

HW2 品質管制圖分析

711378912 蔡宜誼

2025-04-21

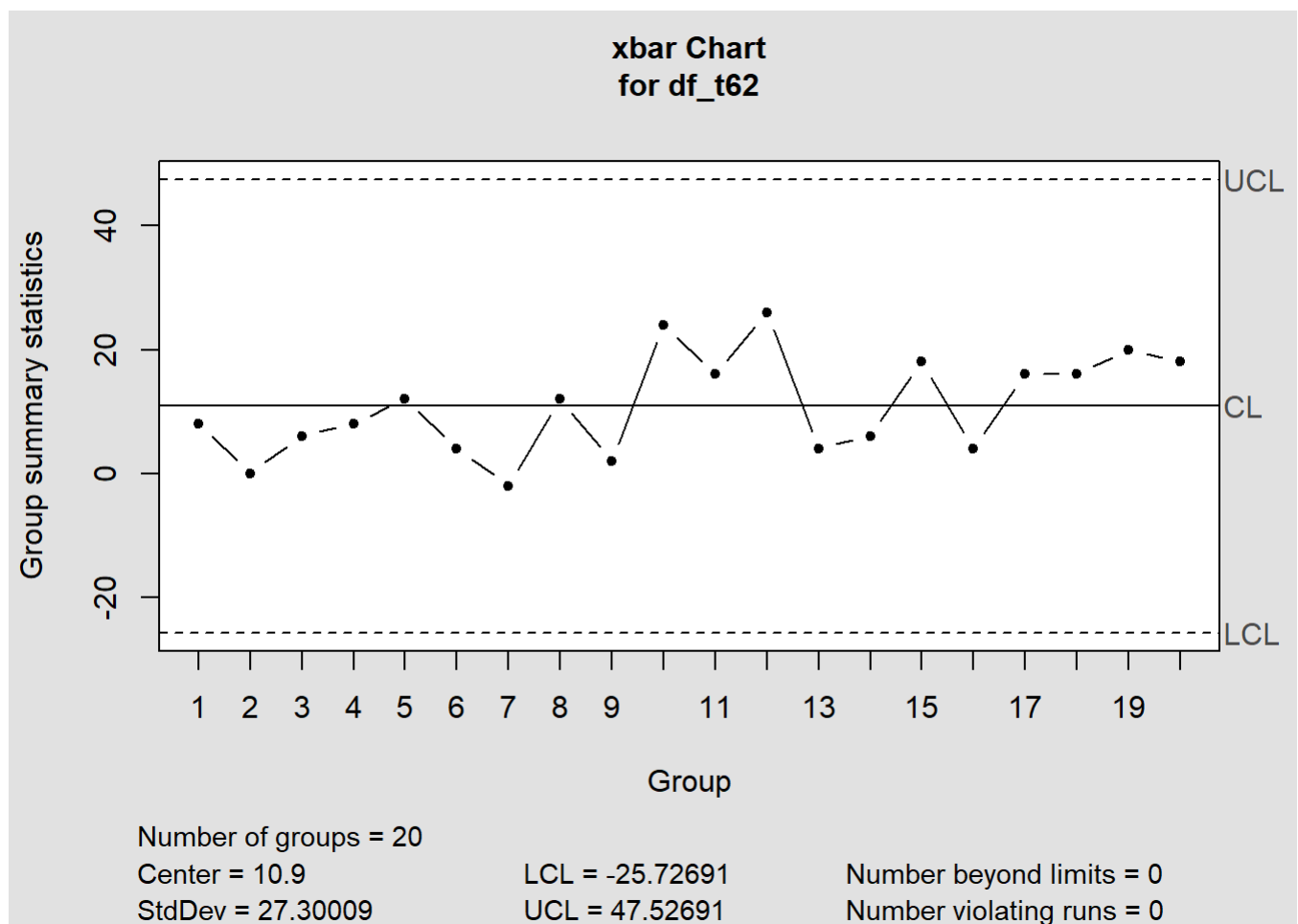
[第1大題]

> 查看資料

```
df_t62 <- read.csv("D:/NTPU_class/case_studies/code/data_set/T6-2.csv", header = TRUE)
df_t62 <- df_t62[, -1] # 去除第一欄，留下數據部分
# summary(df_t62)
# head(df_t62, 3)
```

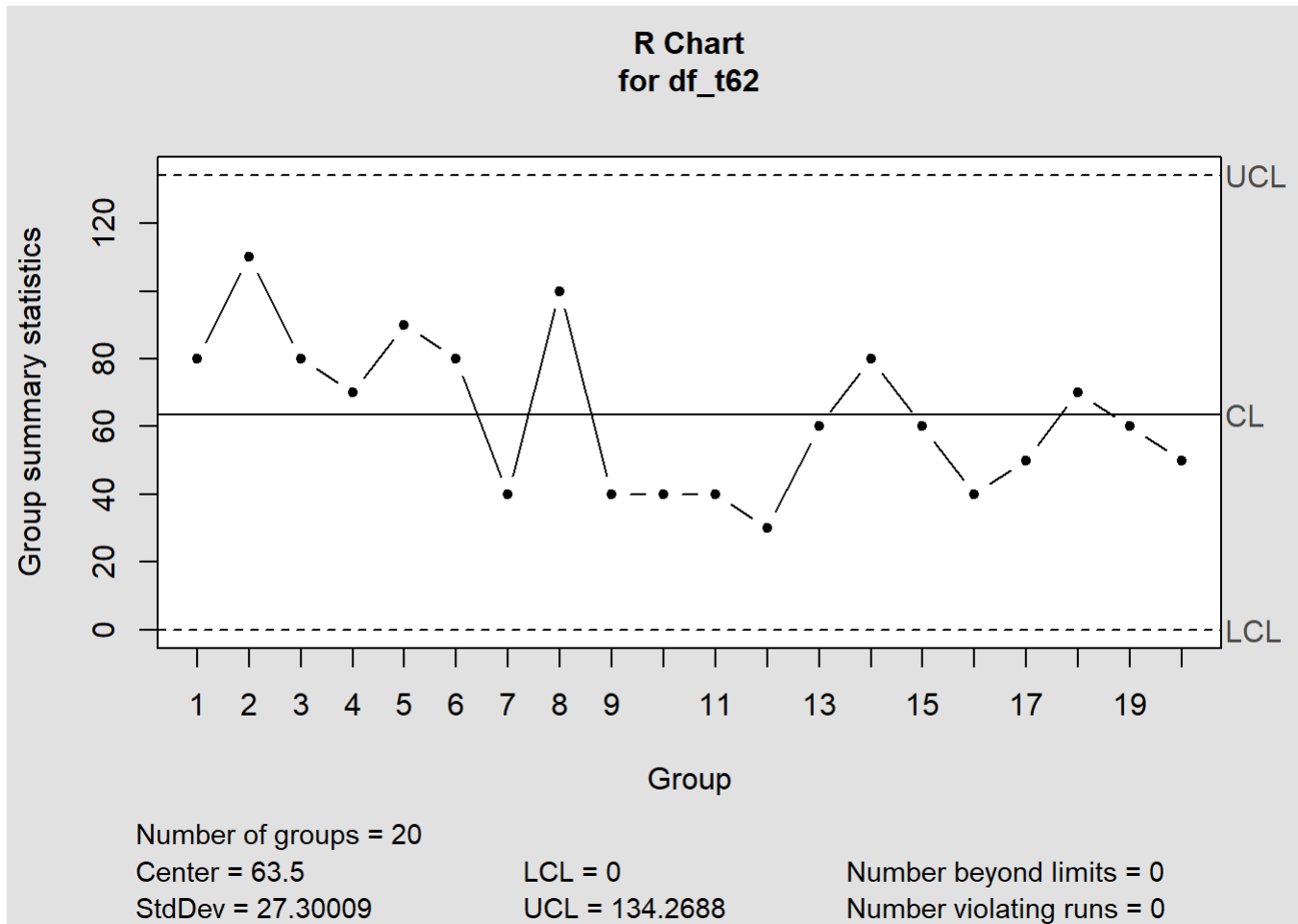
> 1 - a. 請為這個製程建立 \bar{X} 與 R 管制圖。請問製程是否在管制內？

```
# 畫出 xbar 管制圖
q_xbar_t62 <- qcc(data = df_t62, type = "xbar")
```



```
# 畫出 R 管制圖
```

```
q_R_t62 <- qcc(data = df_t62, type = "R")
```



