

# Trabajo Práctico Nro. 2: Autómatas Celulares

**Álvarez Escalante, Tomás (60127)**

`tomalvarez@itba.edu.ar`

**Ferreiro, Lucas Agustín (61595)**

`lferreiro@itba.edu.ar`

**Gómez Kiss, Román (61003)**

`romgomez@itba.edu.ar`

01/09/2023

Implementación de Autómata Off-Lattice: Bandadas  
de agentes autopropulsados

Grupo 5

72.25 Simulación de Sistemas

Instituto Tecnológico de Buenos Aires

---

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
1.1. Sistema Real . . . . .	2
1.2. Fundamentos . . . . .	2
<b>2. Implementación</b>	<b>3</b>
2.1. Arquitectura del código implementado . . . . .	3
2.2. Algoritmo . . . . .	4
<b>3. Simulaciones</b>	<b>5</b>
3.1. Parámetros y variables fijas . . . . .	5
3.2. Observable . . . . .	5
3.3. Variables a estudiar . . . . .	5
<b>4. Resultados</b>	<b>6</b>
4.1. Variación de $v_a$ a densidad constante y diferentes ruidos . . . . .	6
4.2. Variación de $v_a$ a ruido constante y diferentes densidades . . . . .	11
4.3. Comportamientos observados . . . . .	17
<b>5. Conclusiones</b>	<b>18</b>

---

# 1. Introducción

En el presente informe se detalla la implementación y el análisis computacional del modelo Off-Lattice como se describe en [1], el cual busca representar el comportamiento de sistemas de agentes autopropulsados.

## 1.1. Sistema Real

El modelo planteado busca simular el comportamiento de partículas con relación a sus partículas vecinas, produciendo, en algunos casos, un fenómeno de agrupamiento, tal y como ocurre en varios sistemas biológicos reales como bandadas de aves, rebaños de ovejas, enjambres de insectos, cardúmenes de peces, entre otros.

## 1.2. Fundamentos

El sistema se encuentra basado en las ecuaciones centrales de un movimiento rectilíneo uniforme (MRU):

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t)\Delta t \quad (1)$$

Donde  $x_i(t)$  es la posición de la partícula  $i$  en el tiempo  $t$ ,  $v_i(t)$  es la velocidad de la partícula  $i$  en el tiempo  $t$  y  $\Delta t$  es el paso temporal.

$$\theta_i(t+1) = \langle \theta(t) \rangle_r + \Delta \theta \quad (2)$$

Donde  $\theta_i(t)$  es el ángulo de la partícula  $i$  en el tiempo  $t$ ,  $\langle \theta(t) \rangle_r$  es el promedio de los ángulos de todas las partículas que se encuentran dentro del radio de interacción  $r$  y  $\Delta \theta \in [-\frac{\eta}{2}, \frac{\eta}{2}]$  corresponde a un valor de ruido uniforme, con  $\eta$  la amplitud del ruido.

Por último, se recomienda [1] que, para cada paso temporal, se haga uso de *arctg* para calcular el promedio de los ángulos  $\langle \theta(t) \rangle_r$ . Sin embargo, en la práctica, se utiliza la siguiente ecuación para obtener resultados más eficientes:

$$\langle \theta(t) \rangle_r = \text{atan2} \left[ \frac{\langle \sin(\theta(t)) \rangle_r}{\langle \cos(\theta(t)) \rangle_r} \right] \quad (3)$$

## 2. Implementación

La implementación computacional del modelo se realizó en lenguaje Java v.17, en conjunto con Maven para el manejo de ciertas dependencias de utilidad.

### 2.1. Arquitectura del código implementado

En cuanto al desarrollo del proyecto, partiendo del algoritmo Cell Index Method para el cálculo de partículas vecinas implementado en el TP1, se extiende la funcionalidad de éste para realizar la simulación del movimiento de los agentes.

Por otro lado, se cuenta con dos programas principales: Generator.java y Simulation.java. El primero de ellos permite generar los archivos de entrada para la simulación (static.txt y dynamic.txt), donde es posible definir parámetros como la cantidad de partículas, el tamaño del área de simulación, entre otros. Por otro lado, el segundo de ellos permite ejecutar la simulación a partir de los archivos de entrada mencionados anteriormente.

En la Fig. 1, se detalla el diagrama UML de la arquitectura implementada para el desarrollo:

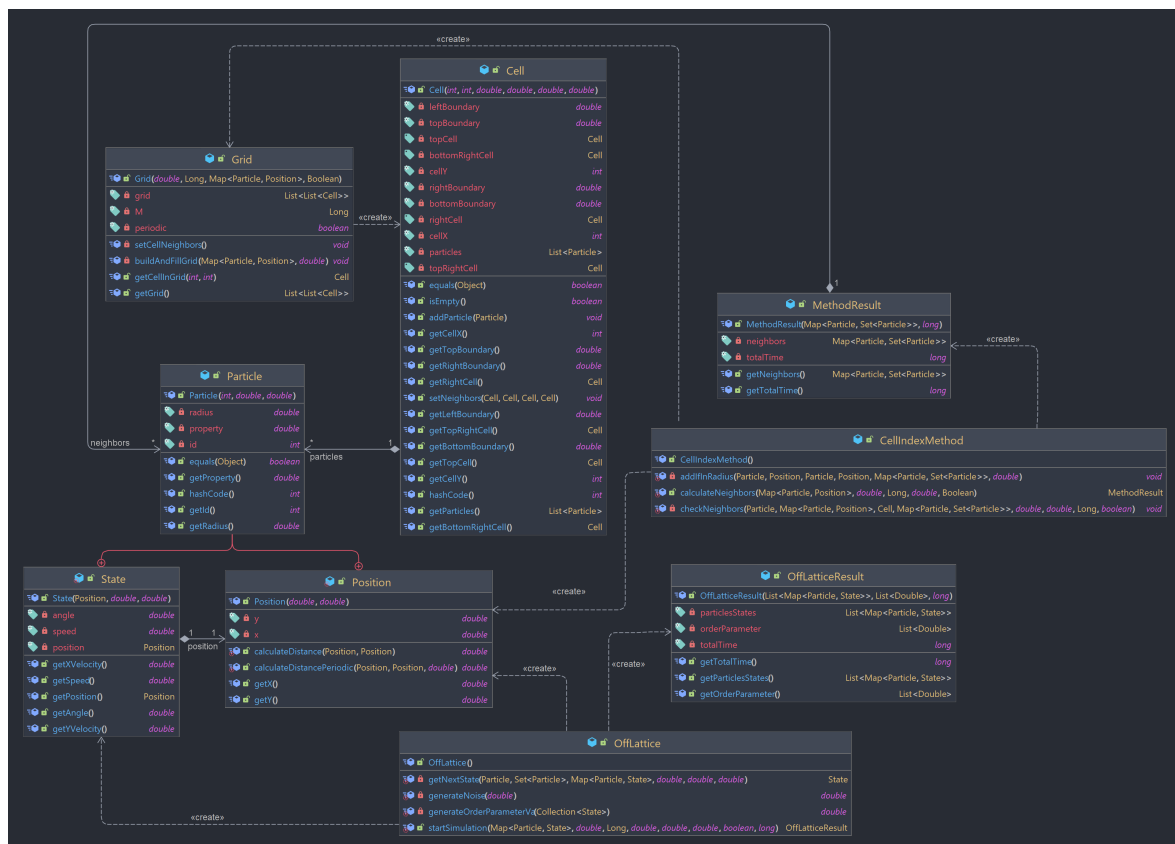


Figura 1: Diagrama UML correspondiente a la arquitectura del proyecto.

