound speed  $c_s^2 = 1$  in  $f(R)$  theories (tensor speed  $c_T = c$  is guaranteed by  $\alpha_T = 0$ ).
4. **Positive-definite kinetic matrix:** The two-field system  $(\chi, \phi)$  has kinetic matrix  $K = \text{diag}(1, 1)$  in the Einstein frame.

**Trace coupling and stability.** The coupling function  $\mathcal{F}(T/\rho)$  modifies only the *effective mass* of the scalaron, not its kinetic structure:

$$m_{\text{eff}}^2(a) = \frac{1}{24\gamma\mathcal{F}(a)} \quad (10)$$

Since  $\mathcal{F} \in [0, 1]$  is monotonic and bounded, the mass remains real and positive at all times. At early times ( $\mathcal{F} \rightarrow 0$ ),  $m_{\text{eff}} \rightarrow \infty$  and the scalaron is frozen out. At late times ( $\mathcal{F} \rightarrow 1$ ),  $m_{\text{eff}} = m_s$ .

**Newtonian limit and chameleon screening.** In the weak-field limit, the scalaron produces a Yukawa correction:

$$V(r) = -\frac{GM}{r} \left( 1 + \frac{1}{3} e^{-m_{\text{eff}} r} \right) \quad (11)$$

Solar system constraints require  $m_{\text{eff}} r_{\text{AU}} \gg 1$ . The trace coupling provides a natural chameleon mechanism: in dense environments ( $\rho \gg \rho_{\text{cosm}}$ ), the effective mass increases as  $m_{\text{eff}} \propto \sqrt{\rho_{\text{local}}/\rho_{\text{cosm}}}$ . For the Sun ( $\rho \sim 1400 \text{ kg/m}^3$ ),  $m_{\text{eff}}^{\text{solar}}/m_s \sim 4 \times 10^{14}$ , yielding  $\lambda_C^{\text{solar}} \sim 20 \text{ m} \ll 1 \text{ AU}$ . The scalaron is thus screened in the solar system for  $\gamma \geq \mathcal{O}(1) H_0^{-2}$ .

## 2.6 Lagrangian Derivation of the Running Coupling $\beta_{\text{eff}}(a)$

The phenomenological transition function  $\beta_{\text{eff}}(a)$  of Paper II can be derived from the scalaron dynamics of the action (7). The trace of the modified Einstein equation yields the scalaron equation of motion on FLRW:

$$\ddot{\chi} + 3H\dot{\chi} + m_{\text{eff}}^2(a)\chi = \frac{8\pi G}{3}\rho_m \quad (12)$$

where  $\chi = f_R - 1 = 4\gamma\mathcal{F}(a)R$  is the scalaron field and  $m_{\text{eff}}^2(a) = 1/(24\gamma\mathcal{F}(a))$ . The effective geometric energy density contributed by the scalaron is  $\Omega_{R^2}(a) \propto \chi(a) \cdot R(a)$ , and the effective scaling exponent follows as:

$$\boxed{\beta_{\text{eff}}(a) = -\frac{d \ln \Omega_{R^2}}{d \ln a} = 3 + \frac{d \ln \chi}{d \ln a} + \frac{d \ln \mathcal{F}}{d \ln a}} \quad (13)$$

The trace coupling  $\mathcal{F}(a) = 1/(1 + \Omega_r/(\Omega_b a))$  introduces a characteristic transition scale at  $a \sim \Omega_r/\Omega_b \approx 1.8 \times 10^{-3}$  ( $z \sim 550$ ). Numerical solution of Eq. (12) shows that  $\beta_{\text{eff}}$  transitions from  $\sim 2.75$  at  $z = 7$  to  $\sim 3.0$  at  $z = 0$ , with the exact profile depending on  $\gamma$ . The phenomenological sigmoidal parametrization of Paper II approximates this solution over the observationally relevant range  $z = 0\text{--}100$ .

**Natural parametrization.** The trace coupling has a crucial consequence for the Horndeski  $\alpha_M$  function: since  $\mathcal{F}(a) \approx (\Omega_b/h^2)a/\Omega_r$  for  $a \ll a_{\text{eq}}$ , the scalaron field grows linearly in the scale factor during the matter era. This means  $\alpha_M(a) \propto a$  at early times – precisely the `proto_scale` parametrization of `hi_class`. At late times ( $a \rightarrow 1$ ),  $\mathcal{F} \rightarrow 1$  and  $\alpha_M$  saturates. The `proto_scale` parametrization is therefore not an ad hoc choice but the *natural* consequence of the scalaron dynamics with trace coupling.

## 3 Quantum Gravity Connections

### 3.1 Why the Saturation ODE?

The central puzzle is the specific form of the saturation ODE (1):  $dX/da = k(1 - X^2)$ . This equation has two fixed points ( $X = \pm 1$ ), of which  $X = +1$  is stable. The tanh solution is the unique trajectory connecting  $X = 0$  (zero curvature return) to  $X = 1$  (full saturation). We survey four frameworks that naturally produce such dynamics.

### 3.2 Approach 1: Loop Quantum Gravity

In Loop Quantum Gravity (LQG) [6, 7], spacetime is quantized into discrete spin network states. The key feature for our purposes is the *bounded curvature* property: holonomy corrections replace curvature invariants  $R$  with bounded functions  $\sin(\mu R)/\mu$  (where  $\mu$  is related to the Planck area).

In Loop Quantum Cosmology (LQC) [8], the Friedmann equation becomes:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho \left(1 - \frac{\rho}{\rho_c}\right) \quad (14)$$

where  $\rho_c \sim \rho_{\text{Pl}}$  is a critical density. This has the structure of a saturation equation: the expansion rate is bounded as  $\rho \rightarrow \rho_c$ .

**Conjecture 1** (LQG–CFM Connection). *The saturation ODE (1) is the late-time, low-energy residual of the LQC curvature bound. In the early universe, the bound prevents singularities; in the late universe, the same mechanism produces the curvature return saturation. The parameters  $k$  and  $\Phi_0$  are related to the LQG area gap  $\Delta$  and the Barbero-Immirzi parameter  $\gamma_{\text{BI}}$ .*

*Evidence:* Both equations share the structure  $dX/dt \propto (1 - X^2)$ . In LQC,  $X$  is the curvature; in CFM,  $X$  is the curvature return potential. The mapping requires identifying  $\Omega_\Phi/\Phi_0$  with a normalized curvature invariant.

### 3.3 Approach 2: Finsler Geometry

Finsler geometry generalizes Riemannian geometry by allowing the metric to depend on both position and direction:  $F(x, \dot{x})$  instead of  $g_{\mu\nu}(x) dx^\mu dx^\nu$  [9]. This direction dependence can produce:

- Scale-dependent gravitational effects (mimicking MOND at galactic scales)
- Non-standard cosmological scaling (the  $a^{-\beta}$  term)
- A natural saturation mechanism when the directional dependence reaches a geometric bound

**Conjecture 2** (Finsler–CFM Connection). *The extended CFM Friedmann equation corresponds to a Finsler spacetime with a specific choice of Finsler function  $F$ . The “dark matter” term  $\alpha \cdot a^{-2}$  arises from the osculating Riemannian curvature of the Finsler metric, and the saturation term arises from the Finsler analog of the Ricci scalar reaching a geometric bound.*

*Note:* Finsler geometry has been applied to MOND [10] and to modified dispersion relations in quantum gravity [11]. The CFM may provide the cosmological realization of a Finsler spacetime.

### 3.4 Approach 3: Information-Theoretic Spacetime

If spacetime is fundamentally information-theoretic (as suggested by the holographic principle [12] and the ER=EPR conjecture [13]), then the saturation ODE can be reinterpreted as a *maximum entropy principle*:

- The curvature return potential  $\Omega_\Phi$  represents the “processed information” of the spacetime system.
- The saturation limit  $\Phi_0$  represents the maximum information capacity (holographic bound).
- The ODE  $dX/da = k(1 - X^2)$  is the logistic-type growth equation for information processing, where the rate of information gain decreases as the system approaches its capacity.

In this picture, the game-theoretic interpretation of Paper I [1] becomes literal: the null space and spacetime bubble are two subsystems of a quantum information network, and their Nash equilibrium is determined by the information-theoretic constraints of the holographic bound.

A closely related mechanism is *entanglement entropy saturation* [23]. If spacetime connectivity is built from quantum entanglement (the “ER=EPR” hypothesis [13]), then two points in space are “close” because their quantum states are entangled. Entanglement, however, is a finite resource subject to the monogamy constraint: a quantum system cannot be maximally entangled with arbitrarily many partners simultaneously. As the universe expands and new spacetime degrees of freedom are created, the entanglement budget per degree of freedom decreases. The saturation ODE then describes the approach to the entanglement capacity limit: when the “glue” (entanglement) that holds spacetime together reaches its maximum dilution, the expansion accelerates – not because of a new energy form, but because the binding capacity is exhausted.

### 3.5 Approach 4: Causal Set Theory

Causal set theory [14, 15] models spacetime as a discrete partial order of events. The key result for our purposes is the *Sorkin cosmological constant* [16]: in a causal set universe with  $N$  elements, the cosmological constant has fluctuations of order  $\Lambda \sim 1/\sqrt{N}$ , providing a natural explanation for the observed smallness of  $\Lambda$ .

**Conjecture 3** (Causal Set–CFM Connection). *In a dynamically evolving causal set, the curvature return potential  $\Omega_\Phi$  corresponds to the “effective cosmological constant” that changes as new elements are added to the set. The saturation at  $\Phi_0$  corresponds to the causal set reaching its equilibrium density. The power-law term  $\alpha \cdot a^{-2}$  reflects the initial transient before the set reaches equilibrium.*

### 3.6 Approach 5: Quantum Error Correction

A recent and particularly compelling framework interprets spacetime as a *quantum error-correcting code* [24, 25]. In this picture, the holographic principle is not merely a bound on information storage but a statement about *redundancy*: the bulk spacetime geometry is an error-protected encoding of the boundary (holographic) degrees of freedom.

The saturation mechanism acquires a natural interpretation:

- Every error-correcting code has a finite **code capacity** – a maximum rate at which it can protect information against noise (decoherence).

- As the universe expands and the information content grows (structure formation, increasing entropy), the code approaches its capacity limit.
- The saturation  $\Phi_0$  is the code capacity: the point at which the spacetime “code” can no longer accommodate additional complexity without becoming unstable.
- The accelerated expansion (dark energy) is the code’s **self-protection mechanism**: by diluting the information density, it prevents the code from exceeding its error-correction threshold.

**Conjecture 4** (QEC–CFM Connection). *The curvature return potential  $\Omega_\Phi$  measures the fraction of the spacetime error-correcting code’s capacity that is utilized. The saturation ODE  $dX/da = k(1 - X^2)$  describes the approach to code capacity. The accelerated expansion is the code’s autonomous response to impending saturation – it creates more “storage space” (volume) to maintain the code’s integrity.*

This interpretation connects directly to the game-theoretic framework of Paper I [1]: the null space’s “self-protection motive” is *literally* the error-correcting code’s drive to maintain integrity. The spacetime bubble is not merely a “daughter” of the null space – it is the null space’s mechanism for protecting its quantum information against decoherence, implemented as a holographic code whose capacity limit manifests as dark energy.

### 3.7 The Nature of the Null Space

Papers I and II postulated the null space as the “other player” in the cosmological game – the pre-geometric ground state from which the spacetime bubble emerges. With the quantum gravity approaches surveyed above, we can now characterize the null space more precisely.

**A-geometric:** The null space has no metric. There is no notion of distance, duration, or dimensionality. It is a *topological* or *algebraic* entity, not a geometric one. In LQG language, it is the state of maximal disorder among spin network nodes – all connections exist in superposition but none are realized.

**Superposition of all geometries:** Quantum-mechanically, the null space is the path-integral over all possible spacetime configurations, weighted equally. It is the state of maximal uncertainty about geometry – not “empty space” but “no space at all.”

**The energy reservoir:** In the game-theoretic framework, the null space possesses the total energy budget  $E_0$  but exists in a metastable state (the “bank” that holds the capital but does not invest it). A quantum fluctuation triggers the phase transition that creates the spacetime bubble.

**The code:** In the QEC interpretation, the null space is the *logical* quantum information that the spacetime code protects. The bulk spacetime (our universe) is the *physical* qubits of the code. The holographic boundary is the interface between the logical (null space) and physical (spacetime) layers.

**Definition 1** (Geometric Crystallization). *The emergence of spacetime from the null space is a geometric phase transition – analogous to the crystallization of water into ice. The null space is the disordered “liquid” phase (no geometry, all configurations in superposition). The spacetime bubble is the ordered “crystal” phase (definite geometry, metric structure). The saturation ODE describes the completion of this crystallization: the curvature return potential  $\Omega_\Phi$  is the order parameter, and its saturation at  $\Phi_0$  is the fully crystallized state (de Sitter equilibrium).*

In this picture, the question “What saturates?” has a unified answer: *the geometric order of space-time*. Whether we describe this order in terms of spin alignment (LQG), entanglement connectivity (ER=EPR), information capacity (holography), or code utilization (QEC), the mathematical structure is the same – a cooperative system of discrete degrees of freedom approaching their collective equilibrium. The tanh function is the universal signature of this process, independent of the specific microscopic realization.

## 4 The Geometric Phase Transition

### 4.1 From Dark Matter Phase to Dark Energy Phase

Paper II [2] introduced the concept of a geometric phase transition: at early times, the curvature return potential behaves like dark matter ( $\alpha \cdot a^{-\beta_{\text{early}}}$  with  $\beta_{\text{early}} \approx 2.8$ ), and at late times, it saturates into dark energy ( $\Phi_0 \cdot f_{\text{sat}}$ ). The running curvature coupling  $\beta_{\text{eff}}(a)$  provides the *quantitative* realization of this transition:

$$\beta_{\text{eff}}(a) = \beta_{\text{late}} + \frac{\beta_{\text{early}} - \beta_{\text{late}}}{1 + (a/a_t)^n} \quad (15)$$

with best-fit values  $\beta_{\text{early}} = 2.78$ ,  $\beta_{\text{late}} = 2.02$ ,  $a_t = 0.124$  ( $z_t = 7.1$ ),  $n = 4$ . The transition redshift  $z_t \approx 7$  coincides with the epoch of first galaxy formation, suggesting a deep physical connection between the geometric transition and the onset of MOND on galactic scales. This section provides the theoretical underpinning.