根據管制圖分析結果：

\bar{X} 管制圖 中，各組樣本的平均值皆落於控制界限之間（LCL = -19.86，UCL = 41.52），無任何樣本超出界限，亦無持續遞增、遞減或其他異常圖形，顯示平均值變異穩定。

R 管制圖 中，各組樣本的全距亦均落於控制界限內（LCL = 0，UCL = 127.25），波動幅度無異常，未觀察到突波或趨勢性改變。

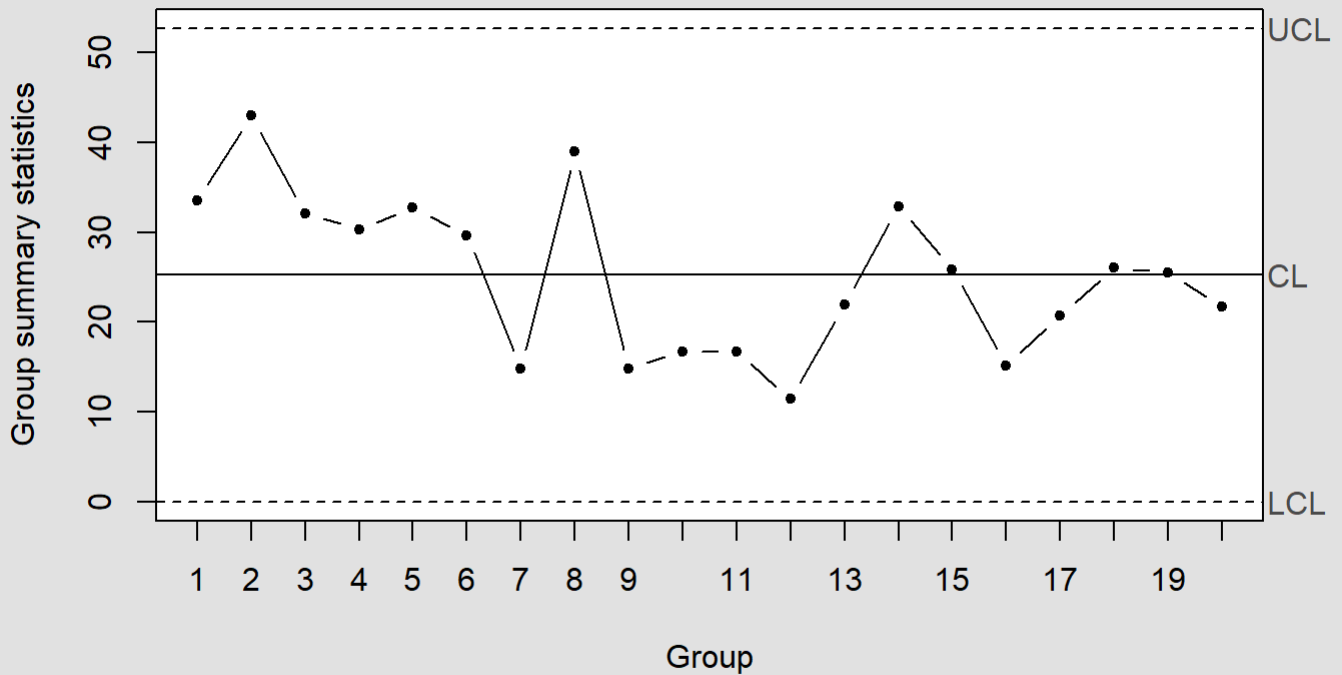
🔴 結論：該製程在平均值與波動範圍兩個面向皆未出現異常點或違規趨勢，顯示目前處於穩定狀態，可視為統計管制中，無須立即調整製程參數。

> 1 - b. 請為這個製程建立 \bar{X} 與 S 管制圖。請問製程是否顯示在統計管制內？

```
# 繪製 S 管制圖
```

```
q_S_t62 <- qcc(data = df_t62, type = "S")
```

**S Chart
for df_t62**



Number of groups = 20

Center = 25.23046

StdDev = 26.84132

LCL = 0

UCL = 52.70637

Number beyond limits = 0

Number violating runs = 0

```
# 顯示摘要資訊 (可用來觀察上下界)
summary(q_S_t62)
```

```
##
## Call:
## qcc(data = df_t62, type = "S")
##
## S chart for df_t62
##
## Summary of group statistics:
##      Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
## 11.40175 16.73320 25.68973 25.23046 32.24792 43.01163
##
## Group sample size: 5
## Number of groups: 20
## Center of group statistics: 25.23046
## Standard deviation: 26.84132
##
## Control limits:
##      LCL      UCL
##      0 52.70637
```

根據 S 管制圖與摘要統計結果分析：

- 中心線 (CL) = 25.23，代表樣本內標準差的平均值。
- 控制界線範圍為：LCL = 0，UCL = 52.71。
- 所有樣本的標準差皆落於控制界線之內，無樣本超出界限 (Number beyond limits = 0)。
- 圖形未顯示任何趨勢性變化或明顯模式，顯示樣本內的變異情況穩定。

◆ 結論：

該製程的標準差變異屬於正常隨機波動，並無顯著異常或突波情況，搭配 \bar{X} 與 R 圖結果可確定此製程目前處於統計管制狀態。

> 1 - c. 請使用全距法估計製程標準差。

```
# 將資料轉為矩陣
cf <- as.matrix(df_t62)
# 計算每一組樣本的 R 值 (最大值 - 最小值)
R <- apply(cf, 1, function(x) diff(range(x)))
# 計算 R 的平均值
R_bar <- mean(R)
# 查表值 d2, n=5 時為 2.326
d2 <- 2.326
# 用全距法估計標準差
sigma_hat <- R_bar / d2
sigma_hat
```

```
## [1] 27.30009
```

根據計算結果：

- 全距平均 $\bar{R} = 63.5$
- 查表係數 $d_2 = 2.326$ (樣本大小 $n = 5$)

代入公式：

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{63.5}{2.326} = 27.30$$

◆ 結論：

使用全距法估計的製程標準差約為 **27.30**。

> 1 - d. 如果規格為名義值 ± 100 ，請計算製程能力比率(process capability ratio, PCR), C_p

```
# 上下規格界限
USL <- 100
LSL <- -100

# 製程能力比率公式
Cp <- (USL - LSL) / (6 * sigma_hat)
Cp
```

```
## [1] 1.220997
```

根據計算結果：

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6 \times \hat{\sigma}} = \frac{200}{6 \times 27.30} \approx 1.221$$

🔴 **結論：**

此製程的能力比率 $C_p \approx 1.22$ ，**大於 1**，表示製程變異小於規格範圍，具備良好的製程能力，可滿足客戶要求。

備註：當 $C_p > 1$ 時，代表製程能力足夠；若 $C_p < 1$ 則代表製程變異太大，難以穩定在規格內。

📌 第 1 題小總結：

透過 \bar{X} 、R、S 管制圖與標準差估計分析，顯示製程波動穩定、無異常點。綜合 C_p 值大於 1，也可推論該製程能力良好，具穩定控制與滿足規格的雙重優勢。

[第2大題]

