

Apellidos:

Nombre:

SEGUNDO PARCIAL DE MDTI 2023-2024 (recuperación)

Nº de hojas:

NOTAS:

1. **Todas las afirmaciones deben justificarse.**

2. **Se valorará la calidad de la exposición de la respuesta, así como la precisión, concisión y rigor de esta.**

1. (0.2 p) En una red de Barabasi de parámetros N y m , ¿qué significa la m ? Justifica tu respuesta.

2. (0.2 p) ¿Cuál es la probabilidad de que al escoger aleatoriamente un nodo en una red de Barabasi $G(1000,5)$ un vértice tenga grado 50? (NOTA: no tienes que calcularlo, solo déjalo indicado) Justifica tu respuesta.

3. (0.2 p) ¿Cuándo se dice que una red aleatoria $G(N,p)$ está en régimen supercrítico? Justifica tu respuesta.

4. (0.2 p) En la distribución de grado de una ley de potencias y una de Poisson, con N nodos y con un mismo grado medio, ¿para qué valores de grado k está la ley de potencias por encima de la distribución de Poisson? Justifica tu respuesta.

5. (0.6 p) En un banco, con un solo cajero y una sola cola, se estima que las llegadas siguen un proceso de Poisson con una tasa de 10 clientes cada hora. Siendo el tiempo de servicio exponencial:

1. Si el tiempo medio de servicio es de 4 minutos por cliente, ¿cuál es el tiempo medio de espera de cada cliente en la cola?

2. ¿Cuál es la probabilidad de que al llegar el cliente al cajero este esté libre?

3. El gerente no quiere que cada cliente espere más de 3 minutos en la cola. ¿Cuál es tiempo medio de servicio que debería tener la agencia?

Justifica tus respuestas.

6. Considera una fuente de memoria nula con alfabeto $\mathcal{A} = \{x, y, z, w\}$ y probabilidades $P(x) = 0,4$, $P(y) = 0,3$ y $P(z) = 0,2$. Además, se tiene un como alfabeto código $\mathcal{B} = \{0,1\}$ y la siguiente codificación h : $h(x) = 0$, $h(y) = 10$, $h(z) = 110$, $h(w) = 111$.

1. (0.5 p) ¿Es la codificación instantánea? Justifica tu respuesta.

2. (0.5 p) ¿Cumple la desigualdad de Kraft? Justifica tu respuesta.

3. (1.2 p) Calcula la la redundancia del código.

7. Una fuente de información genera letras del alfabeto $\{A, B, C, D, E, F, G, H\}$ con probabilidades $P(A) = 0,05$, $P(B) = 0,08$, $P(C) = 0,12$, $P(D) = 0,05$, $P(E) = 0,23$, $P(F) = 0,17$, $P(G) = 0,28$. Considera el alfabeto código $\mathcal{B} = \{t, x, y, z\}$

1. (1.2 p) Construye un código mediante el método de Shannon

2. (0.5 p) ¿El código es instantáneo? Justifica tu respuesta.

3. (0.5 p) ¿Se trata de un código óptimo? Justifica tu respuesta usando la definición de código óptimo.

8. Considera una fuente de Markov con los estados S y T y la siguiente matriz de transición:

$$\begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,4 & 0,6 \end{pmatrix}$$

donde la primera fila y columna corresponden al estado S , y la segunda fila y columna corresponden al estado T .

1. (0.5 p) Dibuja el diagrama de estados de la fuente. ¿De qué orden es la fuente?

2. (0.5 p) ¿Es la fuente doblemente estocástica? Justifica tu respuesta.

3. (1.2 p) Calcula la entropía de la fuente de Markov.

9. (1 p) Enuncia el primer teorema de Shannon y explica su importancia en la teoría de la información. ¿Qué sucede cuando una extensión de grado m de una fuente de memoria nula emite palabras muy largas?

10. (1 p) La entropía de la distribución normal tiene la siguiente forma:

$$H(X) = \log(\sigma\sqrt{2\pi e})$$

¿Qué sucede con la entropía de la distribución normal cuando la varianza es muy grande? ¿Y cuando es muy pequeña? Justifica tus respuestas.