1. Tiesinių lygčių sistemų sprendimas

Duota lygčių sistema:

$$\begin{cases} 64x_1 + 16x_2 + 32x_3 + 8x_4 = 256 \\ 16x_1 + 8x_2 = 48 \\ 32x_1 + 48x_3 = 112 \\ 8x_1 + 10x_4 = 96 \end{cases}$$

Šią sistemą spresime Choleskio metodu.

Iš pradžių pasidarysime koeficientų matricą (A) ir įverčių matricą (b).

$$A = \begin{pmatrix} 64 & 16 & 32 & 8 \\ 16 & 8 & 0 & 0 \\ 32 & 0 & 48 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} b = \begin{pmatrix} 256 \\ 48 \\ 112 \\ 96 \end{pmatrix}$$

Tada atliekame Choleskio $L' * L$ skaidą:

Kiekviename ciklo etape einame per eilutes ir apskaiciuojame jos:

1. Istrižainės reikšmę

   A(eil, eil) gaunama iš A(eil, eil) atėmus virš A(eil, eil) esančių elementų kvadratų sumą ir ištraukus šaknį.

2. Likusias eilutės reikšmes

   A(eil, stu) reikšmės gaunamos iš A(eil, stu) atėmus virš A(eil, eil) esančių elementų transponuotos matricos ir virš A(eil, stu) esančių elementų matricos sandaugos ir padalinus iš A(eil, eil).

Po kiekvieno ciklo gauname tokias A matricos reikšmes:

Ciklo nr.	A matricos reikšmė
1	$A = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 4 & 1 \\ 16 & 8 & 0 & 0 \\ 32 & 0 & 48 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$
2	$A = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 4 & 1 \\ 16 & 2 & -4 & -1 \\ 32 & 0 & 48 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$
3	$A = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 4 & 1 \\ 16 & 2 & -4 & -1 \\ 32 & 0 & 4 & -2 \\ 8 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$
4	$A = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 4 & 1 \\ 16 & 2 & -4 & -1 \\ 32 & 0 & 4 & -2 \\ 8 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Lentelė 1 A matricos reikšmės po kiekvieno ciklo.

Tuomet atliekame pirmą atvirkštinį žingsnį, kuriame spręsime $L' * y = b, y \rightarrow b$:

Pradiniai duomenys:

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 4 & 1 \\ 16 & 2 & -4 & -1 \\ 32 & 0 & 4 & -2 \\ 8 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} 256 \\ 48 \\ 112 \\ 96 \end{pmatrix}$$

b(i) gauname iš esamos reikšmės atėmę elementų esančių virš A(i, i) transponuotos matricos ir elementų esančių virš b(i) matricos sandaugos ir po to padalinę gautą reikšmę iš A(i,i).

Po kiekvieno ciklo gauname tokias b matricos reikšmes:

Ciklo nr.	A matricos reikšmė
1	$b = \begin{pmatrix} 32 \\ 48 \\ 112 \\ 96 \end{pmatrix}$
2	$b = \begin{pmatrix} 32 \\ -8 \\ 112 \\ 96 \end{pmatrix}$
3	$b = \begin{pmatrix} 32 \\ -8 \\ -12 \\ 96 \end{pmatrix}$
4	$b = \begin{pmatrix} 32 \\ -8 \\ -12 \\ 16 \end{pmatrix}$

Lentelė 2 b matricos reikšmės po kiekvieno ciklo

Žingsnio pabaigoje gauname tokias matricas:

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 4 & 1 \\ 16 & 2 & -4 & -1 \\ 32 & 0 & 4 & -2 \\ 8 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} b = \begin{pmatrix} 32 \\ -8 \\ -12 \\ 16 \end{pmatrix}$$

Tuomet atliekame antrąjį atvirkštinį žingsnį $Ux = b, x \rightarrow b$:
b(i) gauname iš esamos reikšmės atėmę elementų esančių į dešinę nuo A(i, i) matricos ir elementų esančių žemiau b(i) matricos sandaugos ir po to padalinę gautą reikšmę iš A(i,i).

