

Simulación

Capítulo 1 Simulación de Eventos Discretos

Universidad Politécnica Salesiana
Facultad de Ingenierías

Sede Matriz Cuenca

Esquema de Contenidos

⇒ Introducción

⇒ Sistemas Modelos y Control

⇒ Desarrollo del Modelo

⇒ Experimentación y Optimización

Esquema de Contenidos

⇒ Introducción

⇒ Sistemas Modelos y Control

⇒ Desarrollo del Modelo

⇒ Experimentación y Optimización

Introducción (1)

⇒ Con la llegada de los ordenadores en la década de los 50's, se han desarrollado una serie de herramientas analíticas.

⇒ Estas herramientas han impactado de forma positiva en diversas áreas de la ciencia.

⇒ Una de estas herramientas es precisamente la simulación

⇒ Las aplicaciones de la simulación son muy extensas: Economía, Finanzas, Sistemas de inventarios, Análisis y evaluación de inversiones, Sistemas de Colas, etc.

Introducción (2)

⇒ Un poco de historia y conceptos:

⇒ El verbo **simular** hoy en día se usa para **definir al** viejo **arte de crear modelos**.

⇒ **En el año 1940, John Von Neumann y Stanislaw Marcin Ulam acuñan el término “Análisis de Monte Carlo” para aplicarlo a una técnica matemática que usaban en ese entonces en la resolución de ciertos problemas de protección nuclear, que eran o demasiado costosos para resolverse experimentalmente o de enorme complejidad para un tratamiento analítico.**

Introducción (3)

⇒ Un poco de historia y conceptos:

⇒ El **análisis de Monte Carlo** involucraba la solución de un problema matemático, no probabilístico mediante la simulación de un proceso estocástico, cuyos momentos o distribuciones de probabilidad satisfacen las relaciones matemáticas del problema no probabilístico.

⇒ Se denomina **proceso estocástico** a toda variable que evoluciona a través del tiempo de forma total o parcialmente aleatoria.

Introducción (4)

⇒ Un poco de historia y conceptos:

⇒ **Distribución de probabilidad de una variable aleatoria** es una función que **asigna a cada suceso** definido sobre **la** variable aleatoria **la probabilidad de que dicho suceso ocurra**.

⇒ **Sistema formal:** **artificio matemático compuesto de** **símbolos que se unen entre sí formando cadenas**. Estas cadenas **pueden ser manipuladas por reglas para producir otras cadenas**.

Introducción (5)

⇒ Definiciones de Simulación:

⇒ C. West Churchman:

➤ “X simula a Y” sí y solo sí:

□ X e Y son sistemas formales.

□ Y se considera como sistema real.

□ X se toma como una aproximación del sistema real.

□ Las reglas de validez en x no están exentas de error.

⇒ Shubik (una de las más populares):

➤ La simulación de un sistema (o un organismo) es la aplicación de un modelo (simulador), el cual representa al sistema. Este modelo puede sujetarse a manipulaciones que serían imposibles de realizar, demasiado costosas o

impracticables.

Introducción (6)

⇒ Definiciones de Simulación:

⇒ R. E. Shannon:

⇒ “La simulación es el proceso de diseñar un modelo de un sistema real y llevar a término experiencias con él, con la finalidad de comprender el comportamiento del sistema o evaluar nuevas estrategias -dentro de los límites impuestos por un cierto criterio o un conjunto de ellos - para el funcionamiento del sistema”

Esquema de Contenidos

⇒ Introducción

⇒ Sistemas Modelos y Control

⇒ Desarrollo del Modelo

⇒ Experimentación y Optimización

Sistemas, Modelos y Control (1)

- ⇒ Según la definición de Puleo, un **sistema** es “un **conjunto de entidades** caracterizadas por ciertos atributos, que tienen relaciones entre sí y están localizadas dentro de cierto ambiente, de acuerdo con un cierto objetivo”.
- ⇒ Una **entidad** constituye la esencia de algo y por lo tanto es un concepto básico.
- ⇒ Los **atributos** determinan las **propiedades de una entidad** al distinguirlas por la característica de estar **presentes de forma cualitativa o cuantitativa**.
- ⇒ Los **atributos cuantitativos** tienen dos percepciones: la **Dimensión y la Magnitud**.

