Đề tốt nghiệp chính thức THPTQG 2020

Môn: Toán – MÃ ĐỀ 104

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y=\log_4 x$ là

A. $(-\infty;0)$. **B.** y. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

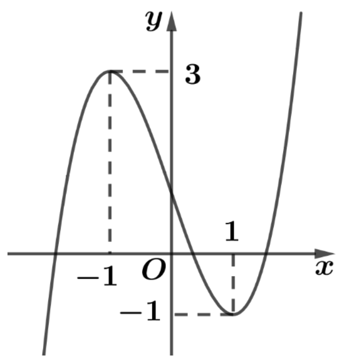
Câu 2: Cho hình trụ có bán 4 và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 42π. **B.** 147π. **C.** 49π. **D.** 21π.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{-2}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(4;-2;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(4;2;-3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(3;-1;-2)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(3;1;2)$.

Câu 4: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ là:

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 5: Biết $\int_2^3 f(x)\,dx=6$. Giá trị của $\int_2^3 2f(x)\,dx$ bằng

A. 36. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 8.

Câu 6: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số AC là:

A. $y=\dfrac{1}{3}$. **B.** $y=3$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=1$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(8;1;2)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0;1;0)$. **B.** $(8;0;0)$. **C.** $(0;1;2)$. **D.** $(0;0;2)$.

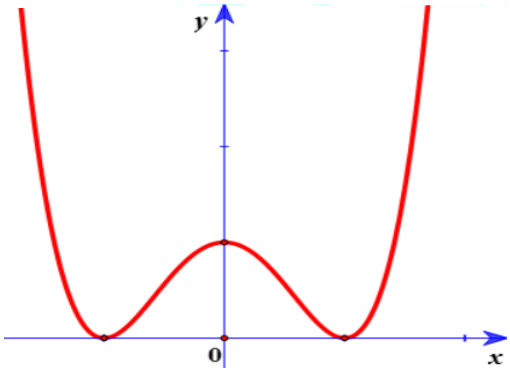
Câu 8: Nghiệm của phương trình $3^{x+2}=27$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Câu 9: Cho khối nón có bán kính đáy $r=2$ và chiều cao $h=4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 8π. **B.** $\dfrac{8\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{16\pi}{3}$. **D.** 16π.

Câu 10: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 11: Với a,b là hai số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{a^4} b$ bằng

A. $4+\log_a b$. **B.** $\tan \widehat{SMA}=\dfrac{SA}{AM}\Rightarrow SA=AM.\tan 30^0=a\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{3}=a$. **C.** $4+\log_a b$. **D.** $\dfrac{1}{4}+\log_a b$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-2)^2=16$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

A. 4. **B.** 32. **C.** 16. **D.** 8.

Câu 13: Số phức liên hợp của số phức $z=3-5i$ là

A. $\bar{z}=-3-5i$. **B.** $\bar{z}=3+5i$. **C.** $\bar{z}=-3+5i$. **D.** $\bar{z}=3-5i$.

Câu 14: Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 3; 7. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 7. **B.** 42. **C.** 12. **D.** 14.

Câu 15: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=8$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 24. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;0)$. **B.** $(-3;3)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	2	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
	$-\infty$				-3		

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 18: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 4$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_2 bằng

A. 64. **B.** 81. **C.** 12. **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 19: Cho khối cầu có bán kính r = 2. Thể tích của khối cầu bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$. **B.** 16π. **C.** 32π. **D.** $\frac{8\pi}{3}$.

Câu 20: Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-1;2)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần thực của z bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -1.

Câu 21: $\int x^5 dx$ bằng

A. $5x^4 + C$. **B.** $\frac{1}{6}x^6 + C$. **C.** $x^6 + C$. **D.** $6x^6 + C$.

Câu 22: Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2) = 2$ là

A. $x = 11$. **B.** $x = 10$. **C.** $x = 7$. **D.** 8.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. **B.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-3} = 1$. **C.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. **D.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 24: Có bao nhiêu cách xếp 8 học sinh thành một hàng dọc?

A. 8. **B.** 1. **C.** 40320. **D.** 64.

Câu 25: Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = 3 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng.

A. $4 - 2i$. **B.** $-4 + 2i$. **C.** $4 + 2i$. **D.** $-4 - 2i$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$; $BC = a\sqrt{2}$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SC và đáy bằng

A. 90^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 30^0.

Câu 27: Cho hai số a và b là hai số thực dương thỏa mãn $9^{\log_3(a^2b)} = 4a^3$. Giá trị của biểu thức ab^2 bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 28: Trong gian gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;-2;2)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-1}{-2}$.

Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $x+2y-2z+5=0$. **B.** $3x-2y+2z-17=0$.

C. $3x-2y+2z+17=0$. **D.** $x+2y-2z-5=0$.

Câu 29: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-33x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. -72. **B.** $-22\sqrt{11}$. **C.** -58. **D.** $22\sqrt{11}$.

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-1}<8$ là

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 31: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-3$ và $y=x-3$ bằng

A. $\dfrac{125\pi}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{125}{6}$. **D.** $\dfrac{\pi}{6}$.

Câu 32: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 4 và góc ở đỉnh bằng 60^0. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $\dfrac{64\sqrt{3}\pi}{3}$. **B.** 32π. **C.** 64π. **D.** $\dfrac{32\sqrt{3}\pi}{3}$.

