

教学内容

参见《大学物理3》课程教学大纲

量子力学的发展

量子力学的基本原理

量子力学的应用

期末总评标准

- ✓ 期末考试 60%
- ✓ 作业 30% 单周周五交纸质作业
在线学习单周周五12:00之前课程网站提交PDF
- ✓ 课堂小测验 10%

教师 **顾志霞**

办公地点 理科楼5号240室

Email: zxgu@sjtu.edu.cn

量子物理学

（经典）物理学发展到19世纪末期，可以说是达到相当完美、相当成熟的程度

完美的经典物理大厦



Albert A. Michelson stated in 1894 : "... it seems probable that most of the grand underlying principles have been firmly established ... An eminent physicist remarked that the future truths of physical science are to be looked for in the sixth place of decimals."

物理学美丽而晴朗的天空却被两朵乌云笼罩了

第一朵乌云：“以太说”破灭

第二朵乌云：黑体辐射与“紫外灾难”

寻找以太的零结果，爱因斯坦创立了现代物理大厦之一：相对论

热辐射的紫外灾难的解决，普朗克等人建立了现代物理大厦之二：
量子论

量子力学是研究原子、分子、原子核和基本粒子等微粒子运动规律的理论，是在旧量子论基础上发展起来的。

前量子力学

黑体辐射

光电效应

康普顿散射

玻尔氢原子理论

黑体辐射 普朗克的能量子假说

一、基尔霍夫定律(Kirchoff)

1. 热辐射的基本概念

所有物体在任何温度下都要发射电磁波。这种由于分子的热运动使物体在任意温度下向外辐射电磁波现象称为热辐射(thermal radiation)。

物体辐射能量的同时也吸收的能量

平衡时热辐射的电磁波的波长、强度主要与物体的温度有关，还与物体的性质及表面形状有关。

热辐射具有连续的辐射能谱。

Thermogram of a man

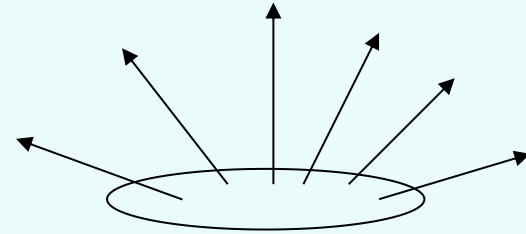


考虑温度 T 一定的物体

- 单色辐出度 $M(\lambda, T)$

定义为物体单位表面在单位时间内发出的波长在 λ 附近单位波长间隔内的电磁波的能量 (W / m^3)

$$M(\lambda, T) = \frac{dE_{\lambda}}{d\lambda}$$



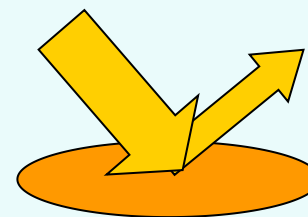
总辐出度 $M(T)$: 物体从单位面积上发射的所有各种波长的辐射总功率称为物体的总辐出度 $M(T)$

$$M(T) = \int_0^{\infty} M(\lambda, T) d\lambda$$

- **吸收比：** 当辐射从外界入射到物体表面时，吸收能量与入射总能量之比：

$$\alpha(T) = \frac{E^{\text{吸收}}}{E^{\text{入射}}}$$

吸收能力的量度



单色吸收比：

当辐射从外界入射到物体表面时，在 λ 到 $\lambda+d\lambda$ 的波段内吸收的能量 $E_{\lambda}^{\text{吸收}}$ 与入射的在 λ 到 $\lambda+d\lambda$ 的波段总能量 $E_{\lambda}^{\text{入射}}$ 之比：

$$\alpha(\lambda, T) = \frac{E_{\lambda}^{\text{吸收}}}{E_{\lambda}^{\text{入射}}}$$

显然，有 $0 \leq \alpha(\lambda, T) \leq 1$

- 反射比 $r(T)$ ：反射的能量与入射能量之比称为反射比

波长 λ 到 $\lambda + d\lambda$ 范围内的反射比称为单色反射比 $r(\lambda, T)$ 。

不透明物体： $\alpha(\lambda, T) + r(\lambda, T) = 1$

$$r(\lambda, T) = \frac{E_{\text{反射}}}{E_{\text{入射}}}$$

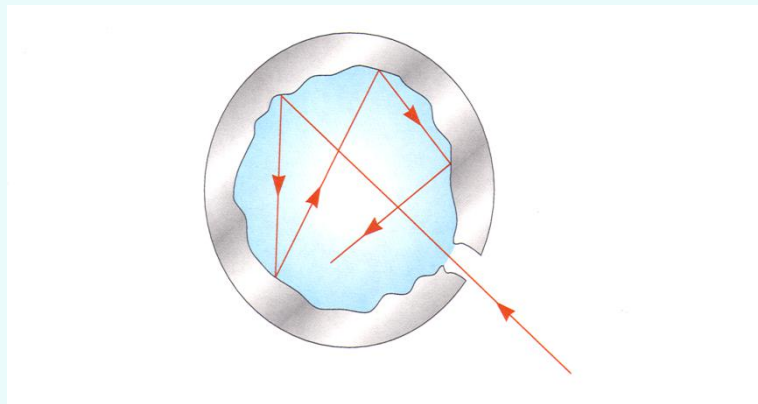
黑体：能完全吸收各种波长电磁波而无反射的物体

显然，黑体的吸收比和单色吸收比为100% $\alpha(\lambda, T) = 1$

思考：黑色的物体是黑体吗？

NO.