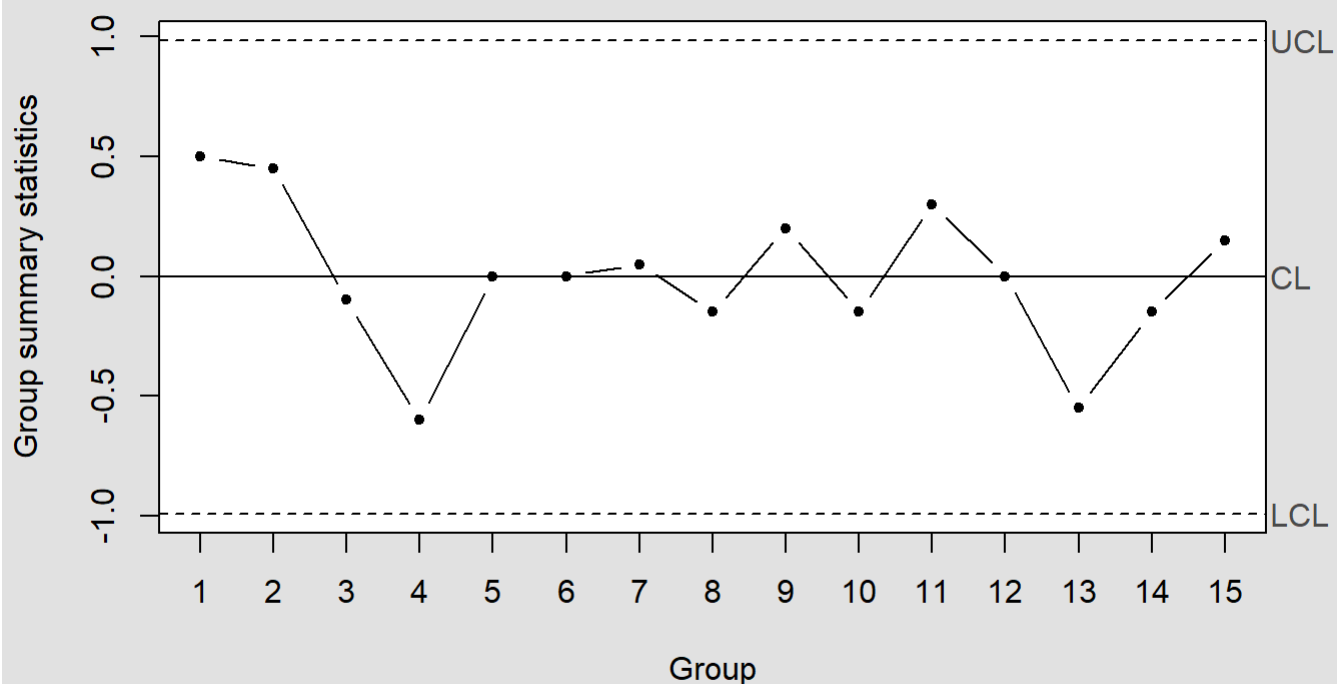
> 查看資料

```
df_t63 <- read.csv("D:/NTPU_class/case_studies/code/data_set/T6-3.csv", header = TRUE)
df_t63 <- df_t63[, -1] # 去除樣本編號欄，只留下觀測值
# summary(df_t63)
# head(df_t63, 3)
```

> 2 - a. 請為這個製程建立 \bar{X} 與 S 管制圖。請問製程是否顯示在統計管制內？如果有需要，請建構修改後的管制界線。

```
# 畫出 xbar 與 S 管制圖
q2_xbar <- qcc(data = df_t63, type = "xbar")
```

**xbar Chart
for df_t63**



Number of groups = 15

Center = -0.003333333

StdDev = 1.039636

LCL = -0.9896188

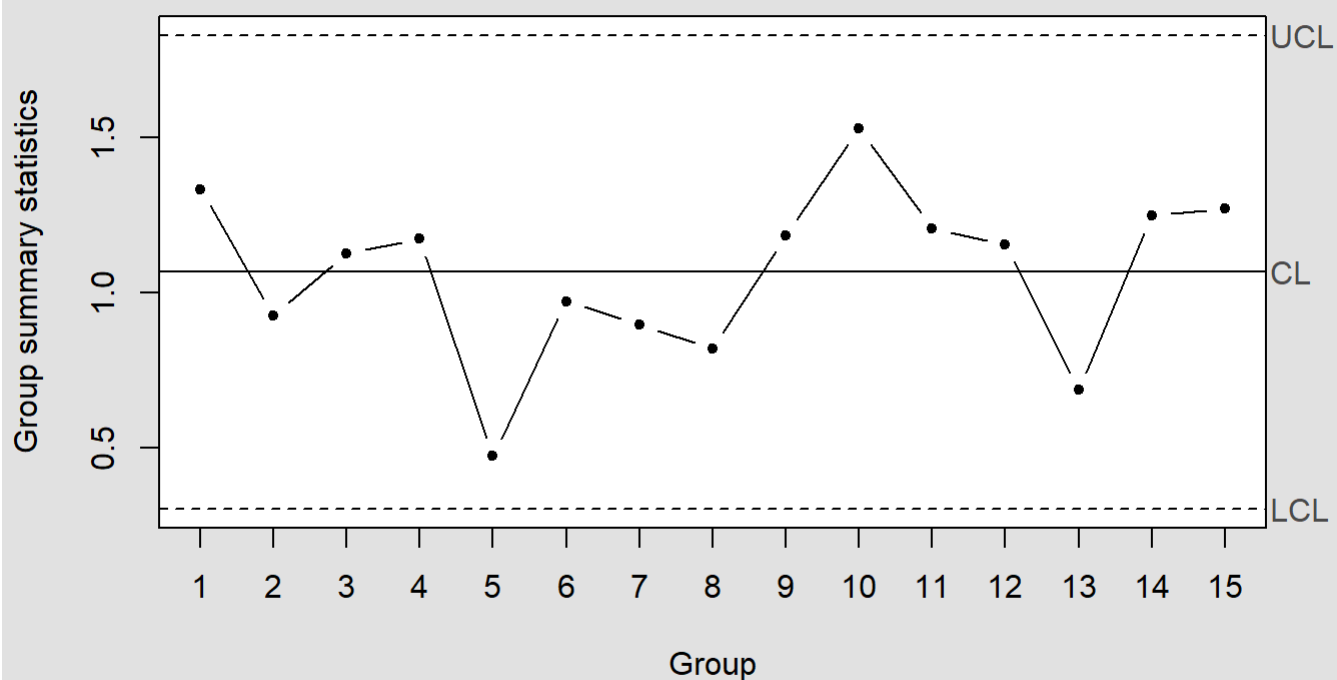
UCL = 0.9829521

Number beyond limits = 0

Number violating runs = 0

```
q2_s <- qcc(data = df_t63, type = "S")
```

**S Chart
for df_t63**



Number of groups = 15

Center = 1.06621

StdDev = 1.09618

LCL = 0.3024897

UCL = 1.82993

Number beyond limits = 0

Number violating runs = 0

```
# 顯示摘要資訊
summary(q2_xbar)
```

```
##
## Call:
## qcc(data = df_t63, type = "xbar")
##
## xbar chart for df_t63
##
## Summary of group statistics:
##      Min.    1st Qu.    Median      Mean    3rd Qu.      Max.
## -0.6000000 -0.1500000  0.0000000 -0.0033333  0.1750000  0.5000000
##
## Group sample size: 10
## Number of groups: 15
## Center of group statistics: -0.003333333
## Standard deviation: 1.039636
##
## Control limits:
##      LCL      UCL
## -0.9896188  0.9829521
```

```
summary(q2_s)
```

```
##
## Call:
## qcc(data = df_t63, type = "S")
##
## S chart for df_t63
##
## Summary of group statistics:
##      Min.    1st Qu.    Median      Mean    3rd Qu.      Max.
## 0.4714045 0.9112207 1.1547005 1.0662098 1.2273981 1.5284342
##
## Group sample size: 10
## Number of groups: 15
## Center of group statistics: 1.06621
## Standard deviation: 1.09618
##
## Control limits:
##      LCL      UCL
## 0.3024897 1.82993
```