---

## 2.2. Algoritmo

A continuación se presenta en pseudocódigo el algoritmo principal implementado para realizar la simulación del modelo:

---

**Algorithm 1:** Algoritmo del modelo Off-Lattice

---

**for** *tiempo* *t* **do**

    Guardar la posición y velocidad de la partículas en el instante *t*;

    Actualizar la posición de las partículas para el instante *t*+1;

**for** *partícula* **do**

        Calcular sus vecinos usando Cell Index Method;

        Mover la partícula;

        Calcular la nueva velocidad de la partícula;

        Actualizar la nueva velocidad de la partícula;

        Actualizar la celda donde se encuentra la partícula;

---

---

## 3. Simulaciones

### 3.1. Parámetros y variables fijas

Las simulaciones toman como entrada los siguientes parámetros: la cantidad de partículas  $N$ , el largo del área de simulación  $L$  y la amplitud de ruido  $\eta$ . A partir de ellos, el sistema genera una disposición inicial aleatoria de las partículas para posteriormente simular la evolución temporal del mismo. Cabe destacar que se considera a todas las partículas como puntuales y al área de simulación posee contornos periódicos.

Por otro lado, a partir de los parámetros recomendados [1], se definieron las siguientes variables fijas: la velocidad  $v = 0.03$ , el radio de interacción  $r_c = 1.0$  y el paso temporal  $\Delta t = 1$ . Además, en la práctica, se llegó a la conclusión que 2000 iteraciones eran apropiadas para realizar el experimento y asegurarnos de alcanzar el estado estacionario en la gran mayoría de los casos.

### 3.2. Observable

Como salida de la simulación, se obtiene la disposición final de todas las partículas, y se analiza la velocidad promedio normalizada  $v_a$  como observable, definida como:

$$v_a = \frac{1}{Nv} \left| \sum_{i=1}^N v_i \right| \quad (4)$$

Donde  $N$  representa la cantidad de partículas y  $v$  es el módulo de velocidad de las mismas. Los promedios se calculan según el promedio aritmético cuando se alcanza el estado estacionario, y las barras de error de acuerdo al desvío estándar de la muestra.

### 3.3. Variables a estudiar

Principalmente, se busca demostrar cómo el resultado de la ecuación (4) tiende a 0 cuando las partículas se encuentran en total desorden y, por el contrario, tiende a 1 para partículas polarizadas.

En cuanto a parámetros variables, se buscó estudiar el efecto del ruido  $\eta$  y la densidad  $\rho = \frac{N}{L^2}$  sobre el parámetro de orden  $v_a$ . Para ello se realizaron pruebas con una densidad constante  $\rho = 4$  (considerando, por ejemplo,  $N = 100$  y  $L = 5$ ,  $N = 400$  y  $L = 10$ , etc.) variando  $\eta$  entre 0 y 5, con paso 0.25. Luego, se realizaron simulaciones similares para distintos valores de densidad característicos con el objetivo de generalizar el impacto de esta en  $v_a$  con distintos ruidos.

---

## 4. Resultados

### 4.1. Variación de $v_a$ a densidad constante y diferentes ruidos

En primer lugar, se estudió la variación de ruido manteniendo la densidad constante en  $\rho = 4$ . En las Figuras 2 y 3 se observa la distribución de los agentes con ruido bajo  $\eta = 0.5$ :

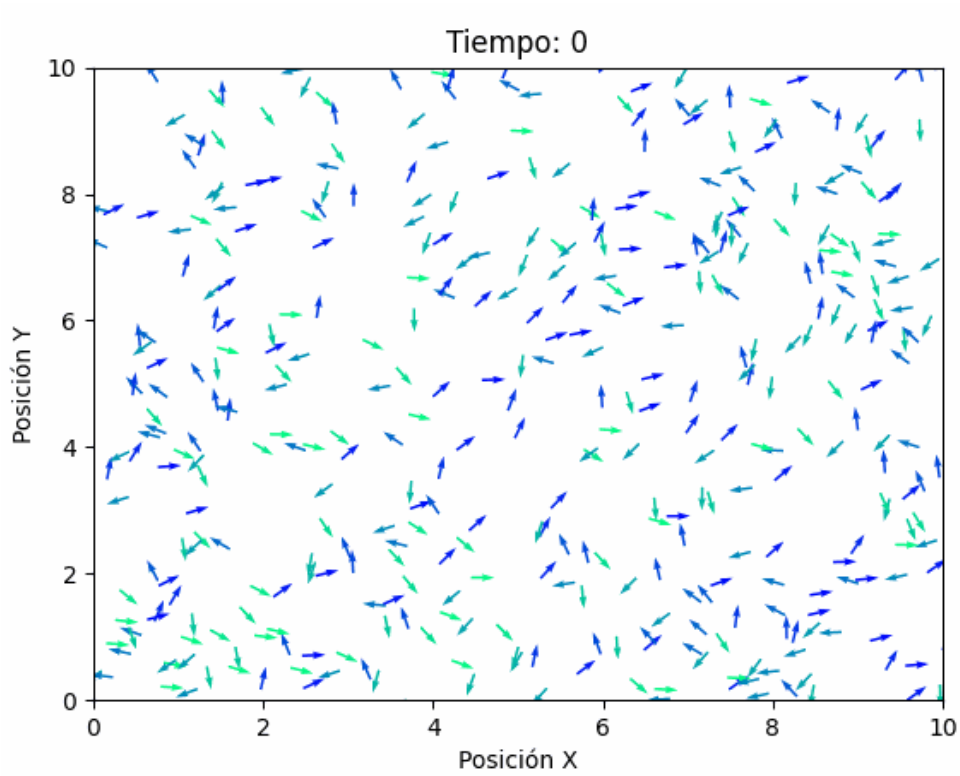


Figura 2: Fotograma del estado inicial con  $N = 400$ ,  $L = 10$ ,  $\rho = 4$  y  $\eta = 0.5$ .