黑体是理想模型：(如图)在高吸收不透明材料围成的空腔上开一个小孔。该小孔可认为是黑体的表面。



黑体模型——眼睛与瞳孔

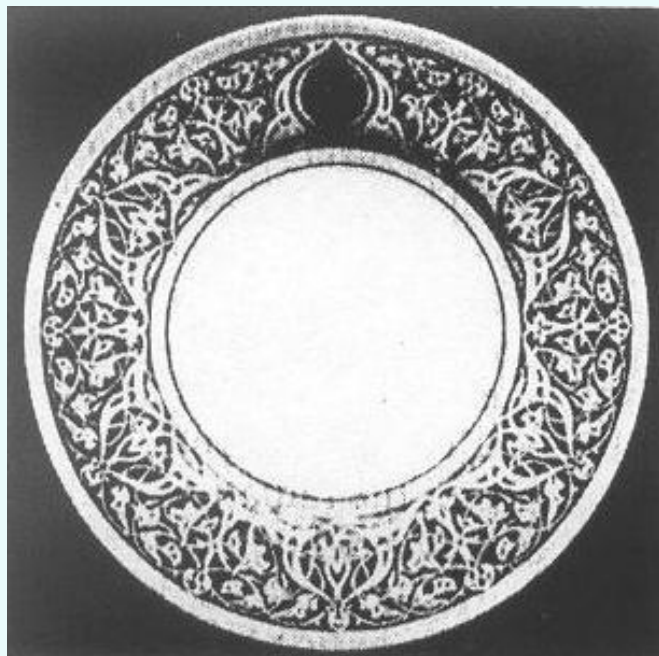
*眼睛虹膜有各种颜色—
与人种有关

*瞳孔只有黑色的—与人
种无关

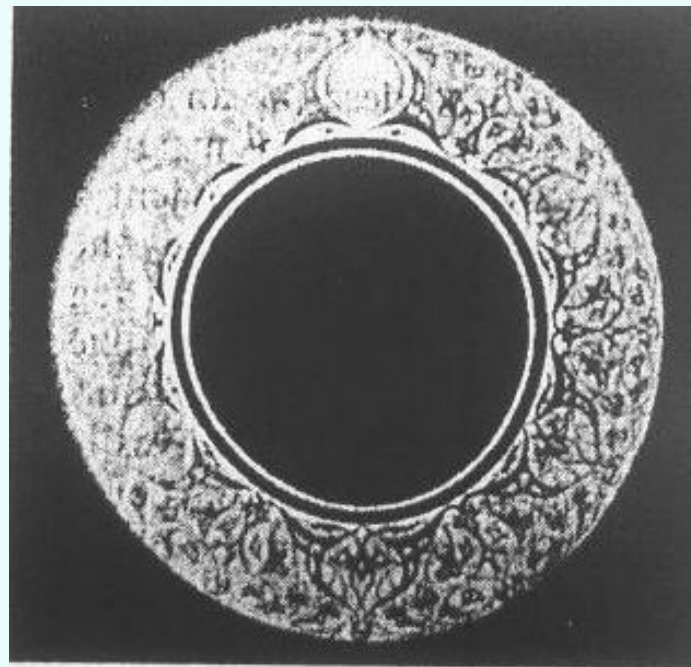


2. 基尔霍夫定律

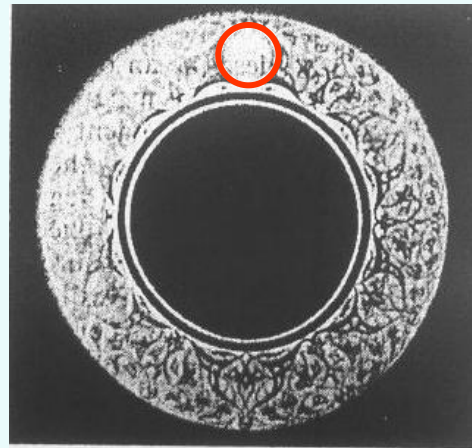
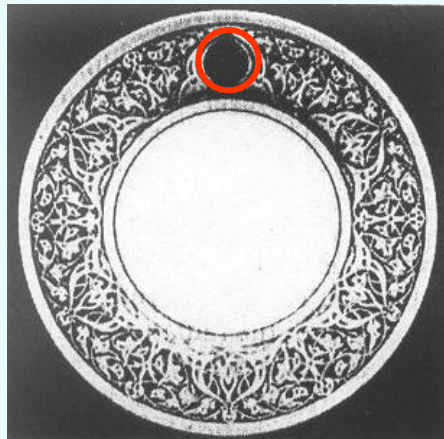
同一个物体的发射本领和吸收本领有内在联系，
例下图为黑白花盘子的反射和自身辐射照片



室温下的反射光照片



1100K的自身辐射光照片



图片说明一个**好的发射体一定也是好的吸收体。**

基尔霍夫定律：实验发现，在温度一定时物体在某波长 λ 处的单色辐出度与单色吸收比的比值与物体及其物体表面的性质无关，即

$$\frac{M_1(\lambda, T)}{\alpha_1(\lambda, T)} = \frac{M_2(\lambda, T)}{\alpha_2(\lambda, T)} = \dots = M_0(\lambda, T)$$