根據圖形與統計摘要結果可得：

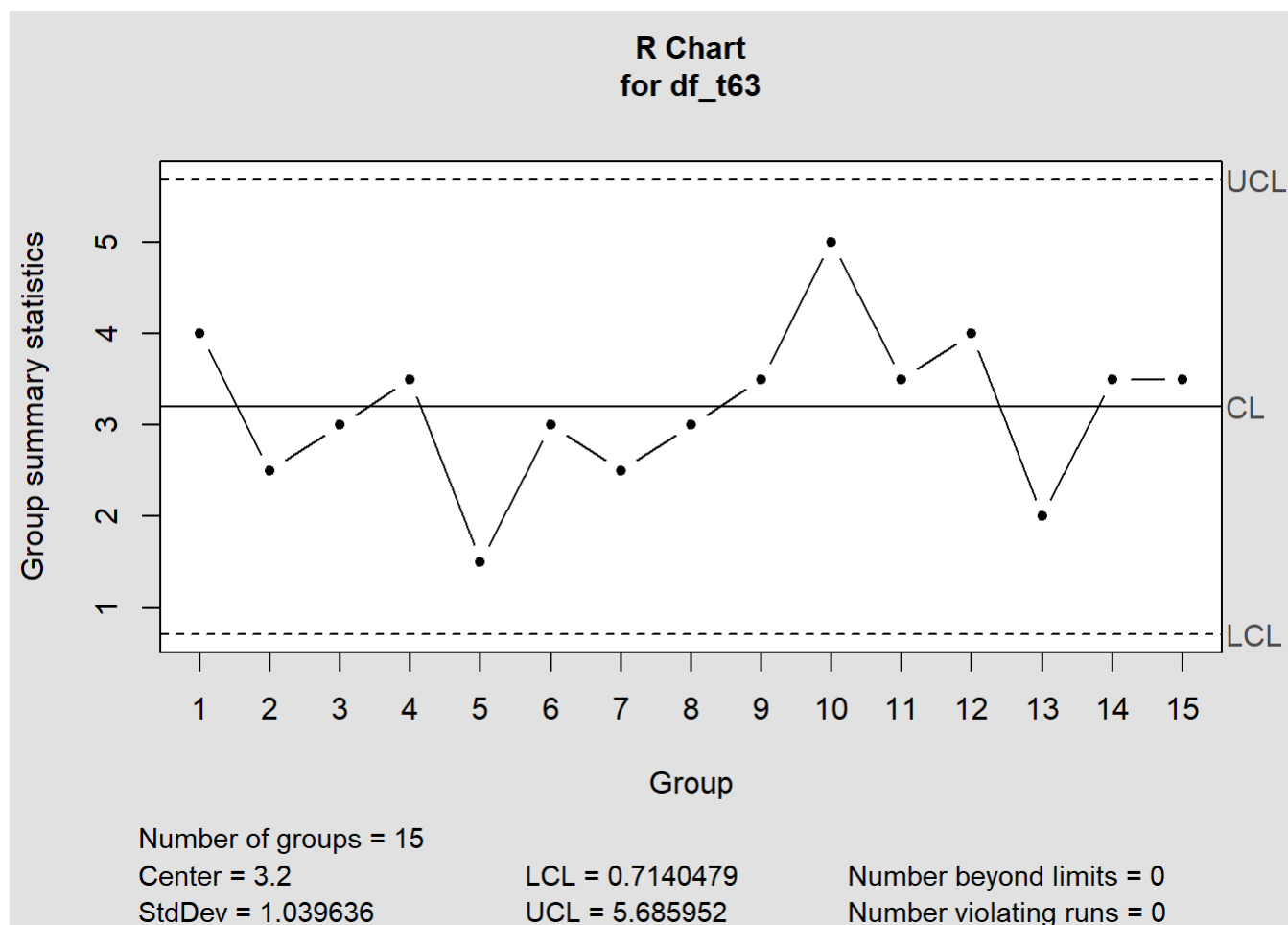
- \bar{X} 管制圖：
 - 中心線 (CL) = -0.0033
 - 控制界線為 UCL = 0.9830，LCL = -0.9897
 - 所有樣本的平均值皆位於控制界線內，Number beyond limits = 0
- S 管制圖：
 - 中心線 (CL) = 1.0662
 - 控制界線為 UCL = 1.8293，LCL = 0.3025
 - 所有樣本標準差也落在控制界線內，Number beyond limits = 0

🔴 結論：

瓶子填充高度的平均值與變異量皆穩定，製程目前處於統計管制狀態。

> 2 - b. 請建立 R 管制圖，並且與 (a) 的 S 管制圖相比較。

```
# 繪製 R 管制圖  
q2_R <- qcc(data = df_t63, type = "R")
```



```
# 顯示摘要資訊 (可選擇 echo = FALSE)  
summary(q2_R)
```



```
##
## Call:
## qcc(data = df_t63, type = "R")
##
## R chart for df_t63
##
## Summary of group statistics:
##      Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##      1.50   2.75   3.50   3.20   3.50   5.00
##
## Group sample size: 10
## Number of groups: 15
## Center of group statistics: 3.2
## Standard deviation: 1.039636
##
## Control limits:
##           LCL           UCL
## 0.7140479 5.685952
```

根據 R 管制圖的結果：

- 中心線 (CL) = 3.20
- 控制界線為 UCL = 5.69，LCL = 0.71
- 所有樣本的全距皆位於控制界線內，Number beyond limits = 0

◆ 結論：

R 管制圖與 (a) 的 S 管制圖結果一致，皆顯示製程變異穩定，無特殊異常樣本。

從實務上來看，當樣本數較大（如本題的 $n=10$ ），使用 S 管制圖會更能準確反映樣本內變異，因此在此情況下，**S 管制圖為較適合的變異分析工具**。

> 2 - c. 請建立 S^2 管制圖。

```
# 設定參數
T1 <- 100 # 製程至少觀察時間 (固定給 100)
p1 <- 0.05 # 顯著水準 (通常用 5%)

# 建立  $S^2$  管制圖
q2_s2 <- pbcc(data = df_t63, T1 = T1, p1 = p1, type = "S2")

# 顯示每個樣本的  $S^2$  值、上下界
q2_s2$statistics
```

```
## [1] 1.7777778 0.8583333 1.2666667 1.3777778 0.2222222 0.9444444 0.8027778
## [8] 0.6694444 1.4000000 2.3361111 1.4555556 1.3333333 0.4694444 1.5583333
## [15] 1.6138889
```

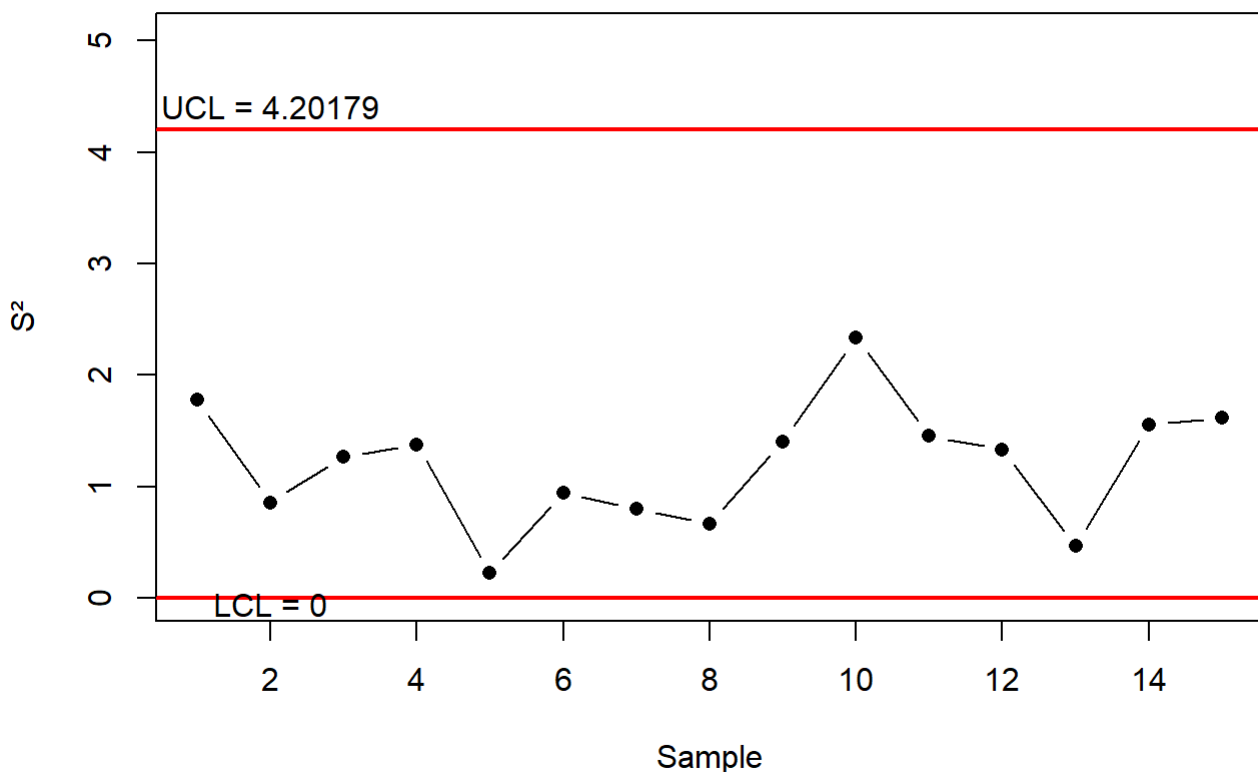
```
q2_s2$UCL
```

```
## [1] 4.201786
```

```
q2_s2$LCL
```

```
## [1] 0.1107756
```

```
# 畫圖開始
options(scipen = 999) # 避免科學記號
plot(
  q2_s2$statistics,
  type = "b",
  pch = 16,
  ylim = c(0, q2_s2$UCL[1] * 1.2), # 強制包含 UCL
  ylab = "S2", xlab = "Sample"
)
abline(h = q2_s2$UCL[1], col = "red", lwd = 2)
abline(h = 0, col = "red", lwd = 2)
text(2, q2_s2$UCL[1] * 1.05, paste("UCL =", round(q2_s2$UCL[1], 5)))
text(2, -0.05, "LCL = 0")
```