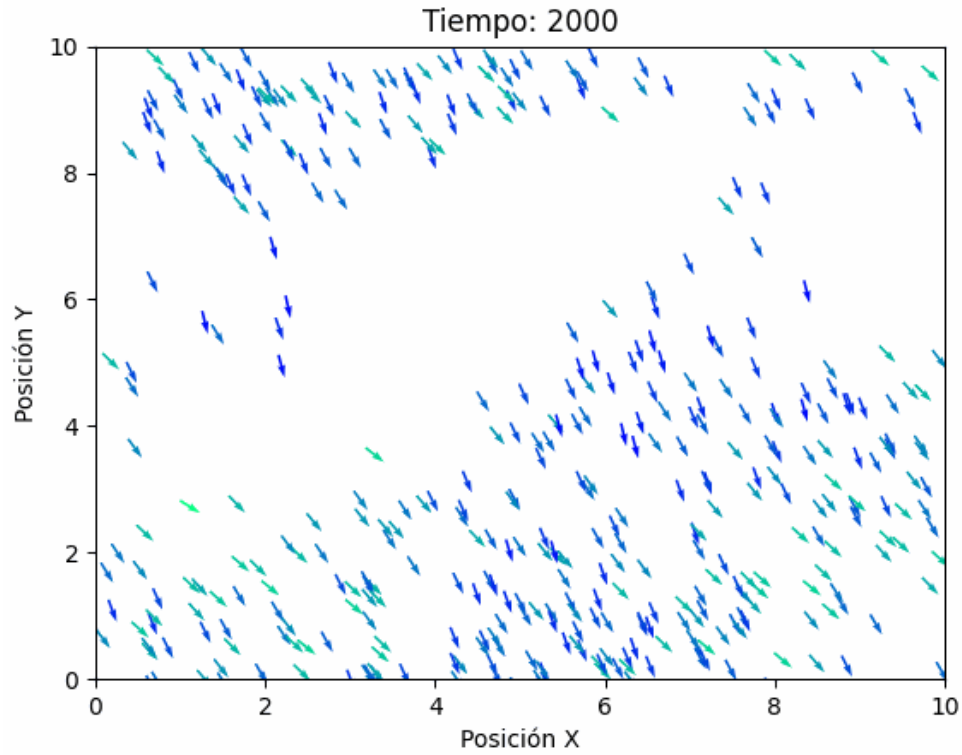


Figura 3: Fotograma en el estado estacionario con  $N = 400$ ,  $L = 10$ ,  $\rho = 4$  y  $\eta = 0.5$ .

Podemos notar que en el estado estacionario ocurre una polarización en la dirección de las partículas, es decir, la gran mayoría de las partículas se mueven en la misma dirección.

Por otro lado, en las Figuras 4 y 5 se observa lo que ocurre con la distribución si se aumenta el valor del ruido con  $\eta = 2.0$  y  $\eta = 4.0$ :



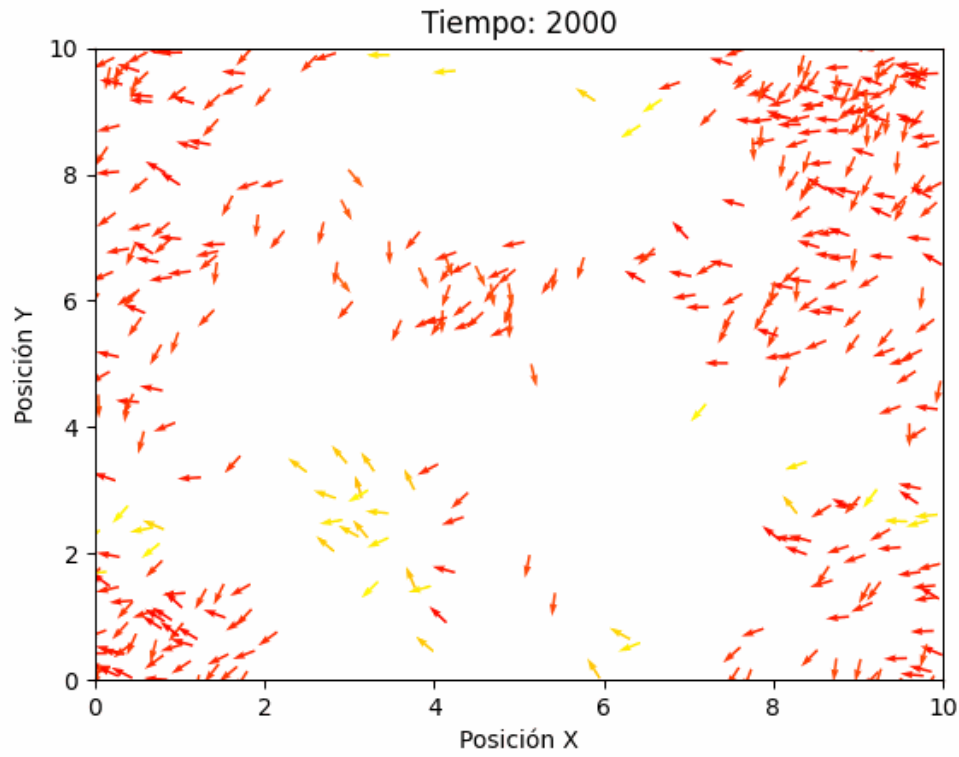


Figura 4: Fotograma en el estado estacionario con  $N = 400$ ,  $L = 10$ ,  $\rho = 4$  y  $\eta = 2$ .

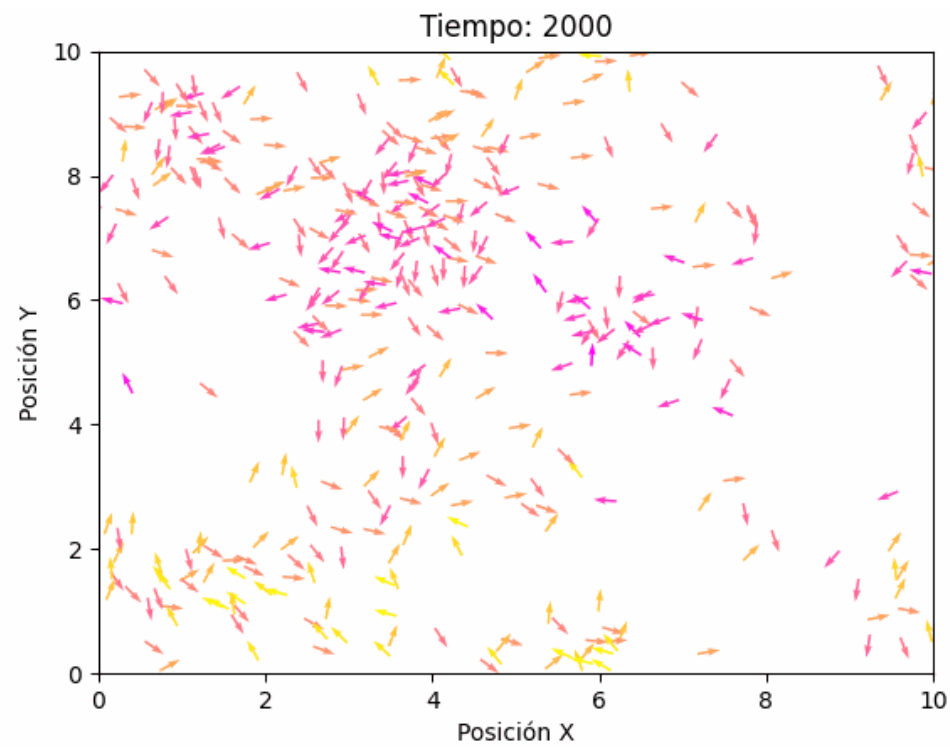


Figura 5: Fotograma en el estado estacionario con  $N = 400$ ,  $L = 10$ ,  $\rho = 4$  y  $\eta = 4$ .