上式中，脚标不同对应不同的材料， $M(\lambda, T)$ 为与材料无关的普适函数

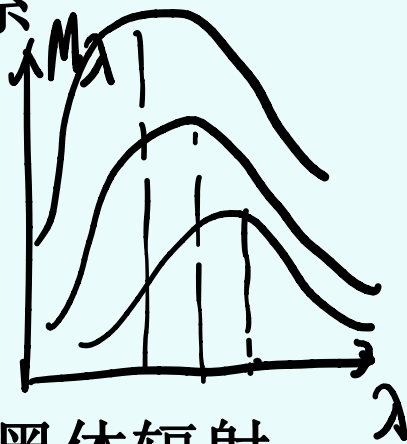
$M_0(\lambda, T)=?$ 黑体的单色辐出度 黑体是最理想的发射体

二、黑体辐射的基本规律

实验规律发现：

在温度一定时黑体的单色辐出度与波长有关，并存在一极大值，所对应的极值点 λ_m 有关系

$$T \uparrow \rightarrow \lambda_m \downarrow$$



总结实验结果得到以下黑体辐射
实验规律：

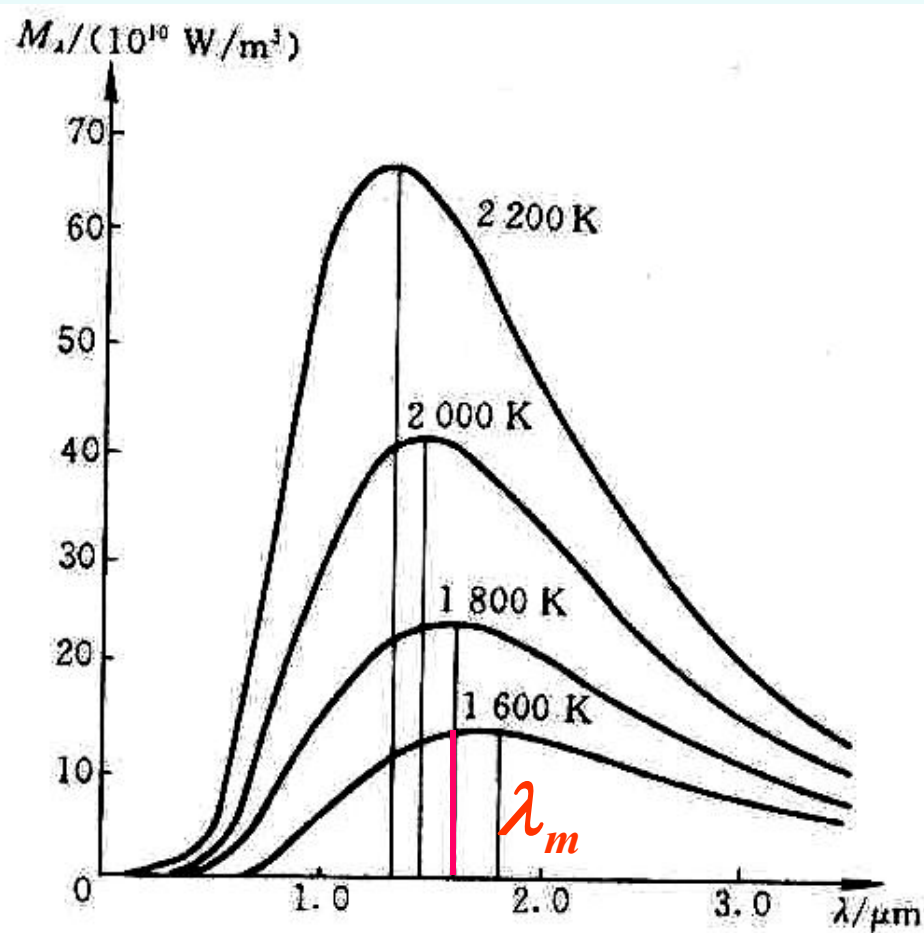



图 21-2

1. 斯特藩—玻耳兹曼定律 (J. Stefan & L. Boltzmann)

实验证明，黑体的总辐出度 $M(T)$ （每条曲线下的面积）与温度的四次方成正比

$$M(T) = \sigma T^4$$


$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/ (m}^2\text{K}^4\text{)}$ —— Stefan 恒量

2. 维恩位移定律 (W. Wien)

黑体辐射中单色辐出度的极值波长 λ_m 与黑体温度 T 之积为常数

$$T\lambda_m = b$$

其中 $b = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$ 为Wien 常数



例如加热铁块：随着温度的升高，从看到发光→暗红→橙色→黄白色→青白色

维恩因热辐射定律的发现获1911年诺贝尔物理学奖。

以上两个实验定律是遥感、高温测量和红外追踪等技术的物理基础。

[例] 实验测得太阳辐射波谱的 $\lambda_m = 490 \text{ nm}$ ，若把太阳视为黑体，计算：（1）太阳的温度（2）太阳每单位表面积上所发射的功率。

解：

$$\lambda_m \cdot T = b$$

$$\text{太阳表面温度: } T = \frac{b}{\lambda_m} = \frac{2.897 \times 10^{-3}}{490 \times 10^{-9}} = 5.9 \times 10^3 \text{ (K)}$$

太阳每单位表面积上所发射的功率（辐出度）：

$$M_0 = \sigma T^4 = 5.67 \times 10^{-8} \times (5.9 \times 10^3)^4 = 6.9 \times 10^7 \text{ (W/m}^2\text{)}$$

黑体辐射的理论公式？

1. 维恩公式 (非前面的维恩位移定律)

假定电磁波能量分布服从类似于经典的麦克斯韦速度分布律，可得

$$M(\nu, T) = \alpha \nu^3 e^{-\beta \nu / T} \quad \text{其中 } \alpha, \beta \text{ 为常量。}$$

高频段与实验符合很好，低频段明显偏离实验曲线。

2. 瑞利—金斯公式

瑞利—金斯从经典的能量均分定理出发，研究空腔中的电磁场，得到

$$M(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT \quad k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