Câu 33: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2-4z+13=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $1-z_0$ là

A. $M(3;-3)$. **B.** $P(-1;3)$. **C.** $Q(1;3)$ **D.** $N(-1;-3)$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R có bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 35: Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(1;1;0), B(1;0;1), C(3;1;0)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là:

A. $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{1}$. **B.** $\dfrac{32}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z}{1}$.

Câu 36: Cho hai số phức $z=1+3i$ và $w=1+i$. Môđun của số phức $z.\overline{w}$ bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 20. **D.** 8.

Câu 37: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^2+3x$ và đồ thị hàm số $y=x^3-x^2$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3

Câu 38: Biết $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên ¡ . Giá trị của $\int_1^3[1+f(x)]dx$ bằng

A. 10. **B.** 8. **C.** $\frac{26}{3}$. **D.** $\frac{32}{3}$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x)=(x+1)f'(x)$ là

A. $\frac{x+4}{2\sqrt{x^2+4}}+C$. **B.** $\frac{x-4}{\sqrt{x^2+4}}+C$. **C.** $\frac{x^2+2x-4}{2\sqrt{x^2+4}}+C$. **D.** $\frac{2x^2+x+4}{\sqrt{x^2+4}}+C$.

Câu 40: Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là $800ha$. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên $1400ha$?

A. Năm 2029. **B.** Năm 2028. **C.** Năm 2048. **D.** Năm 2049.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30^0. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{43\pi a^2}{3}$. **B.** $\frac{19\pi a^2}{3}$. **C.** $\frac{19\pi a^2}{9}$. **D.** $13\pi a^2$.

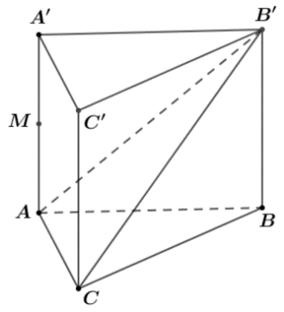
Câu 42: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{x+3}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)$ là

A. $(3;6]$. **B.** $(3;6)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $[3;6)$.

Câu 43: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1;2;3;4;5;6;7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{13}{35}$. **C.** $\frac{9}{35}$. **D.** $\frac{2}{7}$.

Câu 44: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của AA' (tham khảo hình vẽ).



Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

Câu 45: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a và O là tâm của đáy. Gọi M,N,P,Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB,SBC,SCD,SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O. Thể tích khối chóp $S'MNPQ$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{9}$. **B.** $\frac{20\sqrt{2}a^3}{81}$. **C.** $\frac{40\sqrt{2}a^3}{81}$. **D.** $\frac{10\sqrt{2}a^3}{81}$.

Câu 46: Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

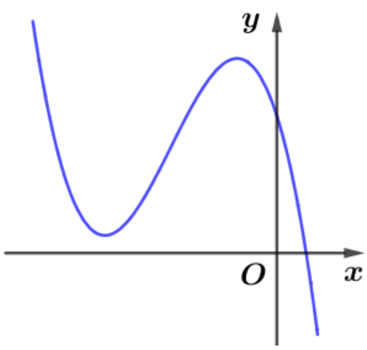
Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=x^2\left[f(x+1)\right]^4$

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 5.

Câu 47: Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x+y.4^{x+y-1}\geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+4x+2y$ bằng

A. $\frac{33}{8}$. **B.** $\frac{9}{8}$. **C.** $\frac{21}{4}$. **D.** $\frac{41}{8}$.

Câu 48: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\left(a,b,c,d\in \mathbb{R}\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d?

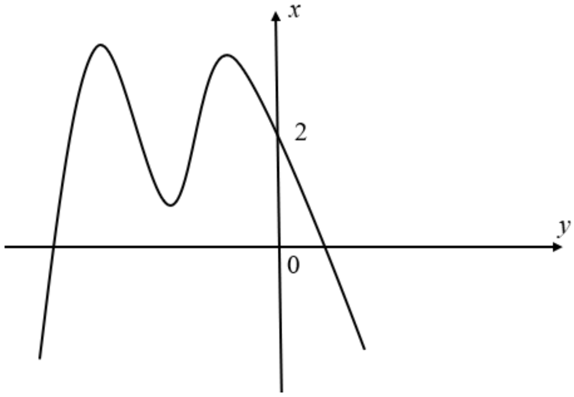


A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 49: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 255 số nguyên y thỏa mãn $\log_3\left(x^2+y\right)\geq\log_2\left(x+y\right)$?

A. 80. **B.** 79. **C.** 157. **D.** 158

Câu 50: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x^2f\left(x\right)\right)=2$ là:

A. 6. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 9.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.C	4.B	5.C	6.B	7.B	8.D	9.C	10.A
11.B	12.A	13.B	14.B	15.C	16.A	17.D	18.C	19.A	20.D
21.B	22.A	23.D	24.C	25.A	26.D	27.A	28.A	29.B	30.C
31.B	32.B	33.D	34.C	35.C	36.A	37.D	38.A	39.B	40.A
41.B	42.A	43.B	44.D	45.B	46.C	47.D	48.C	49.D	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y=\log_4 x$ là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $\left[0;+\infty\right)$. **C.** $\left(0;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x>0$.

Câu 2: Cho hình trụ có bán $r=7$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 42π. **B.** 147π. **C.** 49π. **D.** 21π.