Se puede apreciar como en estos casos no ocurre una polarización tan clara de las partículas. Además, se refleja como aumenta el grado de desorden y movimiento coherente entre los agentes a medida que aumenta el valor del ruido.

Luego, en las Figuras 6, 7 y 8 se observa la evolución del parámetro de orden  $v_a$  a lo largo de las iteraciones para distintos valores de ruido, cambiando los valores de  $N$  y  $L$  para mantener el mismo valor  $\rho = 4$ :

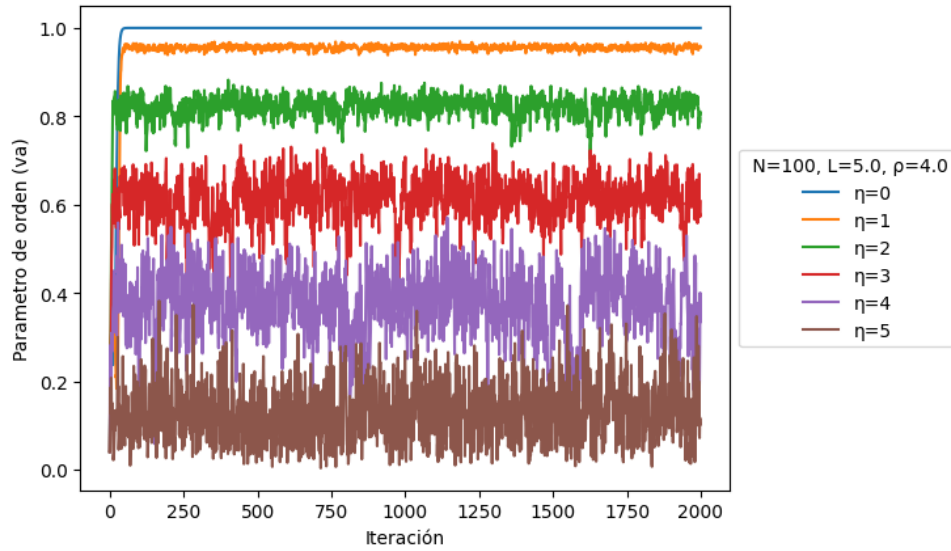


Figura 6: Evolución de  $v_a$  con 2000 iteraciones  $N = 100$ ,  $L = 5$ ,  $\rho = 4$  y distintos valores de ruido  $\eta$ .

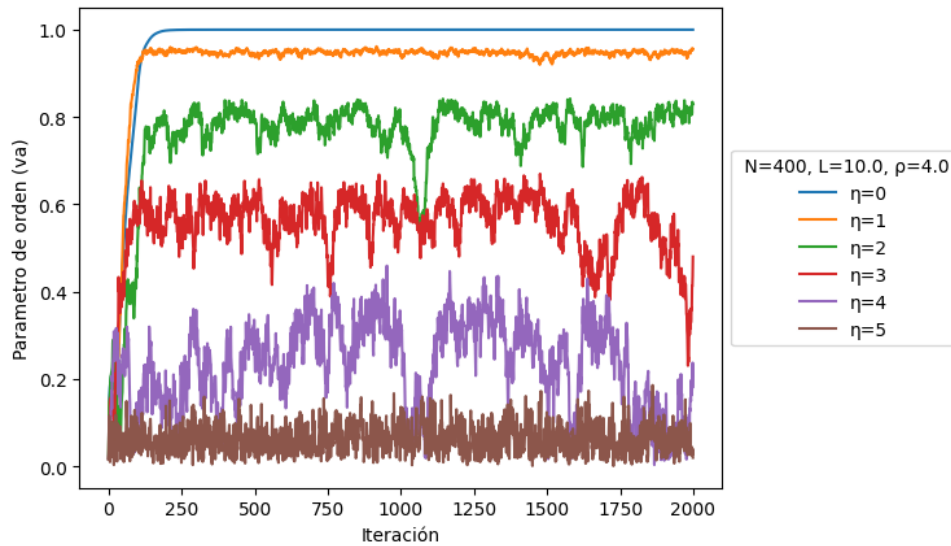


Figura 7: Evolución de  $v_a$  con 2000 iteraciones  $N = 400$ ,  $L = 10$ ,  $\rho = 4$  y distintos valores de ruido  $\eta$ .

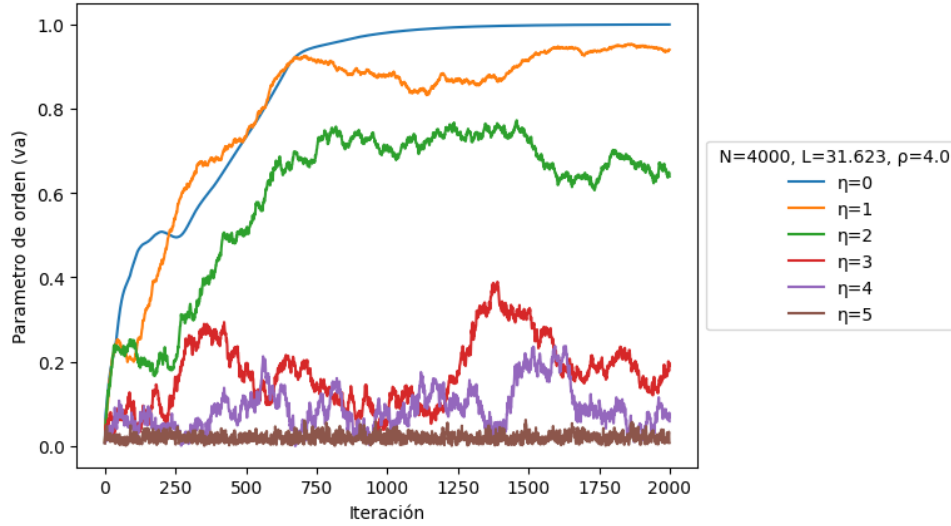


Figura 8: Evolución de  $v_a$  con 2000 iteraciones  $N = 4000$ ,  $L = \sqrt{1000}$ ,  $\rho = 4$  y distintos valores de ruido  $\eta$ .

Se puede observar como, en condiciones estacionarias, el parámetro de orden fluctúa entre un valor máximo y mínimo. A medida que el nivel de ruido aumenta, el valor promedio de  $v_a$  en ese estado disminuye. Además, es evidente que un aumento en el valor de  $\eta$  provoca una variación más pronunciada en el parámetro de orden, generando valores con una distribución menos uniforme.