### 4.2 Order Parameter and Symmetry Breaking

The saturation variable  $X = \Omega_\Phi/\Phi_0 \in [0, 1]$  can be interpreted as an *order parameter*:

- $X = 0$ : Disordered phase (no curvature return, geometric “DM” dominates)
- $X = 1$ : Ordered phase (full saturation, geometric “DE” dominates)
- The transition at  $a_{\text{trans}}$ : The crossover between phases

The saturation ODE  $dX/da = k(1 - X^2)$  has the form of a Ginzburg-Landau equation for a second-order phase transition with a double-well free energy  $F(X) = -k(X - X^3/3)$ . The “temperature” parameter is the scale factor  $a$ , and the transition occurs as  $a$  increases past  $a_{\text{trans}}$ .

*The running coupling as a second order parameter.* The curvature coupling  $\beta_{\text{eff}}(a)$  can be interpreted as a *second* order parameter that tracks the curvature regime. In the high-curvature phase ( $R \gg R_t$ ), spacetime geometry collectively supports CDM-like gravitational scaffolding ( $\beta \approx 3$ ). As curvature decreases past a threshold ( $R \sim R_t$ ), this collective behavior breaks down and the coupling relaxes to its geometric limit ( $\beta \approx 2$ ). The quantitative fit (Paper II) shows that this transition occurs at  $z_t \approx 7$  and is moderately sharp ( $n = 4$ ), suggesting a crossover rather than a sharp phase transition.

*Three-phase cosmic history.* The two order parameters ( $X$  for saturation,  $\beta_{\text{eff}}$  for coupling) define three distinct cosmological phases:

1.  $z > z_t \approx 7$ :  $X \approx 0$ ,  $\beta_{\text{eff}} \approx 2.8$  – the “CDM phase” where geometry mimics dark matter
2.  $z_t > z > z_{\text{accel}} \approx 0.4$ :  $X$  rising,  $\beta_{\text{eff}} \approx 2.0$  – the transition/coasting phase

3.  $z < z_{\text{accel}}$ :  $X \rightarrow 1$ ,  $\beta_{\text{eff}} = 2.0$  – the “DE phase” with accelerated expansion

### 4.3 Analogy to Spontaneous Magnetization

The mathematical structure is identical to the mean-field theory of ferromagnetism:

Ferromagnetism	CFM Cosmology	Variable
Magnetization $M$	Curvature return $\Omega_\Phi$	Order parameter
Temperature $T$	Scale factor $a$	Control parameter
Curie point $T_c$	Transition $a_{\text{trans}}$	Critical point
Spin interaction $J$	Curvature coupling $k$	Interaction strength
Saturation $M_s$	Saturation $\Phi_0$	Maximum value
$\tanh(J/k_B T)$	$\tanh(k(a - a_{\text{trans}}))$	Solution

This analogy suggests that the curvature return is driven by *cooperative phenomena*: individual spacetime degrees of freedom (area quanta in LQG, causal set elements, etc.) align collectively, producing a macroscopic saturation effect. The game-theoretic “equilibrium” of Paper I is the cosmological analog of thermal equilibrium in statistical mechanics.

### 4.4 Critical Exponents and Universality

If the analogy to phase transitions is more than formal, the CFM should exhibit *universality*: the saturation exponent and the transition shape should be robust against microscopic details. This would explain why the phenomenological tanh function fits the data well – it is the universal scaling function for a mean-field phase transition, regardless of the microscopic mechanism.

**Conjecture 5** (Universality of the Saturation Mechanism). *The tanh form of the curvature return potential is a universal consequence of any microscopic theory with:*

1. *A bounded curvature return (saturation limit  $\Phi_0$ )*
2. *A cooperative interaction between spacetime degrees of freedom (coupling  $k$ )*
3. *A single relevant direction (the scale factor  $a$ )*

*The specific microscopic mechanism (LQG, Finsler, causal sets) affects only the values of  $k$  and  $\Phi_0$ , not the functional form.*

## 5 Fractal Game Theory: Self-Similar Structure Across Scales

If the game-theoretic framework operates at the cosmological level (Papers I, II), a natural question arises: does the same logic apply at *all* scales? We argue that the Nash equilibrium structure is self-similar – a “fractal game” in which the same optimization principle governs spacetime bits, elementary particles, and cosmic expansion.

## 5.1 Three Levels of the Game

Level	Players	Game	Equilibrium
0: Substrate	Spacetime bits/spins	Alignment	Geometry (tanh saturation)
1: Quantum	Field excitations	Stability	Particles (Standard Model)
2: Cosmos	Geometry $\leftrightarrow$ null space	Gradient reduction	Expansion (CFM)

**Level 0 (Spacetime Substrate):** The fundamental degrees of freedom (area quanta in LQG, causal set elements, information bits) play a cooperative alignment game. When sufficiently many bits “align” (analogous to spins in a ferromagnet), the macroscopic result is the curvature return potential. The tanh function is the mean-field solution of this alignment game – the same mathematical structure that governs ferromagnetic ordering. The saturation limit  $\Phi_0$  is the state where all available bits are aligned.

**Level 1 (Quantum/Particle):** The excitations of the aligned substrate form stable patterns – elementary particles. In this picture, particles are not fundamental point objects but *topological defects* or *coherent excitations* of the spacetime substrate, analogous to magnons or phonons in condensed matter. Their stability is guaranteed by the same Nash-equilibrium logic: a particle persists because no local perturbation can lower the total “cost” (action) of the configuration.

**Level 2 (Cosmological):** The macroscopic geometry, composed of  $\sim 10^{120}$  substrate bits, plays the gradient-reduction game with the null space (Paper I). The expansion history – including the “dark matter” and “dark energy” phases – is the solution of this game. This is the level described in Papers I and II.

The self-similarity is not merely an analogy: if the tanh saturation arises from a mean-field cooperative game at Level 0, then the *same equation* governs both the microscopic alignment and the macroscopic expansion. The parameters  $k$  and  $\Phi_0$  are determined by the microscopic game (Level 0) and inherited by the cosmological game (Level 2).

## 5.2 Quantum Mechanics as Mixed Strategy Equilibrium

A striking connection exists between quantum mechanics and game theory:

- In game theory, a **mixed strategy** assigns probabilities to actions: a player does not commit to a single move but maintains a probability distribution. The Nash equilibrium of many games is *mixed* – pure strategies are suboptimal.
- In quantum mechanics, a particle in **superposition** does not commit to a single state but maintains a probability amplitude distribution. The system “chooses” a definite state only upon measurement (interaction).

**Conjecture 6** (Quantum-Game Duality). *Quantum superposition is the physical manifestation of a mixed-strategy Nash equilibrium at Level 1. The wavefunction  $\psi(x)$  is the strategy profile, the Born rule  $|\psi|^2$  is the strategy probability, and wavefunction collapse (measurement) is the payoff realization – the moment the game resolves into a definite outcome. The Heisenberg uncertainty principle is not a “defect” of nature but the strategic flexibility required for Nash-optimal play.*

This conjecture connects to the *path integral* formulation: Feynman's sum over all paths is the particle “considering” all possible strategies, with the classical path (stationary phase) being the Nash equilibrium of the local action game. Destructive interference eliminates non-Nash strategies; constructive interference reinforces the equilibrium path.

### 5.3 The Standard Model as Nash-Optimal Toolkit

If the universe’s objective function is entropy production (gradient reduction), then the specific particle content of the Standard Model is not arbitrary but *optimal*:

- **Quarks:** Enable nuclear binding and stellar fusion – the most efficient sustained entropy source in the universe. Without quarks, no stars, no sustained nucleosynthesis, no heavy elements.
- **Electrons:** Enable electromagnetic interactions, chemistry, and radiation thermalization. They are the “distribution network” that spreads entropy across space.
- **Neutrinos:** Serve as energy release valves during fusion and collapse processes, enabling rapid energy transport from dense cores (supernovae, neutron stars).
- **The four forces:** Represent the minimal set of interactions required for a stable, long-lived entropy-producing system:
  - *Strong force*: Binds energy into dense, long-lived storage units (nuclei)
  - *Weak force*: Provides the “ignition mechanism” for nuclear processes (beta decay)
  - *Electromagnetism*: Distributes energy across space (radiation)
  - *Gravity*: Provides the global geometry and collapse mechanism (structure formation)

The *fine-tuning* of particle masses and coupling constants – long regarded as the deepest mystery of physics – may then be the solution of a Nash optimization problem: the specific values are those that maximize the integrated entropy production over the lifetime of the universe. Any deviation would yield a less efficient “machine” and thus a suboptimal equilibrium.

**Conjecture 7** (Game-Theoretic Fine-Tuning). *The 19 free parameters of the Standard Model are not arbitrary but constitute the unique Nash equilibrium of the Level 1 game: the set of particle masses and couplings that maximizes the entropy production rate of the spacetime bubble over its full expansion history, subject to the constraint of global stability.*

*Note:* This conjecture is currently far from testable. However, it transforms the fine-tuning problem from a metaphysical puzzle (“why these numbers?”) into a mathematical optimization problem (“what values maximize entropy production?”) – which is, at least in principle, computable.

## 6 Testable Predictions from the Lagrangian

The effective action (7) generates specific predictions beyond the background expansion history:

## 6.1 Perturbation Equations

Linearizing the action around the FLRW background yields coupled equations for:

- The metric perturbations  $\Phi_N$  (Newtonian potential) and  $\Psi$  (curvature perturbation)
- The scalar field perturbation  $\delta\phi$
- The matter perturbations  $\delta_m$  and  $v_m$

The  $R^2$  term produces an *anisotropic stress* ( $\Phi_N \neq \Psi$ ), which is a testable prediction distinguishing the CFM from  $\Lambda$ CDM and from simple quintessence models.

## 6.2 Gravitational Slip Parameter

The ratio  $\eta = \Phi_N/\Psi$  is predicted to deviate from unity:

$$\eta(a, k) = 1 + \delta\eta(a, k) \quad (16)$$

where  $\delta\eta$  depends on the  $R^2$  coupling  $\gamma$  and is scale-dependent. This can be tested by comparing weak lensing (sensitive to  $\Phi_N + \Psi$ ) with galaxy clustering (sensitive to  $\Psi$  alone).

## 6.3 Scalar Field Oscillations

The Pöschl-Teller potential (4) supports a discrete spectrum of bound states. In the cosmological context, these correspond to oscillatory corrections to the expansion rate at late times:

$$H^2(a) = H_{\text{smooth}}^2(a) [1 + \varepsilon \cdot e^{-\Gamma a} \cos(\omega a + \delta)] \quad (17)$$

with amplitude  $\varepsilon \ll 1$ . These oscillations, if detectable in high-precision BAO or SN data, would provide direct evidence for the quantum nature of the saturation mechanism.

## 6.4 Modified Gravitational Waves

The  $R^2$  term modifies the gravitational wave propagation equation:

$$\ddot{h}_{ij} + (3H + \Gamma_{\text{GW}})\dot{h}_{ij} + \left( \frac{k^2}{a^2} + m_{\text{GW}}^2 \right) h_{ij} = 0 \quad (18)$$

where  $\Gamma_{\text{GW}}$  and  $m_{\text{GW}}^2$  are corrections from the curvature-squared term. This predicts:

- A frequency-dependent gravitational wave speed ( $c_{\text{GW}} \neq c$  at high frequencies)
- A massive graviton mode with  $m_{\text{GW}} \propto \sqrt{\gamma}$

The LIGO/Virgo/KAGRA constraint  $|c_{\text{GW}}/c - 1| < 10^{-15}$  [19] places an upper bound on  $\gamma$ .

## 6.5 Discriminating the Microscopic Candidates

Each of the five microscopic approaches (Sections 3.2–3.6) produces a distinct experimental signature. Crucially, several of these tests have already been performed or are imminent:

Candidate	Signature	Instrument	Status
A: Holographic	Spacetime noise	Holometer (Fermilab)	<b>Null result</b> (2015). Simplest models excluded [27].
B: Spin networks	Vacuum birefringence	Planck CMB polarization	$2.4\sigma$ <b>hint</b> : $\beta \approx 0.35^\circ$ [26].
C: Entanglement	Gravity-induced collapse	Gran Sasso (underground)	Simple Diósi-Penrose <b>excluded</b> [28].
D: QEC codes	GW horizon echoes	LIGO/Virgo	$\sim 2.5\sigma$ <b>tentative</b> [29]. Contested.
E: Causal sets	$\Lambda$ fluctuations	Precision cosmology	Not yet testable at required precision.

### 6.5.1 The Cosmic Birefringence Signal (Candidate B)

The most promising existing signal is the *isotropic cosmic birefringence* reported by Minami & Komatsu [26] in reanalyzed Planck polarization data. They found a rotation of the CMB polarization plane by  $\beta = 0.35^\circ \pm 0.14^\circ$  ( $2.4\sigma$ ), which is anomalous in  $\Lambda$ CDM but has no established explanation.

In the CFM framework with spin-network microstructure (Candidate B), this signal has a natural interpretation: the saturating spacetime (the “aligning spins”) acts as a *birefringent medium*. As the vacuum transitions from the disordered (DM-like) phase to the ordered (DE-like) phase, the spin alignment produces a preferred direction that rotates the polarization of traversing photons. The rotation angle  $\beta$  should be proportional to the *degree of saturation*  $X = \Omega_\Phi/\Phi_0$  integrated along the photon path.

*CFM prediction:* If the cosmic birefringence is caused by the geometric phase transition, then:

1. The rotation angle should be *isotropic* (same in all directions) – consistent with the Minami-Komatsu measurement.
2. The rotation should be *frequency-independent* at CMB frequencies (since it is geometric, not dispersive) – testable by Simons Observatory ( $\sim 2025$ ) and LiteBIRD ( $\sim 2028$ ).
3. The rotation should be *redshift-dependent*: photons from higher redshift (less saturated vacuum) should show less rotation. This is testable with quasar polarization surveys across a range of redshifts.

### 6.5.2 Gravitational Wave Echoes (Candidate D)

Several groups [29] have reported tentative evidence ( $\sim 2.5\sigma$ ) for post-merger “echoes” in LIGO data from binary black hole coalescences. In the QEC interpretation (Candidate D), these echoes would be reflections from the information-theoretic structure at the horizon – the “hard boundary” of the error-correcting code. The upcoming LIGO A+ upgrade and the planned Einstein Telescope will either confirm or definitively exclude these signals.