Sistemas, Modelos y Control (2)

⇒ La **dimensión** es una **percepción que no cambia y que identifica al atributo**, para lo cual **se usa sistemas de medida tales como CGS (Sistema Cegesimal de Unidades), MKS (Metro, Kilogramo, Segundo).**

⇒ Ejemplos de dimensión son: **kilogramo, tamaño, sexo, color, etc.**

⇒ La **magnitud** es la **percepción que varía y que determina la intensidad del atributo en un instante de tiempo t .**

⇒ Ejemplos de magnitud son: **30 Kg, 20 empleados, etc.**

Sistemas, Modelos y Control (3)

⇒ Un problema posee diversas soluciones, que dependerán de los diferentes valores que pueden tomar sus variables de entrada.

⇒ Por ejemplo, un físico busca describir el comportamiento de la naturaleza, es decir, hallar las leyes que ligan los diversos fenómenos que la conforma, siendo unos causa y otros efecto.

⇒ Por ello, se emplea para este efecto los Modelos.

Sistemas, Modelos y Control (4)

- ⇒ En términos generales, un **modelo** es “una **manera de proceder cuando tratamos de comprender las realidades del mundo que nos rodea**”.
- ⇒ Como **primer paso** para solucionar un problema, debemos encontrar la forma de describir la parte de la realidad en que reside el problema.
- ⇒ Un **modelo científico** es: “una **representación abstracta, conceptual, gráfica o visual, física, matemática, de fenómenos, sistemas o procesos a fin de analizar, describir, explicar, simular** - en general, **explorar, controlar y predecir- esos fenómenos o procesos**”

Sistemas, Modelos y Control (5)

⇒ Clasificación de los modelos de acuerdo a su grado de abstracción:

- Modelos Mentales
- Modelos Simbólicos
Modelos Matemáticos
Modelos Verbales
- Modelos Físicos
Modelos Icónicos
Modelos Analógicos

Sistemas, Modelos y Control (6)

⇒ Modelos matemáticos y físicos:

- **Modelos Físicos:**

Aquellos en los que los atributos de las entidades del sistema se representan por medidas físicas (voltaje, velocidad, etc.). Las actividades del modelo se reflejan en las leyes físicas.

- **Modelos Matemáticos:**

Aquellos donde las entidades del sistema y sus atributos se representan mediante variables matemáticas. Las actividades se describen mediante funciones matemáticas que interrelacionan las variables.

Sistemas, Modelos y Control (7)

⇒ Los modelos matemáticos se subclasifican en:

- **Cuantitativos:** Aquel cuyos principales símbolos representan números. Son de gran utilidad en los negocios.
- **Cualitativos:** Aquel cuyos símbolos representan en su mayoría Cualidades no numéricas. Una fuente importante es la teoría de conjuntos.
- **Probabilísticos:** Aquellos que se basan en la estadística y probabilidades (incorporan incertidumbres que por lo general acompañan las observaciones de eventos reales).

Sistemas, Modelos y Control (8)

⇒ Los modelos matemáticos se subclasifican en:

- **Determinístico:** Corresponde a aquel modelo cuantitativo que no contiene consideraciones probabilísticas.
- **Descriptivo:** Cuando el modelo describe una situación del mundo real en términos matemáticos, descripción que puede emplearse para exponer una situación con mayor claridad.
- **Optimizador:** Corresponde al modelo ideado para seleccionar entre varias alternativas, de acuerdo a determinados criterios, la más óptima.

Sistemas, Modelos y Control (9)

⇒ Observaciones a tener en cuenta:

- Los modelos de cualquier clase, sin importar su refinamiento o exactitud, pueden ser poco prácticos si no están respaldados con datos confiables.
- Si se distorsionan las estimaciones, la solución obtenida, pese a ser óptima en un sentido matemático, será de calidad inferior a la del sistema real.
- Por lo expuesto, la disponibilidad de datos puede tener un impacto directo en la precisión del modelo.

Sistemas, Modelos y Control (10)

⇒ Observaciones a tener en cuenta:

- La recopilación de datos puede ser la parte más complicada para determinar un modelo.
- No se puede sugerir un conjunto de reglas para realizar el proceso de recolección de datos.