Por último, en la Fig. 9 se analizó el promedio del parámetro de orden en el estado estacionario para cada valor de ruido con las distintas combinaciones de  $N$  y  $L$  usadas anteriormente:

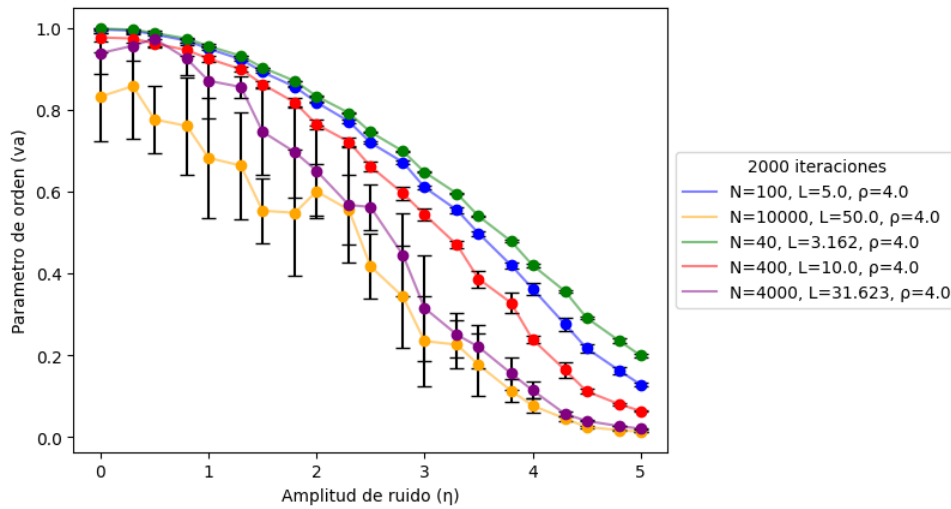


Figura 9: Evolución promediada con error de cinco simulaciones de  $v_a$  en el estado estacionario en función de  $\eta$  a  $\rho$  constante (para distintas combinaciones de  $N$  y  $L$ ).

Se puede apreciar como, a pesar de mantener la densidad constante, para valores de  $N$  significativamente grandes, la fluctuación del observable  $v_a$  muestra resultados más irregulares, representado en un mayor desvío estándar. Esto se debe a que es mayor el tiempo que se tarda en converger al estado estacionario.

## 4.2. Variación de $v_a$ a ruido constante y diferentes densidades

A continuación, se presentan los resultados obtenidos tras variar la densidad. Primero, en las Figuras 10 y 11 se observa la distribución de los agentes con valores bajos de densidad y ruido  $\eta = 1$ , y luego se presenta la Fig. 12 con un valor de ruido superior:

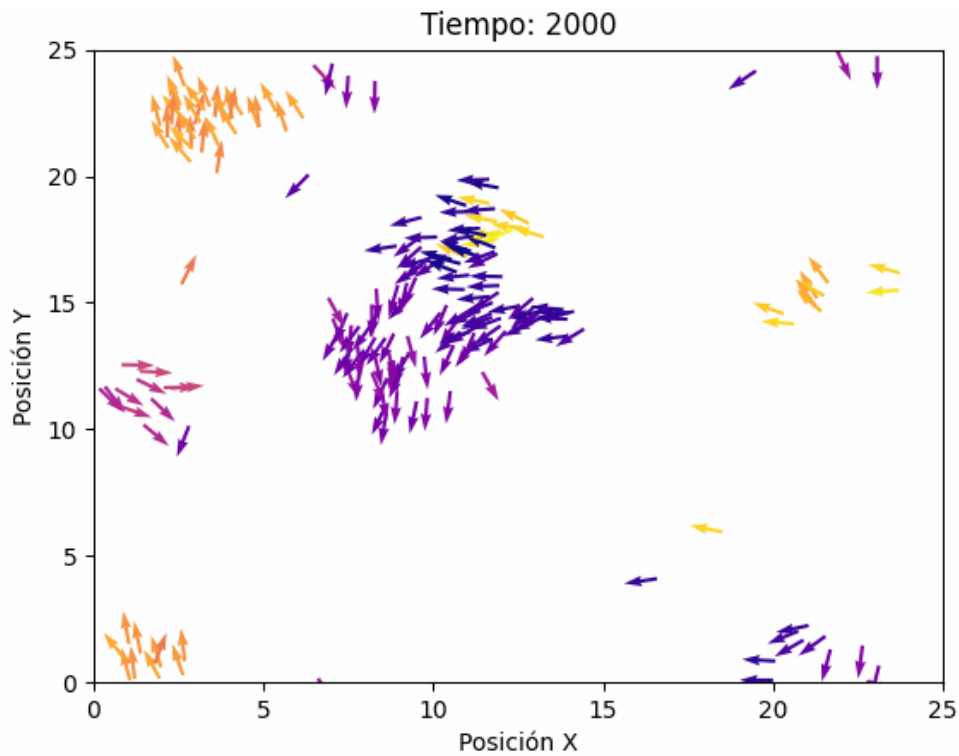


Figura 10: Fotograma en el estado estacionario con  $N = 200$ ,  $L = 25$ ,  $\rho = 0.32$  y  $\eta = 1$ .

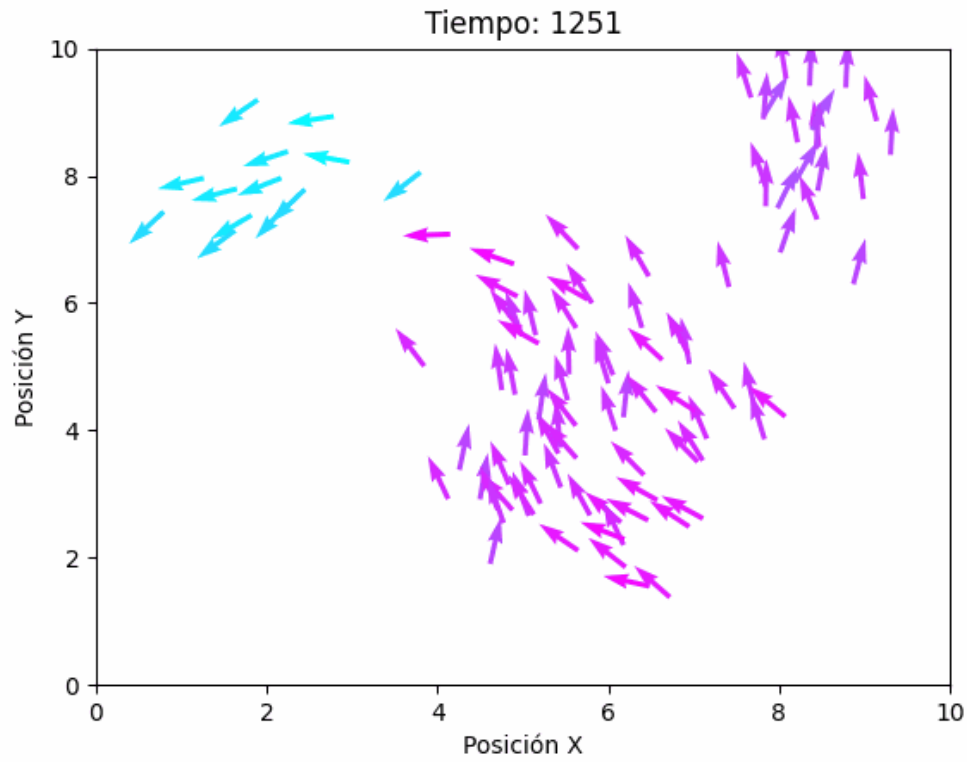


Figura 11: Fotograma en el estado estacionario con  $N = 100$ ,  $L = 10$ ,  $\rho = 1$  y  $\eta = 1$ .

