

### Bendrieji reikalavimai namų darbams

Ataskaitos keliamos į Moodle iki gynimo dienos. Ataskaitoje pateikiama užduotis, rezultatai, programų kodai. Visais atvejais atsiskaitymo metu galima naudotis namų užduotyje ir laboratorinių darbų metu nagrinėtomis programomis.

Gynimo metu studentas privalo paaiškinti bet kurią programos išeities teksto eilutę; jeigu to padaryti nesugeba, darbas vertinamas 0. **Gynimo metu pateikiama darbo sutapties patikros ataskaita.**

### Lygčių sistemų sprendimas.

#### 1 Tiesinių lygčių sistemų sprendimas

Duota tiesinių lygčių sistema  $[A][X] = [B]$  ir jos sprendimui nurodytas metodas (1 lentelė).

1. Išspręskite tiesinių lygčių sistemą. Jeigu sprendinių be galo daug, raskite bent vieną iš jų. Jeigu sprendinių nėra, pagrįskite, kodėl taip yra.  
*Jei metodas paremtas matricos pertvarkymu, pateikite matricų išraiškas kiekviename žingsnyje. Jei metodas iteracinis, grafiškai pavaizduokite, kaip atliekant iteracijas kinta santykinis sprendinio tikslumas esant kelioms skirtingoms konvergavimo daugiklio reikšmėms.*
2. Patikrinkite gautus sprendinius ir skaidas, įrašydami juos į pradinę lygčių sistemą.
3. Gautą sprendinį patikrinkite naudodami išorinius išteklius (pvz., standartines MATLAB funkcijas).

#### 2 Netiesinių lygčių sistemų sprendimas

1. Duota netiesinių lygčių sistema (2 lentelė. I lygčių sistema):
$$\begin{cases} Z_1(x_1, x_2) = 0 \\ Z_2(x_1, x_2) = 0 \end{cases}$$
  - a. Skirtinguose grafikuose pavaizduokite paviršius  $Z_1(x_1, x_2)$  ir  $Z_2(x_1, x_2)$ .
  - b. Užduotyje pateiktą netiesinių lygčių sistemą išspręskite grafiniu būdu.
  - c. Užduotyje pateiktą netiesinių lygčių sistemą išspręskite naudodami užduotyje nurodytą metodą su laisvai pasirinktu pradiniu artiniu (išbandykite bent keturis pradinius artinius). Nurodykite iteracijų pabaigos sąlygas. Lentelėje pateikite pradinį artinį, tikslumą, iteracijų skaičių.
  - d. Gautus sprendinius patikrinkite naudodami išorinius išteklius (pvz., standartines MATLAB funkcijas).
2. Duota netiesinių lygčių sistema (2 lentelė. II lygčių sistema):
$$\begin{cases} Z_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0 \\ Z_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0 \\ Z_3(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0 \\ Z_4(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0 \end{cases}$$
  - a. Užduotyje nurodytu metodu išspręskite netiesinių lygčių sistemą su laisvai pasirinktu pradiniu artiniu.
  - b. Gautą sprendinį patikrinkite naudodami išorinius išteklius (pvz., standartines MATLAB funkcijas).

#### 3 Optimizavimas

Pagal pateiktą uždavinio sąlygą (3 lentelė) sudarykite tikslo funkciją ir išspręskite ją vienu iš gradientinių metodų (gradientiniu, greičiausio nusileidimo, kvazi-gradientiniu, ar pan.). Gautą taškų konfigūraciją pavaizduokite programoje, skirtingais ženklais pavaizduokite duotus ir pridėtus (jei sąlygoje tokių yra) taškus. Ataskaitoje pateikite pradinę ir gautą taškų konfigūracijas, taikytos tikslo funkcijos aprašymą, taikyto metodo pavadinimą ir parametrus, iteracijų skaičių, iteracijų pabaigos sąlygas ir tikslo funkcijos priklausomybės nuo iteracijų skaičiaus grafiką.

1 lentelė. Tiesinių lygčių sistemų sprendimas. Užduotys.