玻耳兹曼常数

低频段与实验符合很好，高频段明显偏离实验曲线。

“紫外灾难”！

3. 普朗克公式

1900年10月，把适用于高频的维恩公式和适用于低频的瑞利—金斯公式衔接起来，得到一个半经验公式，即普朗克黑体辐射公式

$$M_0(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

选取一定的 h 值在全波段与实验结果惊人符合

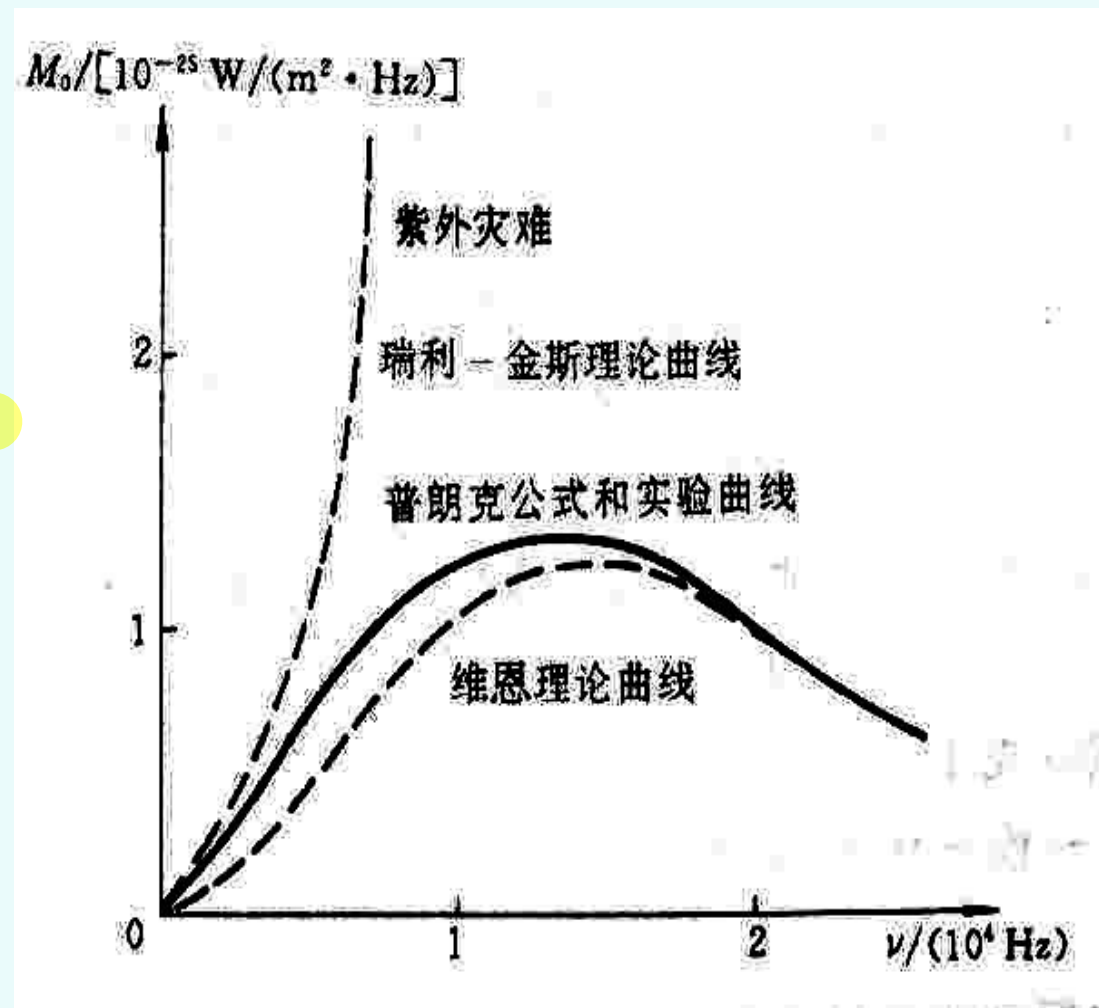
普朗克常量： $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

黑体热辐射的理论 with 实验结果的比较

维恩公式在低频段，偏离实验曲线！

瑞利—金斯公式在高频段（紫外区）与实验明显不符，短波极限为无限大——“紫外灾难”！

普朗克公式在全波段与实验结果惊人符合！



三、普朗克的能量子假说

1. 经典电磁理论 瑞利—金斯公式

按照经典电磁理论，空腔内的热平衡辐射由一系列驻波组成，每一频率的驻波振动可对应同频率的简谐振子振动。空腔中的电磁波能量分布可等效为一系列频率的简谐振子的能量分布。

简谐振子的能量取“连续值”，振子能量按频率的分布满足玻尔兹曼分布律。

$$M(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \bar{\varepsilon} \quad \bar{\varepsilon} = \int_0^\infty \varepsilon e^{-\varepsilon/kT} d\varepsilon / \int_0^\infty e^{-\varepsilon/kT} d\varepsilon = kT$$

2. 普朗克的能量量子假说

普朗克为了从理论上解释他所得到的半经验公式

假设：振子振动的能量是**不连续的**，只能取最小能量

$E_0 = h\nu$ 的整数倍

$$E_n = nh\nu \quad n \text{ 整数}$$

振子最小能量同振子的频率成正比，称为**能量子**，其中

$h = 6.6260755 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ 称为**普朗克常数**

$$M(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \bar{\varepsilon} \quad \bar{\varepsilon} = \sum_{n=0}^{\infty} nh\nu e^{-nh\nu/kT} / \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nh\nu/kT} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

普朗克黑体辐射单色辐出度

$$\Rightarrow M_0(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

普朗克的困惑

普朗克这一思想是完全背离经典物理，并受到当时许多人的怀疑和反对。随后，普朗克试图掌握能量量子的含义，但无济于事。

Planck wrote: "My unavailing attempts to somehow reintegrate the action quantum into classical theory extended over several years and caused me much trouble."

普朗克(Max Karl Ernst Ludwig Planck, 1858—1947) 德国物理学家，量子物理学的开创者和奠基人，1918年诺贝尔物理学奖金的获得者。

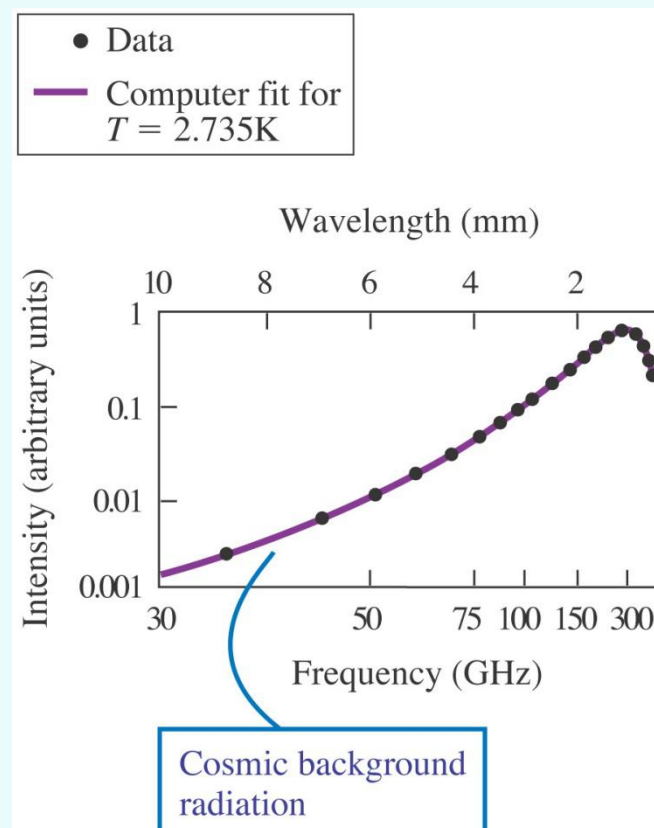


3 实验验证

宇宙大爆炸理论曾预言由于初始的爆炸，宇宙中应残留2.7K的热辐射，称宇宙微波背景辐射。

1964年彭齐亚斯与威尔逊首先发现这种宇宙微波背景辐射。

Satellite-based measurements of the cosmic background radiation show remarkable agreement with the Planck formula