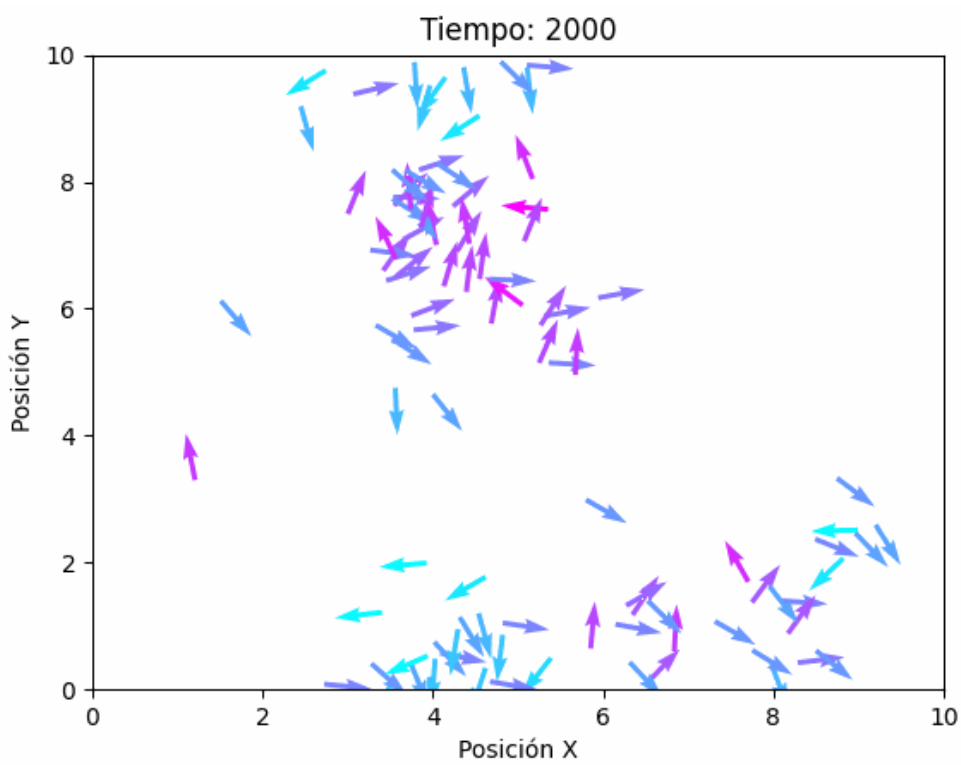


Figura 12: Fotograma en el estado estacionario con  $N = 100$ ,  $L = 10$ ,  $\rho = 1$  y  $\eta = 3,0$ .

---

Podemos observar que para valores de densidad y ruidos bajos las partículas tienden a formar grupos, moviéndose polarizadamente en direcciones aleatorias. En cambio, a medida que aumenta el ruido, estos grupos tienden a romperse y ya no siguen un movimiento tan coherente, aumentando el desorden de los agentes.

Seguidamente, se ilustra el comportamiento de las partículas para una densidad superior y se puede notar como en la Fig. 13, para un valor de ruido bajo, las partículas se mueven de forma polarizada (similar a como ocurría en la Fig. 3), mientras que en la Fig. 14, al aumentar el ruido, las partículas se mueven aleatoriamente pero con cierta correlación:

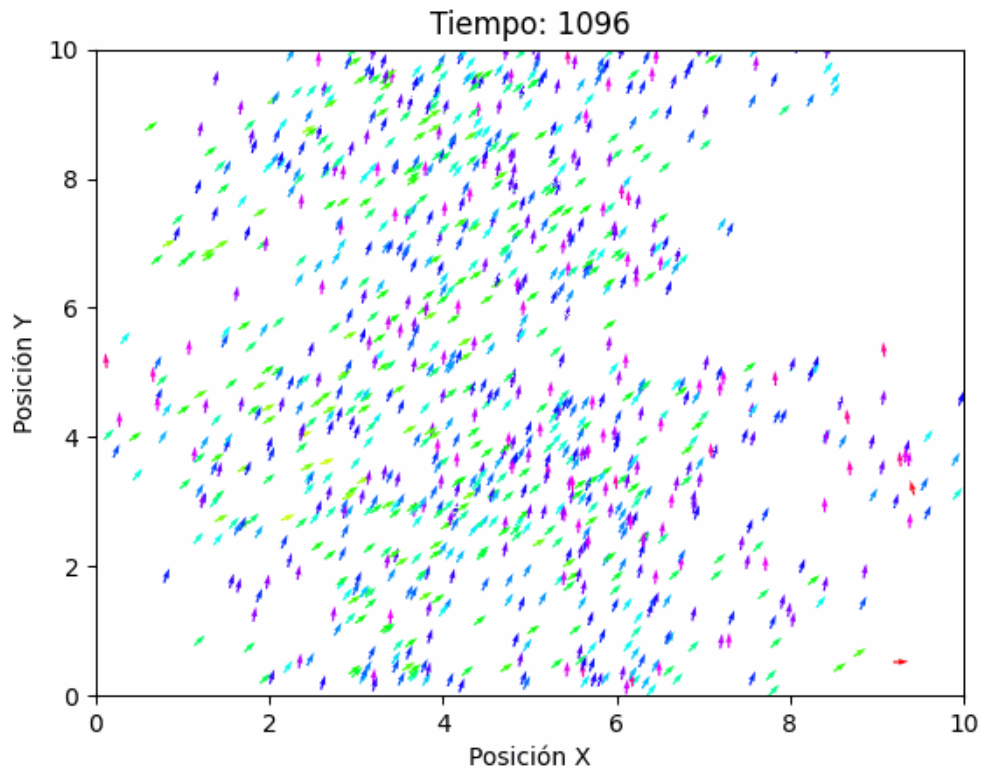


Figura 13: Fotograma en el estado estacionario con  $N = 1000$ ,  $L = 10$ ,  $\rho = 10$  y  $\eta = 1$ .