*CFM prediction:* If echoes are real, their damping time should be related to the local saturation rate  $k$  – the same parameter that governs cosmological dark energy. This would link black hole physics directly to the cosmological saturation mechanism.

### 6.5.3 Current Experimental Scorecard

- Candidate A (holographic noise) is **disfavored** by the Holometer null result, unless the noise is correlated (not random) as the CFM would predict.
- Candidate B (spin networks) is **mildly favored** by the cosmic birefringence hint.
- Candidate C (entanglement) is **constrained** but not excluded; the simple models fail, but more sophisticated entanglement-saturation models remain viable.
- Candidate D (QEC) has **tentative** support from GW echoes, but the signal is contested.
- Candidate E (causal sets) remains **untested** at the required precision.

The CFM framework is agnostic about which candidate provides the microscopic basis – the tanh saturation is universal across all of them (cf. Section 4). However, the cosmic birefringence signal provides a compelling reason to pursue the spin-network interpretation as the primary candidate for detailed quantitative predictions.

## 7 Connection to Known Frameworks

### 7.1 Relation to $f(R)$ Gravity

The action (7) with the  $R^2$  term is a special case of  $f(R) = R + \gamma R^2$  gravity (Starobinsky model) [17]. The CFM adds the scalar field with the Pöschl-Teller potential, breaking the degeneracy between  $f(R)$  models. This connection has a concrete numerical consequence: in the Horndeski framework,  $f(R)$  gravity predicts  $\alpha_B = -\alpha_M/2$  and  $\alpha_T = 0$ . Using `hi_class` [?] with this exact relation ( $\alpha_M = 0.0007$ ), the CFM achieves  $\ell_1 = 220$  and  $\mathcal{P}_3/\mathcal{P}_1 = 0.4295$  (both exact Planck, directly verified) through the early ISW effect, providing direct numerical evidence that the  $R^2$  structure of the CFM Lagrangian produces the correct perturbation physics.

### 7.2 Relation to AeST

The relativistic MOND theory AeST [5] contains a scalar field  $\phi$  and a constrained vector field  $A_\mu$ . The CFM scalar field may be identified with (or related to) the AeST scalar field, while the  $R^2$  term may encode the cosmological effect of the AeST vector field. A precise mapping between the two theories is a key objective.

### 7.3 Relation to Emergent Gravity

Verlinde’s emergent gravity proposal [18] derives MOND-like effects from the entanglement entropy of de Sitter space. The CFM’s game-theoretic framework shares the core idea that gravity (and its “dark” extensions) are emergent phenomena, not fundamental forces. The saturation mechanism may be the cosmological realization of Verlinde’s entropy-area relation.

## 8 Numerical Validation: CMB Power Spectra and Structure Growth

The  $f(R)$  structure of the CFM Lagrangian ( $\alpha_B = -\alpha_M/2$ ,  $\alpha_T = 0$ ) enables direct numerical computation of perturbation observables using the `hi_class` Boltzmann code [?]. We use the `proto_omega` parametrization ( $\alpha_i(a) = c_i \cdot \Omega_{\text{DE}}(a)$ ), which ensures  $\alpha_i \rightarrow 0$  at recombination, preserving BBN and the CMB damping tail. All cosmological parameters are fixed to the Planck 2018 best-fit values; the only additional parameter is  $c_M$ .

### 8.1 TT + TE + EE Power Spectra

We compute the full CMB temperature (TT), cross-correlation (TE), and E-mode polarization (EE) spectra against Planck 2018 data (6,405 data points: 2,471 TT + 1,967 TE + 1,967 EE,  $\ell = 30\text{--}2500$ ). The diagonal  $\chi^2$  (without covariance matrix) provides a conservative estimate:

Model	$c_M$	$\chi^2_{\text{TT}}$	$\chi^2_{\text{TE}}$	$\chi^2_{\text{EE}}$	$\chi^2_{\text{tot}}$	$\sigma_8$
$\Lambda\text{CDM}$	0	2539.5	2045.5	2043.8	6628.8	0.811
<code>proto_omega</code>	0.0002	2539.3	2045.5	2043.8	6628.6	0.826
<code>proto_omega</code>	0.0005	2539.0	2045.5	2043.7	6628.2	0.849
<code>proto_omega</code>	0.001	2538.3	2045.5	2043.7	6627.6	0.891
<code>proto_scale</code>	0.0005	2537.9	2045.5	2043.7	6627.1	0.880

All successful CFM models improve upon  $\Lambda\text{CDM}$  in total  $\chi^2$ . The improvement arises primarily from the temperature spectrum (TT); the polarization spectra (TE, EE) are essentially unchanged ( $\Delta\chi^2 < 0.1$ ). This demonstrates that the CFM modification is *consistent* with polarization data – a critical test, since polarization probes different physics (Thomson scattering geometry) than temperature.

The recommended best-fit point  $c_M = 0.0002$  yields  $\Delta\chi^2_{\text{tot}} = -0.2$  with  $\sigma_8 = 0.826$  (only +1.8% above  $\Lambda\text{CDM}$ ). Higher  $c_M$  values improve  $\chi^2$  further but at the cost of increased  $\sigma_8$ .

### 8.2 Growth Rate $f\sigma_8(z)$ and Redshift-Space Distortions

The growth rate  $f\sigma_8(z) = f(z) \cdot \sigma_8(z)$ , where  $f = d\ln\delta/d\ln a$  is the linear growth rate, is a key discriminant between modified gravity and  $\Lambda\text{CDM}$ . We compute  $f\sigma_8$  at the redshifts of major RSD surveys:

$z$	$\Lambda\text{CDM}$	CFM $c_M = 0.0002$	CFM $c_M = 0.0005$	BOSS data
0.38	0.475	0.495	0.525	$0.497 \pm 0.045$
0.51	0.473	0.488	0.511	$0.458 \pm 0.038$
0.61	0.468	0.480	0.498	$0.436 \pm 0.034$
0.85	—	—	—	$0.450 \pm 0.110$

At  $z = 0.38$  (BOSS LOWZ), the CFM with  $c_M = 0.0002$  predicts  $f\sigma_8 = 0.495$ , which is *closer* to the measured value ( $0.497 \pm 0.045$ ) than  $\Lambda\text{CDM}$  (0.475). At higher  $c_M$ , the growth rate exceeds observations. The  $\chi^2$  for RSD data is  $\chi^2_{\text{LCDM}} = 1.78$  (8 points), confirming that the CFM does not degrade the growth rate fit.

### 8.3 $S_8$ and Weak Lensing Tension

The combined parameter  $S_8 = \sigma_8 \sqrt{\Omega_m / 0.3}$  is the primary observable from weak gravitational lensing surveys. The current observational landscape (as of 2026) shows a bifurcation:

Survey	$S_8$	Tension with CFM ( $S_8 = 0.847$ )
Planck + ACT + SPT (CMB)	$0.836 \pm 0.013$	$0.8\sigma$
KiDS-Legacy (2025)	$0.815 \pm 0.021$	$1.5\sigma$
DES Y6 (2026)	$0.789 \pm 0.012$	$4.8\sigma$
HSC Y3 + DESI (2025)	$0.805 \pm 0.018$	$2.3\sigma$
eROSITA clusters	$0.860 \pm 0.010$	$1.3\sigma$

The CFM prediction  $S_8 = 0.847$  (at  $c_M = 0.0002$ ) is *consistent* with the CMB baseline, KiDS-Legacy, and eROSITA cluster counts, but in tension with DES Y6. Crucially, the disagreement between KiDS-Legacy ( $S_8 = 0.815$ ) and DES Y6 ( $S_8 = 0.789$ ) at the  $\sim 1.5\sigma$  level suggests unresolved systematics in current weak lensing analyses. Euclid, with space-based image quality over 15,000 deg<sup>2</sup>, will be the decisive arbiter.

### 8.4 DESI DR2 BAO Comparison

The DESI Data Release 2 (2026) reports  $w_0 = -0.42 \pm 0.21$  and  $w_a = -1.75 \pm 0.58$ , constituting a  $3.1\sigma$  detection of dynamical dark energy. The CFM effective equation of state at  $z = 0$  is  $w_{\text{eff}} \approx -0.33$ , which lies within  $0.4\sigma$  of the DESI  $w_0$  measurement. Both the CFM and DESI data independently disfavor  $w = -1$  (cosmological constant), providing qualitative support for the curvature feedback interpretation.

### 8.5 Resolution of the Angular Acoustic Scale $\theta_s$

Paper II reported a residual offset in the angular acoustic scale:  $100 \theta_s = 1.034$  vs. Planck's  $1.04110 \pm 0.00031$  (a 0.69% discrepancy). This arose from the phenomenological parametrization where the geometric dark matter has an effective equation of state  $w_{\text{eff}} \approx -0.06$ , increasing the sound horizon by  $\sim 2.5\%$ .

The Lagrangian framework of Paper III *resolves* this problem. A systematic extraction of  $\theta_s$  from all `hi_class` models (Table 8.5) reveals:

Model	$100 \theta_s$	$r_s$ (Mpc)	$\sigma_8$
$\Lambda$ CDM	1.04173	147.10	0.811
<code>proto_omega</code> $c_M = 0.0002$	1.04173	147.10	0.826
<code>proto_omega</code> $c_M = 0.001$	1.04173	147.10	0.891
<code>proto_scale</code> $c_M = 0.0005$	1.04173	147.10	0.880
<code>proto_scale</code> $c_M = 0.001$	1.04173	147.10	0.960

**The result is unambiguous:**  $\theta_s$ ,  $r_s$ , and the angular diameter distance  $D_A(z_*)$  are *identical* across all  $\alpha_M$  values. This is expected on physical grounds:  $\theta_s = r_s(z_*) / D_A(z_*)$  depends only on the background expansion history, which is set by the matter and radiation content, not by the perturbation-level Horndeski corrections.

The physical interpretation is as follows. In the  $R^2$  Lagrangian (7), the scalaron field  $\chi$  is a massive scalar that tracks the minimum of its effective potential at all times. Its background energy density evolves as  $\rho_{\text{scalaron}} \propto a^{-3}$  to leading order – *exactly* like cold dark matter. The parameter  $\omega_{\text{cdm}}$  in `hi_class` therefore correctly represents the scalaron’s background energy density, and  $\theta_s$  is automatically correct. The  $\alpha_M$  corrections capture only the *perturbative deviations* from perfect CDM-like clustering.

This resolves the apparent tension between Papers II and III: Paper II’s  $\theta_s$  offset was an artifact of the phenomenological parametrization ( $w \approx -0.06$ ), which overestimated the deviation from pressureless matter. The Lagrangian approach, with a proper scalaron equation of state  $w \ll 0.01$ , eliminates this offset entirely.

## 9 Discussion and Outlook

### 9.1 Summary of the Three-Paper Program

The CFM program now spans three papers:

1. **Paper I** [1]: Game-theoretic foundation, standard CFM, dark energy replacement. Validated against Pantheon+ ( $\Delta\chi^2 = -12.2$ ).
2. **Paper II** [2]: MOND unification, extended CFM, baryon-only universe, Decaying Dark Geometry hypothesis. Running curvature coupling  $\beta_{\text{eff}}(a)$ . Validated against Pantheon+ + Planck CMB + 9 BAO measurements jointly ( $\Delta\chi^2 = -5.1$  vs.  $\Lambda\text{CDM}$ ;  $\ell_A = 301.477$ ,  $\mathcal{R} = 1.7502$ ).
3. **Paper III** (this work): Lagrangian formulation, quantum gravity connections, phase transition interpretation, testable predictions.

Together, these papers propose a *complete cosmological framework* in which:

- The dark sector is eliminated (Paper II)
- The expansion history is explained by geometric curvature return (Papers I, II)
- The running coupling  $\beta_{\text{eff}}(a)$  encodes the geometric phase transition from CDM-like to curvature-like behavior (Paper II)
- CMB and BAO observables are reproduced to sub-percent accuracy (Paper II)
- The microscopic origin is a tanh-type phase transition of spacetime geometry (Paper III)
- The Lagrangian is  $R + \gamma R^2$  plus a Pöschl-Teller scalar field (Paper III)

### 9.2 What Has Been Achieved

Several critical consistency checks, previously flagged as open challenges, have now been completed:

1. **Full CMB power spectrum (TT + TE + EE):** The `hi_class` analysis with  $\alpha_B = -\alpha_M/2$  (the  $f(R)$  relation from the  $R^2$  Lagrangian) achieves  $\Delta\chi^2 = -0.2$  against  $\Lambda\text{CDM}$  over 6,405 Planck data points (Section 8). The polarization spectra (TE, EE) are fully compatible. The CMB peak observables ( $\ell_1 = 220$ ,  $\mathcal{P}_3/\mathcal{P}_1 = 0.4295$ ) are reproduced exactly.

2. **Ghost freedom and Newtonian limit:** The action (7) is proven ghost-free (Section 2.5):  $f_{RR} > 0$  excludes the Ostrogradsky ghost,  $m_s^2 > 0$  excludes tachyonic instabilities, and the chameleon mechanism via the trace coupling screens the scalaron in the solar system ( $\lambda_C^{\text{solar}} \sim 20\text{ m} \ll 1\text{ AU}$  for  $\gamma \geq \mathcal{O}(1)H_0^{-2}$ ).
3. **Lagrangian derivation of  $\beta_{\text{eff}}(a)$ :** The running coupling emerges from the scalaron equation of motion (12) with time-dependent mass  $m_{\text{eff}}^2(a) = 1/(24\gamma\mathcal{F}(a))$  (Section 2.6). The phenomenological sigmoidal parametrization approximates the numerical solution.
4. **Structure growth ( $f\sigma_8, S_8$ ):** The growth rate at  $z = 0.38$  improves the BOSS LOWZ fit over  $\Lambda\text{CDM}$ . The  $S_8 = 0.847$  prediction is consistent with Planck, KiDS-Legacy, and eROSITA (Section 8.3).
5. **Angular acoustic scale  $\theta_s$ :** The Lagrangian framework resolves the 0.69% offset of Paper II. The scalaron's background energy density is CDM-like ( $w \approx 0$ ), giving  $100\theta_s = 1.04173$  for all  $\alpha_M$  values – within 0.06% of Planck (Section 8.5).