由普朗克公式可导出其他所有热辐射公式：

$$M_0(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{积分} \rightarrow M = \sigma T^4 \\ \text{求导} \rightarrow T\lambda_m = b \\ \text{低频} \rightarrow M_\nu(T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT \\ \text{高频} \rightarrow M_\nu(T) = \alpha\nu^3 e^{-\beta\nu/T} \end{array} \right. \quad \leftarrow \quad \frac{dM_0(\lambda, T)}{d\lambda} = 0$$

由黑体辐射按频率分布公式导出按波长分布公式

$$M_0(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

解: $\because M_0(\nu, T)d\nu = -M_0(\lambda, T)d\lambda$

$$\nu = c / \lambda \quad \therefore d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda$$

$$M_0(\lambda, T) = \frac{2\pi C^2}{\lambda^5} \frac{h}{e^{hc/k\lambda T} - 1}$$

从普朗克公式推导斯特藩-玻耳兹曼定律和维恩位移定律。

$$M_0(\lambda, T) = \frac{2\pi C^2}{\lambda^5} \frac{h}{e^{hc/k\lambda T} - 1}$$

解:

在普朗克公式中, 为简便起见, 引入

$$M_0(T) = \int_0^\infty M_0(\lambda, T) d\lambda$$

$$C_1 = 2\pi hc^2, x = \frac{hc}{\lambda kT}$$

$$\text{则 } dx = -\frac{hc}{\lambda^2 kT} d\lambda \quad d\lambda = -\frac{k}{hc} T x^2 d\lambda$$

普朗克公式可改写为

$$M_0(x, T) = \frac{C_1 k^4 T^4}{h^4 c^4} \frac{x^3}{e^x - 1}$$

黑体的总辐出度:

$$M_0(T) = \int_0^\infty M_{\lambda 0}(T) d\lambda = \frac{C_1 k^4 T^4}{h^4 c^4} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^\infty x^3 e^{-(n+1)x} dx = \frac{C_1 k^4 T^4}{h^4 c^4} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{6}{(n+1)^4}$$

$$= \frac{C_1 k^4 T^4}{h^4 c^4} \frac{\pi^4}{15} = \sigma T^4 \quad \sigma = \frac{2\pi k^4}{h^3 c^2} \times \frac{\pi^4}{15} = 5.6693 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$$

导出 $M_0(T) = \sigma T^4$

$$\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \int_0^\infty \frac{e^{-x} x^3}{1 - e^{-x}} dx = \int_0^\infty e^{-x} x^3 \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} dx$$

分部积分法: $\int_0^\infty x^3 e^{-(n+1)x} dx = \frac{6}{(n+1)^4}$

从普朗克公式推导斯特藩-玻耳兹曼定律和维恩位移定律。

$$M_0(\lambda, T) = \frac{2\pi C^2}{\lambda^5} \frac{h}{e^{hc/k\lambda T} - 1}$$

解： 为求单色辐出度的极值波长 λ_m ，可以由普朗克公式得到 λ_m 满足：

$$\left. \frac{dM_{\lambda 0}(T)}{d\lambda} \right|_{\lambda_m} = 0$$

$$\Rightarrow 5(1 - e^{-\frac{hc}{\lambda_m kT}}) = \frac{hc}{\lambda_m kT}$$

$$5(1 - e^{-\frac{hc}{\lambda_m kT}}) = \frac{hc}{\lambda_m kT}$$

$$\text{令 } \frac{hc}{\lambda_m kT} = x \quad \Rightarrow \quad x = 5(1 - e^{-x})$$

$$\text{迭代法解得 } x = 4.9651$$

$$\Rightarrow \lambda_m T = \frac{hc}{4.9651k} = b \quad \text{得到维恩位移定律}$$

$$b = \frac{hc}{4.9651k} = 2.8978 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