Esquema de Contenidos

⇒ Introducción

⇒ Sistemas Modelos y Control

⇒ Desarrollo del Modelo

⇒ Experimentación y Optimización

Desarrollo del Modelo (1)

⇒ Dentro del desarrollo de una simulación se pueden distinguir las siguientes etapas:

• **Formulación del Problema** . - Determina el objeto de la simulación. Se deben especificar claramente estos elementos:

- ❑ Resultados que se esperan del simulador
- ❑ Plan de experimentación
- ❑ Tiempo disponible
- ❑ Variables de interés
- ❑ Tipo de perturbaciones a estudiar
- ❑ Tratamiento estadístico de los resultados
- ❑ Complejidad del interfaz del simulador
- ❑ Etc.

Desarrollo del Modelo (2)

⇒ Dentro del desarrollo de una simulación se pueden distinguir las siguientes etapas:

- **Definición del sistema** . - El sistema que se simulará debe estar definido perfectamente. Se debe establecer donde estará la frontera de interacción entre el sistema a estudiar y el medioambiente.
- **Formulación del modelo** . - En esta etapa se capturan los aspectos relevantes del sistema real. Estos aspectos dependen de la formulación del problema.
- **Colección de datos** . - La naturaleza y la cantidad de datos se determinan por la formulación del problema y del modelo. Pueden ser obtenidos de registros históricos, experimentos en laboratorio o mediciones realizadas en el sistema real.

Desarrollo del Modelo (3)

⇒ Dentro del desarrollo de una simulación se pueden distinguir las siguientes etapas:

- **Implementación del modelo en el ordenador** . - Se implementa el modelo a través de un lenguaje de programación/simulación.
- **Verificación** . - En esta etapa se verifica que no se hayan cometido errores durante la implementación del modelo. Se usan herramientas de ejecución por pasos (*debugging*).
- **Diseño de experimentos** . - Se especifica las características de los experimentos a realizar: tiempo de arranque, tiempo de simulación y número de simulaciones. No se debe incluir la elaboración del conjunto de alternativas a probar para seleccionar la mejor, ya que esto es tarea de la optimización.

Desarrollo del Modelo (4)

⇒ Dentro del desarrollo de una simulación se pueden distinguir las siguientes etapas:

- **Experimentación** . - En esta etapa se realizan simulaciones de acuerdo al diseño previo. Se recolectan y procesan los resultados.
- **Interpretación** . - Se analiza la sensibilidad del modelo con respecto a los parámetros con mayor incertidumbre.
- **Implementación** . - Se entrega la solución al cliente y se lo capacita en su uso.
- **Documentación** . - Elaboración de documentación técnica y manuales de uso.

Desarrollo del Modelo (5)

⇒ Modelado

- Definición: Proceso de construcción de un modelo. Un modelo es una representación de un objeto, sistema o idea.
- Utilidad de los modelos:
 - Pensamiento . - Ordenar y completar el conocimiento de un sistema real.
 - Comunicación . - Elimina la ambigüedad para comunicarse con expertos.
 - Entrenamiento e instrucción . - Se puede usar para entrenar con costo y riesgo casi nulos.
 - Predicción . - Un modelo permite predecir la conducta del sistema real.
 - Experimentación . - Permite hacer experimentación segura y a bajo coste.

Desarrollo del Modelo (6)

⇒ Modelado

- El modelado es un arte, por ello cualquier conjunto de reglas a seguir tiene utilidad limitada para llevar a cabo esta tarea. Modelar implica la capacidad de analizar el problema, extraer características esenciales, enriquecer y elaborar el modelo hasta tener una aproximación útil.