根據繪製出的變異數管制圖可得：

- 上控制界限 (UCL) = 4.20179
- 下控制界限 (LCL) = 0.11078
- 所有樣本的變異數皆位於控制界線之內，無違規點

🔴 結論：

變異數在各樣本間波動穩定，無出現異常值，表示製程內部變異穩定、受控。
搭配先前的 \bar{X} 、S 與 R 管制圖結果，可確認本製程目前處於 **統計管制狀態**。



第 2 題小總結：

本題針對瓶子填充高度進行多角度製程分析，包括 \bar{X} 、S、R、變異數等多種管制圖，皆未觀察到異常樣本或圖形。顯示此製程在平均值與變異量層面均穩定，屬於統計管制狀態。

[第3大題]

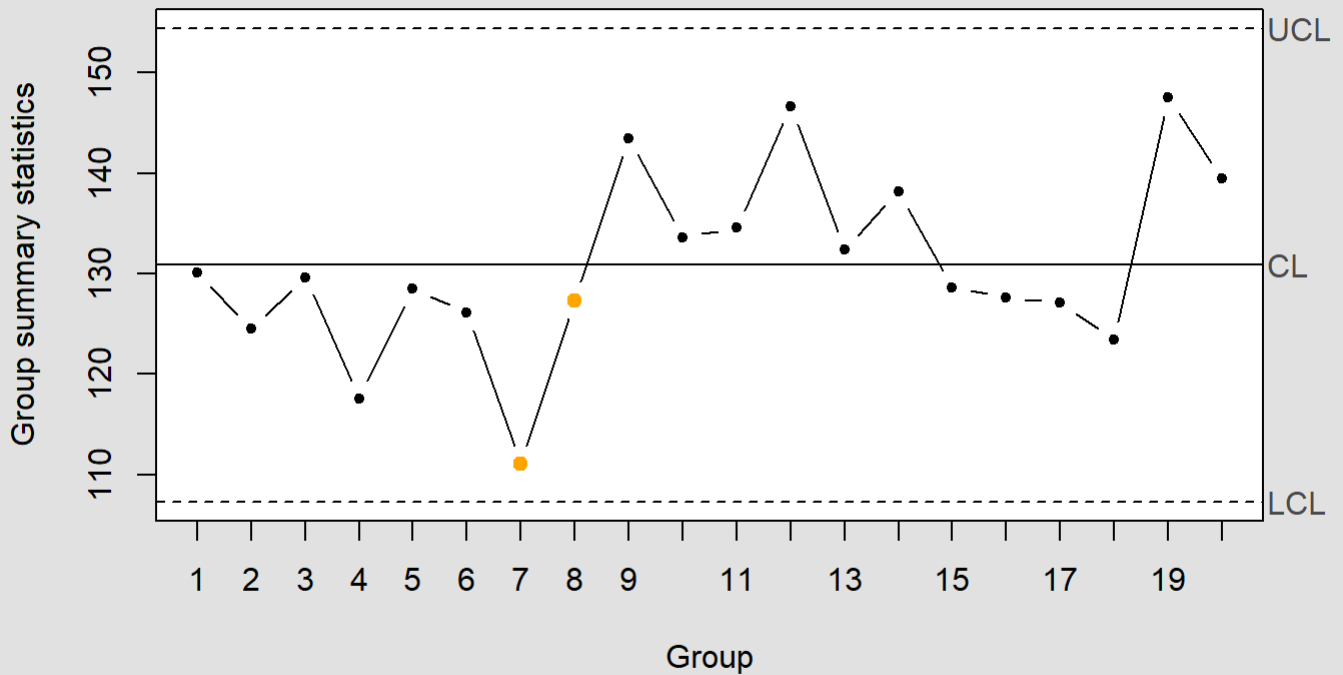
> 查看資料

```
# 載入 T6-4
df_t64 <- read.csv("D:/NTPU_class/case_studies/code/data_set/T6-4.csv", header = TRUE)
df_t64 <- df_t64[, -1] # 移除 Sample 欄
# summary(df_t64)
# head(df_t64, 3)
# 載入 T6-5
df_t65 <- read.csv("D:/NTPU_class/case_studies/code/data_set/T6-5.csv", header = TRUE)
df_t65 <- df_t65[, -1]
# summary(df_t65)
# head(df_t65, 3)
```

> 3 - a. 請建立 \bar{x} 與 R 管制圖，並且檢查製程是否在管制內？

```
q3_xbar <- qcc(data = df_t64, type = "xbar")
```