Lời giải

Chọn A

$S_{xq}=2\pi rl=42\pi$.

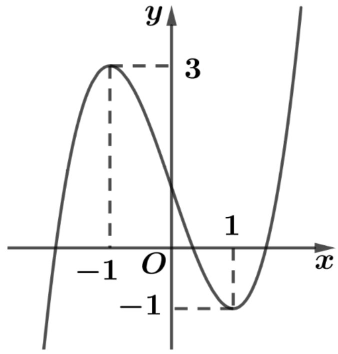
Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-4}{3}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{-2}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{u_2}=(4;-2;3)$. **B.** $\vec{u_4}=(4;2;-3)$. **C.** $\vec{u_3}=(3;-1;-2)$. **D.** $\vec{u_1}=(3;1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 4: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ là:

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với đường thẳng $y=2$.

Dựa vào đồ thị ta có phương trình có ba nghiệm phân biệt.

Câu 5: Biết $\int_2^3 f(x)\,dx=6$. Giá trị của $\int_2^3 2f(x)\,dx$ bằng.

A. 36. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $\int_2^3 2f(x)\,dx=2\int_2^3 f(x)\,dx=12.$.

Câu 6: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3x+1}{x-1}$ là:

A. $y=\frac{1}{3}$. **B.** $y=3$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3x+1}{x-1}=3$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3x+1}{x-1}=3$ nên $y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(8;1;2)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0;1;0)$. **B.** $(8;0;0)$. **C.** $(0;1;2)$. **D.** $(0;0;2)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(8;1;2)$ trên trục Ox là $(8;0;0)$.

Câu 8: Nghiệm của phương trình $3^{x+2}=27$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $3^{x+2}=27 \Leftrightarrow 3^{x+2}=3^3 \Leftrightarrow x+2=3 \Leftrightarrow x=1$.

Câu 9: Cho khối nón có bán kính đáy $r=2$ và chiều cao $h=4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

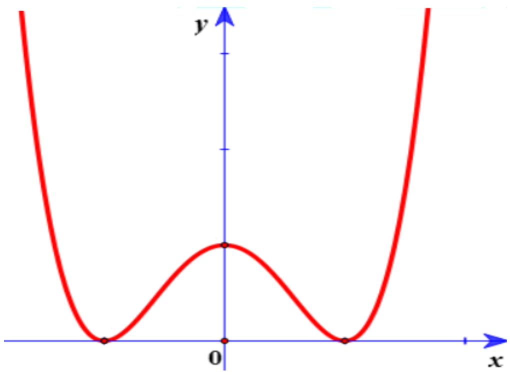
A. 8π. **B.** $\frac{8\pi}{3}$. **C.** $\frac{16\pi}{3}$. **D.** 16π.

Lời giải

Chọn C

Ta có $V=\frac{1}{3}.r^2.\pi.h=\frac{1}{3}.2^2.\pi.4=\frac{16\pi}{3}$.

Câu 10: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình vẽ, ta thấy đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên loại các đáp án B và **C.**

Mặt khác, ta thấy $\lim_{x\to+\infty}\left(x^4-2x^2+1\right)=+\infty$ nên chọn đáp án **A.**

Câu 11: Với a,b là hai số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{a^4} b$ bằng

A. $4+\log_a b$. **B.** $\frac{1}{4}\log_a b$. **C.** $4+\log_a b$. **D.** $\frac{1}{4}+\log_a b$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{a^4} b = \dfrac{1}{4}\log_a b$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

A. 4. **B.** 32. **C.** 16. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Bán kính của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$ là $R = \sqrt{16} = 4$.

Câu 13: Số phức liên hợp của số phức $z = 3 - 5i$ là

A. $\bar{z} = -3 - 5i$. **B.** $\bar{z} = 3 + 5i$. **C.** $\bar{z} = -3 + 5i$. **D.** $\bar{z} = 3 - 5i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z = 3 - 5i \Rightarrow \bar{z} = 3 + 5i$.

Câu 14: Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 3; 7. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 7. **B.** 42. **C.** 12. **D.** 14.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $V = 2.3.7 = 42$.

Câu 15: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 8$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 24. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $V = \dfrac{1}{3}Bh = \dfrac{1}{3}.3.8 = 8$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;0)$. **B.** $(-3;3)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-3;0)$ và $(3;+\infty)$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-3	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2.

Câu 18: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 4$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_2 bằng

A. 64. **B.** 81. **C.** 12. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$u_2 = u_1.q = 4.3 = 12$.

Câu 19: Cho khối cầu có bán kính r = 2. Thể tích của khối cầu bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$. **B.** 16π. **C.** 32π. **D.** $\frac{8\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi 2^3 = \frac{32}{3}\pi$

Câu 20: Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-1;2)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần thực của z bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D

Câu 21: $\int x^5 dx$ bằng

A. $5x^4 + C$. **B.** $\frac{1}{6}x^6 + C$. **C.** $x^6 + C$. **D.** $6x^6 + C$.

Lời giải

Chọn B

Câu 22: Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2) = 2$ là

A. $x = 11$. **B.** $x = 10$. **C.** $x = 7$. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > 2$

Phương trình tương đương với $x-2=3^2 \Leftrightarrow x=11$

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-3}=1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng qua ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ (với $abc \neq 0$) có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

Câu 24: Có bao nhiêu cách xếp 8 học sinh thành một hàng dọc?