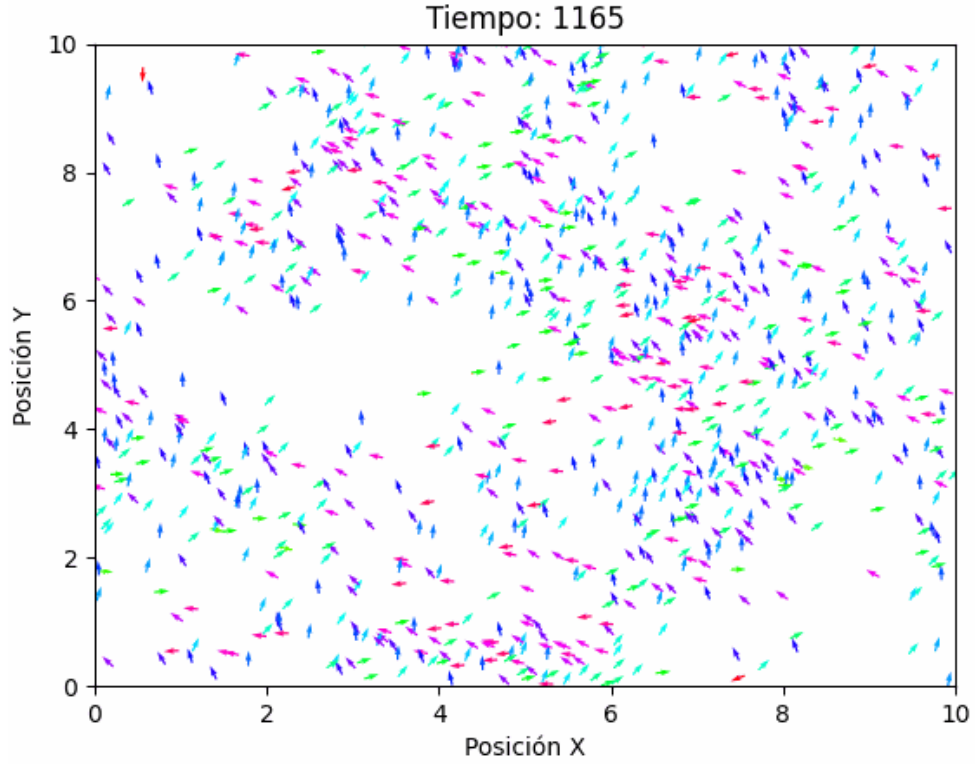


Figura 14: Fotograma en el estado estacionario con  $N = 1000$ ,  $L = 10$ ,  $\rho = 10$  y  $\eta = 3$ .

Adicionalmente, en las Figuras 15, 16, 17 y 18 se tomaron valores representativos de densidad para observar su evolución a lo largo de las iteraciones y con distintos valores de ruido:

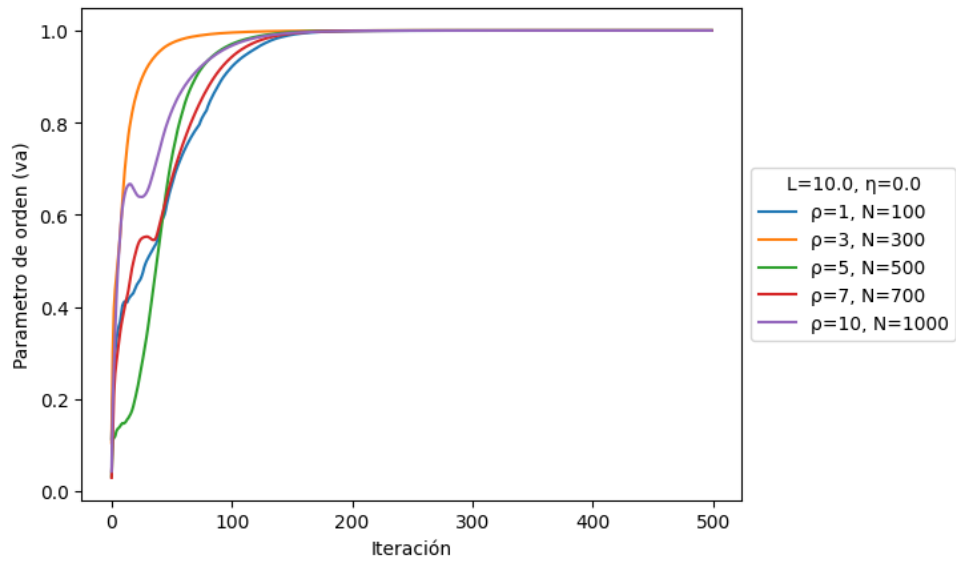


Figura 15: Evolución de  $v_a$  a lo largo de 500 iteraciones con  $L = 10$  y  $\eta = 0$ .

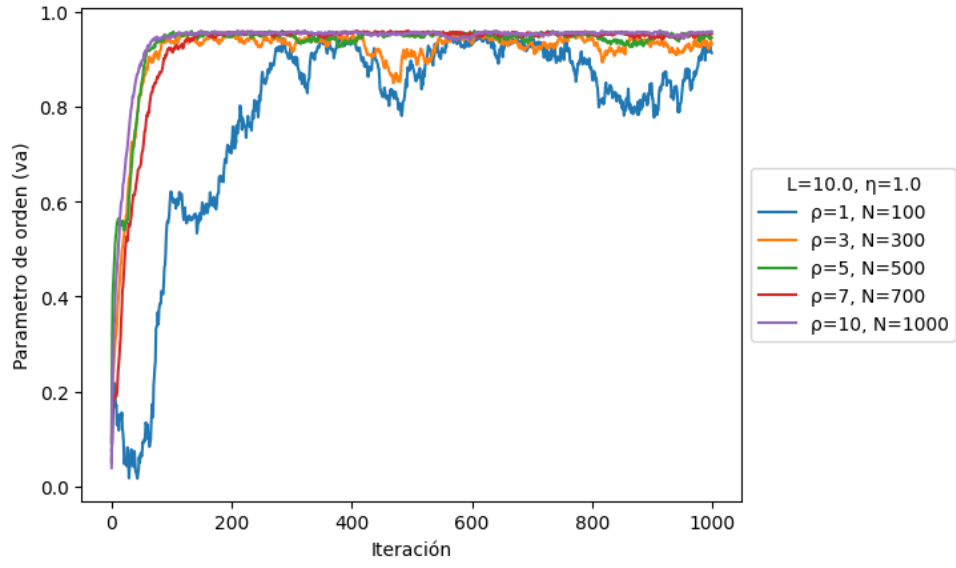


Figura 16: Evolución de  $v_a$  a lo largo de 1000 iteraciones con  $L = 10$  y  $\eta = 1$ .

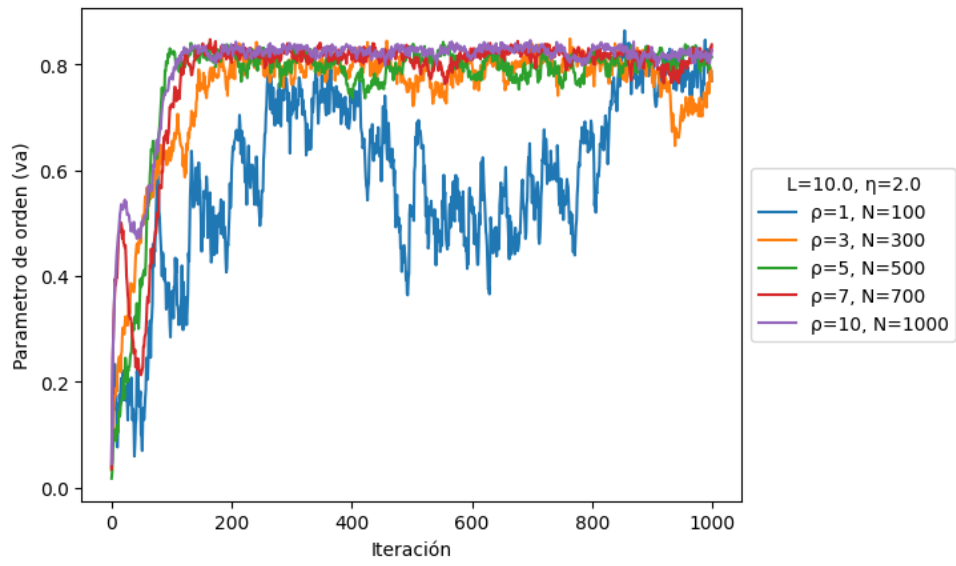


Figura 17: Evolución de  $v_a$  a lo largo de 1000 iteraciones con  $L = 10$  y  $\eta = 2$ .



