

## Projet d'éléments finis

À rendre pour le lundi 18 décembre 2023 à 18h.

### Consignes

- Le projet se composera d'un programme et d'un rapport tapé en  $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  limité à 20 pages.
- Les différents fichiers nécessaires à l'exécution du programme devront être déposés sur Madoc sous forme d'une archive .zip.
- Le rapport (qui ne contiendra pas de code mais pourra y faire référence) devra également être déposé sur Madoc.
- Le tout est à rendre au plus tard le lundi 18 décembre 2023 à 18h.

### La notation tiendra compte

- du respect des consignes,
- de la qualité de la rédaction,
- des initiatives pour développer un programme plus performant ou qui s'adapte à plusieurs problèmes,
- des résultats numériques présentés,
- de la capacité à interpréter les résultats, à pointer les difficultés, à prendre du recul sur son travail.

### Sujet

Soit  $\Omega = [0, 1] \times [0, 1]$ . On s'intéresse au problème suivant :

$$\begin{cases} -\Delta u = f & \text{pour } (x, y) \in \Omega, \\ u(x, y) = 0 & \text{pour } (x, y) \in \partial\Omega, \end{cases}$$

où  $f \in L^2(\Omega)$  est donnée et  $\partial\Omega$  désigne le bord de  $\Omega$ .

1. Ecrire la formulation variationnelle associée à ce problème aux limites et en faire l'étude.
2. Présenter et programmer une méthode d'éléments finis P1 pour calculer une solution approchée de ce problème pour une fonction  $f$  de votre choix (pour laquelle on connaît la solution exacte).
3. Interpréter et analyser les résultats obtenus.
4. Faire un autre programme qui utilise le stockage creux de la matrice de masse.
5. Mettre en œuvre des extensions ou améliorations du programme. Voici quelques exemples mais vous pouvez faire d'autres propositions :
  - utiliser une méthode d'éléments finis P2 ou une méthode d'éléments finis quadrilatères,
  - adapter votre code à d'autres problèmes aux limites,
  - comparer plusieurs méthodes de résolution de systèmes linéaires,
  - étudier un problème aux limites dépendant du temps, comme par exemple l'équation de la chaleur,
  - comparer la méthode des éléments finis à une méthode de différences finies.