A. 8. **B.** 1. **C.** 40320. **D.** 64.

Lời giải

Chọn C

Số cách xếp 8 học sinh thành một hàng dọc là $8!=40320$ (cách)

Câu 25: Cho hai số phức $z_1=1-3i$ và $z_2=3+i$. Số phức z_1+z_2 bằng.

A. $4-2i$. **B.** $-4+2i$. **C.** $4+2i$. **D.** $-4-2i$.

Lời giải

Chọn A

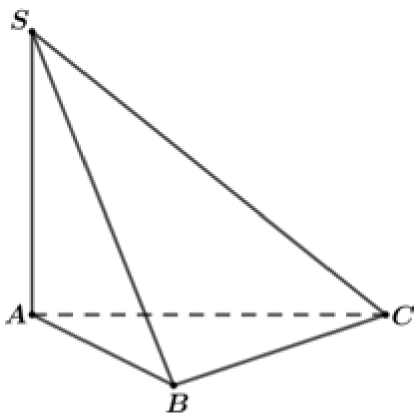
Ta có: $z_1+z_2=1-3i+3+i=4-2i$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$; $BC=a\sqrt{2}$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Góc giữa đường thẳng SC và đáy bằng

A. 90^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 30^0.

Lời giải

Chọn D



Ta có : Góc SC và đáy là góc $\widehat{SCA}$.

Xét tam giác SCA vuông tại A có:

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{3}$

$\tan \widehat{SCA} = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{a}{a\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SCA} = 30^0$.

Câu 27: Cho hai số a và b là hai số thực dương thỏa mãn $9^{\log_3(a^2b)} = 4a^3$. Giá trị của biểu thức ab^2 bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $9^{\log_3(a^2b)} = 4a^3 \Leftrightarrow 3^{\log_3(a^2b)^2} = 4a^3 \Leftrightarrow (a^2b)^2 = 4a^3 \Leftrightarrow ab^2 = 4$.

Câu 28: Trong gian gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;-2;2)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $x+2y-2z+5=0$. **B.** $3x-2y+2z-17=0$.

C. $3x-2y+2z+17=0$. **D.** $x+2y-2z-5=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng nhận vectơ nhận $(1;2;-2)$ là vectơ pháp tuyến và đáp án cần chọn là **A.**

Câu 29: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 33x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. -72. **B.** $-22\sqrt{11}$. **C.** -58. **D.** $22\sqrt{11}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 33 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{11} \in [2;19] \\ x = -\sqrt{11} \notin [2;19] \end{array}\right.$.

Khi đó ta có $f(2) = -58$, $f(\sqrt{11}) = -22\sqrt{11}$, $f(19) = 6232$. Vậy $f_{\min} = f(\sqrt{11}) = -22\sqrt{11}$.

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-1} < 8$ là

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Từ phương trình ta có $x^2 - 1 < 3 \Leftrightarrow -2 < x < 2$.

Câu 31: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 3$ và $y = x - 3$ bằng

A. $\dfrac{125\pi}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{125}{6}$. **D.** $\dfrac{\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2-3=x-3 \Leftrightarrow x^2-x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$.

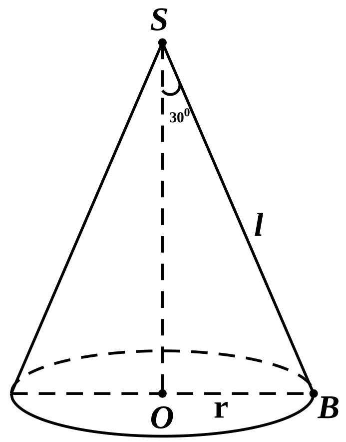
Diện tích hình phẳng: $S=\int_0^1\left|\left(x^2-3\right)-(x-3)\right|dx=\int_0^1\left|x^2-x\right|dx=\dfrac{1}{6}$.

Câu 32: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 4 và góc ở đỉnh bằng 60^0. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $\dfrac{64\sqrt{3}\pi}{3}$. **B.** 32π. **C.** 64π. **D.** $\dfrac{32\sqrt{3}\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có Góc ở đỉnh bằng $60^0 \Rightarrow \widehat{OSB}=30^0$.

Độ dài đường sinh: $l=\dfrac{r}{\sin 30^0}=\dfrac{4}{\frac{1}{2}}=8$.

Diện tích xung quanh hình nón: $S_{xq}=\pi r l=\pi.4.8=32\pi$.

Câu 33: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2-4z+13=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $1-z_0$ là

A. $M(3;-3)$. **B.** $P(-1;3)$. **C.** $Q(1;3)$ **D.** $N(-1;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z^2-4z+13=0 \Leftrightarrow z=2\pm 3i$. Vậy $z_0=2+3i \Rightarrow 1-z_0=-1-3i$.

Điểm biểu diễn của $1-z_0$ trên mặt phẳng tọa độ là: $N(-1;-3)$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R có bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=0$, $f'(x)$ không xác định tại $x=-2; x=1; x=2, x=3$. Nhưng có 2 giá trị $x=-2; x=2$ mà qua đó $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm nên hàm số đã cho có 2 điểm cực đại.

Câu 35: Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(1;1;0), B(1;0;1), C(3;1;0)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là:

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{1}$. **B.** $\frac{z+1}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{1}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng đi qua $A(1;1;0)$, song song với BC nên nhận $\overrightarrow{BC}=(2;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương do đó có phương trình là: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-1}$.