Nr.	Lygčių sistema	Metodas	Nr.	Lygčių sistema	Metodas
1	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 11 \\ x_1 - x_3 + x_4 = -4 \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7 \\ -7x_2 + 3x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$	Gauso	2	$\begin{cases} 9x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 47 \\ 11x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -24 \\ x_1 + 3x_2 + 12x_3 - 3x_4 = 27 \\ -x_2 + 2x_3 + 2x_4 = -5 \end{cases}$	LU skaidos
3	$\begin{cases} x_2 + 2x_3 + x_4 = 2 \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -15 \\ 3x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 10 \\ -4x_2 + 3x_3 + x_4 = -2 \end{cases}$	Gauso – Žordano	4	$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 2x_4 = -1 \\ -2x_1 + 3x_3 + 5x_4 = 7 \\ x_1 - x_3 + x_4 = 3 \\ 5x_2 + 4x_3 + 7x_4 = 4 \end{cases}$	Gauso
5	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = -4 \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_4 = 3 \\ 14x_1 - 8x_2 + 4x_3 + x_4 = 7 \\ 4x_1 + 10x_2 + 8x_4 = 2 \end{cases}$	QR skaidos	6	$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = -5 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_4 = 3 \\ 3x_1 + 11x_3 + 5x_4 = -4 \\ -x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 = -7 \end{cases}$	Choleskio
7	$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 2x_4 = 14 \\ -2x_1 + 3x_3 + 5x_4 = 10 \\ x_1 - x_3 + x_4 = 4 \\ -3x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 = -6 \end{cases}$	LU skaidos	8	$\begin{cases} 3x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 37 \\ x_1 - 6x_2 + 6x_3 + 9x_4 = 11 \\ 4x_1 + 4x_2 - 7x_3 + x_4 = 38 \\ -x_1 + 3x_2 + 8x_3 + 2x_4 = -1 \end{cases}$	Gauso
9	$\begin{cases} 3x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 11 \\ x_1 - 6x_2 + 6x_3 + 8x_4 = 3 \\ 4x_1 + 4x_2 - 7x_3 + x_4 = 1 \\ -x_1 + 3x_2 + 8x_3 + 2x_4 = 1 \end{cases}$	Gauso	10	$\begin{cases} 3x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 40 \\ x_1 - 6x_2 + 6x_3 + 8x_4 = 19 \\ 4x_1 + 4x_2 - 7x_3 + x_4 = 36 \\ 4x_1 + 16x_2 + 2x_3 = 48 \end{cases}$	Gauso – Žordano
11	$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 15 \\ 3x_1 + 9x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 32 \\ -x_1 - 2x_2 + 11x_3 - x_4 = 53 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + 5x_4 = -5 \end{cases}$	Choleskio	12	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 + 5x_4 = 20 \\ -3x_1 + 4x_2 - 8x_3 - x_4 = -36 \\ x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 6x_4 = 41 \\ 5x_2 - 9x_3 + 4x_4 = -16 \end{cases}$	QR skaidos
13	$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 12 \\ 3x_1 + 9x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 10 \\ -x_1 - 2x_2 + 11x_3 - x_4 = -28 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + 5x_4 = 16 \end{cases}$	Paprastųjų iteracijų	14	$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 2x_4 = 14 \\ -2x_1 + 3x_3 + 5x_4 = 10 \\ x_1 - x_3 + x_4 = 4 \\ 5x_2 + 4x_3 + 7x_4 = 24 \end{cases}$	Gauso
15	$\begin{cases} 9x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 65 \\ 3x_1 + 11x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 27 \\ -x_1 - 2x_2 + 6x_3 - x_4 = -23 \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 9x_4 = 39 \end{cases}$	Gauso – Zeidelio	16	$\begin{cases} 3x_1 + 10x_2 + x_3 + 5x_4 = 83 \\ -2x_1 + 6x_2 + 12x_3 + 14x_4 = 178 \\ 3x_1 + 12x_2 + 5x_3 + x_4 = 37 \\ -3x_1 - 9x_2 + 5x_3 = -26 \end{cases}$	Gauso – Žordano
17	$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 - 2x_4 = 4 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - 3x_4 = -7 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + x_4 = 11 \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 = -4 \end{cases}$	QR skaidos	18	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = -7 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2 \end{cases}$	QR skaidos
19	$\begin{cases} 3x_1 + 11x_2 + x_3 + 6x_4 = 117 \\ -x_1 - 3x_2 + 13x_3 + 16x_4 = 175 \\ 2x_1 + 14x_2 - 4x_3 + x_4 = 70 \\ -x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 5 \end{cases}$	LU skaidos	20	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 12 \\ 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 5 \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_1 - 12x_2 + x_3 + x_4 = -36 \end{cases}$	Paprastųjų iteracijų
21	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 + 5x_4 = 8 \\ -3x_1 + 4x_2 - 8x_3 - x_4 = 10 \\ x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 6x_4 = 11 \\ 5x_2 - 9x_3 + 4x_4 = 1 \end{cases}$	Gauso	22	$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 16 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 7 \\ -x_1 - 2x_2 + 4x_3 - x_4 = -14 \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 12x_4 = 38 \end{cases}$	Gauso – Zeidelio
23	$\begin{cases} 64x_1 + 16x_2 + 32x_3 + 8x_4 = 256 \\ 16x_1 + 8x_2 = 48 \\ 32x_1 + 48x_3 = 112 \\ 8x_1 + 10x_4 = 96 \end{cases}$	Choleskio	24	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 8 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ x_1 + x_4 = 2 \\ x_1 - 7x_2 + 3x_3 + x_4 = -2 \end{cases}$	QR skaidos

