2020/12/16

NP問題

介紹：

非決定性多項式集合（英語：non-deterministic polynomial，縮寫：NP）是計算理論中最重要的集合之一。P集合的問題即在多項式時間內可以找出解的決策性問題（decision problem）集合。注意NP包含P和NP-complete問題, 因此NP集合中有簡單的問題和不容易快速得到解的難題。

如果有一群演算法用DTM（deterministic Turing machine）來做計算所需時間是 polynomial time，那這類演算法或問題被稱為Ｐ問題，Ｐ就是 polynomial-time 的縮寫。另外，如果有一群演算法用NTM（non-deterministic Turing machine）來做計算所需時間是polynomial time，那這類問題被稱為NP問題，NP是non-deterministic polynomial-time 的縮寫。

解法/證明：

NP問題還有另一個數學上等價的判斷方法，從驗證解的難度來界定，如果用DTM來驗證一組解是否正確只需要polynomial time，那這個問題就是一個NP問題，剛剛子集合加總問題，我們要驗證解是否正確，很簡單也很快速，我們只要把解的數字加總起來，看是不是為0就可以了，所以子集合加總問題是一個NP問題，但因為這個問題的時間複雜度為 O(N×(2N))，所以它不是一個Ｐ問題。

EX.

NP: 當一個決策問題存在一個O(nk)時間複雜度的演算法時，則稱此問題落在NP 的集合中。

滿足問題（satisfiability problem，簡稱 SAT）：令 x 1，x 2，…，x n 代表布林變數（boolean variables）（其值非真(true)即假（false）的變數）。令 -xi 代表 xi 的相反數（negation）。一個布林公式是將一些布林變數及其相反數利用而且（and）和或（or）所組成的表達式。滿足問題是判斷是否存在一種指定每個布林變數真假值的方式，使得一個布林公式為真。

輸入：一個 n 個變數的布林公式

例如：(-x 1∨ -x 2 ∨ x 3)∧ (x 1 ∨ x 4)∧(x 2 ∨ -x 1)

輸出：是否存在一種指定每個布林變數真假值的方式，使得此公式為真？ 例如: 是（當 x 1=真，x 2=真，x 3=真，x 4=真時，此公式為真）

利用滿足問題可以定義出NP-hard和NP-complete。但是我們需要一個問題轉換的概念。問題轉換技巧，其所需要轉換的時間皆需在多項式時間（即 O (nk)）內完成。

資料來源：

輕鬆談演算法的複雜度分界：什麼是P, NP, NP-Complete, NP-Hard問題

<https://www.ycc.idv.tw/algorithm-complexity-theory.html>

NP (複雜度)

<https://zh.wikipedia.org/wiki/NP_(%E8%A4%87%E9%9B%9C%E5%BA%A6)>