爱因斯坦的光量子假设 光电效应

一、光电效应

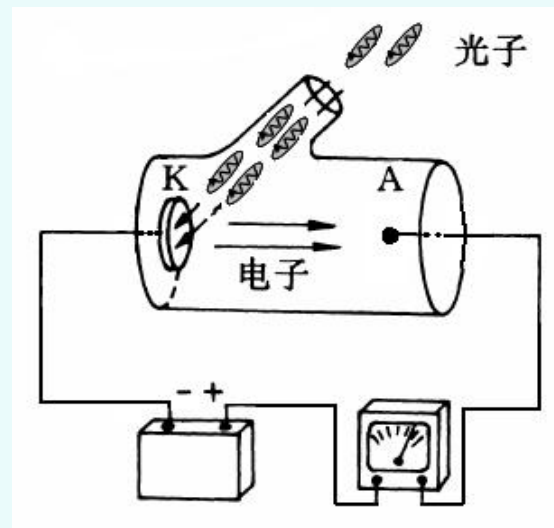
1. 光电效应 Photoelectric effect

光（可见或紫外）照射在金属及其化合物的表面上发射电子的现象称为光电效应。

实验装置-光电管

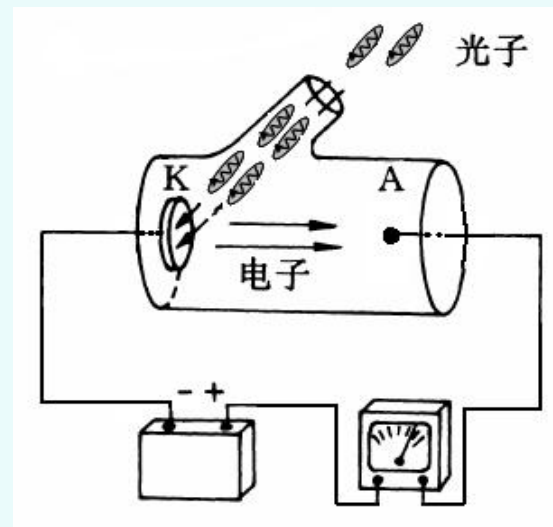
在阴极金属表面逸出的电子称为光电子

电路中出现电流形成光电流



2. 光电效应的实验规律

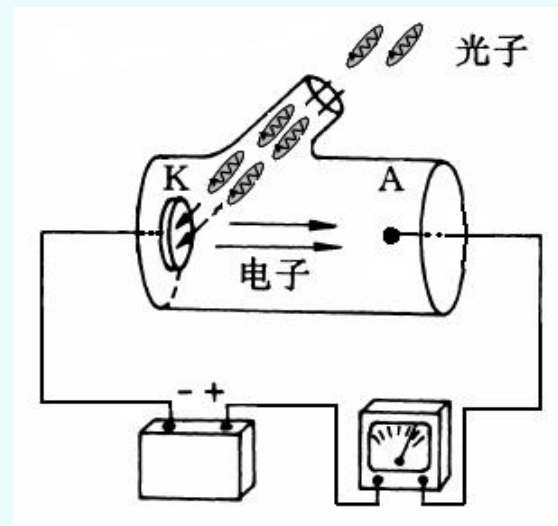
➤ 红限（截止）频率



只有当入射光频率 ν 大于一定的频率 ν_0 时，才会产生光电效应， ν_0 称为截止频率或红限频率

2. 光电效应的实验规律

- 光电子逸出的初动能与入射光的频率有关和光的强度无关。



- 当入射光的频率给定后($\nu > \nu_0$), 光电流与入射光强成正比

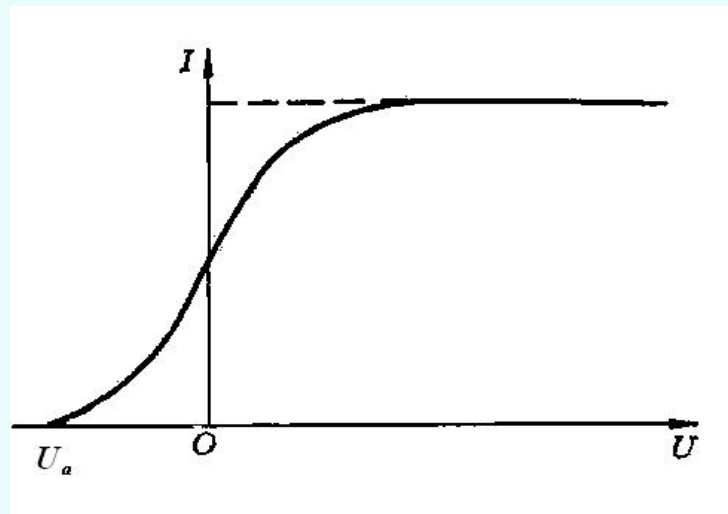
- 光电效应瞬时发生的

($\nu > \nu_0$)的入射光无论如何弱, 光电子在光照射的瞬间可产生, 驰豫时间不超过 10^{-9} s

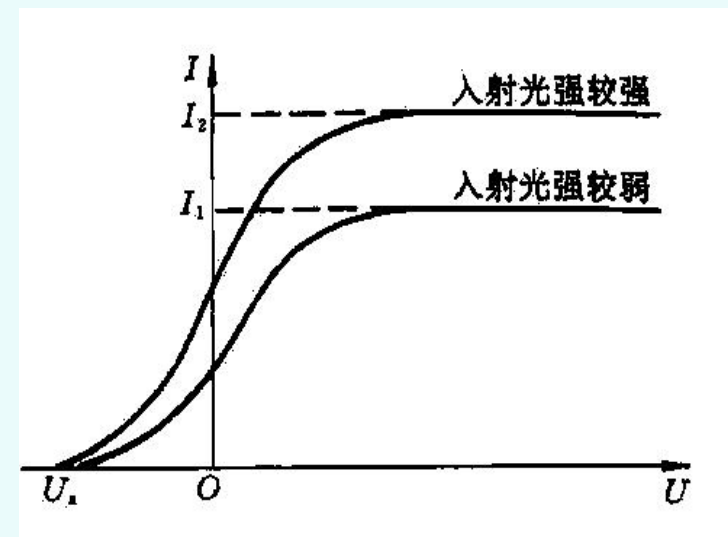
2. 光电效应的实验规律

➤ 饱和光电流

在入射光强一定时光电流会随 U 的增大，最后达到一饱和值。



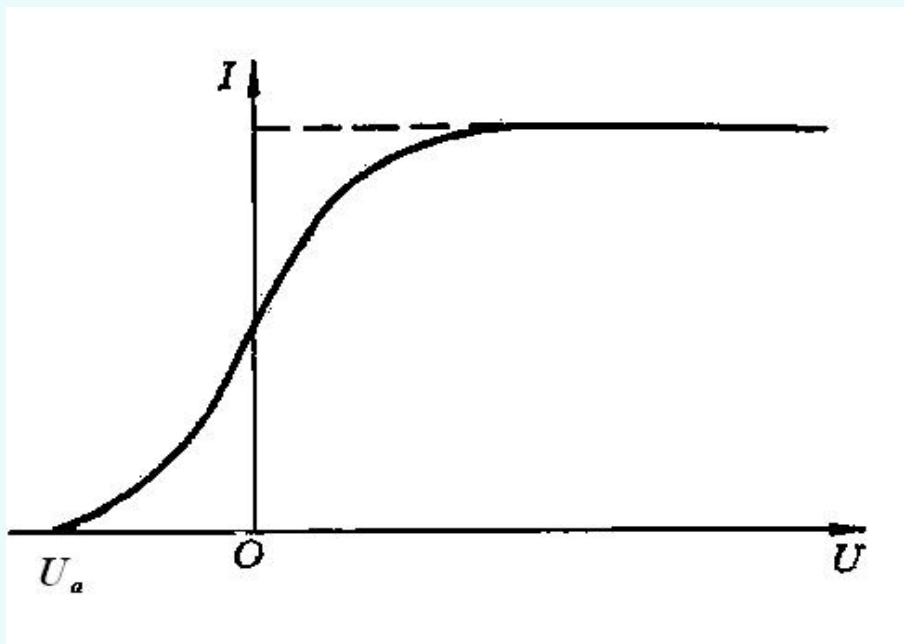
饱和电流与入射光强 I 成正比