Câu 36: Cho hai số phức $z=1+3i$ và $w=1+i$. Môđun của số phức $z.\overline{w}$ bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 20. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $w=1+i \Rightarrow \overline{w}=1-i$

$z.\overline{w}=(1+3i)(1-i)=4+2i$

Từ đây ta suy ra: $|z.\overline{w}|=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$.

Câu 37: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^2+3x$ và đồ thị hàm số $y=x^3-x^2$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

$$x^3-x^2=-x^2+3x \Leftrightarrow x^3-3x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{3} \end{array}\right.$$

Câu 38: Biết $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên ¡ . Giá trị của $\int_1^3 [1+f(x)]dx$ bằng

A. 10. **B.** 8. **C.** $\frac{26}{3}$. **D.** $\frac{32}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_1^3 [1+f(x)]dx = (x+F(x))\Big|_1^3 = (x+x^2)\Big|_1^3 = 12-2=10.$

Câu 39: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x)=(x+1)f'(x)$ là

A. $\dfrac{x+4}{2\sqrt{x^2+4}}+C$. **B.** $\dfrac{x-4}{\sqrt{x^2+4}}+C$. **C.** $\dfrac{x^2+2x-4}{2\sqrt{x^2+4}}+C$. **D.** $\dfrac{2x^2+x+4}{\sqrt{x^2+4}}+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}} \Rightarrow f'(x)=\dfrac{x'.\sqrt{x^2+4}-\left(\sqrt{x^2+4}\right)'.x}{x^2+4}$

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{\sqrt{x^2+4}-\dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}}.x}{x^2+4}=\frac{\dfrac{x^2+4-x^2}{\sqrt{x^2+4}}}{x^2+4}=\frac{4}{\left(\sqrt{x^2+4}\right)^3}$$

Suy ra: $g(x)=(x+1)f'(x)=x.f'(x)+f'(x)$

$\int g(x)dx=\int[x.f'(x)+f'(x)]dx=\int x.f'(x)dx+\int f'(x)dx$

$=\int \dfrac{4x}{\left(\sqrt{x^2+4}\right)^3}dx+\int f'(x)dx$

Xét: $I=\int \dfrac{4x}{\left(\sqrt{x^2+4}\right)^3}dx$

Đặt $t=x^2+4 \Rightarrow dt=2xdx$

Suy ra: $I=\int \dfrac{2dt}{\left(\sqrt{t}\right)^3}=\int \dfrac{2dt}{t^{\frac{3}{2}}}=2\int t^{-\frac{3}{2}}dt=2\dfrac{t^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}}+C_1=\dfrac{-4}{\sqrt{t}}+C_1=\dfrac{-4}{\sqrt{x^2+4}}+C_1$

và: $J=\int f'(x)dx=f(x)+C_2$

Vậy: $\int g(x)dx=\dfrac{-4}{\sqrt{x^2+4}}+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}}+C=\dfrac{x-4}{\sqrt{x^2+4}}+C$.

Cách 2: $g(x)=(x+1)f'(x)$

$\Rightarrow \int g(x)dx=\int(x+1)f'(x)dx$

Đặt: $\begin{cases} u=x+1 \\ dv=f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=dx \\ v=f(x) \end{cases}$

Suy ra: $\int g(x)dx=(x+1)f(x)-\int f(x)dx=\dfrac{(x+1)x}{\sqrt{x^2+4}}-\int\dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}}dx$

$=\dfrac{x^2+x}{\sqrt{x^2+4}}-\int\dfrac{d(x^2+4)}{2\sqrt{x^2+4}}=\dfrac{x^2+x}{\sqrt{x^2+4}}-\sqrt{x^2+4}+C=\dfrac{x-4}{\sqrt{x^2+4}}+C$.

Câu 40: Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là $800ha$. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên $1400ha$?

A. Năm 2029. **B.** Năm 2028. **C.** Năm 2048. **D.** Năm 2049.

Lời giải

Chọn A

Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là $800ha$. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước nên sau n (năm) diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là $800.(1+6\%)^n$ với $n \in$ ¥ .

Ta có $800.(1+6\%)^n \geq 1400 \Leftrightarrow 1,06^n \geq \dfrac{7}{4} \Leftrightarrow n \geq \log_{1,06}\dfrac{7}{4} \approx 9,60402$.

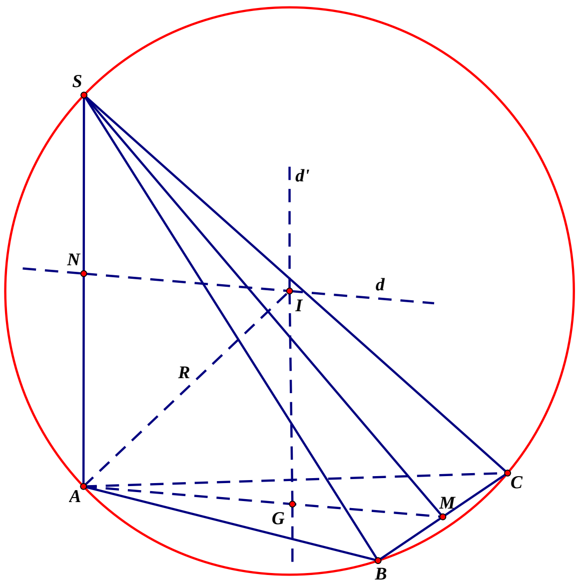
Vì $n \in$ ¥ nên giá trị nhỏ nhất thỏa mãn là $n = 10$.