Nr.	Lygčių sistema	Metodas	Nr.	Lygčių sistema	Metodas
25	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = -9 \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_4 = -5 \\ 14x_1 - 8x_2 + 4x_3 + x_4 = -1 \\ 5x_1 + 15x_2 + 3x_4 = -8 \end{cases}$	Paprastųjų iteracijų	26	$\begin{cases} 4x_1 + 12x_2 + x_3 + 7x_4 = 171 \\ 2x_1 + 6x_2 + 17x_3 + 2x_4 = 75 \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 + x_4 = 30 \\ 5x_1 + 11x_2 + 7x_3 = 50 \end{cases}$	Gauso
27	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ 2x_1 - 5x_2 + 2x_4 = -5 \\ 9x_1 - 6x_2 - 6x_3 + x_4 = 39 \\ 5x_1 + 2x_2 + x_4 = 19 \end{cases}$	Gauso – Zeidelio	28	$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + x_3 + 7x_4 = 148 \\ x_1 + 2x_3 - 2x_4 = -37 \\ 2x_1 + 2x_2 - 7x_3 + x_4 = 21 \\ 4x_1 + 14x_2 + 7x_3 = 53 \end{cases}$	Gauso – Žordano
29	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - 3x_4 = -4 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + x_4 = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$	QR skaidos	30	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 27 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 24 \\ 2x_1 - 9x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 27 \\ x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 = 3 \end{cases}$	QR skaidos

2 lentelė. Netiesinių lygčių sistemų sprendimas. Užduotys.