Po kiekvieno ciklo gauname tokias b matricos reikšmes:

Ciklo nr.	A matricos reikšmė
1	$b = \begin{pmatrix} 32 \\ 48 \\ 112 \\ 8 \end{pmatrix}$
2	$b = \begin{pmatrix} 32 \\ -8 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}$
3	$b = \begin{pmatrix} 32 \\ 2 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}$
4	$b = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}$

Lentelė 3 b matricos reikšmės po kiekvieno ciklo

Po šio žingsnio jau turime savo nežinomuosius: $\begin{matrix} x_1 = 2 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = 1 \\ x_4 = 8 \end{matrix}$

Turime patikrinti ar gautas atsakymas yra teisingas.

$$\begin{cases} 64x_1 + 16x_2 + 32x_3 + 8x_4 = 256 \\ 16x_1 + 8x_2 = 48 \\ 32x_1 + 48x_3 = 112 \\ 8x_1 + 10x_4 = 96 \end{cases}$$

$$64 * x_1 + 16 * x_2 + 32 * x_3 + 8 * x_4 = 64 * 2 + 16 * 2 + 32 * 1 + 8 * 8 = 256$$

$$16 * x_1 + 8 * x_2 + 0 * x_3 + 0 * x_4 = 16 * 2 + 8 * 2 + 0 * 1 + 0 * 8 = 48$$

$$32 * x_1 + 0 * x_2 + 48 * x_3 + 0 * x_4 = 32 * 2 + 0 * 2 + 48 * 1 + 0 * 8 = 112$$

$$8 * x_1 + 0 * x_2 + 0 * x_3 + 10 * x_4 = 8 * 2 + 0 * 2 + 0 * 1 + 10 * 8 = 96$$

Kaip matome atsakymai yra teisingi, tai galime teigti, kad išsprendėme sistemą teisingai.

Naudojant MATLAB funkciją solve taip pat gauname $\begin{matrix} x_1 = 2 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = 1 \\ x_4 = 8 \end{matrix}$ rezultatus.

2. Netiesinių lygčių sistemų sprendimas

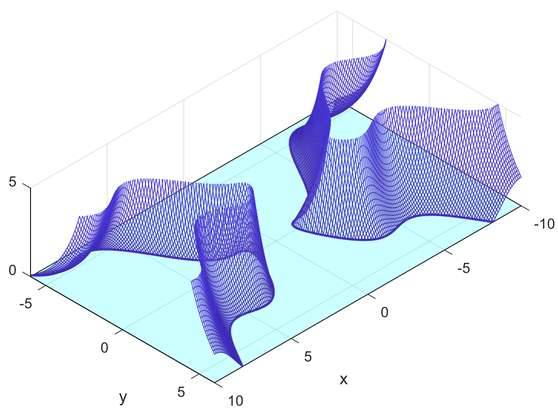
Duotos dvi netiesinės lygčių sistemos:

1 lentelė. Nagrinėjama užduotis

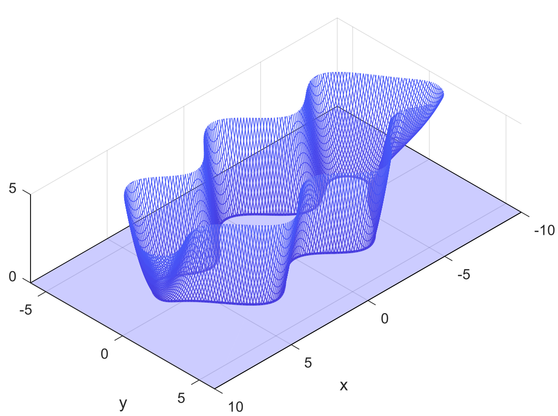
Varianto Nr.	I lygčių sistema	II lygčių sistema	Metodas
23	$\begin{cases} \dfrac{x_1^2}{(x_2+\cos(x_1))^2+1} - 2 = 0 \\ \left(\dfrac{x_1}{3}\right)^2 + (x_2+\cos(x_1))^2 - 5 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 2x_3 + x_4 - 17 = 0 \\ -x_2^2 + 3x_3^2 - 18 = 0 \\ x_3^3 + 4x_1x_3 - 2x_4^2 - 79 = 0 \\ 5x_1 - 15x_2 + x_3 + 4x_4 + 25 = 0 \end{cases}$	Broideno

I-os netiesinių lygčių sistemos sprendimas.