Vậy: kể từ sau năm 2019, năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên $1400ha$ là năm 2029.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30^0. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{43\pi a^2}{3}$. **B.** $\dfrac{19\pi a^2}{3}$. **C.** $\dfrac{19\pi a^2}{9}$. **D.** $13\pi a^2$.

Lời giải



Chọn B

Gọi M là trung điểm của đoạn BC.

N là trung điểm của đoạn SA.

G là trọng tâm ΔABC.

Gọi d' là đường thẳng đi qua trọng tâm G của ΔABC và vuông góc với mặt phẳng đáy.

d là đường trung trực của đoạn thẳng SA.

Từ đó suy ra tâm I của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là giao điểm của hai đường thẳng d và d'.

Suy ra: bán kính mặt cầu $R = AI$.

Ta có: ΔABC đều cạnh $2a$ $\Rightarrow AM = 2a.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ và $AG = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy là góc $\widehat{SMA} = 30^0$

$\tan\widehat{SMA} = \dfrac{SA}{AM} \Rightarrow SA = AM.\tan 30^0 = a\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{3} = a$.

Suy ra: $AN = \dfrac{a}{2}$.

Do đó: $R = AI = \sqrt{AN^2 + NI^2} = \sqrt{AN^2 + AG^2} = \sqrt{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{57}}{6}$

Vậy diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là:

$S = 4\pi.R^2 = 4\pi.\left(\dfrac{\sqrt{57}}{6}\right)^2 = \dfrac{19\pi a^2}{3}$.

Câu 42: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x+3}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)$ là

A. $(3;6]$. **B.** $(3;6)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $[3;6)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi: $x + m \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -m$.

$y = \dfrac{x+3}{x+m} \Rightarrow y' = \dfrac{m-3}{(x+m)^2}$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)$ khi và chỉ khi: $\begin{cases} y' > 0, \forall x \in (-\infty;-6) \\ -m \notin (-\infty;-6) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m - 3 > 0 \\ -m \in [-6;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ -m \geq -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m \leq 6$.

Vậy: $m \in (3;6]$.

Câu 43: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1;2;3;4;5;6;7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{13}{35}$. **C.** $\frac{9}{35}$. **D.** $\frac{2}{7}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = A_7^4$.

Để chọn được số thỏa mãn bài toán, ta có các trường hợp:

+ Trường hợp số được **chọn có đúng** 1 **chữ số lẻ:**

Chọn chữ số lẻ trong 4 **số lẻ: có** 4 **cách.**

Xếp các chữ số lấy được có $4!$ cách.

Trường hợp này có $4 \cdot 4! = 96$ cách.

+ Trường hợp số được **chọn có** 2 **chữ số lẻ và** 2 **chữ số chẵn.**

Lấy ra 2 chữ số lẻ và 2 chữ số chẵn có $C_4^2 \cdot C_3^2$ cách.

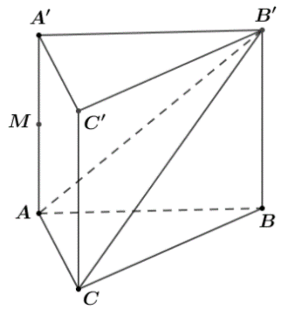
Xếp các chữ số chẵn có 2 cách, tiếp theo xếp 2 chữ số lẻ vào 3 vị trí ngăn cách bởi các số chẵn có A_3^2 cách.

Suy ra trường hợp này có $C_4^2 \cdot C_3^2 \cdot 2 \cdot A_3^2 = 216$ cách.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố $96 + 216 = 312$

Xác suất của biến cố $P = \frac{312}{A_7^4} = \frac{13}{35}$.

Câu 44: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của AA' (tham khảo hình vẽ).

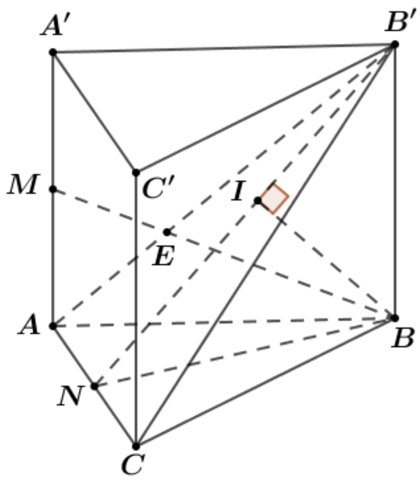


Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

Lời giải

Chọn D



Trong $(ABB'A')$, gọi E là giao điểm của BM và AB'. Khi đó hai tam giác EAM và $EB'B$ đồng dạng. Do đó

$$\frac{d(M,(AB'C))}{d(B,(AB'C))}=\frac{EM}{EB}=\frac{MA}{BB'}=\frac{1}{2}\Rightarrow d(M,(AB'C))=\frac{1}{2}\cdot d(B,(AB'C)).$$

Từ B kẻ $BN\perp AC$ thì N là trung điểm của AC và $BN=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, $BB'=a$.