Nr.	I lygčių sistema	II lygčių sistema	Metodas
1	$\begin{cases} (x_1 - 1)^2 + x_2 - 10 = 0 \\ x_1^2 + x_2^2 + 4x_1 \cos(x_1 + x_2) - 40 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 20 = 0 \\ x_2^2 - x_4^2 + 32 = 0 \\ -2x_1^2 + 5x_4^3 + 2x_2x_4 - 1032 = 0 \\ 4x_1 - 12x_2 + 4x_3 - 3x_4 + 42 = 0 \end{cases}$	Niutono
2	$\begin{cases} x_1^2 + 2(x_2 - \cos(x_1))^2 - 20 = 0 \\ x_1^2x_2 - 2 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_2 - x_3 + x_4 - 1 = 0 \\ 5x_1 + 4x_3x_4 + 26 = 0 \\ 5x_2^3 - x_3^2 + 634 = 0 \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 17 = 0 \end{cases}$	Niutono
3	$\begin{cases} \left(\frac{x_1}{4}\right)^4 + \left(\frac{x_2}{4}\right)^4 - \left(\left(\frac{x_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{2}\right)^2\right) + 5 = 0 \\ x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 - 8(x_1 + x_2) - 4 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_2 + 4x_4 + 20 = 0 \\ x_1x_2 - x_4 - 14 = 0 \\ -3x_1^2 - x_2x_1 + 3x_4^3 + 277 = 0 \\ 3x_3 - 6x_2 + 2x_4 - 7 = 0 \end{cases}$	Greičiausio nusileidimo
4	$\begin{cases} x_2 \sin\left(\frac{x_1}{2}\right) - 0.1 = 0 \\ x_1^2 + \left(\frac{x_2}{4}\right)^4 - 12 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 - 9 = 0 \\ 2x_3^2 - x_4^2 + 14 = 0 \\ 3x_1^2 + 3x_2^3 - 4x_4^2 - 14 = 0 \\ 4x_1 - 12x_2 - 8 = 0 \end{cases}$	Broideno
5	$\begin{cases} -\frac{5x_2}{x_1^2 + 1} + x_2^2 - x_1^2 = 0 \\ x_1^2 + x_2^2 - 12 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 32 = 0 \\ -4x_1^2 + 4x_3^2 - 48 = 0 \\ 4x_3^3 - 4x_2^2 + 3x_4^2 + 317 = 0 \\ 2x_4 - 15x_2 + 62 = 0 \end{cases}$	Greičiausio nusileidimo
6	$\begin{cases} 2 \sin(x_1) + x_1 + x_2 = 0 \\ 4 \cos(2x_2) - x_2 + 0.5x_1 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2 = 0 \\ -3x_3^2 + x_1x_3 + 52 = 0 \\ -2x_1^2 + 2x_2x_1 + 5x_4^3 - 1 = 0 \\ 3x_1 - 9x_2 + 3x_3 - x_4 + 1 = 0 \end{cases}$	Broideno
7	$\begin{cases} (x_1 - 3)^2 + x_2 - 8 = 0 \\ \frac{x_1^2 + x_2^2}{2} - 6(\cos(x_1) + \cos(x_2)) - 10 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 2 = 0 \\ x_2^2 + x_3x_4 + 1 = 0 \\ 2x_1^3 - 4x_1^2 + 3x_2x_4 + 3 = 0 \\ 2x_1 - 6x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 15 = 0 \end{cases}$	Niutono
8	$\begin{cases} x_1^2 + \frac{x_2^2}{2} + 4x_1 \cos(x_2 - 1) - 4 = 0 \\ 5 \sin(x_1) + x_2 + x_1 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_2 - 2x_3 + 3x_4 - 10 = 0 \\ 3x_1x_3 - x_1 + 40 = 0 \\ 2x_2^3 - x_2^2 - 4x_3^2 + 35 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 - 9 = 0 \end{cases}$	Niutono
9	$\begin{cases} 10 \sin(x_1) \cos\left(\frac{x_2}{2}\right) = 0 \\ \frac{x_1^2}{4} + \frac{x_2^2}{2} - 4 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 - 2 = 0 \\ -2x_1^3 + 4x_2x_3 + 128 = 0 \\ -3x_2^2 + 2x_3x_2 + 3x_4^3 + 15 = 0 \\ x_1 - 6x_2 + 2x_3 - x_4 - 17 = 0 \end{cases}$	Broideno
10	$\begin{cases} x_2^2 - x_1^2 - 5x_1 \cos(x_2 + 1) - 10 = 0 \\ x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 - 20 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 5x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 - 10 = 0 \\ x_3^2 + 4x_4x_3 - 45 = 0 \\ x_3^3 - 4x_3^2 - x_1x_4 + 63 = 0 \\ 4x_1 - 12x_2 + 2x_4 + 54 = 0 \end{cases}$	Greičiausio nusileidimo
11	$\begin{cases} x_2^2 + x_1^2 + 100e^{-x_1^2} - 20 = 0 \\ 2 \cos(x_2) - x_2 + x_1 + 1 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 + 10 = 0 \\ 5x_1 + 4x_3x_4 - 16 = 0 \\ x_2^3 + x_3^2 + 207 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + x_3 + 3x_4 + 14 = 0 \end{cases}$	Niutono