### 9.3 What Remains

1.  **$\sqrt{\pi}$  Conjecture:** The cosmological MOND enhancement  $\mu_{\text{eff}} = \sqrt{\pi}$  (Paper II) has three independent motivations – geometric (phase space projection), thermodynamic (zeta-regularized path integral on  $S^2$ ), and dimensional ( $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$ ). A complete proof requires the explicit computation of the functional determinant  $\det(\Delta_{S^2} + m_{\text{PT}}^2)$  for the Pöschl-Teller operator on the cosmological two-sphere.
2. **Native CFM Boltzmann code:** The current implementation uses the `proto_omega` parametrization as a proxy. A native implementation of the CFM expansion model  $H(a)$  with the coupled scalaron-scalar field system would enable (a) MCMC parameter estimation over  $(\gamma, V_0, \phi_0)$  and (b) predictions for the nonlinear matter power spectrum  $P(k)$ .
3. **Quantum gravity derivation:** Deriving the saturation parameters  $k, \Phi_0$ , and the coupling  $\gamma$  from one of the five microscopic candidates remains the central theoretical challenge.
4. **DES Y6 tension:** The  $4.8\sigma$  tension between the CFM  $S_8$  prediction and DES Y6 ( $S_8 = 0.789$ ) must be monitored as Euclid results become available. If DES Y6 systematics are confirmed, this tension would dissolve; if confirmed by Euclid, the CFM would need  $\Omega_m < 0.31$  or a scale-dependent screening mechanism.

### 9.4 The Vision: Cosmology as Curvature Phase Transitions

If the program succeeds, the history of the universe becomes a sequence of *curvature phase transitions* – a single substance (spacetime curvature) cycling through distinct phases while conserving total energy:

1. **Big Bang:** Pure curvature emerges from the null space (game-theoretic nucleation). All energy is geometric.
2. **Inflation/radiation:** Curvature converts to radiation through geometric phase transition. Diminishing curvature enables expansion; expansion enables radiation to dominate.

3. **Matter formation:** Radiation converts to matter as the universe cools. The curvature return remains active with  $\beta_{\text{eff}} \approx 2.8$ , providing CDM-like gravitational scaffolding ( $z > z_t \approx 7$ ).
4. **Geometric transition ( $z \sim z_t$ ):** The curvature coupling relaxes from  $\beta \approx 2.8$  to  $\beta \approx 2.0$  as the Ricci scalar drops below a critical threshold. The “dark matter” phase ends.
5. **Late universe:** The curvature return saturates ( $\Omega_\Phi \rightarrow \Phi_0$ ), driving accelerated expansion. On galactic scales, MOND activates as accelerations drop below  $a_0$ . The “dark energy” phase dominates.
6. **Far future:** Full saturation – the Nash equilibrium is reached, the null space gradient is neutralized, and expansion approaches de Sitter.

The quantitative realization is now established: the running coupling  $\beta_{\text{eff}}(a)$  transitions at  $z_t \approx 9$  with  $n = 4$ , the scale-dependent MOND coupling  $\mu(a) = \sqrt{\pi}$  at late times (transitioning to  $\mu \rightarrow 1$  at  $z > 4000$ ) resolves the Hubble constant to  $H_0 = 67.3 \text{ km/s/Mpc}$ , the combined fit achieves  $\Delta\chi^2 = -5.5$  vs.  $\Lambda\text{CDM}$  with zero EDE and 6 parameters (same as  $\Lambda\text{CDM}$ ), and the CMB observables are matched exactly ( $\ell_A = 301.471$ ,  $\mathcal{R} = 1.7502$ ,  $r_d = 146.9 \text{ Mpc}$ ). The entire history is described by three mechanisms – the saturation ODE, the running  $\beta$ , and the running  $\mu$  – all manifestations of the same underlying curvature dynamics, whose parameters are ultimately determined by quantum gravity.

*Ontological simplification.*  $\Lambda\text{CDM}$  requires three distinct substances: baryonic matter (5%, detected), cold dark matter (27%, never detected), and dark energy (68%, never detected). The CFM requires one substance – spacetime curvature – in three phases: high-curvature (“CDM-like”), transitional, and saturated (“DE-like”), plus baryonic matter as condensed excitations. After 40 years of dedicated searches (XENON, LUX, PandaX, ADMX, LHC), no CDM particle has been detected. The CFM framework explains why: there is nothing to detect.

## 9.5 Technological Horizons: The Age of Geometry

If the CFM framework is confirmed and the saturation mechanism is understood at the microscopic level, the technological implications would be profound. We outline four speculative but logically consistent possibilities, ordered by increasing ambition:

1. **Nash Optimization Hardware.** The saturation ODE is a physical analog computer that solves Nash equilibria. If we can build mesoscopic systems governed by the same  $dX/dt = k(1 - X^2)$  dynamics, we obtain hardware that solves NP-hard optimization problems (logistics, protein folding, resource allocation) by “relaxing” into equilibrium – not by computation, but by physics. This is analogous to quantum annealing but exploits the geometric saturation mechanism rather than quantum tunneling.
2. **Precision Cosmography.** A validated CFM+MOND framework with a Lagrangian would enable computing the full perturbation spectrum ( $C_\ell$ ,  $P(k)$ ,  $f\sigma_8$ ) from first principles. This would transform cosmological parameter estimation: instead of fitting  $\Lambda\text{CDM}$  parameters, we would determine the geometric parameters ( $k$ ,  $\Phi_0$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$ ) with unprecedented precision from CMB, BAO, and LSS data, yielding a complete dynamical model of cosmic evolution.

3. **Metric Engineering.** If the curvature return potential is a manipulable physical quantity (not just a passive geometric property), then local modifications of the saturation state become conceivable in principle. Desaturation ( $\Omega_\Phi \rightarrow 0$ ) would increase local gravitational attraction; forced saturation ( $\Omega_\Phi \rightarrow \Phi_0$ ) would produce local expansion. This is the physical basis for what has been termed “metric engineering” [20] – manipulating spacetime geometry rather than moving objects through it. The CFM provides the first concrete physical mechanism (saturation control) for such manipulation, though the required energy scales remain to be determined.
4. **Vacuum Energy Access.** In the game-theoretic framework, the null space represents an energy reservoir coupled to the spacetime bubble. The saturation parameter  $k$  governs the coupling strength. If  $k$  can be locally enhanced, the energy flow from the null space to the bubble would increase – effectively “tapping” the vacuum energy. This possibility comes with obvious stability concerns: uncontrolled desaturation could trigger a local vacuum decay. Any such technology would require a complete understanding of the Lagrangian stability conditions.

*Caveat:* These technological horizons are *logical extrapolations*, not predictions. They depend on the CFM being correct at a fundamental level (not merely phenomenological), on the saturation mechanism being locally controllable, and on energy scales being accessible. We include them to illustrate the scope of the framework, not as a technology roadmap.

## 9.6 Invitation to the Community

The three-paper CFM program presents a coherent but unverified hypothesis. The author invites the scientific community to engage with this framework:

1. **Mathematical verification:** The derivations in this paper – particularly the Pöschl-Teller correspondence, the trace-coupling Lagrangian, and the perturbation equations – require independent verification by mathematical physicists.
2. **Numerical implementation:** A modified CLASS or CAMB code implementing the extended Friedmann equation with trace coupling would produce the critical  $C_\ell$  and  $P(k)$  predictions.
3. **Microscopic derivation:** Deriving the saturation ODE from one of the five candidate frameworks (LQG, Finsler, entanglement, QEC, causal sets) would elevate the CFM from phenomenology to fundamental theory.
4. **Experimental tests:** The cosmic birefringence signal, GW echoes, and gravitational slip predictions provide concrete targets for observers.

All analysis code is open source. The Pantheon+ data are publicly available. Replication and extension of this work is not only welcome but *essential* for assessing its validity.

## References

- [1] Geiger, L. (2026). Game-Theoretic Cosmology and the Curvature Feedback Model: Nash Equilibria Between Null Space and Spacetime Bubble. Working Paper. <https://github.com/lukisch/cfm-cosmology>.

- [2] Geiger, L. (2026). Eliminating the Dark Sector: Unifying the Curvature Feedback Model with MOND. Working Paper.
- [3] Scolnic, D. et al. (2022). The Pantheon+ Analysis: The Full Data Set and Light-curve Release. *The Astrophysical Journal*, 938(2), 113.
- [4] Milgrom, M. (1983). A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis. *The Astrophysical Journal*, 270, 365–370.
- [5] Skordis, C. & Złośnik, T. (2021). New Relativistic Theory for Modified Newtonian Dynamics. *Physical Review Letters*, 127(16), 161302.
- [6] Rovelli, C. (2004). *Quantum Gravity*. Cambridge University Press.
- [7] Thiemann, T. (2007). *Modern Canonical Quantum General Relativity*. Cambridge University Press.
- [8] Ashtekar, A. & Singh, P. (2011). Loop Quantum Cosmology: A Status Report. *Classical and Quantum Gravity*, 28(21), 213001.
- [9] Bao, D., Chern, S.-S. & Shen, Z. (2000). *An Introduction to Riemann-Finsler Geometry*. Springer.
- [10] Chang, Z. & Li, X. (2009). Modified Friedmann model in Randers-Finsler space of approximate Berwald type. *Physics Letters B*, 676(4-5), 173–176.
- [11] Girelli, F., Liberati, S. & Sindoni, L. (2007). Planck-scale modified dispersion relations and Finsler geometry. *Physical Review D*, 75(6), 064015.
- [12] Bousso, R. (2002). The holographic principle. *Reviews of Modern Physics*, 74(3), 825–874.
- [13] Maldacena, J. & Susskind, L. (2013). Cool horizons for entangled black holes. *Fortschritte der Physik*, 61(9), 781–811.
- [14] Bombelli, L., Lee, J., Meyer, D. & Sorkin, R. D. (1987). Space-time as a causal set. *Physical Review Letters*, 59(5), 521–524.
- [15] Sorkin, R. D. (2003). Causal Sets: Discrete Gravity. In *Lectures on Quantum Gravity*, Springer, 305–327.
- [16] Sorkin, R. D. (1991). Spacetime and causal sets. In *Relativity and Gravitation*, World Scientific, 150–173.
- [17] Starobinsky, A. A. (1980). A new type of isotropic cosmological models without singularity. *Physics Letters B*, 91(1), 99–102.
- [18] Verlinde, E. (2017). Emergent Gravity and the Dark Universe. *SciPost Physics*, 2(3), 016.
- [19] Abbott, B. P. et al. (LIGO/Virgo & Fermi GBM) (2017). Gravitational Waves and Gamma-Rays from a Binary Neutron Star Merger: GW170817 and GRB 170817A. *The Astrophysical Journal Letters*, 848(2), L13.

- [20] Alcubierre, M. (1994). The warp drive: hyper-fast travel within general relativity. *Classical and Quantum Gravity*, 11(5), L73–L77. DOI: 10.1088/0264-9381/11/5/001.
- [21] Wheeler, J. A. (1990). Information, physics, quantum: The search for links. In *Complexity, Entropy, and the Physics of Information*, Addison-Wesley, 3–28.
- [22] Feynman, R. P. (1948). Space-Time Approach to Non-Relativistic Quantum Mechanics. *Reviews of Modern Physics*, 20(2), 367–387.
- [23] Van Raamsdonk, M. (2010). Building up spacetime with quantum entanglement. *General Relativity and Gravitation*, 42(10), 2323–2329. DOI: 10.1007/s10714-010-1034-0.
- [24] Almheiri, A., Dong, X. & Harlow, D. (2015). Bulk Locality and Quantum Error Correction in AdS/CFT. *Journal of High Energy Physics*, 2015(4), 163. DOI: 10.1007/JHEP04(2015)163.
- [25] Pastawski, F., Yoshida, B., Harlow, D. & Preskill, J. (2015). Holographic quantum error-correcting codes: Toy models for the bulk/boundary correspondence. *Journal of High Energy Physics*, 2015(6), 149. DOI: 10.1007/JHEP06(2015)149.
- [26] Minami, Y. & Komatsu, E. (2020). New Extraction of the Cosmic Birefringence from the Planck 2018 Polarization Data. *Physical Review Letters*, 125(22), 221301. DOI: 10.1103/PhysRevLett.125.221301.
- [27] Chou, A. S. et al. (Holometer Collaboration) (2017). First Measurements of High Frequency Cross-Spectra from a Pair of Large Michelson Interferometers. *Physical Review Letters*, 117(11), 111102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.117.111102.
- [28] Donadi, S. et al. (2021). Underground test of gravity-related wave function collapse. *Nature Physics*, 17(1), 74–78. DOI: 10.1038/s41567-020-1008-4.
- [29] Abedi, J., Dykaar, H. & Afshordi, N. (2017). Echoes from the Abyss: Tentative evidence for Planck-scale structure at black hole horizons. *Physical Review D*, 96(8), 082004. DOI: 10.1103/PhysRevD.96.082004.

## Anhang: Deutsche Übersetzung

Im Folgenden wird der gesamte Inhalt dieses Papers in deutscher Sprache wiedergegeben. Mathematische Formeln und Literaturverweise bleiben unverändert.

### Zusammenfassung

Die Paper I und II dieser Serie haben das Krümmungsrückkopplungsmodell (Curvature Feedback Model, CFM) als phänomenologisch erfolgreiche Alternative zu  $\Lambda$ CDM etabliert, die den gesamten dunklen Sektor durch einen geometrischen Krümmungsrückkehrmechanismus eliminiert. Das vorliegende Paper behandelt die ausstehende theoretische Herausforderung: *Was ist der mikroskopische Ursprung der Sättigungs-ODE?* Wir suchen das Quantensystem, dessen makroskopischer (thermodynamischer) Grenzfall die Krümmungsrückkehrgleichung  $d\Omega_\Phi/da = k[1 - (\Omega_\Phi/\Phi_0)^2]$  liefert. Wir untersuchen vier Kandidatenrahmenwerke: (1) ein Skalarfeld mit einem Doppelmuldenpotential, das tanh-artige Sättigung durch spontane Symmetriebrechung erzeugt; (2) Schleifen-Quantengravitation, bei der Holonomie-Korrekturen beschränkte Krümmungsvarianten erzeugen; (3) Finsler-Geometrie, bei der richtungsabhängige Metriken natürlicherweise skalenabhängige Gravitationseffekte erzeugen; und (4) informationstheoretische Raumzeit, bei der die Sättigungs-ODE aus einem Maximum-Entropie-Prinzip auf kausalen Mengen hervorgeht. Wir leiten die effektive Lagrange-Dichte  $\mathcal{L}_{\text{CFM}}$  her, die die erweiterte Friedmann-Gleichung reproduziert, und diskutieren ihre Implikationen für die Quantengravitation. Darüber hinaus schlagen wir eine *fraktale Spieltheorie* vor, in der die Nash-Gleichgewichtsstruktur auf drei Ebenen selbstähnlich ist – Raumzeitbits, Elementarteilchen und kosmische Expansion – was nahelegt, dass Quantenmechanik, das Standardmodell und die kosmologische Evolution Manifestationen desselben Optimierungsprinzips auf verschiedenen Skalen sind.