Kẻ $BI\perp B'N$ thì $d(B,(AB'C))=BI=\frac{BB'\cdot BN}{\sqrt{BB'^2+BN^2}}=\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

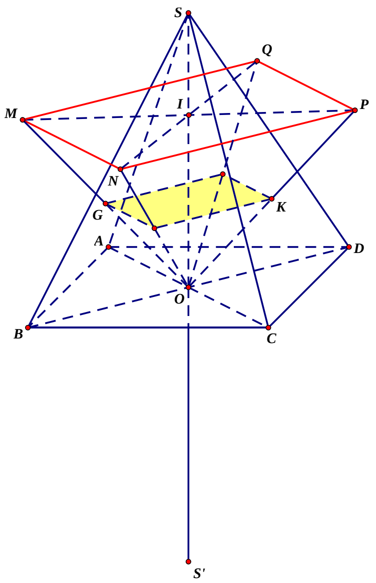
Vậy $d(M,(AB'C))=\frac{1}{2}\cdot d(B,(AB'C))=\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

Câu 45: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a và O là tâm của đáy. Gọi M,N,P,Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB,SBC,SCD,SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O. Thể tích khối chóp $S'MNPQ$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{9}$. **B.** $\frac{20\sqrt{2}a^3}{81}$. **C.** $\frac{40\sqrt{2}a^3}{81}$. **D.** $\frac{10\sqrt{2}a^3}{81}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $SO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Gọi G, K lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và tam giác SCD.

Suy ra $MP = 2GK = \dfrac{4}{3}a$, tương tự $NQ = \dfrac{4}{3}a$.

$\Rightarrow S_{MNPQ} = \dfrac{8}{9}a^2$.

Ta có $(MNPQ)//(ABCD)$

$d\left(M,(ABCD)\right) = 2d\left(G,(ABCD)\right) = \dfrac{2}{3}SO = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

$\Rightarrow d\left((MNPQ),(ABCD)\right) = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$

$\Rightarrow d\left(S',(MNPQ)\right) = S'O + \dfrac{a\sqrt{2}}{3} = \dfrac{5a\sqrt{2}}{6}$

$\Rightarrow V_{S'MNPQ} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{5a\sqrt{2}}{6}.\dfrac{8a^2}{9} = \dfrac{20\sqrt{2}a^3}{81}$.

Câu 46: Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^2\left[f(x+1)\right]^4$

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

$g'(x)=2x[f(x+1)]^4+4x^2[f(x+1)]^3.f'(x+1)=2x[f(x+1)]^3.[f(x+1)+2x.f'(x+1)]$

$g'(x)=0$ ta được

+ **TH1:** $x=0$

+ **TH2:** $f(x+1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a<-2\\x=b\in(-2;-1)\\x=c\in(-1;0)\\x=d>0\end{array}\right.$

+ **TH3:** $f(x+1)+2x.f'(x+1)=0$.

Từ bảng biến thiên ta có hàm số thỏa mãn là $f(x)=-5x^4+10x^2-2$

$\Rightarrow f(x+1)+2x.f'(x+1)=0\Leftrightarrow h(x)=f(x+1)+2(x+1).f'(x+1)-2f'(x+1)=0$

Với $t=x+1$ ta có: $h(t)=-5t^4+10t^2-2+2t(-20t^3+20t)-2(-20t^3+20t)=0$

$\Leftrightarrow -45t^4+40t^3+50t^2-40t-2=0$

Lập bảng biến thiên ta suy ra có 4 nghiệm $t\Rightarrow 4$ nghiệm x

Vậy có 9 cực trị.

Câu 47: Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x+y.4^{x+y-1}\ge 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+4x+2y$ bằng

A. $\dfrac{33}{8}$. **B.** $\dfrac{9}{8}$. **C.** $\dfrac{21}{4}$. **D.** $\dfrac{41}{8}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2x+y.4^{x+y-1}\ge 3\Leftrightarrow(2x-3).4^{-x}+y.4^{y-1}\ge 0\Leftrightarrow 2y.2^{2y}\ge(3-2x)2^{3-2x}$ (1)

Xét TH $3-2x\le 0\Leftrightarrow x\ge\dfrac{3}{2}$. (1) đúng với mọi giá trị $\begin{cases}x\ge\dfrac{3}{2}\\y\ge 0\end{cases}\Rightarrow P=x^2+y^2+4x+2y\ge\dfrac{33}{4}$

(2)

Xét TH $3-2x>0\Leftrightarrow 0\le x<\dfrac{3}{2}$.

Xét hàm số $f(t)=t.2^t$ với $t\ge 0$

$\Rightarrow f'(t)=2^t+t.2^t.\ln 2>0$ với mọi $t\ge 0$

(1) $\Leftrightarrow f(2y)\ge f(3-2x)$

$\Leftrightarrow 2y\ge 3-2x$

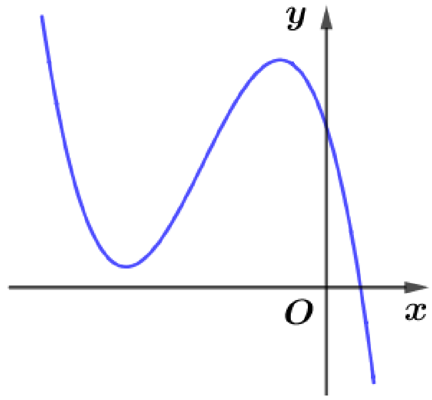
$\Leftrightarrow y\ge\dfrac{3}{2}-x$

$\Rightarrow P=x^2+y^2+4x+2y\ge x^2+\left(\dfrac{3}{2}-x\right)^2+4x+(3-2x)=2x^2-x+\dfrac{21}{4}$

$$\Rightarrow P = 2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{41}{8} \geq \frac{41}{8} \ (3)$$

So sánh (2) và (3) ta thấy GTNN của P là $\frac{41}{8}$ khi $x = \frac{1}{4}, y = \frac{5}{4}$

Câu 48: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \left(a, b, c, d \in \mathrm{R}\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?