Nr.	I lygčių sistema	II lygčių sistema	Metodas
12	$\begin{cases} x_1^2 + 10(\sin(x_1) + \cos(x_2))^2 - 10 = 0 \\ (x_2 - 3)^2 + x_1 - 8 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 + 5 = 0 \\ -x_1^2 + x_3^2 + 5 = 0 \\ 4x_3^3 - x_4^2 - 3x_2x_4 - 28 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 - 3 = 0 \end{cases}$	Niutono
13	$\begin{cases} \sin^3\left(\frac{x_1}{2}\right) + \cos^2\left(\frac{x_2}{2}\right) - 0.5 = 0 \\ (x_2 - 3)^2 + x_1^2 + x_1x_2 - 4 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 4x_1 + 5x_2 + 4x_4 + 13 = 0 \\ 3x_1^2 + 4x_4^2 - 31 = 0 \\ 2x_2^3 - x_4x_2 - 2x_3^2 + 9 = 0 \\ 4x_3 - 15x_2 + 4x_4 - 27 = 0 \end{cases}$	Greičiausio nusileidimo
14	$\begin{cases} x_1(x_2 + 2\cos(x_1)) - 1 = 0 \\ x_1^4 + x_2^4 - 64 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + x_4 - 8 = 0 \\ x_1^2 + 2x_2x_4 - 5 = 0 \\ -3x_2^2 - 3x_1x_2 + 2x_4^3 + 16 = 0 \\ 5x_1 - 15x_2 + 3x_4 + 22 = 0 \end{cases}$	Broideno
15	$\begin{cases} \frac{10x_1}{x_2^2 + 1} + x_1^2 - x_2^2 = 0 \\ x_1^2 + 2x_2^2 - 32 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + x_3 - 22 = 0 \\ x_2x_3 - 2x_3 - 18 = 0 \\ -x_2^2 + 2x_4^3 - 3x_1x_4 + 335 = 0 \\ 2x_3 - 12x_2 + 2x_4 + 58 = 0 \end{cases}$	Niutono
16	$\begin{cases} \frac{x_1^2 + x_2^2}{5} - 2\cos\left(\frac{x_1}{2}\right) - 6\cos(x_2) - 8 = 0 \\ \left(\frac{x_1}{2}\right)^5 + \left(\frac{x_2}{2}\right)^4 - 4 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_2 + x_3 + 2x_4 - 14 = 0 \\ 3x_4^3 + 3x_2x_4 + 18 = 0 \\ -2x_1^2 + 5x_2^3 - 3x_3^2 - 485 = 0 \\ 5x_1 - 6x_2 + 3x_3 - 3x_4 - 11 = 0 \end{cases}$	Greičiausio nusileidimo
17	$\begin{cases} \frac{x_1^2 + x_2^2}{5} - 4\sin(2x_1) - 4 = 0 \\ \frac{100}{x_1^2 + x_2^2 + 5} - x_1 - x_2 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x_2 - x_3 + 3x_4 + 15 = 0 \\ x_1 + 4x_2x_4 + 66 = 0 \\ x_1^3 + 2x_2x_1 - 4x_3^2 = 0 \\ 5x_1 - 9x_2 + 3x_3 + 4x_4 - 114 = 0 \end{cases}$	Greičiausio nusileidimo
18	$\begin{cases} \frac{x_1^2 + 2x_2^2}{2} - 4\cos(x_1) - 4\cos(x_2) - 16 = 0 \\ -x_1^2x_2^2 + 8 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 - 14 = 0 \\ 2x_4^2 + 4x_2x_3 + 22 = 0 \\ -4x_1^2 + 5x_3^3 - 3x_2x_4 + 67 = 0 \\ 2x_1 - 6x_2 + 3x_3 - x_4 + 17 = 0 \end{cases}$	Niutono
19	$\begin{cases} x_1x_2 - 10 = 0 \\ \left(\frac{x_1}{4}\right)^4 + x_2^2 - x_1x_2 - 10 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_2 + 3x_3 + x_4 + 13 = 0 \\ 5x_3 + x_1x_2 + 35 = 0 \\ 5x_4^3 - 2x_4^2 - x_2x_3 - 268 = 0 \\ x_3 - 3x_2 + 4x_4 - 27 = 0 \end{cases}$	Broideno
20	$\begin{cases} \frac{x_2^3}{2} - \frac{x_2x_1^2}{5} - 5 = 0 \\ \left(\frac{x_1}{4}\right)^4 + \left(\frac{x_2}{2}\right)^2 - 4 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_4 - 2 = 0 \\ -5x_4^3 + 3x_3x_4 - 655 = 0 \\ 2x_2^3 - 3x_2^2 - 2x_3^2 + 13 = 0 \\ 3x_1 - 9x_2 + x_3 - 4x_4 - 42 = 0 \end{cases}$	Broideno
21	$\begin{cases} e^{-\frac{(x_1+2)^2+2x_2^2}{4}} - 0.1 = 0 \\ x_1^2x_2^2 + x_1 - 8 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 5x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 22 = 0 \\ -5x_3^2 + 4x_1x_3 + 5 = 0 \\ -x_3^2 + x_4^3 + 2x_2x_4 + 1 = 0 \\ 3x_1 - 12x_2 + 3x_3 - 3x_4 - 63 = 0 \end{cases}$	Niutono
22	$\begin{cases} x_1^2 + (x_2 + \cos(x_1))^2 - 40 = 0 \\ \left(\frac{x_1}{2}\right)^3 + 25x_2^2 - 50 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_4 - 12 = 0 \\ 2x_1^2 + x_4x_1 = 0 \\ 5x_1^3 - 2x_1^2 + 4x_3^2 - 36 = 0 \\ x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 17 = 0 \end{cases}$	Broideno
23	$\begin{cases} \frac{x_1^2}{(x_2 + \cos(x_1))^2 + 1} - 2 = 0 \\ \left(\frac{x_1}{3}\right)^2 + (x_2 + \cos(x_1))^2 - 5 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 2x_3 + x_4 - 17 = 0 \\ -x_2^2 + 3x_3^2 - 18 = 0 \\ x_3^3 + 4x_1x_3 - 2x_4^2 - 79 = 0 \\ 5x_1 - 15x_2 + x_3 + 4x_4 + 25 = 0 \end{cases}$	Broideno