Desarrollo del Modelo (7)

⇒ Modelado

- Los **pasos** sugeridos para realizar este proceso son:

- 1) Establecer claramente los objetivos
- 2) Analizar el sistema real
- 3) Dividir el problema en problemas simples
- 4) Buscar analogías
- 5) Considerar un ejemplo numérico específico del problema
- 6) Determinar variables de interés
- 7) Escribir datos obvios
- 8) Escribir ecuaciones teóricas o empíricas que describen fenómenos presentes y relacionan variables de interés
- 9) Si se tiene un modelo manejable enriquecerlo, caso contrario simplificarlo

Desarrollo del Modelo (8)

⇒ Ejercicio en clase:

- Emplear el programa del “juego de la vida” de John Conway para realizar el siguiente proceso de simulación:

- ▢ Determinar las variables que rigen el sistema
- ▢ Diseñar un plan de simulación que permita llegar a una configuración en que los autómatas celulares no varíen
- ▢ Diseñar un plan de pruebas automatizado, es decir, que sea controlado por el ordenador y que permita lanzar una batería de experimentos.
- ▢ Recopilar los resultados de estos planes.
- ▢ Dirección Web del Juego de la Vida:

<http://www.bitstorm.org/gameoflife/>

Simulación

Software de Simulación

Presentación por:

Diego Fernando Quisi Peralta

2020

Contenidos

- Características del Software de Simulación
- Tipos de Lenguajes
- Modelado y Codificación

Características del Software de Simulación

- Cuando se selecciona un software para realizar simulación es importante tener en mente los siguientes aspectos [1]:

1. Capacidades generales
2. Consideraciones de HW y SW
3. Animaciones y gráficos dinámicos
4. Características estadísticas
5. Documentación y soporte para el usuario del software de simulación
6. Reportes, gráficos que genera el software de simulación

- 1. Capacidades generales [1]:
 - La principal característica que debe tener un software de simulación es la flexibilidad. Los siguientes ítems representan aspectos propios de la flexibilidad:
 - ✓ Capacidad para definir y cambiar los atributos de las entidades y las variables globales, a fin de usarlas para procesos de toma de decisiones.
 - ✓ Posibilidad de usar expresiones y funciones matemáticas.
 - ✓ Habilidad para crear nuevos modelos y modificar los existentes.

- 1. Capacidades generales [1]:
 - La principal característica que debe tener un software de simulación es la flexibilidad. Los siguientes ítems representan aspectos propios de la flexibilidad:
 - ✓ **Facilidad de uso** (**interfaces gráficas** de usuario).
 - ✓ **Capacidad de depuración** (**seguimiento de entidades a ver si el proceso de simulación es correcto, observar el estado del modelo en cualquier instante de tiempo, establecer el valor de las variables** a fin de hacer que eventos poco probables puedan ocurrir).

- 1. Capacidades generales [1]:
 - La principal característica que debe tener un software de simulación es la flexibilidad. Los siguientes ítems representan aspectos propios de la flexibilidad:
 - ✓ La rapidez en la ejecución del modelo de simulación es un factor importante para determinado tipo de aplicaciones.
 - ✓ Capacidad de importar datos de otras aplicaciones.
 - ✓ Posibilidad de guardar la simulación en un estado determinado y continuarla luego.
 - ✓ El costo del software es otro aspecto fundamental.

- 2. Requerimientos de HW y SW [1]:
 - Plataformas para las que está disponible el SW.
 - Recursos que necesita el SW (RAM, procesador, espacio en disco).
 - Sistemas operativos para los que está disponible.
 - Si el SW soporta varias plataformas, que sea compatible a través de ellas.

- 3. Animación y gráficos dinámicos [1]:
 - Habilidad para generar gráficos y animaciones.
 - En una animación los objetos principales son representados en la pantalla por iconos que cambian dinámicamente de posición y estado.
 - Existen 2 tipos de animación: concurrentes y post-procesadas:
 - Las concurrentes muestran la animación a medida que avanza la simulación.
 - Las post-procesadas muestran la animación una vez que ha finalizado la simulación.

- 4. Características Estadísticas [1]:
 - Si el software no posee características estadísticas buenas, no se podrá obtener un buen resultado de simulación:
 - ♦ Debe tener un buen generador de números pseudo-aleatorios. La “fuente de aleatoriedad” debe ser representada en el modelo de simulación por una distribución de probabilidad.
 - ♦ El software debe permitir que el usuario configure el “performance” de las medidas para recolectar datos, en lugar de producir “montones” de datos que no son de interés para el usuario.