2. 光电效应的实验规律

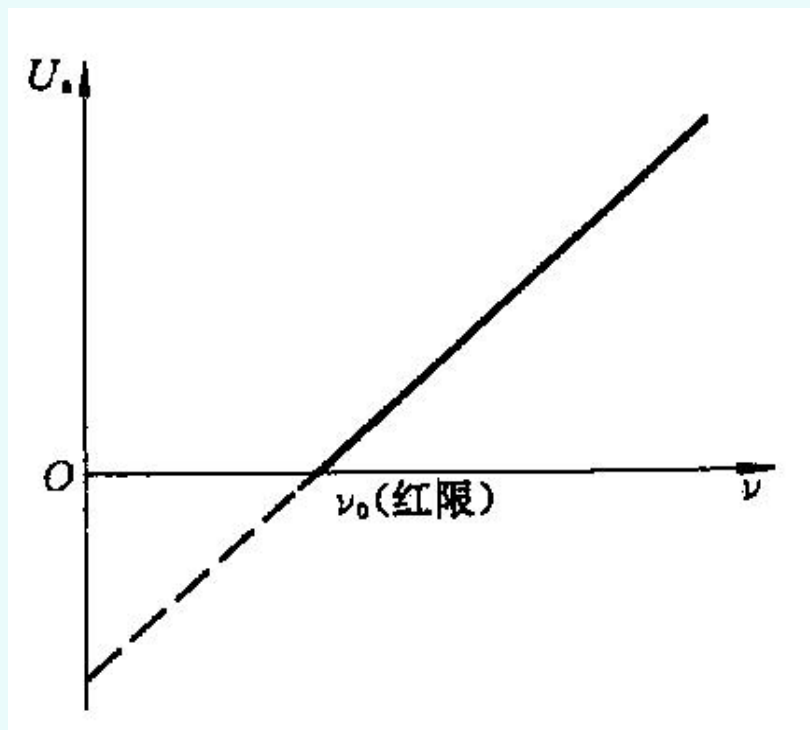
➤ 遏止电压

当电压为零时光电流并不为零，甚至反向电压不太大时仍有光电流存在，当反向电压大到一定数值 U_a 时光电流完全变为零。称 U_a 为遏止电压。



遏止电压随入射光频率的增加而增加，两者成线性关系，与入射光强无关，即

$$U_a = K\nu - U_0$$



二、爱因斯坦的光量子假设

光电效应的成因：

金属表面对电子具有束缚作用，电子脱离金属表面所需要的能量，所需的最少能量称为逸出功 (work function)，用 A 表示

金属	逸出功(eV)	红限 10^{14}Hz
铯Cs	1.94	4.69
铷Rb	2.13	5.15
钾K	2.25	5.44

电子逸出功、光电子的动能、和入射光的能量满足关系：

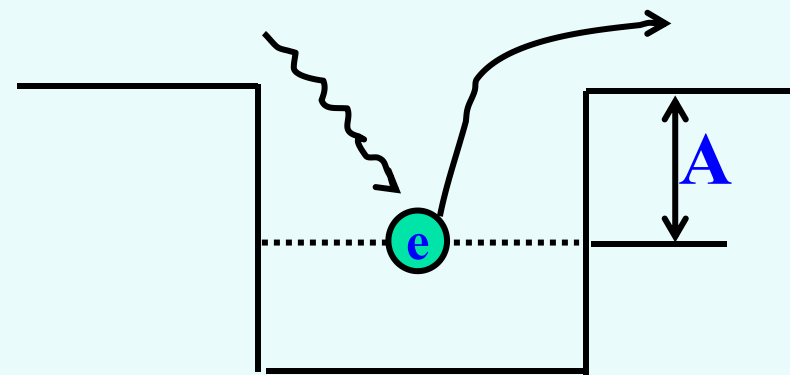
$$E_{\text{光}} = \frac{1}{2}mv^2 + A$$

其中 $E_{\text{光}}$ 为吸收的电磁波能量

1. 经典物理学所遇到的困难

$$E_{\text{光}} = \frac{1}{2}mv^2 + A$$

按照经典理论：电子在电磁场(光)的作用下受迫振动，吸收能量，积累能量到一定程度（大于金属脱出功）时，跳出金属表面——光电效应。



- 光的经典电磁理论得到：光波的强度与频率无关，电子吸收的能量也与频率无关，不存在截止频率！
- 若用极微弱的光照射，阴极电子积累能量达到逸出功 A 需要一段时间，光电效应不可能瞬时发生！