A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Dựa vào đồ thị ta thấy $a < 0$

Hàm số có 2 cực trị âm nên $\begin{cases} \Delta'_{y'} > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 9ac > 0 \\ -\dfrac{2b}{3a} < 0 \\ \dfrac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0 \end{cases}$

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $\left(0; d\right)$ nên $d > 0$

Vậy có đúng 1 số dương trong các số a, b, c, d.

Câu 49: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 255 số nguyên y thỏa mãn $\log_3\left(x^2 + y\right) \geq \log_2\left(x + y\right)$?

A. 80. **B.** 79. **C.** 157. **D.** 158

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_3\left(x^2 + y\right) \geq \log_2\left(x + y\right) \Leftrightarrow x^2 + y \geq 3^{\log_2(x+y)} \Leftrightarrow x^2 + y \geq \left(x + y\right)^{\log_2 3} \ (1)$

Đk: $x + y \geq 1$ (do $x, y \in$ ¢ , $x + y > 0$)

Đặt $t = x + y \geq 1$, nên từ $(1) \Rightarrow x^2 - x \geq t^{\log_2 3} - t \ \ (2)$

Để $\left(1 \right)$ không có quá 255 nghiệm nguyên y khi và chỉ khi bất phương trình $\left(2 \right)$ có không quá 255 nghiệm nguyên dương t.

Đặt $M=f\left(255 \right)$ với $f\left(t \right)={{t}^{{{\log }_{2}}3}}-t$.

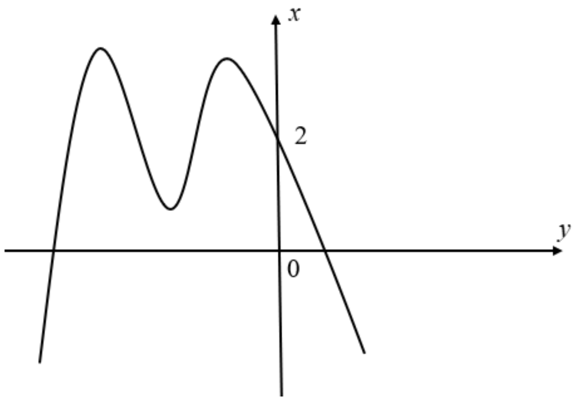
Vì f là hàm đồng biến trên $\left[1,+\infty \right)$ nên $\left(2 \right)\Leftrightarrow 1\le t\le {{f}^{-1}}\left({{x}^{2}}-x \right)$ khi ${{x}^{2}}-x\ge 0$.

Vậy $\left(2 \right)$ có không quá 255 nghiệm nguyên $\Leftrightarrow {{f}^{-1}}\left({{x}^{2}}-x \right)\le 255\Leftrightarrow {{x}^{2}}-x\le 255$

$\Leftrightarrow -78\le x\le 79\,\,\left(x\in ¢ \right)$.

Vậy có 158 số nguyên x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50: Cho hàm số $y=f\left(x \right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f\left({{x}^{2}}f\left(x \right) \right)=2$ là:

A. 6. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f\left({{x}^{2}}f\left(x \right) \right)=2\Rightarrow \left[\begin{array}{l} {{x}^{2}}f\left(x \right)=0 \\ {{x}^{2}}f\left(x \right)=a<0 \\ {{x}^{2}}f\left(x \right)=b<0 \\ {{x}^{2}}f\left(x \right)=c<0 \end{array} \right.$.

Xét phương trình: ${{x}^{2}}f\left(x \right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f\left(x \right)=0 \end{array} \right.$ mà $f\left(x \right)=0$ có hai nghiệm$\Rightarrow {{x}^{2}}.f\left(x \right)=0$ có ba nghiệm.

Xét phương trình: ${{x}^{2}}f\left(x \right)=a<0$

Do ${{x}^{2}}\ge 0$; $x=0$ không là nghiệm của phương trình$\Rightarrow f\left(x \right)=\dfrac{a}{{{x}^{2}}}<0$

Xét $g\left(x \right)=\dfrac{a}{{{x}^{2}}}\Rightarrow {g}'\left(x \right)=\dfrac{-2a}{{{x}^{3}}}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	||	$+$
$g(x)$	$0 \searrow -\infty$	||	$-\infty \nearrow 0$

Từ bảng biến thiên với $f(x) < 0 \Rightarrow f(x) = \dfrac{a}{x^2}$ có 2 nghiệm.

Tương tự: $x^2 f(x) = b$ và $x^2 f(x) = c$ $(b, c < 0)$ mỗi phương trình cũng có hai nghiệm.

Vậy số nghiệm của phương trình $f\left(x^2 f(x)\right) = 2$ là 9 nghiệm.