- Paviršių grafinis vaizdas

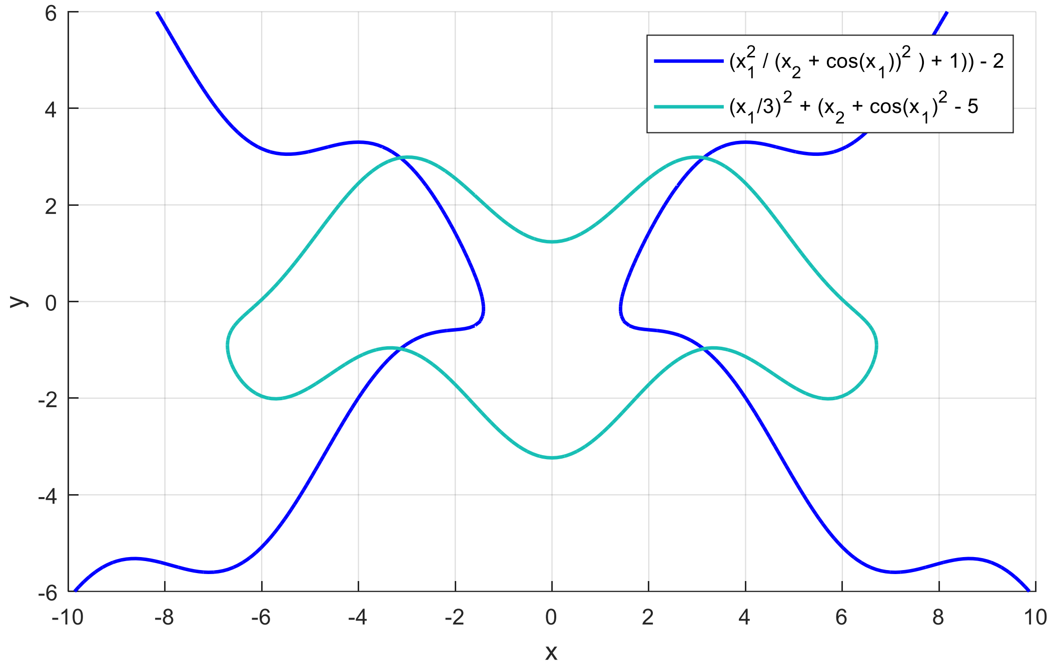


pav. 1. Paviršiaus $z_1(x_1,x_2) = \frac{x_1^2}{(x_2+cos(x_1))^2+1} - 2$ *grafinis vaizdas*



pav. 2 Paviršiaus $z_2(x_1,x_2) = \left(\frac{x_1}{3}\right)^2 + (x_2 + cos(x_1))^2 - 5$ *grafinis vaizdas*

- Sprendimas grafiniu būdu
  Sprendiniai yra ten, kur susikerta funkcijos.