- 5. Documentación y soporte para el usuario del software de simulación [1]:
- El proveedor de SW de simulación debe brindar servicio de capacitación que se adapte a las necesidades de los consumidores.
- El soporte de usuario es fundamental en caso de encontrar “bugs” en el SW.
- La documentación es otro aspecto de gran interés.
- Debe existir información muy detallada de la forma en que se construyen los modelos.

- 6. Reportes, gráficas que genera el software de simulación [1]:
- Los reportes que genera el sistema son una de las principales fuentes para el análisis y toma de decisiones.
- Debe permitirse ajustar los reportes de acuerdo a las necesidades del usuario.
- Es fundamental que los reportes muestres diversos posibles escenarios de forma compacta.
- Las gráficas de correlaciones e histogramas son un insumo importante para analizar los datos y sus relaciones.

Tipos de Lenguajes

Tipos de Lenguajes [3]:

- Básicamente existen dos tipos de herramientas para llevar a cabo una simulación: simuladores y lenguajes de simulación.
- **La simulación visual interactiva** es una técnica que permite la creación gráfica de modelos de simulación y permite mostrar por pantalla dinámicamente el sistema simulado y la interacción con el usuario.
 - Algunos simuladores de tipo visual son: SIMFACTORY, PROMODEL, ARENA, WITNESS, FIX DEMACS.

Tipos de Lenguajes [3]:

- Otro enfoque que siguen las herramientas de simulación es el de **sistemas híbridos**, que combinan la flexibilidad de los lenguajes de simulación y facilidad de uso de un simulador como son ARENA y QUEST.
- Los lenguajes de simulación y los simuladores deben adoptar una de las siguientes estrategias:
 - 1. Enfoque de modelado basado en eventos** . - En la orientación Basada en Eventos (ES) se rige a un calendario y ejecución de subrutinas (eventos) que como consecuencia programan la ejecución de otras subrutinas.

Tipos de Lenguajes [3]:

- Los lenguajes de simulación y los simuladores deben adoptar una de las siguientes estrategias:
 1. **Enfoque de modelado basado en eventos** . - Los segmentos de programa se usan para definir los eventos del modelo. Una vez que se inicializa el modelo, se analiza los tiempos de ocurrencia de eventos y se avanza el reloj de simulación hacia el tiempo en el que ocurrirá el próximo evento.
 2. **Enfoque de modelado basado en actividades** . - En la orientación basada en Seguimiento de Actividades (SA) un segmento de programa es empleado para definir cada actividad en que

Tipos de Lenguajes [3]:

- Los lenguajes de simulación y los simuladores deben adoptar una de las siguientes estrategias:
 - 2. Enfoque de modelado basado en actividades .**
 - las entidades se ven involucradas y las condiciones bajo las cuales debe ejecutarse dicha actividad.
 - 3. Enfoque de modelado basado en procesos .**
 - La orientación basada en Interacción de Procesos (IP) es desarrollada desde el punto de vista las entidades (transacciones) que fluyen en el sistema. Bajo este esquema las entidades se clasifican en transacciones o clientes, servidores o recursos (entidades permanentes o entidades temporales).

Tipos de Lenguajes:

- En [4] se propone la siguiente **clasificación de las herramientas de simulación**:
 - **Lenguajes de programación de propósito general** (por ejemplo: **Java, C++**, Fortran, etc.)
 - **Lenguajes de simulación** (por ejemplo: **EOSimulator, DesmoJ**, etc.)
 - **Simuladores o paquetes de simulación** (por ejemplo: **ARENA, PROMODEL**, etc.)

Modelado y Codificación

Tipos de Lenguajes [5]:

- En este curso se tratarán dos herramientas OpenSource: DesmoJ y SimPy.
- Algunas características de **DesmoJ** son:
 - **Librería OpenSource** para SED (Simulación de Eventos Discretos)
 - **Desarrollada por la Universidad de Hamburgo en Java.**
 - **Soporta enfoque de interacción de procesos y eventos discretos en 2 fases.**

Tipos de Lenguajes [5]:

- Introducción al **modelado** en DesmoJ:
 - **Model** . - Es el **modelo principal y puede contener submodelos**. Operaciones abstractas: *init()*, *doInitialSchedules()*
 - **Entity** . - Son las **entidades del modelo**. Poseen **una prioridad numérica**.
 - **Event** . - Pueden ser **internos o externos**. Se **crean de forma dinámica durante la simulación**. Operaciones abstractas: *eventRoutine()*/*eventRoutine(Entity e)*

Tipos de Lenguajes [5]:

- Introducción al **modelado** en DesmoJ:
 - **SimProcess** . - Los procesos modelan el ciclo de vida de una entidad.
Están implementados sobre un hilo (Thread).
Es hijo de la clase Entity.
Operaciones abstractas: *lifeCycle()*.
Primitivas: *passivate()*, *activate()*,
hold(SimTime s).

Tipos de Lenguajes [5]:

- Introducción a la **ejecución** en DesmoJ:
 - **Experiment** . - Clase que se encarga de ejecutar a los modelos. Posee un calendario (*Scheduler*) y un manejador de streams (*DistributionManager*). Al finalizar una ejecución genera: reporte, tracer, archivo de errores y un archivo de depuración (debug).
 - **Scheduler** . - Calendario mixto de eventos y procesos. Es capaz de ejecutar modelos híbridos.

Referencias

Referencias

[1] Tsinghua University Press. Simulation Software.

Recuperado: 11-abril-2014. URL:

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn/Resource/tsyz/026164-01.pdf>

[2] Urquhart M., “Herramientas para Simulación a Eventos Discretos”. Recuperado: 11-abril-2014. URL:

<http://www.fing.edu.uy/inco/cursos/simulacion/archivos/clases/clase15bweb.pdf>

[3] “Lenguajes de propósito General, lenguajes de Simulación y Simuladores”, Recuperado: 25-abril-2014. URL:

<http://www.itescam.edu.mx/principal/sylabus/fpdb/recursos/r94297.PDF>

[4] Discrete-event system simulation. Banks, J., Carson, J., Nelson, B., Nicol, D. (2001) Prentice Hall.

[5] Herramientas para simulación a eventos discretos.

Recuperado: 11-abril-2014. URL:

<http://www.fing.edu.uy/inco/cursos/simulacion/>

Fin de la Presentación

Preguntas?

Modelos matemáticos y predicciones

➤ EL modelo lineal

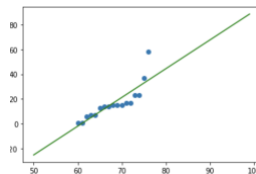
La regresión lineal es un **algoritmo de aprendizaje supervisado que se utiliza en Machine Learning y en estadística**. En su versión más sencilla, lo que haremos es «dibujar una recta» que nos indicará la tendencia de un conjunto de datos continuos.

Recordemos rápidamente la fórmula de la recta:

$$Y = mX + b$$

Donde **Y** es el resultado, **X** es la variable, **m** la **pendiente** (o coeficiente) de la recta y **b** la **constante** o también conocida como el «punto de corte con el eje Y» en la gráfica (cuando $X=0$).

De la ecuación de la recta $y = mX + b$ nuestra pendiente «m» es el coeficiente y el término independiente «b».



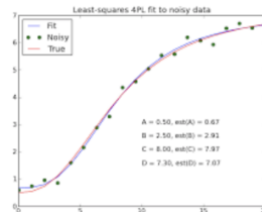
➤ El modelo logístico

El modelo logístico se ha **utilizado** ampliamente **para describir el crecimiento de una población**. Una **infección puede describirse como el crecimiento de la población de un agente patógeno**, por lo que un modelo logístico parece razonable. La expresión más genérica de una función logística es:

$$f(x, a, b, c) = \frac{c}{1 + e^{-(x-b)/a}}$$

En esta fórmula, tenemos la variable x que es el tiempo y tres parámetros: a , b , c .

- **a** se refiere a la **velocidad de infección**
- **b** es el **día** en que ocurrieron las **infecciones máximas**
- **c** es el **número total de personas infectadas registradas al final de la infección**



➤ Modelo exponencial

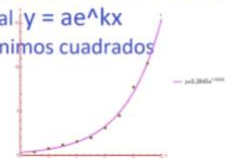
Mientras que el modelo logístico describe un crecimiento de infección que se detendrá en el futuro, el modelo exponencial **describe un crecimiento de infección imparables**. Por ejemplo, si un paciente infecta a 2 pacientes por día, después de 1 día tendremos 2 infecciones, 4 después de 2 días, 8 después de 3 y así sucesivamente.

