

Movimiento Browniano

Ejercicios entregables - Lista 4

Lucio Santi

lsanti@dc.uba.ar

20 de mayo de 2017

Ejercicio. Sea $d = 2$, $0 < r < |x| < R$, $\tau = S_r \wedge S_R$ y $\phi(x) = \log(|x|)$, en donde

$$S_z = \inf \{t > 0 : |B(t)| = z\}$$

a. Probar que $\phi(x) = E_x[\phi(B(\tau))]$.

b. Probar que

$$\mathbb{P}_x(S_r < S_R) = \frac{\phi(R) - \phi(|x|)}{\phi(R) - \phi(r)}$$

c. Probar que $\mathbb{P}(S_r < \infty) = 1$. Concluir que el movimiento browniano bidimensional es recurrente en el sentido de que, para todo $G \subset \mathbb{R}^2$ abierto,

$$\mathbb{P}_x(B \in G \text{ infinitas veces}) = 1$$

d. Definir el evento involucrado en la probabilidad de arriba.

e. Probar que, para todo $x \neq 0$, $\mathbb{P}_x(S_0 < \infty) = 0$.

f. Probar que el resultado anterior también vale para $x = 0$.

Resolución.

□