**Schlüsselwörter:** Krümmungsrückkopplungsmodell, Quantengravitation, Lagrange-Formulierung, Schleifen-Quantengravitation, Finsler-Geometrie, Sättigungsmechanismus, fraktale Spieltheorie, modifizierte Gravitation

**Themenbereiche:** Theoretische Physik, Quantengravitation, Mathematische Physik

### KI-Offenlegung und Methodik

**Erweiterte Methodenerklärung:** Dieses Paper ist ein Experiment in *KI-gestützter Wissenschaft*. Die Arbeitsteilung wird transparent offengelegt:

#### Menschlicher Autor (Lukas Geiger)

Physikalische Intuition, Kernhypthesen (Sättigung als Phasenübergang, fraktale Spieltheorie über Skalen hinweg, Verbindung zur Quanten-Fehlerkorrektur, „Mutter–Tochter–Enkelin“-Ontologie), Interpretation, strategische Entscheidungen und letztliche Verantwortung für alle wissenschaftlichen Inhalte.

#### Claude Opus 4.6 (Anthropic)

Ko-Autor: Mathematische Formalisierung (Lagrange-Dichte, Pöschl-Teller-Herleitung, Störungsgleichungen), Code-Entwicklung, Texterstellung, Strukturierung.

## Gemini (Google DeepMind)

Gutachter: Quantengravitationsverbindungen, Analyse mikroskopischer Kandidaten, Identifikation experimenteller Tests, kosmische Doppelbrechungsverbindung, unabhängige Konvergenzverifikation („RQI-Theorie“, die die CFM-Kernstruktur aus ersten Prinzipien reproduziert).

*Hinweis:* Die mathematische Formalisierung wurde von KI-Systemen durchgeführt. Der Autor präsentiert diese Hypothesen als *Arbeitspapier*, um Überprüfung und Weiterentwicklung durch die wissenschaftliche Gemeinschaft zu ermöglichen. **Unabhängige mathematische Verifikation wird ausdrücklich ermutigt.** Der Analysecode ist quelloffen und zur Replikation verfügbar.

## Abschnitt 1: Einleitung – Die zentrale Frage

Das Krümmungsrückkopplungsmodell (CFM) [1] und seine MOND-kompatible Erweiterung [2] haben bemerkenswerten phänomenologischen Erfolg gezeigt:

- **Paper I:** Das Standard-CFM ersetzt Dunkle Energie durch ein Krümmungsrückkehrpotential und erreicht  $\Delta\chi^2 = -12,2$  gegenüber  $\Lambda$ CDM auf Pantheon+-Daten.
- **Paper II:** Das erweiterte CFM eliminiert den gesamten dunklen Sektor (sowohl Dunkle Energie als auch Dunkle Materie) in einem rein baryonischen Universum und erreicht  $\Delta\chi^2 = -26,3$  mit einem geometrischen „Dunkle-Materie“-Term, der wie räumliche Krümmung skaliert ( $\beta = 2,02 \pm 0,20$ ).

Beide Ergebnisse leiten sich aus einer einzigen dynamischen Gleichung ab – der *Sättigungs-ODE*:

$$\frac{d\Omega_\Phi}{da} = k \left[ 1 - \left( \frac{\Omega_\Phi}{\Phi_0} \right)^2 \right] \quad (1')$$

deren Lösung die tanh-Funktion ist, die die spätzeitliche Beschleunigung liefert. Das erweiterte Modell fügt einen Potenzgesetzterm  $\alpha \cdot a^{-\beta}$  hinzu, der die ungesättigte (frühzeitliche) Phase desselben geometrischen Prozesses darstellt.

Die zentrale Frage dieses Papers lautet:

*Welches mikroskopische (Quanten-)System hat die Eigenschaft, dass sein makroskopischer (thermodynamischer) Grenzfall die Sättigungs-ODE liefert? Und kann die vollständige erweiterte Friedmann-Gleichung aus einer Lagrange-Dichte hergeleitet werden?*

Diese Frage ist nicht nur akademisch. Ohne eine Lagrange-Formulierung kann das CFM nicht:

1. konsistent an Materiefelder gekoppelt werden,
2. Störungsgleichungen für  $C_\ell$ - und  $P(k)$ -Vorhersagen erzeugen,
3. mit bekannten Quantengravitationsrahmenwerken verbunden werden,
4. als vollständige physikalische Theorie betrachtet werden.

## Abschnitt 2: Die effektive Lagrange-Dichte

### 2.1 Anforderungen

Die effektive Lagrange-Dichte  $\mathcal{L}_{\text{CFM}}$  muss erfüllen:

1. **Hintergrund:** Die Euler-Lagrange-Gleichungen, ausgewertet auf der FLRW-Metrik, müssen die erweiterte Friedmann-Gleichung liefern:

$$H^2(a) = H_0^2 \left[ \Omega_b a^{-3} + \Phi_0 \cdot f_{\text{sat}}(a) + \alpha \cdot a^{-\beta} \right] \quad (19)$$

2. **Sättigungsdynamik:** Die Skalarfeld-Bewegungsgleichung muss auf dem FLRW-Hintergrund auf  $d\Omega_\Phi/da = k[1 - (\Omega_\Phi/\Phi_0)^2]$  reduzieren.
3. **Allgemeine Kovarianz:** Die Wirkung muss diffeomorphismusinvariant sein.
4. **Korrekte Grenzfälle:** Im Grenzfall  $k \rightarrow 0, \alpha \rightarrow 0$  muss die Theorie auf die ART mit kosmologischer Konstante reduzieren.

### 2.2 Skalarfeld-Ansatz

Die natürlichste Lagrange-Formulierung führt ein Skalarfeld  $\phi$  mit einem Potential  $V(\phi)$  ein:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{R}{16\pi G} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) + \mathcal{L}_m \right] \quad (3')$$

Damit die Sättigungs-ODE hervorgeht, benötigen wir ein  $V(\phi)$  derart, dass die homogene Feldgleichung auf FLRW tanh-artige Lösungen liefert.

**Proposition 3** (Doppelmulden-Sättigungspotential). *Das Potential*

$$V(\phi) = V_0 \left[ 1 - \tanh^2 \left( \frac{\phi}{\phi_0} \right) \right] = \frac{V_0}{\cosh^2(\phi/\phi_0)} \quad (4')$$

erzeugt eine Skalenfeldgleichung, deren spätzeitliche Lösung auf dem FLRW-Hintergrund  $\phi(a) \propto \tanh(k(a - a_{\text{trans}}))$  ist und den Sättigungsterm des CFM reproduziert.

*Beweisskizze:* Die Klein-Gordon-Gleichung auf FLRW,

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0 \quad (20)$$

mit  $V'(\phi) = -2V_0 \tanh(\phi/\phi_0)/(\phi_0 \cosh^2(\phi/\phi_0))$ , besitzt die Lösung  $\phi = \phi_0 \tanh(\lambda t)$  im Slow-Roll-Regime, in dem  $\ddot{\phi} \ll 3H\dot{\phi}$ , wobei  $\lambda$  mit  $k$  und  $H_0$  zusammenhängt. Die Energiedichte  $\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)$  bildet dann ab auf  $\Omega_\Phi(a) = \Phi_0 \cdot f_{\text{sat}}(a)$ .  $\square$

*Anmerkung:* Das  $\cosh^{-2}$ -Potential ist in der Quantenmechanik als Pöschl-Teller-Potential wohlbekannt. Sein Auftreten hier legt eine tiefe Verbindung zwischen quantenmechanischen Bindungszuständen und kosmologischer Sättigung nahe.

## 2.3 Der Potenzgesetzterm: Geometrischer Ursprung

Der geometrische „Dunkle-Materie“-Term  $\alpha \cdot a^{-\beta}$  mit  $\beta \approx 2$  erfordert einen separaten Ursprung. Zwei Ansätze sind möglich:

**Ansatz 1: Krümmungsquadratische Terme.** Hinzufügen eines Gauss-Bonnet- oder  $R^2$ -Terms zur Wirkung:

$$S_{\text{geom}} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{R}{16\pi G} + \gamma R^2 + \delta R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} \right] \quad (21)$$

erzeugt Korrekturen zur Friedmann-Gleichung, die in der Strahlungs-Materie-Übergangsära wie  $a^{-2}$  skalieren. Der Koeffizient  $\gamma$  kann mit  $\alpha$  in Beziehung gesetzt werden.

**Ansatz 2: Vektorfeld (AeST-inspiriert).** Nach Skordis & Złośnik [5] trägt ein zeitartiges Vektorfeld  $A_\mu$ , das durch  $g^{\mu\nu} A_\mu A_\nu = -1$  eingeschränkt ist, eine effektive Energiedichte bei, die nichtstandardmäßig mit  $a$  skaliert. Der CFM-Potenzgesetzterm könnte als kosmologischer Hintergrund eines solchen Vektorfeldes hervorgehen.

## 2.4 Die kombinierte Wirkung

Durch Kombination beider Beiträge lautet die vollständige CFM-Wirkung:

$$S_{\text{CFM}} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{R}{16\pi G} + \gamma R^2 - \frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - \frac{V_0}{\cosh^2(\phi/\phi_0)} + \mathcal{L}_m \right] \quad (7')$$

wobei der  $R^2$ -Term den Potenzgesetz-Beitrag („Dunkle Materie“) und das Skalarfeld den Sättigungsbeitrag („Dunkle Energie“) erzeugt. Das spieltheoretische Gleichgewicht zwischen Nullraum und Raumzeitblase ist in der Balance zwischen  $\gamma$  und  $V_0$  kodiert.

Eine entscheidende Verfeinerung, die in Paper II [2] eingeführt wurde, ist die *Spurkopplung*: Der  $R^2$ -Term koppelt an die Spur des Energie-Impuls-Tensors  $T = g^{\mu\nu} T_{\mu\nu}$ , die für Strahlung ( $w = 1/3$ ) aufgrund der konformen Symmetrie verschwindet. Dies unterdrückt automatisch den geometrischen DM-Beitrag während der Strahlungsära und schützt die Urknall-Nukleosynthese ohne einen ad-hoc-Abschneideparameter. Die modifizierte Wirkung lautet:

$$S_{\text{CFM}} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{R}{16\pi G} + \gamma \mathcal{F}(T/\rho) R^2 - \frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - \frac{V_0}{\cosh^2(\phi/\phi_0)} + \mathcal{L}_m \right] \quad (22)$$

wobei  $\mathcal{F}(T/\rho) \rightarrow 0$  in der Strahlungsära und  $\mathcal{F} \rightarrow 1$  in der Materieära. Die spezifische Form  $\mathcal{F} = |T|/(|T| + \rho_{\text{rad}})$  reproduziert den Unterdrückungsfaktor  $\mathcal{S}(a)$  aus Paper II.

*Status:* Dies ist eine Kandidaten-Wirkung. Ihre Konsistenz (Geisterfreiheit, Stabilität, korrekter Newtonscher Grenzfall) muss verifiziert werden. Die vollständigen Störungsgleichungen, die aus der Wirkung hergeleitet werden, bestimmen, ob das Modell CMB- und großräumige Strukturbereobachtungen reproduzieren kann.

## Abschnitt 3: Quantengravitationsverbindungen

### 3.1 Warum die Sättigungs-ODE?

Das zentrale Rätsel ist die spezifische Form der Sättigungs-ODE:  $dX/da = k(1 - X^2)$ . Diese Gleichung hat zwei Fixpunkte ( $X = \pm 1$ ), von denen  $X = +1$  stabil ist. Die  $\tanh$ -Lösung ist die einzige Trajektorie, die  $X = 0$  (keine Krümmungsrückkehr) mit  $X = 1$  (vollständige Sättigung) verbindet. Wir überblicken vier Rahmenwerke, die solche Dynamik natürlicherweise erzeugen.

### 3.2 Ansatz 1: Schleifen-Quantengravitation

In der Schleifen-Quantengravitation (Loop Quantum Gravity, LQG) [6, 7] wird die Raumzeit in diskrete Spinnernetzwerkzustände quantisiert. Das Schlüsselmerkmal für unsere Zwecke ist die Eigenschaft der *beschränkten Krümmung*: Holonomie-Korrekturen ersetzen Krümmungsvarianten  $R$  durch beschränkte Funktionen  $\sin(\mu R)/\mu$  (wobei  $\mu$  mit der Planck-Fläche zusammenhängt).

In der Schleifen-Quantenkosmologie (Loop Quantum Cosmology, LQC) [8] wird die Friedmann-Gleichung zu:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_c} \right) \quad (14')$$

wobei  $\rho_c \sim \rho_{\text{Pl}}$  eine kritische Dichte ist. Diese hat die Struktur einer Sättigungsgleichung: Die Expansionsrate ist beschränkt, wenn  $\rho \rightarrow \rho_c$ .

**Conjecture 8** (LQG–CFM-Verbindung). *Die Sättigungs-ODE ist das spätzeitliche, niederenergetische Residuum der LQC-Krümmungsschranke. Im frühen Universum verhindert die Schranke Singularitäten; im späten Universum erzeugt derselbe Mechanismus die Krümmungsrückkehr-Sättigung. Die Parameter  $k$  und  $\Phi_0$  hängen mit der LQG-Flächenlücke  $\Delta$  und dem Barbero-Immirzi-Parameter  $\gamma_{\text{BI}}$  zusammen.*

*Evidenz:* Beide Gleichungen teilen die Struktur  $dX/dt \propto (1 - X^2)$ . In der LQC ist  $X$  die Krümmung; im CFM ist  $X$  das Krümmungsrückkehrpotential. Die Abbildung erfordert die Identifikation von  $\Omega_\Phi/\Phi_0$  mit einer normierten Krümmungsvariante.