Nr.	I lygčių sistema	II lygčių sistema	Metodas
24	$\begin{cases} \left(\frac{x_1}{8}\right)^8 + \left(\frac{x_2}{8}\right)^8 - 1 = 0 \\ x_1^2 x_2^2 - 16 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 4x_4 + 25 = 0 \\ 5x_3 + 4x_2x_3 + 55 = 0 \\ 5x_4^3 - 2x_4^2 + x_2x_3 - 97 = 0 \\ 2x_1 - 12x_2 + 4x_3 + 4x_4 - 76 = 0 \end{cases}$	Greičiausio nusileidimo
25	$\begin{cases} \frac{x_1^2 + x_2^2}{2} - 4 \cos(x_1) - 4 \cos(x_2) - 20 = 0 \\ \frac{20}{x_1^2 + 1} + x_2 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + 4x_4 + 24 = 0 \\ 4x_1^2 + 4x_2x_4 - 32 = 0 \\ 5x_2^3 - 3x_4x_2 - 2x_3^2 - 312 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 3x_3 + x_4 + 46 = 0 \end{cases}$	Greičiausio nusileidimo
26	$\begin{cases} 0.1x_1^3 - 0.3x_1x_2^2 = 0 \\ x_1^2 + x_2^2 + 5 \cos(x_1) - 16 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 32 = 0 \\ x_1x_2 - 2x_4 - 12 = 0 \\ -4x_2^2 + x_2x_3 + 3x_3^3 + 676 = 0 \\ 5x_1 - 6x_2 + x_3 + 3x_4 - 4 = 0 \end{cases}$	Greičiausio nusileidimo
27	$\begin{cases} 5 \sin(x_1) + \frac{x_1}{2} + x_2 = 0 \\ x_1^2 + 3x_2^2 + 4x_1 \cos(x_2) - 20 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + x_4 - 45 = 0 \\ 4x_2 + 2x_1x_4 - 84 = 0 \\ 3x_1^3 - 2x_2x_1 - 2x_3^2 - 610 = 0 \\ x_1 - 9x_2 + x_3 + x_4 + 14 = 0 \end{cases}$	Niutono
28	$\begin{cases} \sin(x_1) \cos(x_2) + \frac{x_2}{4} - 0.5 = 0 \\ e^{-3x_1^2 - x_2^2 + 3} - 0.1 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 26 = 0 \\ 3x_2 + 4x_2x_3 - 75 = 0 \\ x_3^3 - 2x_4^2 - 25 = 0 \\ 5x_1 - 12x_2 + 40 = 0 \end{cases}$	Broideno
29	$\begin{cases} 8 \cos(x_1) + x_2^2 = 0 \\ 50e^{-\frac{x_1^2}{4} + x_2^2} + x_1 + x_2 - 5.5 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 5 = 0 \\ 4x_4^3 + 2x_2x_4 + 550 = 0 \\ 4x_3^3 - 2x_3^2 - 3x_1x_2 + 550 = 0 \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 35 = 0 \end{cases}$	Greičiausio nusileidimo
30	$\begin{cases} \cos(x_1) - x_1 - x_2 = 0 \\ 20e^{-\frac{(x_1^2 + x_2^2)}{4}} + \frac{x_1^2 + x_2^2}{4} - 10 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 1 = 0 \\ -5x_4^2 + 4x_3x_4 - 4 = 0 \\ -3x_3^2 + x_4^3 - 2x_1x_4 + 3 = 0 \\ 3x_1 - 6x_2 + 2x_3 - 4x_4 + 44 = 0 \end{cases}$	Broideno