Curva de ajuste para una función tipo exponencial: $y = ae^{kx}$ usando mínimos cuadrados

$$f(x, a, b, c) = a \cdot e^{b(x-c)}$$

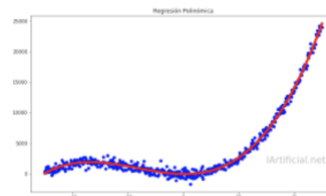
➤ Modelo polinomial

Predicción de una variable de respuesta cuantitativa a partir de una variable predictora cuantitativa, donde la relación se modela como una función polinomial de orden n (esto significa que pueden tener de diferentes exponenciales o grados y se debe ir probando)



Se puede tener una ecuación con diferentes grados

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n + \varepsilon$$



El modelo epidémico de SIR

Una **descripción matemática** simple de la propagación de una enfermedad en una población es el llamado **modelo SIR**, que **divide la población** (fija) de N individuos en tres "compartimentos" que pueden variar en función del tiempo, t :

- **$S(t)$** son aquellos **susceptibles pero aún no infectados con la enfermedad**;
- **$I(t)$** es el **número de individuos infecciosos**;
- **$R(t)$** son aquellas **personas que se han recuperado de la enfermedad y ahora tienen inmunidad**.

El modelo SIR **describe el cambio en la población de cada uno de estos compartimentos en términos de dos parámetros, beta y gamma**.

- **Beta** describe la **tasa de contacto efectiva de la enfermedad**: un individuo infectado entra en contacto con $\beta \cdot N$ otros individuos por unidad de tiempo (de los cuales la fracción que es susceptible a contraer la enfermedad es S/N).
- **Gamma** es la **tasa de recuperación promedio**: es decir, $1/\text{gamma}$ es el período de **tiempo promedio durante el cual una persona infectada puede transmitirlo**.

Las ecuaciones diferenciales que describen este modelo fueron derivadas primero por Kermack y McKendrick [Proc. R. Soc. A, 115, 772 (1927)]:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -\frac{\beta SI}{N}, \\ \frac{dI}{dt} &= \frac{\beta SI}{N} - \gamma I, \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I.\end{aligned}$$

R0 Grado de propagación

En una epidemia, el parámetro fundamental, del que todo depende, es R_0 . Este símbolo **se refiere al número de personas que, mede cada infectado contagia antes de convertirse en inofensivo** (bien porque está en aislamiento, hospitalizado o ha muerto).

El valor R_0 es fundamental, porque **si es grande, el contagio se alarga más rápidamente**. Si R_0 es 2, y si el tiempo medio en el que se permanece contagiados es una semana, y hay 1.000 infectados, entonces después de una semana los infectados serán 3.000 (los 1.000 del inicio más 2.000 nuevos contagiados).

Si R_0 es 5, después de una semana los infectados serán 6.000 (los 1.000 de partida más 5.000 nuevos contagiados). A este punto, el ciclo vuelve a partir, con más o menos retraso, dependiendo de cuánto tiempo un nuevo infectado emplea en convertirse a sí mismo en contagioso.

Se reconstruye la dinámica de transmisión de una enfermedad inventada con cuatro escenarios diversos:

- Sin ninguna medida de contención;
- Con la cuarentena absoluta, aunque se «escapa» algún infectado;
- Con formas de aislamiento y la distancia de seguridad entre personas que permiten salir solo a un ciudadano de cada cuatro;
- Si sale solamente un ciudadano de cada ocho. En definitiva, solo con el aislamiento se puede contener la epidemia y lograr que la respuesta sanitaria sea eficaz.

Entonces, el **número reproductivo (R_0)**: Este valor **representa el número promedio de personas que un individuo infectado puede contagiar**. Para el COVID-19, se estima que se encuentra entre 1.4 y 4 (Qun Li, 2020). Además según estimaciones de la OMS la probabilidad de fallecimiento es de 1.2% - 4.2% según