### 3.3 Ansatz 2: Finsler-Geometrie

Die Finsler-Geometrie verallgemeinert die Riemannsche Geometrie, indem sie der Metrik erlaubt, sowohl von der Position als auch von der Richtung abzuhängen:  $F(x, \dot{x})$  statt  $g_{\mu\nu}(x) dx^\mu dx^\nu$  [9]. Diese Richtungsabhängigkeit kann erzeugen:

- Skalenabhängige Gravitationseffekte (die MOND auf galaktischen Skalen nachahmen)
- Nichtstandardmäßige kosmologische Skalierung (der  $a^{-\beta}$ -Term)
- Einen natürlichen Sättigungsmechanismus, wenn die Richtungsabhängigkeit eine geometrische Schranke erreicht

**Conjecture 9** (Finsler–CFM-Verbindung). *Die erweiterte CFM-Friedmann-Gleichung entspricht einer Finsler-Raumzeit mit einer spezifischen Wahl der Finsler-Funktion  $F$ . Der „Dunkle-Materie“-Term  $\alpha \cdot a^{-2}$  entsteht aus der oskulierenden Riemannschen Krümmung der Finsler-Metrik, und der Sättigungs-term entsteht aus dem Finsler-Analogon des Ricci-Skalars, der eine geometrische Schranke erreicht.*

*Anmerkung:* Finsler-Geometrie wurde auf MOND [10] und auf modifizierte Dispersionsrelationen in der Quantengravitation [11] angewendet. Das CFM könnte die kosmologische Realisierung einer Finsler-Raumzeit liefern.

### 3.4 Ansatz 3: Informationstheoretische Raumzeit

Wenn die Raumzeit fundamental informationstheoretisch ist (wie durch das holographische Prinzip [12] und die ER=EPR-Vermutung [13] nahegelegt), dann kann die Sättigungs-ODE als *Maximum-Entropie-Prinzip* uminterpretiert werden:

- Das Krümmungsrückkehrpotential  $\Omega_\Phi$  repräsentiert die „verarbeitete Information“ des Raumzeit-systems.
- Die Sättigungsgrenze  $\Phi_0$  repräsentiert die maximale Informationskapazität (holographische Schranke).
- Die ODE  $dX/da = k(1 - X^2)$  ist die logistische Wachstumsgleichung für Informationsverarbeitung, bei der die Rate des Informationsgewinns abnimmt, wenn sich das System seiner Kapazität nähert.

In diesem Bild wird die spieltheoretische Interpretation aus Paper I [1] wörtlich: Der Nullraum und die Raumzeitblase sind zwei Teilsysteme eines Quanteninformationsnetzwerks, und ihr Nash-Gleichgewicht wird durch die informationstheoretischen Beschränkungen der holographischen Schranke bestimmt.

Ein eng verwandter Mechanismus ist die *Sättigung der Verschränkungsentropie* [23]. Wenn Raumzeitkonnektivität aus Quantenverschränkung aufgebaut ist (die „ER=EPR“-Hypothese [13]), dann sind zwei Punkte im Raum „nahe“, weil ihre Quantenzustände verschränkt sind. Verschränkung ist jedoch eine endliche Ressource, die der Monogamie-Beschränkung unterliegt: Ein Quantensystem kann nicht gleichzeitig maximal mit beliebig vielen Partnern verschränkt sein. Wenn das Universum expandiert und neue Raumzeitfreiheitsgrade erzeugt werden, nimmt das Verschränkungsbudget pro Freiheitsgrad ab. Die Sättigungs-ODE beschreibt dann die Annäherung an die Verschränkungskapazitätsgrenze: Wenn der „Klebstoff“ (Verschränkung), der die Raumzeit zusammenhält, seine maximale Verdünnung erreicht, beschleunigt die Expansion – nicht wegen einer neuen Energieform, sondern weil die Bindungskapazität erschöpft ist.

### 3.5 Ansatz 4: Theorie der kausalen Mengen

Die Theorie der kausalen Mengen [14, 15] modelliert die Raumzeit als diskrete Halbordnung von Ereignissen. Das Schlüsselergebnis für unsere Zwecke ist die *Sorkin-kosmologische-Konstante* [16]: In einem kausalen-Mengen-Universum mit  $N$  Elementen hat die kosmologische Konstante Fluktuationen der Größenordnung  $\Lambda \sim 1/\sqrt{N}$ , was eine natürliche Erklärung für die beobachtete Kleinheit von  $\Lambda$  liefert.

**Conjecture 10** (Kausale-Mengen–CFM-Verbindung). *In einer dynamisch evolvierenden kausalen Menge entspricht das Krümmungsrückkehrpotential  $\Omega_\Phi$  der „effektiven kosmologischen Konstante“, die sich ändert, wenn neue Elemente zur Menge hinzugefügt werden. Die Sättigung bei  $\Phi_0$  entspricht dem Erreichen der Gleichgewichtsdichte der kausalen Menge. Der Potenzgesetzterm  $\alpha \cdot a^{-2}$  spiegelt den anfänglichen Übergangsprozess wider, bevor die Menge das Gleichgewicht erreicht.*

### 3.6 Ansatz 5: Quanten-Fehlerkorrektur

Ein neueres und besonders überzeugendes Rahmenwerk interpretiert die Raumzeit als *fehlerkorrigierenden Quantencode* [24, 25]. In diesem Bild ist das holographische Prinzip nicht nur eine Schranke für die Informationsspeicherung, sondern eine Aussage über *Redundanz*: Die Volumen-Raumzeitgeometrie ist eine fehlergeschützte Kodierung der Rand-Freiheitsgrade (holographische Freiheitsgrade).

Der Sättigungsmechanismus erhält eine natürliche Interpretation:

- Jeder fehlerkorrigierende Code hat eine endliche **Code-Kapazität** – eine maximale Rate, mit der er Information gegen Rauschen (Dekohärenz) schützen kann.
- Wenn das Universum expandiert und der Informationsgehalt wächst (Strukturbildung, zunehmende Entropie), nähert sich der Code seiner Kapazitätsgrenze.
- Die Sättigung  $\Phi_0$  ist die Code-Kapazität: der Punkt, an dem der Raumzeit-„Code“ keine zusätzliche Komplexität mehr aufnehmen kann, ohne instabil zu werden.
- Die beschleunigte Expansion (Dunkle Energie) ist der **Selbstschutzmechanismus** des Codes: Durch Verdünnung der Informationsdichte verhindert er, dass der Code seine Fehlerkorrekturschwelle überschreitet.

**Conjecture 11** (QEC–CFM-Verbindung). *Das Krümmungsrückkehrpotential  $\Omega_\Phi$  misst den Anteil der genutzten Kapazität des fehlerkorrigierenden Raumzeitcodes. Die Sättigungs-ODE  $dX/da = k(1 - X^2)$  beschreibt die Annäherung an die Code-Kapazität. Die beschleunigte Expansion ist die autonome Reaktion des Codes auf drohende Sättigung – er erzeugt mehr „Speicherplatz“ (Volumen), um die Integrität des Codes aufrechtzuerhalten.*

Diese Interpretation verbindet sich direkt mit dem spieltheoretischen Rahmenwerk aus Paper I [1]: Das „Selbstschutzmotiv“ des Nullraums ist *buchstäblich* das Bestreben des fehlerkorrigierenden Codes, seine Integrität zu wahren. Die Raumzeitblase ist nicht nur eine „Tochter“ des Nullraums – sie ist der Mechanismus des Nullraums zum Schutz seiner Quanteninformation gegen Dekohärenz, implementiert als holographischer Code, dessen Kapazitätsgrenze sich als Dunkle Energie manifestiert.

### 3.7 Die Natur des Nullraums

Paper I und II postulierten den Nullraum als den „anderen Spieler“ im kosmologischen Spiel – den prägeometrischen Grundzustand, aus dem die Raumzeitblase hervorgeht. Mit den oben dargelegten Quantengravitationsansätzen können wir den Nullraum nun präziser charakterisieren.

**A-geometrisch:** Der Nullraum hat keine Metrik. Es gibt keinen Begriff von Abstand, Dauer oder Dimensionalität. Er ist eine *topologische* oder *algebraische* Entität, keine geometrische. In LQG-Sprache ist er der Zustand maximaler Unordnung unter Spinnetzwerknoten – alle Verbindungen existieren in Superposition, aber keine ist realisiert.

**Superposition aller Geometrien:** Quantenmechanisch ist der Nullraum das Pfadintegral über alle möglichen Raumzeitkonfigurationen, gleichmäßig gewichtet. Er ist der Zustand maximaler Unsicherheit über die Geometrie – nicht „leerer Raum“, sondern „überhaupt kein Raum“.

**Das Energiereservoir:** Im spieltheoretischen Rahmenwerk besitzt der Nullraum das gesamte Energiebudget  $E_0$ , existiert aber in einem metastabilen Zustand (die „Bank“, die das Kapital hält, aber nicht investiert). Eine Quantenfluktuation löst den Phasenübergang aus, der die Raumzeitblase erzeugt.

**Der Code:** In der QEC-Interpretation ist der Nullraum die *logische* Quanteninformation, die der Raumzeitcode schützt. Die Volumen-Raumzeit (unser Universum) sind die *physikalischen* Qubits des Codes. Der holographische Rand ist die Schnittstelle zwischen der logischen (Nullraum-) und der physikalischen (Raumzeit-)Schicht.

**Definition 2** (Geometrische Kristallisation). *Die Entstehung der Raumzeit aus dem Nullraum ist ein geometrischer Phasenübergang – analog zur Kristallisation von Wasser zu Eis. Der Nullraum ist die ungeordnete „flüssige“ Phase (keine Geometrie, alle Konfigurationen in Superposition). Die Raumzeitblase ist die geordnete „kristalline“ Phase (definite Geometrie, metrische Struktur). Die Sättigungs-ODE beschreibt den Abschluss dieser Kristallisation: Das Krümmungsrückkehrpotential  $\Omega_\Phi$  ist der Ordnungsparameter, und seine Sättigung bei  $\Phi_0$  ist der vollständig kristallisierte Zustand (de-Sitter-Gleichgewicht).*

In diesem Bild hat die Frage „Was sättigt?“ eine vereinheitlichte Antwort: *die geometrische Ordnung der Raumzeit*. Ob wir diese Ordnung in Begriffen der Spinausrichtung (LQG), der Verschränkungskonnektivität (ER=EPR), der Informationskapazität (Holographie) oder der Code-Auslastung (QEC) beschreiben, die mathematische Struktur ist dieselbe – ein kooperatives System diskreter Freiheitsgrade, das sich seinem kollektiven Gleichgewicht nähert. Die tanh-Funktion ist die universelle Signatur dieses Prozesses, unabhängig von der spezifischen mikroskopischen Realisierung.

## Abschnitt 4: Der geometrische Phasenübergang

### 4.1 Von der Dunkle-Materie-Phase zur Dunkle-Energie-Phase

Paper II [2] führte das Konzept eines geometrischen Phasenübergangs ein: Zu frühen Zeiten verhält sich das Krümmungsrückkehrpotential wie Dunkle Materie ( $\alpha \cdot a^{-2}$ ), und zu späten Zeiten sättigt es zu Dunkler Energie ( $\Phi_0 \cdot f_{\text{sat}}$ ). Dieser Abschnitt liefert die theoretische Fundierung.

### 4.2 Ordnungsparameter und Symmetriebrechung

Die Sättigungsvariable  $X = \Omega_\Phi/\Phi_0 \in [0, 1]$  kann als *Ordnungsparameter* interpretiert werden:

- $X = 0$ : Ungeordnete Phase (keine Krümmungsrückkehr, geometrische „DM“ dominiert)
- $X = 1$ : Geordnete Phase (volle Sättigung, geometrische „DE“ dominiert)
- Der Übergang bei  $a_{\text{trans}}$ : Die Überkreuzung zwischen den Phasen

Die Sättigungs-ODE  $dX/da = k(1 - X^2)$  hat die Form einer Ginzburg-Landau-Gleichung für einen Phasenübergang zweiter Ordnung mit einer Doppelmulden-freien Energie  $F(X) = -k(X - X^3/3)$ . Der „Temperatur“-Parameter ist der Skalenfaktor  $a$ , und der Übergang findet statt, wenn  $a$  über  $a_{\text{trans}}$  hinaus ansteigt.

### 4.3 Analogie zur spontanen Magnetisierung

Die mathematische Struktur ist identisch mit der Molekularfeldtheorie des Ferromagnetismus:

Ferromagnetismus	CFM-Kosmologie	Variable
Magnetisierung $M$	Krümmungsrückkehr $\Omega_\Phi$	Ordnungsparameter
Temperatur $T$	Skalenfaktor $a$	Kontrollparameter
Curie-Punkt $T_c$	Übergang $a_{\text{trans}}$	Kritischer Punkt
Spin-Wechselwirkung $J$	Krümmungskopplung $k$	Wechselwirkungsstärke
Sättigung $M_s$	Sättigung $\Phi_0$	Maximalwert
$\tanh(J/k_B T)$	$\tanh(k(a - a_{\text{trans}}))$	Lösung

Diese Analogie legt nahe, dass die Krümmungsrückkehr durch *kooperative Phänomene* angetrieben wird: Einzelne Raumzeitfreiheitsgrade (Flächenquanten in der LQG, Elemente kausaler Mengen usw.) richten sich kollektiv aus und erzeugen einen makroskopischen Sättigungseffekt. Das spieltheoretische „Gleichgewicht“ aus Paper I ist das kosmologische Analogon des thermischen Gleichgewichts in der statistischen Mechanik.

### 4.4 Kritische Exponenten und Universalität

Wenn die Analogie zu Phasenübergängen mehr als formal ist, sollte das CFM *Universalität* aufweisen: Der Sättigungsexponent und die Übergangsform sollten robust gegen mikroskopische Details sein. Dies würde erklären, warum die phänomenologische tanh-Funktion die Daten gut anpasst – sie ist die universelle Skalenfunktion eines Molekularfeld-Phasenübergangs, unabhängig vom mikroskopischen Mechanismus.

**Conjecture 12** (Universalität des Sättigungsmechanismus). *Die tanh-Form des Krümmungsrückkehrpotentials ist eine universelle Konsequenz jeder mikroskopischen Theorie mit:*

1. *Einer beschränkten Krümmungsrückkehr (Sättigungsgrenze  $\Phi_0$ )*
2. *Einer kooperativen Wechselwirkung zwischen Raumzeitfreiheitsgraden (Kopplung  $k$ )*
3. *Einer einzigen relevanten Richtung (dem Skalenfaktor  $a$ )*

*Der spezifische mikroskopische Mechanismus (LQG, Finsler, kausale Mengen) beeinflusst nur die Werte von  $k$  und  $\Phi_0$ , nicht die funktionale Form.*

### Abschnitt 5: Fraktale Spieltheorie – Selbstähnliche Struktur über Skalen

Wenn das spieltheoretische Rahmenwerk auf kosmologischer Ebene wirkt (Paper I, II), stellt sich eine natürliche Frage: Gilt dieselbe Logik auf *allen* Skalen? Wir argumentieren, dass die Nash-Gleichgewichtsstruktur selbstähnlich ist – ein „fraktales Spiel“, in dem dasselbe Optimierungsprinzip Raumzeitbits, Elementarteilchen und die kosmische Expansion regiert.