**xbar Chart
for df_t64**



Number of groups = 20

Center = 130.881

StdDev = 17.56664

LCL = 107.3129

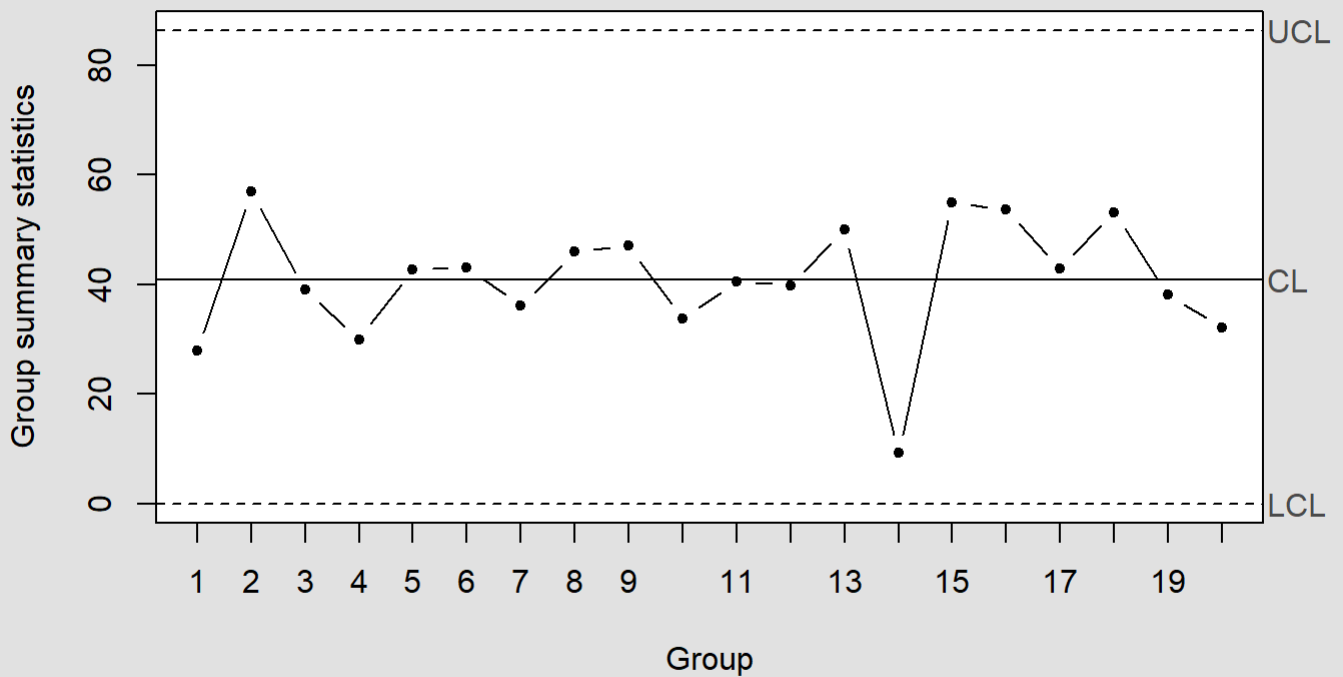
UCL = 154.4491

Number beyond limits = 0

Number violating runs = 2

```
q3_R <- qcc(data = df_t64, type = "R")
```

**R Chart
for df_t64**



Number of groups = 20

Center = 40.86

StdDev = 17.56664

LCL = 0

UCL = 86.39723

Number beyond limits = 0

Number violating runs = 0

```
summary(q3_xbar)
```

```
##
## Call:
## qcc(data = df_t64, type = "xbar")
##
## xbar chart for df_t64
##
## Summary of group statistics:
##      Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
## 111.060 126.870 129.130 130.881 135.460 147.520
##
## Group sample size: 5
## Number of groups: 20
## Center of group statistics: 130.881
## Standard deviation: 17.56664
##
## Control limits:
##      LCL      UCL
## 107.3129 154.4491
```

```
summary(q3_R)
```

```
##
## Call:
## qcc(data = df_t64, type = "R")
##
## R chart for df_t64
##
## Summary of group statistics:
##      Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##      9.20   35.50   41.65   40.86   47.75   57.00
##
## Group sample size: 5
## Number of groups: 20
## Center of group statistics: 40.86
## Standard deviation: 17.56664
##
## Control limits:
##      LCL      UCL
##      0 86.39723
```

根據繪製出的管制圖與摘要統計結果：

\bar{X} 管制圖：

- 中心線 (CL) = 130.881
- 控制界限為 UCL = 154.4491，LCL = 107.3129
- 雖然 **無資料點超出上下界限**，但出現兩個連續遞減或異常模式 (Number violating runs = 2)，顯示製程平均值可能存在非隨機變異。

R 管制圖：

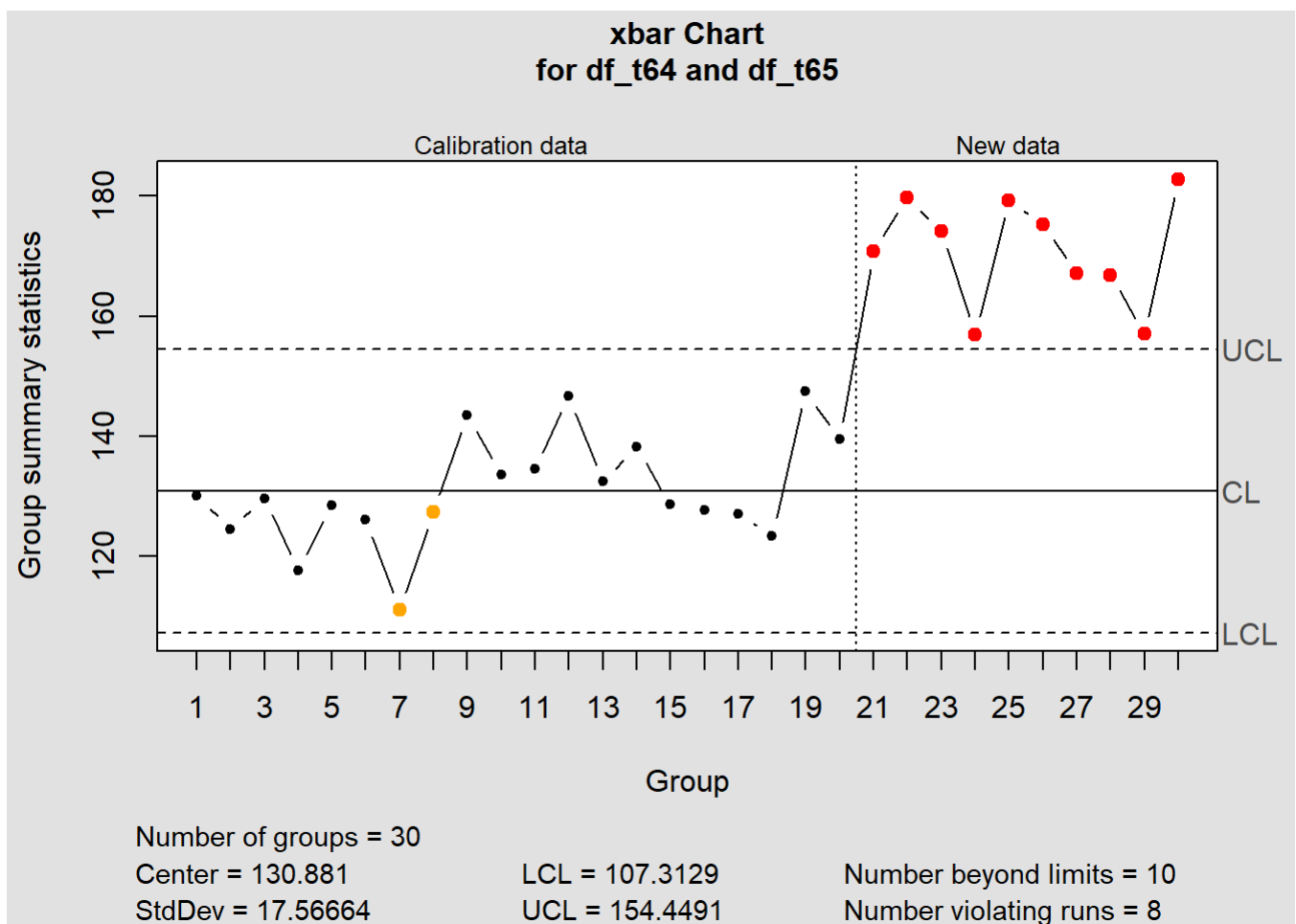
- 中心線 (CL) = 40.86

- 控制界限為 $UCL = 86.3972$ ， $LCL = 0$
- 所有樣本的全距皆在控制界限內，Number beyond limits = 0，波動無異常。

🔴 **結論：** 從 \bar{X} 圖中觀察到**連續異常模式**，雖未超界但需警覺潛在非隨機變異。
 搭配 R 圖判斷製程波動正常，建議進行進一步觀察或確認是否有特殊原因造成平均值偏移。