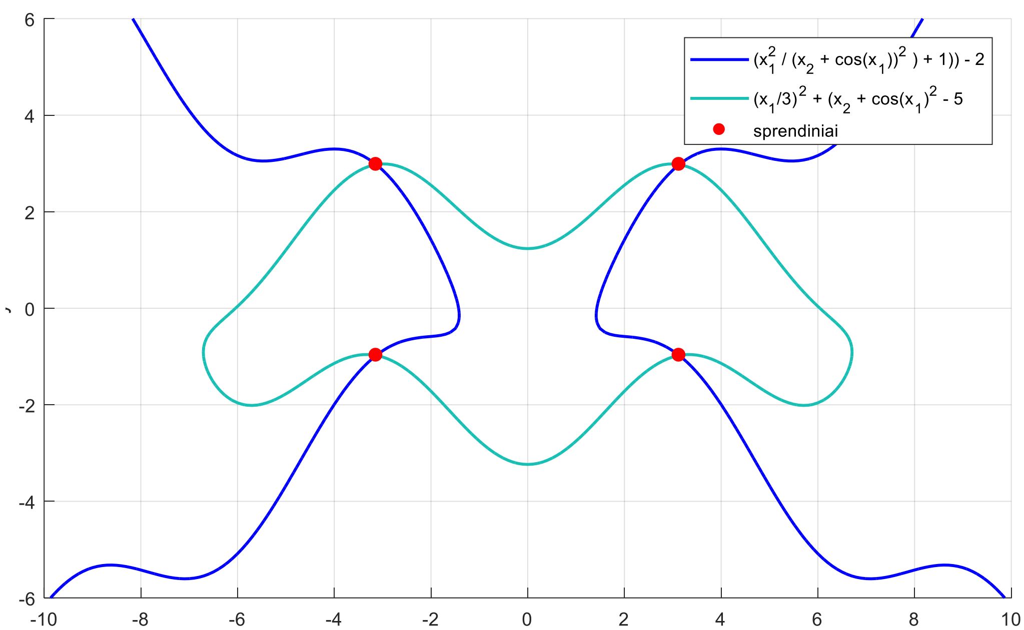
pav. 3 Sistemos grafinis sprendimas.

- Sprendimas Broideno metodu

Tariama, kad x_g yra sprendinys (stabdomi skaičiavimai), jei $\frac{||\Delta x||}{||x||+||\Delta x||} < 1e^{-9}$.

Pradinis artinys	Sprendinys	Tikslumas	Iteraciju skaicius	MATLAB *fsolve*
[4, 4]	[3.13339780775655, 2.97710852472783]	9.60090192868227E-10	10	[3.1334, 2.9771]
[4, -4]	[3.13339780718979, -0.977175683996068]	6.72440063540816E-12	20	[3.1334, -0.9772]
[-4, 4]	[-3.13339780775896, 2.97710852472308]	9.61279024649134E-10	10	[-3.1334, 2.9771]
[-4, -4]	[-3.13339780718985, -0.977175683996072]	6.71250282970077E-12	20	[-3.1334, -0.9772]

Lentelė 4 I-os lygčių sistemos sprendiniai Broideno metodu.



pav. 4. Sprendiniai grafiniame vaizde

Pagal gautus rezultatus matome, kad sprendiniai yra simetriniai.
Sprendiniai gauti teisingai, nes MATLAB funkcija *fsolve* gavo panašius rezultatus (tik kiek mažiau tikslius).

II-os netiesinių lygčių sistemos sprendimas.

Tariama, kad x_g yra sprendinys (stabdomi skaičiavimai), jei $\frac{||\Delta x||}{||x||+||\Delta x||} < 1e^{-9}$.

Pradinis artinys	Sprendinys	Tikslumas	Iteraciju skaicius	MATLAB *fsolve*
[4, 4, 4, 4]	[4.57156979347614, 3.04018207563668, 3.01345355863469, -1.31714284786629]	1.98484331024878E-10	13	[4.5716, 3.0402, 3.0135, -1.3171]

Sprendiniai gauti teisingai, nes MATLAB funkcija *fsolve* gavo panašius rezultatus (tik kiek mažiau tikslius).

3. Optimizavimas

Tikslo funkcija – nežinojau, kaip pasidaryti teisingą tikslo funkciją.

$$\sum_{i=0}^{n}\left(\sqrt{(x_{i1}-x_{i0})^2+(y_{i1}-y_{i0})^2}-a\right)^2$$

$$\sum_{i=0}^{n}(l_i-a)^2$$