## 5.1 Drei Ebenen des Spiels

Ebene	Spieler	Spiel	Gleichgewicht
0: Substrat	Raumzeitbits/Spins	Ausrichtung	Geometrie (tanh-Sättigung)
1: Quanten	Feldanregungen	Stabilität	Teilchen (Standardmodell)
2: Kosmos	Geometrie $\leftrightarrow$ Nullraum	Gradientenreduktion	Expansion (CFM)

**Ebene 0 (Raumzeitsubstrat):** Die fundamentalen Freiheitsgrade (Flächenquanten in der LQG, Elemente kausaler Mengen, Informationsbits) spielen ein kooperatives Ausrichtungsspiel. Wenn sich hinreichend viele Bits „ausrichten“ (analog zu Spins in einem Ferromagneten), ist das makroskopische Ergebnis das Krümmungsrückkehrpotential. Die tanh-Funktion ist die Molekularfeldlösung dieses Ausrichtungsspiels – dieselbe mathematische Struktur, die die ferromagnetische Ordnung beherrscht. Die Sättigungsgrenze  $\Phi_0$  ist der Zustand, in dem alle verfügbaren Bits ausgerichtet sind.

**Ebene 1 (Quanten/Teilchen):** Die Anregungen des ausgerichteten Substrats bilden stabile Muster – Elementarteilchen. In diesem Bild sind Teilchen keine fundamentalen Punktobjekte, sondern *topologische Defekte* oder *kohärente Anregungen* des Raumzeitsubstrats, analog zu Magnonen oder Phononen in der kondensierten Materie. Ihre Stabilität wird durch dieselbe Nash-Gleichgewichtslogik garantiert: Ein Teilchen persistiert, weil keine lokale Störung die Gesamtkosten (Wirkung) der Konfiguration senken kann.

**Ebene 2 (Kosmologisch):** Die makroskopische Geometrie, bestehend aus  $\sim 10^{120}$  Substratbits, spielt das Gradientenreduktionsspiel mit dem Nullraum (Paper I). Die Expansionsgeschichte – einschließlich der „Dunkle-Materie“- und „Dunkle-Energie“-Phasen – ist die Lösung dieses Spiels. Dies ist die in Paper I und II beschriebene Ebene.

Die Selbstähnlichkeit ist nicht nur eine Analogie: Wenn die tanh-Sättigung aus einem kooperativen Molekularfeldspiel auf Ebene 0 hervorgeht, dann regiert *dieselbe Gleichung* sowohl die mikroskopische Ausrichtung als auch die makroskopische Expansion. Die Parameter  $k$  und  $\Phi_0$  werden durch das mikroskopische Spiel (Ebene 0) bestimmt und vom kosmologischen Spiel (Ebene 2) geerbt.

## 5.2 Quantenmechanik als Gleichgewicht gemischter Strategien

Es besteht eine frappante Verbindung zwischen Quantenmechanik und Spieltheorie:

- In der Spieltheorie weist eine **gemischte Strategie** Aktionen Wahrscheinlichkeiten zu: Ein Spieler legt sich nicht auf einen einzigen Zug fest, sondern hält eine Wahrscheinlichkeitsverteilung aufrecht. Das Nash-Gleichgewicht vieler Spiele ist *gemischt* – reine Strategien sind suboptimal.
- In der Quantenmechanik legt sich ein Teilchen in **Superposition** nicht auf einen einzigen Zustand fest, sondern hält eine Wahrscheinlichkeitsamplitudenverteilung aufrecht. Das System „wählt“ einen bestimmten Zustand erst bei der Messung (Wechselwirkung).

**Conjecture 13** (Quanten-Spiel-Dualität). *Quantensuperposition ist die physikalische Manifestation eines Nash-Gleichgewichts gemischter Strategien auf Ebene 1. Die Wellenfunktion  $\psi(x)$  ist das Strategieprofil, die Bornsche Regel  $|\psi|^2$  ist die Strategiewahrscheinlichkeit, und der Kollaps der Wellenfunktion (Messung) ist die Auszahlungsrealisierung – der Moment, in dem das Spiel in ein bestimmtes Ergebnis*

aufgelöst wird. Die Heisenbergsche Unschärferelation ist kein „Defekt“ der Natur, sondern die strategische Flexibilität, die für Nash-optimales Spielen erforderlich ist.

Diese Vermutung verbindet sich mit der *Pfadintegral*-Formulierung: Feynmans Summe über alle Pfade ist das „Erwägen“ aller möglichen Strategien durch das Teilchen, wobei der klassische Pfad (stationäre Phase) das Nash-Gleichgewicht des lokalen Wirkungsspiels ist. Destruktive Interferenz eliminiert Nicht-Nash-Strategien; konstruktive Interferenz verstärkt den Gleichgewichtspfad.

### 5.3 Das Standardmodell als Nash-optimaler Werkzeugkasten

Wenn die Zielfunktion des Universums die Entropieproduktion (Gradientenreduktion) ist, dann ist der spezifische Teilcheninhalt des Standardmodells nicht willkürlich, sondern *optimal*:

- **Quarks:** Ermöglichen Kernbindung und stellare Fusion – die effizienteste nachhaltige Entropiequelle im Universum. Ohne Quarks keine Sterne, keine nachhaltige Nukleosynthese, keine schweren Elemente.
- **Elektronen:** Ermöglichen elektromagnetische Wechselwirkungen, Chemie und Strahlungsthermalisierung. Sie sind das „Verteilungsnetzwerk“, das Entropie im Raum verteilt.
- **Neutrinos:** Dienen als Energiefreisetzungsventile bei Fusions- und Kollapsprozessen und ermöglichen schnellen Energietransport aus dichten Kernen (Supernovae, Neutronensterne).
- **Die vier Kräfte:** Repräsentieren den minimalen Satz von Wechselwirkungen, der für ein stabiles, langlebiges entropieproduzierendes System erforderlich ist:
  - *Starke Kraft:* Bindet Energie in dichte, langlebige Speichereinheiten (Atomkerne)
  - *Schwache Kraft:* Liefert den „Zündmechanismus“ für Kernprozesse (Betazerfall)
  - *Elektromagnetismus:* Verteilt Energie im Raum (Strahlung)
  - *Gravitation:* Liefert die globale Geometrie und den Kollapsmechanismus (Strukturbildung)

Die *Feinabstimmung* der Teilchenmassen und Kopplungskonstanten – lange als tiefstes Rätsel der Physik betrachtet – könnte dann die Lösung eines Nash-Optimierungsproblems sein: Die spezifischen Werte sind diejenigen, die die integrierte Entropieproduktion über die Lebensdauer des Universums maximieren. Jede Abweichung würde eine weniger effiziente „Maschine“ ergeben und somit ein suboptimales Gleichgewicht.

**Conjecture 14** (Spieltheoretische Feinabstimmung). *Die 19 freien Parameter des Standardmodells sind nicht willkürlich, sondern bilden das einzige Nash-Gleichgewicht des Ebene-1-Spiels: den Satz von Teilchenmassen und Kopplungen, der die Entropieproduktionsrate der Raumzeitblase über ihre gesamte Expansionsgeschichte maximiert, unter der Nebenbedingung globaler Stabilität.*

*Anmerkung:* Diese Vermutung ist derzeit weit von Testbarkeit entfernt. Sie transformiert jedoch das Feinabstimmungsproblem von einem metaphysischen Rätsel („Warum diese Zahlen?“) in ein mathematisches Optimierungsproblem („Welche Werte maximieren die Entropieproduktion?“) – was zumindest im Prinzip berechenbar ist.

## Abschnitt 6: Testbare Vorhersagen aus der Lagrange-Dichte

Die effektive Wirkung erzeugt spezifische Vorhersagen jenseits der Hintergrundexpansionsgeschichte:

### 6.1 Störungsgleichungen

Linearisierung der Wirkung um den FLRW-Hintergrund liefert gekoppelte Gleichungen für:

- Die Metrikstörungen  $\Phi_N$  (Newtonsches Potential) und  $\Psi$  (Krümmungsstörung)
- Die Skalenfeldstörung  $\delta\phi$
- Die Materiestörungen  $\delta_m$  und  $v_m$

Der  $R^2$ -Term erzeugt eine *anisotrope Spannung* ( $\Phi_N \neq \Psi$ ), was eine testbare Vorhersage ist, die das CFM von  $\Lambda$ CDM und von einfachen Quintessenz-Modellen unterscheidet.

### 6.2 Gravitativer Schlupfparameter

Das Verhältnis  $\eta = \Phi_N/\Psi$  weicht vorhergesagt von Eins ab:

$$\eta(a, k) = 1 + \delta\eta(a, k) \quad (23)$$

wobei  $\delta\eta$  von der  $R^2$ -Kopplung  $\gamma$  abhängt und skalenabhängig ist. Dies kann getestet werden, indem schwache Gravitationslinseneffekte (empfindlich auf  $\Phi_N + \Psi$ ) mit Galaxienhäufung (empfindlich auf  $\Psi$  allein) verglichen werden.

### 6.3 Skalenfeldoszillationen

Das Pöschl-Teller-Potential unterstützt ein diskretes Spektrum gebundener Zustände. Im kosmologischen Kontext entsprechen diese oszillatorischen Korrekturen der Expansionsrate zu späten Zeiten:

$$H^2(a) = H_{\text{smooth}}^2(a) [1 + \varepsilon \cdot e^{-\Gamma a} \cos(\omega a + \delta)] \quad (24)$$

mit Amplitude  $\varepsilon \ll 1$ . Diese Oszillationen, falls in hochpräzisen BAO- oder SN-Daten detektierbar, würden einen direkten Beweis für die Quantennatur des Sättigungsmechanismus liefern.

### 6.4 Modifizierte Gravitationswellen

Der  $R^2$ -Term modifiziert die Ausbreitungsgleichung für Gravitationswellen:

$$\ddot{h}_{ij} + (3H + \Gamma_{\text{GW}})\dot{h}_{ij} + \left( \frac{k^2}{a^2} + m_{\text{GW}}^2 \right) h_{ij} = 0 \quad (25)$$

wobei  $\Gamma_{\text{GW}}$  und  $m_{\text{GW}}^2$  Korrekturen aus dem krümmungsquadratischen Term sind. Dies sagt vorher:

- Eine frequenzabhängige Gravitationswellengeschwindigkeit ( $c_{\text{GW}} \neq c$  bei hohen Frequenzen)
- Eine massive Gravitonmode mit  $m_{\text{GW}} \propto \sqrt{\gamma}$

Die LIGO/Virgo/KAGRA-Beschränkung  $|c_{\text{GW}}/c - 1| < 10^{-15}$  [19] setzt eine Obergrenze für  $\gamma$ .

## 6.5 Unterscheidung der mikroskopischen Kandidaten

Jeder der fünf mikroskopischen Ansätze erzeugt eine distinkte experimentelle Signatur. Entscheidend ist, dass mehrere dieser Tests bereits durchgeführt wurden oder unmittelbar bevorstehen:

Kandidat	Signatur	Instrument	Status
A: Holographisch	Raumzeitrauschen	Holometer (Fermilab)	<b>Nullresultat</b> (2015). Einfachste Modelle ausgeschlossen [27].
B: Spinnetzwerke	Vakuum-Doppelbrechung	Planck-CMB-Polarisation	$2,4\sigma$ - <b>Hinweis</b> : $\beta \approx 0,35^\circ$ [26].
C: Verschränkung	Gravitationsinduzierter Kollaps	Gran Sasso (unterirdisch)	Einfaches Diósi-Penrose <b>ausgeschlossen</b> [28].
D: QEC-Codes	GW-Horizontechos	LIGO/Virgo	$\sim 2,5\sigma$ <b>vorläufig</b> [29]. Umstritten.
E: Kausale Mengen	$\Lambda$ -Fluktuationen	Präzisionskosmologie	Noch nicht mit erforderlicher Präzision testbar.

### 6.5.1 Das kosmische Doppelbrechungssignal (Kandidat B)

Das vielversprechendste existierende Signal ist die *isotrope kosmische Doppelbrechung*, die von Minami & Komatsu [26] in reanalysierten Planck-Polarisationsdaten berichtet wurde. Sie fanden eine Rotation der CMB-Polarisationsebene um  $\beta = 0,35^\circ \pm 0,14^\circ$  ( $2,4\sigma$ ), die in  $\Lambda$ CDM anomaliert ist, aber keine etablierte Erklärung hat.

Im CFM-Rahmenwerk mit Spinnetzwerk-Mikrostruktur (Kandidat B) hat dieses Signal eine natürliche Interpretation: Die sättigende Raumzeit (die „sich ausrichtenden Spins“) wirkt als *doppelbrechendes Medium*. Wenn das Vakuum vom ungeordneten (DM-artigen) Zustand in den geordneten (DE-artigen) Zustand übergeht, erzeugt die Spinausrichtung eine bevorzugte Richtung, die die Polarisation durchlaufender Photonen dreht. Der Rotationswinkel  $\beta$  sollte proportional zum *Sättigungsgrad*  $X = \Omega_\Phi/\Phi_0$  sein, integriert entlang des Photonenzuges.

*CFM-Vorhersage*: Wenn die kosmische Doppelbrechung durch den geometrischen Phasenübergang verursacht wird, dann:

1. Sollte der Rotationswinkel *isotrop* sein (in allen Richtungen gleich) – konsistent mit der Minami-Komatsu-Messung.
2. Sollte die Rotation bei CMB-Frequenzen *frequenzunabhängig* sein (da sie geometrisch, nicht dispersiv ist) – testbar durch das Simons Observatory ( $\sim 2025$ ) und LiteBIRD ( $\sim 2028$ ).
3. Sollte die Rotation *rotverschiebungssabhängig* sein: Photonen von höherer Rotverschiebung (weniger gesättigtes Vakuum) sollten weniger Rotation zeigen. Dies ist testbar mit Quasar-Polarisationsdurchmusterungen über einen Bereich von Rotverschiebungen.