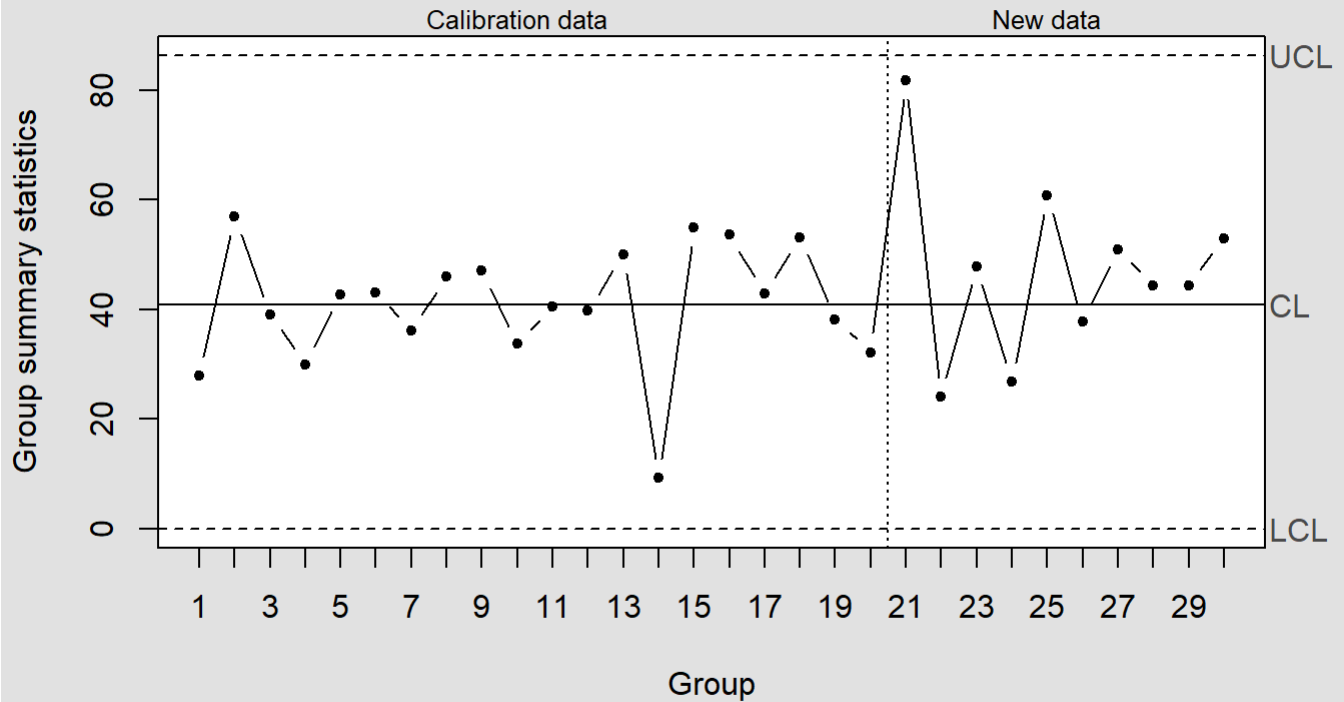
> 3 - b. 在 (a) 建立管制圖之後，收集了 10 個新增分組資料如表 T6-5 所示，請將這些 \bar{X} 與 R 值標繪於 (a) 的管制圖，並且提出結論。

```
# 繪製加入新資料的管制圖
q3_xbar_new <- qcc(data = df_t64, type = "xbar", newdata = df_t65)
```



```
q3_R_new <- qcc(data = df_t64, type = "R", newdata = df_t65)
```

R Chart for df_t64 and df_t65



Number of groups = 30

Center = 40.86

StdDev = 17.56664

LCL = 0

UCL = 86.39723

Number beyond limits = 0

Number violating runs = 0

```
# 可額外加 summary 看異常點位置
summary(q3_xbar_new)
```

```
##
## Call:
## qcc(data = df_t64, type = "xbar", newdata = df_t65)
##
## xbar chart for df_t64
##
## Summary of group statistics:
##   Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
## 111.060 126.870 129.130 130.881 135.460 147.520
##
## Group sample size: 5
## Number of groups: 20
## Center of group statistics: 130.881
## Standard deviation: 17.56664
##
## Summary of group statistics in df_t65:
##   Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
## 156.980 166.940 172.460 171.008 178.315 182.780
##
## Group sample size: 5
## Number of groups: 10
##
## Control limits:
##      LCL      UCL
## 107.3129 154.4491
```

```
summary(q3_R_new)
```

```
##
## Call:
## qcc(data = df_t64, type = "R", newdata = df_t65)
##
## R chart for df_t64
##
## Summary of group statistics:
##      Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##      9.20  35.50   41.65   40.86  47.75   57.00
##
## Group sample size: 5
## Number of groups: 20
## Center of group statistics: 40.86
## Standard deviation: 17.56664
##
## Summary of group statistics in df_t65:
##      Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##     24.10  39.35   46.15   47.19  52.50   81.80
##
## Group sample size: 5
## Number of groups: 10
##
## Control limits:
##      LCL      UCL
##      0 86.39723
```

將 10 組 T6-5 新樣本資料加入 \bar{X} 與 R 管制圖後：

\bar{X} 管制圖結果：

- 控制界限：UCL = 154.4491，LCL = 107.3129
- 所有新樣本皆**超出上控制界限**，共 10 筆異常（Number beyond limits = 10）
- 並且有連續異常趨勢出現（Number violating runs = 8）

R 管制圖結果：

- 控制界限：UCL = 86.3972，LCL = 0
- 新樣本的全距皆在界限內，無樣本超出控制界限

🔴 結論：

新資料在 \bar{X} 管制圖中全部超出控制界限，顯示製程平均值發生重大偏移，可能導因於原料、機台或操作條件的改變。

儘管 R 管制圖未見異常，仍應判定該製程已**不再處於統計管制狀態**，建議立即調查變異原因並重新建立新的控制界線。



第 3 題小總結：

初步觀測雖無超出界限點，但新資料加入後全數超出上控制界線，顯示製程平均值已大幅偏移。可推測製程已發生變異，應重新建構管制圖與界限以維持品質穩定。

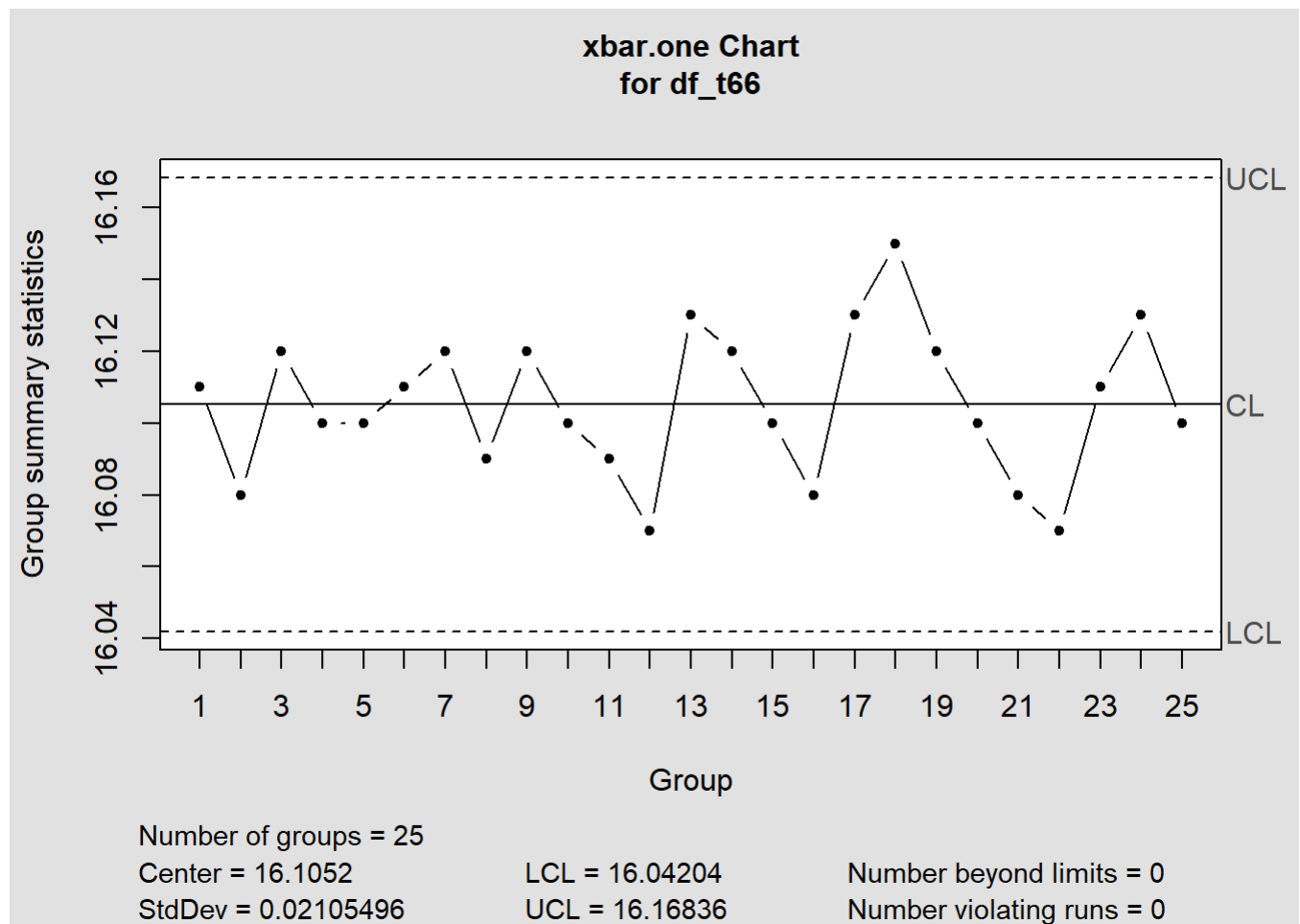
[第4大題]