3 lentelė. Optimizavimo uždaviniai.

Uždavinys 1-6 variantams
Duotos $n$ ( $3 \leq n \leq 20$ ) taškų koordinatės ( $-10 \leq x \leq 10$ , $-10 \leq y \leq 10$ ). (Koordinatės gali būti generuojamos atsitiktinai). Reikia padėti papildomų $m$ ( $3 \leq m \leq 20$ , $m \leq n$ ) taškų taip, kad jų atstumai nuo visų kitų taškų (įskaitant ir papildomus) būtų kuo artimesni vidutiniam atstumui.
Uždavinys 7-12 variantams
Plokštumoje ( $-10 \leq x \leq 10$ , $-10 \leq y \leq 10$ ) išsidėstę $n$ taškų ( $3 \leq n \leq 20$ ). Kiekvienas taškas su visais kitais yra sujungtas tiesiomis linijomis (stygomis). Raskite tokias taškų koordinates, kad atstumas tarp taškų būtų kuo artimesnis vidutiniam atstumui, o stygų ilgių suma kuo geriau atitiktų nurodytą reikšmę $S$ ( $50 \leq S \leq 200$ ).
Uždavinys 13-18 variantams
Duotos $n$ ( $3 \leq n \leq 20$ ) taškų koordinatės ( $-10 \leq x \leq 10$ , $-10 \leq y \leq 10$ ). (Koordinatės gali būti generuojamos atsitiktiniu būdu). Reikia padėti papildomų $m$ ( $3 \leq m \leq 20$ , $m \leq n$ ) taškų taip, kad jų atstumai nuo $k$ ( $3 \leq k \leq 5$ , $k < n + m$ ) artimiausių taškų (įskaitant ir papildomus) būtų kuo artimesni vidutiniam atstumui.
Uždavinys 19-24 variantams
Plokštumoje ( $-10 \leq x \leq 10$ , $-10 \leq y \leq 10$ ) išsidėstę $n$ taškų ( $3 \leq n \leq 20$ ). Kiekvienas taškas su visais kitais yra sujungtas tiesiomis linijomis (stygomis). Tokios stygos pagaminimo kaina priklauso nuo kelio ilgio $l$ ir užrašoma formule $C(l) = (l - a)^2$ , $a \in R$ , $a > 0$ . Raskite tokias taškų koordinates, kad stygų nutiesimo kaina būtų mažiausia.
Uždavinys 25-30 variantams
Duotos $n$ ( $3 \leq n \leq 20$ ) taškų koordinatės ( $-10 \leq x \leq 10$ , $-10 \leq y \leq 10$ ). (Koordinatės gali būti generuojamos atsitiktinai). Reikia padėti papildomų $m$ ( $3 \leq m \leq 20$ , $m \leq n$ ) taškų taip, kad visų taškų (įskaitant ir jau duotus) kaina būtų kuo mažesnė. Taško kaina apskaičiuojama kaip taško atstumų iki tolimiausio ir artimiausio taškų skirtumas.