### 6.5.2 Gravitationswellenechos (Kandidat D)

Mehrere Gruppen [29] haben vorläufige Evidenz ( $\sim 2,5\sigma$ ) für „Echos“ nach Verschmelzungen in LIGO-Daten von binären Schwarzloch-Kollisionen berichtet. In der QEC-Interpretation (Kandidat D) wären

diese Echos Reflexionen von der informationstheoretischen Struktur am Horizont – die „harte Grenze“ des fehlerkorrigierenden Codes. Das bevorstehende LIGO A+-Upgrade und das geplante Einstein-Teleskop werden diese Signale entweder bestätigen oder definitiv ausschließen.

*CFM-Vorhersage:* Wenn Echos real sind, sollte ihre Abklingzeit mit der lokalen Sättigungsrate  $k$  zusammenhängen – demselben Parameter, der die kosmologische Dunkle Energie regt. Dies würde die Schwarzlochphysik direkt mit dem kosmologischen Sättigungsmechanismus verbinden.

### 6.5.3 Aktuelle experimentelle Bewertung

- Kandidat A (holographisches Rauschen) wird durch das Holometer-Nullresultat **benachteiligt**, es sei denn, das Rauschen ist korreliert (nicht zufällig), wie das CFM vorhersagen würde.
- Kandidat B (Spinnnetzwerke) wird durch den Hinweis auf kosmische Doppelbrechung **leicht begünstigt**.
- Kandidat C (Verschränkung) ist **eingeschränkt**, aber nicht ausgeschlossen; die einfachen Modelle scheitern, aber komplexere Verschränkungs-Sättigungsmodelle bleiben viable.
- Kandidat D (QEC) hat **vorläufige** Unterstützung durch GW-Echos, aber das Signal ist umstritten.
- Kandidat E (kausale Mengen) bleibt bei der erforderlichen Präzision **ungetestet**.

Das CFM-Rahmenwerk ist agnostisch bezüglich des Kandidaten, der die mikroskopische Basis liefert – die tanh-Sättigung ist universell über alle Kandidaten hinweg (vgl. Abschnitt 4). Allerdings liefert das kosmische Doppelbrechungssignal einen überzeugenden Grund, die Spinnnetzwerk-Interpretation als primären Kandidaten für detaillierte quantitative Vorhersagen zu verfolgen.

## Abschnitt 7: Verbindung zu bekannten Rahmenwerken

### 7.1 Relation zur $f(R)$ -Gravitation

Die Wirkung mit dem  $R^2$ -Term ist ein Spezialfall der  $f(R) = R + \gamma R^2$ -Gravitation (Starobinsky-Modell) [17]. Das CFM fügt das Skalarfeld mit dem Pöschl-Teller-Potential hinzu und bricht damit die Entartung zwischen  $f(R)$ -Modellen.

### 7.2 Relation zu AeST

Die relativistische MOND-Theorie AeST [5] enthält ein Skalarfeld  $\phi$  und ein eingeschränktes Vektorfeld  $A_\mu$ . Das CFM-Skalarfeld kann mit dem AeST-Skalarfeld identifiziert (oder in Beziehung gesetzt) werden, während der  $R^2$ -Term den kosmologischen Effekt des AeST-Vektorfeldes kodieren könnte. Eine präzise Abbildung zwischen den beiden Theorien ist ein zentrales Ziel.

### 7.3 Relation zur emergenten Gravitation

Verlindes Vorschlag der emergenten Gravitation [18] leitet MOND-artige Effekte aus der Verschränkungsentropie des de-Sitter-Raums her. Das spieltheoretische Rahmenwerk des CFM teilt die Kernidee, dass Gravitation (und ihre „dunklen“ Erweiterungen) emergente Phänomene sind, keine fundamentalen Kräfte. Der Sättigungsmechanismus könnte die kosmologische Realisierung von Verlindes Entropie-Flächen-Relation sein.

## Abschnitt 8: Diskussion und Ausblick

### 8.1 Zusammenfassung des Drei-Paper-Programms

Das CFM-Programm umfasst nun drei Paper:

1. **Paper I** [1]: Spieltheoretische Grundlage, Standard-CFM, Ersetzung der Dunklen Energie. Validiert gegen Pantheon+.
2. **Paper II** [2]: MOND-Vereinheitlichung, erweitertes CFM, rein baryonisches Universum, Hypothese der zerfallenden dunklen Geometrie. Validiert gegen Pantheon+.
3. **Paper III** (diese Arbeit): Lagrange-Formulierung, Quantengravitationsverbindungen, Phasenübergangsinterpretation, testbare Vorhersagen.

Zusammen schlagen diese Paper ein *vollständiges kosmologisches Rahmenwerk* vor, in dem:

- Der dunkle Sektor eliminiert wird (Paper II)
- Die Expansionsgeschichte durch geometrische Krümmungsrückkehr erklärt wird (Paper I, II)
- Der mikroskopische Ursprung ein tanh-artiger Phasenübergang der Raumzeitgeometrie ist (Paper III)
- Die Lagrange-Dichte  $R + \gamma R^2$  plus ein Pöschl-Teller-Skalarfeld ist (Paper III)

### 8.2 Was noch aussteht

Trotz des theoretischen Fortschritts verbleiben kritische Schritte:

1. **CMB-Leistungsspektrum:** Berechnung von  $C_\ell$  aus den Störungsgleichungen der vollständigen Wirkung. Die „Effective CDM“-Analyse mit CLASS/hi\_class ergibt  $\mathcal{P}_3/\mathcal{P}_1 = 0,4295$  (**exakter Planck-Match**) bei optimiertem  $\beta_{\text{early}} = 2,829$  (0,32% Anpassung). Die verbleibende Herausforderung ist der  $\theta_s$ -Offset (1,025 vs. 1,041), verursacht durch  $w_{\text{eff}} = -0,06$  des geometrischen Terms. Vollständige modifizierte Boltzmann-Gleichungen sind nötig.
2. **Geisteranalyse:** Verifikation, dass die Wirkung frei von Geisterinstabilitäten (Moden mit negativer kinetischer Energie) ist. Der  $R^2$ -Term führt das Skalaron ein, dessen Stabilität überprüft werden muss.
3. **Tests im Sonnensystem:** Die  $R^2$ -Modifikation erzeugt eine Yukawa-Korrektur zum Newtonschen Gesetz. Die Kopplung  $\gamma$  muss klein genug sein, um den Beschränkungen aus dem Sonnensystem zu genügen.
4. **Numerische Verifikation:** Die hi\_class-Analyse bestätigt: BBN konsistent ( $\Delta N_{\text{eff}} \approx 0$ ),  $P(k)$ -Form korrekt,  $\Omega_{m,\text{eff}}(z=500) = 0,315 = \Lambda\text{CDM}$ , und  $\mathcal{P}_3/\mathcal{P}_1 = 0,4295$  bei optimiertem  $\beta_{\text{early}}$ . Modified-Gravity-Scans (Horndeski  $\alpha$ -Funktionen) zeigen keinen Effekt bei  $z = 1090$ . Ein eigener Boltzmann-Integrator für die Störungsgleichungen des geometrischen Terms ist der nächste erforderliche Schritt.

5. **Quantengravitation:** Herleitung von  $k$ ,  $\Phi_0$ ,  $\alpha$  und  $\beta$  aus einem der mikroskopischen Rahmenwerke (LQG, Finsler, kausale Mengen) – oder aus einem neuen, durch die tanh-Struktur nahegelegten Rahmenwerk.

### 8.3 Die Vision: Kosmologie als Phasenübergang

Wenn das Programm gelingt, wird die Geschichte des Universums zu einem *geometrischen Phasenübergang*:

1. **UrknaLL:** Entstehung der Raumzeitblase aus dem Nullraum (spieltheoretische Nukleation).
2. **Frühes Universum:** Ungesättigte Krümmungsrückkehr dominiert – Geometrie verhält sich wie „Dunkle Materie“ ( $a^{-2}$ ) und liefert das gravitationelle Gerüst für die Strukturbildung.
3. **Übergang:** Die Krümmungsrückkehr nähert sich der Sättigung ( $a \approx a_{\text{trans}}$ ) – der geometrische Phasenübergang vom DM-artigen zum DE-artigen Verhalten.
4. **Spätes Universum:** Gesättigte Krümmungsrückkehr dominiert – Geometrie verhält sich wie „Dunkle Energie“ (beschleunigte Expansion).
5. **Ferne Zukunft:** Volle Sättigung  $\Omega_\Phi \rightarrow \Phi_0$  – das Nash-Gleichgewicht ist erreicht, der Nullraumgradient ist neutralisiert, und die Expansion nähert sich dem de-Sitter-Zustand.

Die gesamte Geschichte der kosmischen Beschleunigung und Strukturbildung wird dann durch eine einzige Gleichung beschrieben – die Sättigungs-ODE –, deren Form universell ist (eine Konsequenz der Molekularfeld-Phasenübergangstheorie) und deren Parameter durch die Quantengravitation bestimmt werden.

### 8.4 Technologische Horizonte: Das Zeitalter der Geometrie

Wenn das CFM-Rahmenwerk bestätigt und der Sättigungsmechanismus auf mikroskopischer Ebene verstanden wird, wären die technologischen Implikationen tiefgreifend. Wir skizzieren vier spekulative, aber logisch konsistente Möglichkeiten, geordnet nach zunehmendem Ambitionsgrad:

1. **Nash-Optimierungs-Hardware.** Die Sättigungs-ODE ist ein physikalischer Analogrechner, der Nash-Gleichgewichte löst. Wenn wir mesoskopische Systeme bauen können, die von derselben  $dX/dt = k(1 - X^2)$ -Dynamik beherrscht werden, erhalten wir Hardware, die NP-schwere Optimierungsprobleme (Logistik, Proteinfaltung, Ressourcenallokation) löst, indem sie ins Gleichgewicht „relaxiert“ – nicht durch Berechnung, sondern durch Physik. Dies ist analog zum Quanten-Annealing, nutzt aber den geometrischen Sättigungsmechanismus statt Quantentunnellen.
2. **Präzisions-Kosmographie.** Ein validiertes CFM+MOND-Rahmenwerk mit einer Lagrange-Dichte würde die Berechnung des vollständigen Störungsspektrums ( $C_\ell, P(k), f\sigma_8$ ) aus ersten Prinzipien ermöglichen. Dies würde die kosmologische Parameterschätzung transformieren: Anstatt  $\Lambda$ CDM-Parameter anzupassen, würden wir die geometrischen Parameter ( $k, \Phi_0, \alpha, \gamma$ ) mit beispieloser Präzision aus CMB-, BAO- und LSS-Daten bestimmen und ein vollständiges dynamisches Modell der kosmischen Entwicklung erhalten.

3. **Metrik-Ingenieurwesen.** Wenn das Krümmungsrückkehrpotential eine manipulierbare physikalische Größe ist (nicht nur eine passive geometrische Eigenschaft), werden lokale Modifikationen des Sättigungszustands prinzipiell denkbar. Entsättigung ( $\Omega_\Phi \rightarrow 0$ ) würde die lokale gravitative Anziehung erhöhen; erzwungene Sättigung ( $\Omega_\Phi \rightarrow \Phi_0$ ) würde lokale Expansion erzeugen. Dies ist die physikalische Grundlage dessen, was als „Metrik-Ingenieurwesen“ [20] bezeichnet wurde – Manipulation der Raumzeitgeometrie statt Bewegung von Objekten durch sie. Das CFM liefert den ersten konkreten physikalischen Mechanismus (Sättigungskontrolle) für solche Manipulation, obwohl die erforderlichen Energieskalen noch bestimmt werden müssen.
4. **Zugang zur Vakuumenergie.** Im spieltheoretischen Rahmenwerk repräsentiert der Nullraum ein Energiereservoir, das an die Raumzeitblase gekoppelt ist. Der Sättigungsparameter  $k$  regiert die Kopplungsstärke. Wenn  $k$  lokal verstärkt werden kann, würde der Energiefluss vom Nullraum zur Blase zunehmen – effektiv ein „Anzapfen“ der Vakuumenergie. Diese Möglichkeit birgt offensichtliche Stabilitätsbedenken: Unkontrollierte Entsättigung könnte einen lokalen Vakuumzerfall auslösen. Jede solche Technologie erfordert ein vollständiges Verständnis der Lagrange-Stabilitätsbedingungen.

*Vorbehalt:* Diese technologischen Horizonte sind *logische Extrapolationen*, keine Vorhersagen. Sie hängen davon ab, dass das CFM auf fundamentaler Ebene korrekt ist (nicht nur phänomenologisch), dass der Sättigungsmechanismus lokal steuerbar ist und dass die Energieskalen zugänglich sind. Wir schließen sie ein, um den Umfang des Rahmenwerks zu illustrieren, nicht als Technologie-Fahrplan.

## 8.5 Einladung an die Gemeinschaft

Das Drei-Paper-CFM-Programm präsentiert eine kohärente, aber unverifizierte Hypothese. Der Autor lädt die wissenschaftliche Gemeinschaft ein, sich mit diesem Rahmenwerk zu befassen:

1. **Mathematische Verifikation:** Die Herleitungen in diesem Paper – insbesondere die Pöschl-Teller-Korrespondenz, die Spurkopplungs-Lagrange-Dichte und die Störungsgleichungen – erfordern unabhängige Verifikation durch mathematische Physiker.
2. **Numerische Implementierung:** Ein modifizierter CLASS- oder CAMB-Code, der die erweiterte Friedmann-Gleichung mit Spurkopplung implementiert, würde die kritischen  $C_\ell$ - und  $P(k)$ -Vorhersagen liefern.
3. **Mikroskopische Herleitung:** Die Herleitung der Sättigungs-ODE aus einem der fünf Kandidatenrahmenwerke (LQG, Finsler, Verschränkung, QEC, kausale Mengen) würde das CFM von der Phänomenologie zur fundamentalen Theorie erheben.
4. **Experimentelle Tests:** Das kosmische Doppelbrechungssignal, GW-Echos und die Vorhersage des gravitativen Schlupfs liefern konkrete Ziele für Beobachter.

Der gesamte Analysecode ist quelloffen. Die Pantheon+-Daten sind öffentlich verfügbar. Replikation und Erweiterung dieser Arbeit ist nicht nur willkommen, sondern *wesentlich* für die Beurteilung ihrer Gültigkeit.