> 查看資料

```
# 載入 T6-6
df_t66 <- read.csv("D:/NTPU_class/case_studies/code/data_set/T6-6.csv", header = TRUE)
df_t66 <- df_t66[, -1] # 移除 Sample 欄
# summary(df_t66)
# head(df_t66, 3)
```

> 4 - a. 請建立個別觀察值管制圖。

```
# 畫個別觀測值 (I chart)
q4_xone <- qcc(data = df_t66, type = "xbar.one")
```



```
# 顯示摘要
summary(q4_xone)
```

```
##
## Call:
## qcc(data = df_t66, type = "xbar.one")
##
## xbar.one chart for df_t66
##
## Summary of group statistics:
##      Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
## 16.0700 16.0900 16.1000 16.1052 16.1200 16.1500
##
## Group sample size: 1
## Number of groups: 25
## Center of group statistics: 16.1052
## Standard deviation: 0.02105496
##
## Control limits:
##      LCL      UCL
## 16.04204 16.16836
```

根據繪製出的個別觀測值管制圖結果：

- 中心線 (CL) = 16.1052
- 上控制界限 (UCL) = 16.1684
- 下控制界限 (LCL) = 16.0420
- 所有觀測值皆落於控制界限之內
- 無樣本超出界限 (Number beyond limits = 0)
- 無連續異常模式 (Number violating runs = 0)

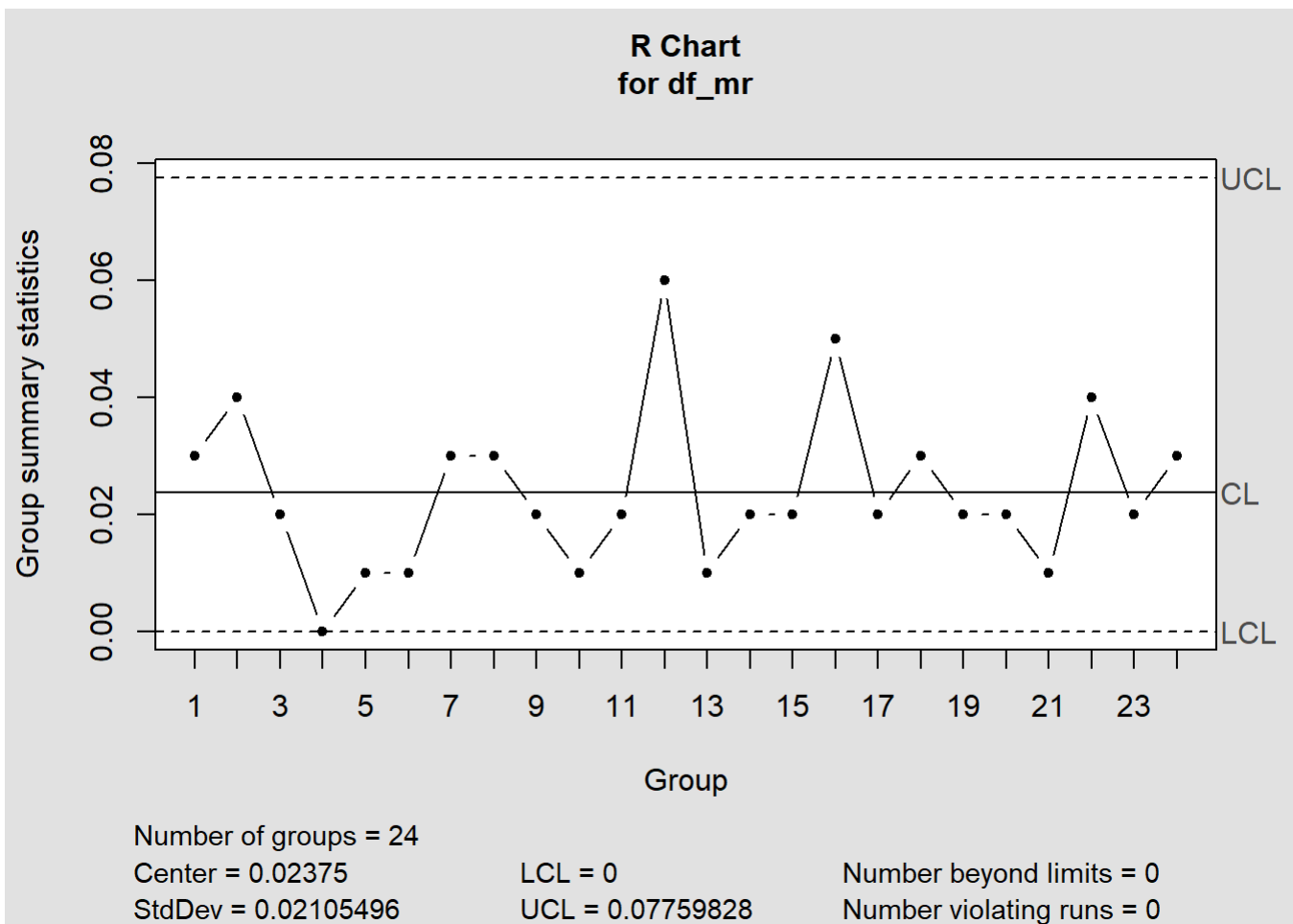
🔴 **結論：**

個別觀測值表現穩定，製程未出現明顯偏移或異常波動，故目前處於 **統計管制狀態**。

> 4 - b. 請建立移動全距管制圖。

```
# 建立移動全距 (MR) 資料
df_mr <- matrix(cbind(df_t66[-length(df_t66)], df_t66[-1]), ncol = 2)

# 畫出移動全距管制圖
q4_mr <- qcc(data = df_mr, type = "R")
```



```
# 顯示摘要  
summary(q4_mr)
```

```
##  
## Call:  
## qcc(data = df_mr, type = "R")  
##  
## R chart for df_mr  
##  
## Summary of group statistics:  
##   Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.  
## 0.00000 0.01750 0.02000 0.02375 0.03000 0.06000  
##  
## Group sample size: 2  
## Number of groups: 24  
## Center of group statistics: 0.02375  
## Standard deviation: 0.02105496  
##  
## Control limits:  
##   LCL      UCL  
##   0 0.07759828
```

根據移動全距（Moving Range）管制圖結果如下：

- 中心線（CL）= 0.02375
- 控制界限為 UCL = 0.07760，LCL = 0
- 所有樣本的移動全距皆位於控制界限之內（Number beyond limits = 0）
- 未觀察到連續異常趨勢（Number violating runs = 0）

🔴 結論：

移動全距波動穩定，未出現異常波動或突發性變異，表示個別觀測值之間的變化幅度均衡一致，製程變異處於統計管制之中。



第 4 題小總結：

透過 I chart 與 MR 管制圖雙重分析，無任何樣本超出控制界線或連續異常變化。表示該製程在個體表現與變異波動上皆具穩定性，適合使用 I-MR 管制圖作為日常監控依據。



整體結論與建議：

本作業針對四組不同製程資料進行多種管制圖分析（ \bar{X} 、R、S、 S^2 、I chart、MR），大部分製程呈現穩定，唯有第 3 題觀察到平均值偏移情況。建議持續以管制圖監控制程狀態，若觀察到連續異常圖形或跑出界線，應即時調查根本原因並採取改善措施。

若需進一步提升製程能力，可考慮進行中心化或減少內部變異，以使 C_p 進一步提升。