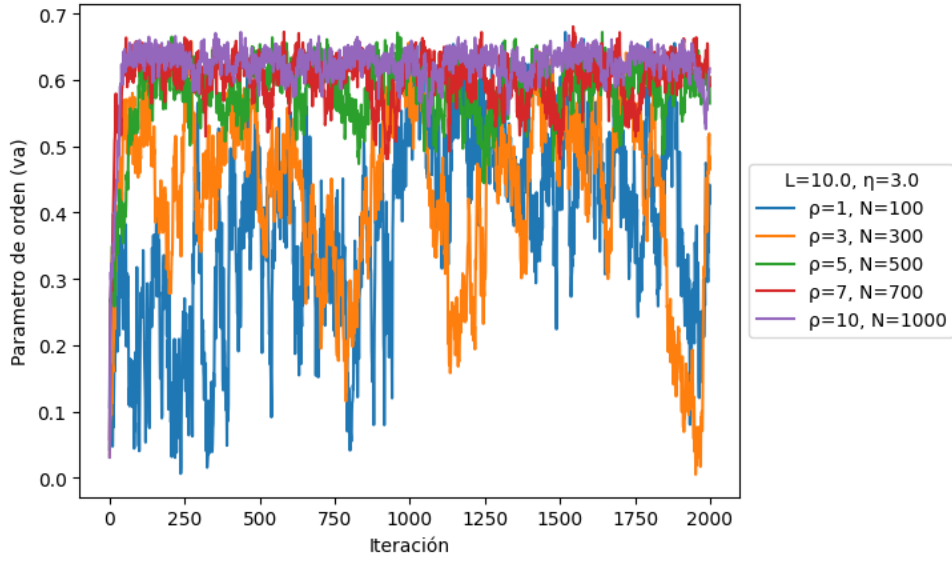


Figura 18: Evolución de  $v_a$  a lo largo de 2000 iteraciones con  $L = 10$  y  $\eta = 3$ .

Se puede observar que una mayor densidad conduce a una polarización más marcada en el estado estacionario. También se puede observar como a medida que aumenta el ruido, se alcanza el estado estacionario con valores de  $v_a$  más bajos.

Por último, en la Fig. 19 se refleja como para valores de densidad pequeños, el promedio de los parámetros de orden resulta más bajo y su distribución es más irregular:

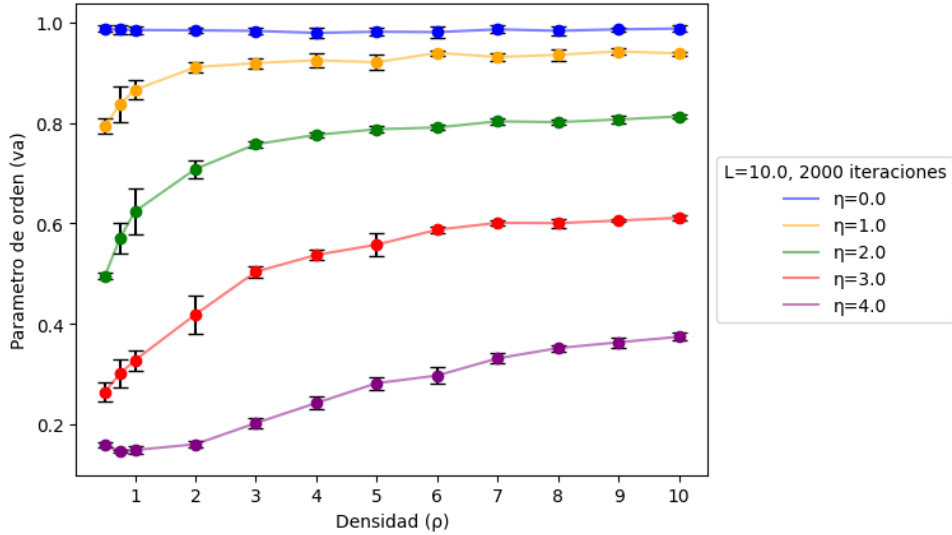


Figura 19: Evolución promediada con error de cinco simulaciones de  $v_a$  en el estado estacionario en función de la densidad ( $L = 10$ ), con distintos valores de  $\eta$  constantes.

---

### 4.3. Comportamientos observados

A continuación se nombran los distintos comportamientos encontrados del sistema con distintos grupos de parámetros:

- En las Figuras 3 y 13 se puede observar un movimiento polarizado de los agentes.
- En las Figuras 10 y 11 se puede observar como las partículas forman grupos y se mueven coherentemente.
- En las Figuras 4 y 12 se puede observar como las partículas se mueven desordenada pero con cierta coherencia en su movimiento.
- En la Fig. 5 se puede observar como los agentes se mueven con desorden alto.

---

## 5. Conclusiones

La exploración del comportamiento del observable mediante la manipulación de distintas combinaciones de parámetros ha brindado una serie de conclusiones fundamentales acerca de las características de las partículas en el modelo Off-Lattice.

En un primer análisis, se ha determinado que niveles más elevados de perturbaciones resultan en una polarización reducida en el estado estacionario de las partículas. Si la amplitud de las fluctuaciones se encuentra en un rango más limitado, la influencia en el cálculo de los nuevos ángulos de trayectoria, descritos en la ecuación (2), disminuye. Esto, a su vez, implica una mayor interacción entre las partículas vecinas, lo que puede propiciar la manifestación más marcada del fenómeno de agrupamiento.

En situaciones donde la densidad es menor, el impacto de las variaciones en los niveles de ruido se acentúa, observándose principalmente en la variabilidad estándar del observable a lo largo de las iteraciones. En tales circunstancias, ciertas partículas cuentan con un número reducido de vecinos en el proceso de recalcular su trayectoria, lo que las hace más susceptibles a la influencia aleatoria del ruido.

En un enfoque más amplio, se ha identificado la influencia general de la densidad en el parámetro de orden, manteniendo constante el nivel de ruido. Similar al análisis previo, densidades mayores fomentan la ocurrencia del fenómeno de agrupamiento, ya que las partículas ejercen una influencia más significativa entre sí. En el estado estacionario, las configuraciones con densidades superiores presentan uniformidad en los valores observables, indicando una polarización sistemática en el sistema. Por contraste, densidades más bajas pueden resultar en formaciones donde las partículas se agrupan en conjuntos pequeños, interactuando internamente y manifestando una polarización local hasta que sus trayectorias se entrecruzan con las de otros grupos.

Además de lo anterior, se ha notado que en sistemas donde se logra un alto grado de polarización (a través de una disminución en el ruido y un incremento en la densidad), el estado estacionario se alcanza más rápido, lo que sugiere una mayor estabilidad en las configuraciones altamente polarizadas.

---

## Referencias

- [1] Vicsek, T., Czirók, A., Ben-Jacob, E., Cohen, I., & Shochet, O., "*Novel type of phase transition in a system of self-driven particles*", Physical review letters, vol. 75, nro. 6, pp. 1226-1229 (1995, August 7).