2. 爱因斯坦光量子假设

$$E_{\text{光}} = \frac{1}{2}mv^2 + A$$

为了解释光电效应，爱因斯坦假设

- (1) 电磁辐射以光速 c 运动的局限于空间某一小范围的光量子（光子photon）组成。每个光子的能量与其频率成正比，即

$$E = h\nu$$

- (2) 一个光子只能整个地被电子吸收或放出。光量子具有“整体性”。

- (3) 电子在离开金属表面时具有的初动能：

$$h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + A$$

光电效应方程

利用爱因斯坦光电方程可以解释：

- 电子离开金属表面的动能至少为零，故当 $h\nu < A$ 时，不发生光电效应。可发生光电效应的最小频率即红限频率

$$\nu_0 = \frac{A}{h}$$

不同金属的 A 不同，则红限频率不同。

- 只要入射光频率大于红限频率光电效应瞬间发生

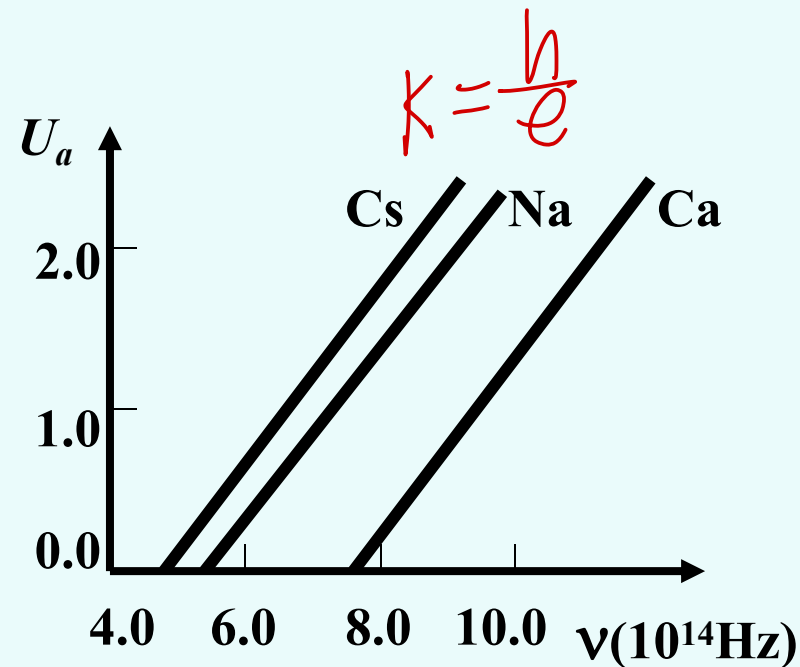
➤ 遏止电压与入射光频率成线性关系，与入射光强无关

$$h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + A$$

显然电子初动能与 U_a 之间有关系

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU_a$$

$$h\nu = eU_a + A$$

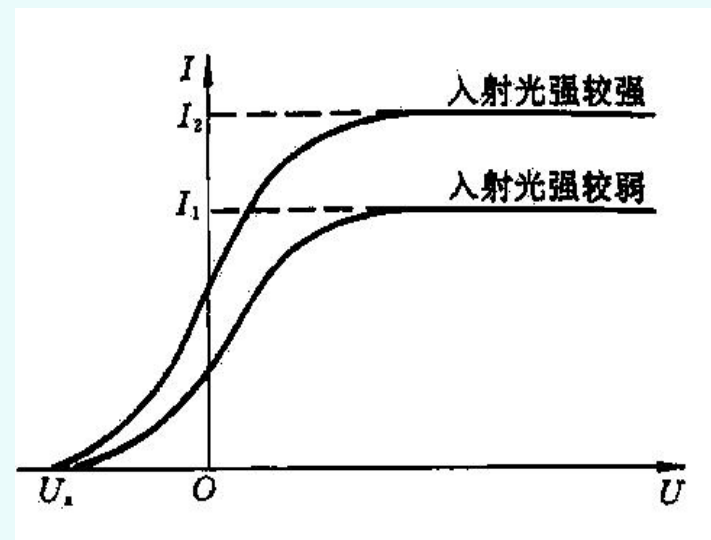


可看出 U_a - ν 曲线的斜率相同，但在横轴上的截距不同。

斜率 $K=h/e$ 与金属材料种类无关，截距 ν_0 与金属材料 A 有关

➤ 饱和电流与入射光强 I 成正比

入射光频率一定，光强越强，入射光子数越多，产生光电子越多



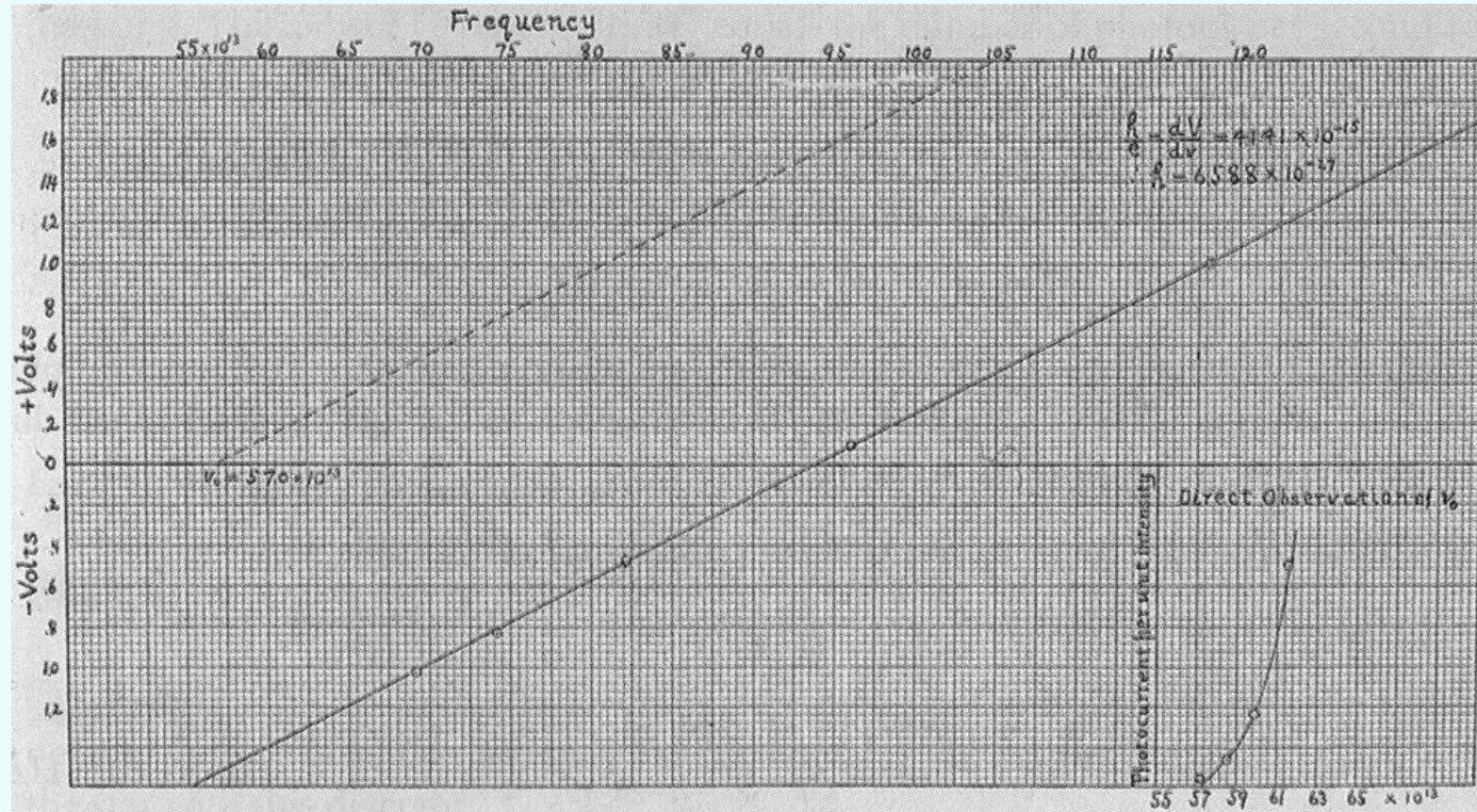
3. 光电效应的实验验证

Millikan 极力反对爱因斯坦的光子假说，花了十年测量光电效应，得到了遏止电压和光子频率的严格线性关系

$$\frac{1}{2}mv_{\text{m}}^2 = eU_a = h\nu - A$$

由直线斜率的测量可以确定（光电效应）普朗克常数。

Millikan's data on photoelectric effect.



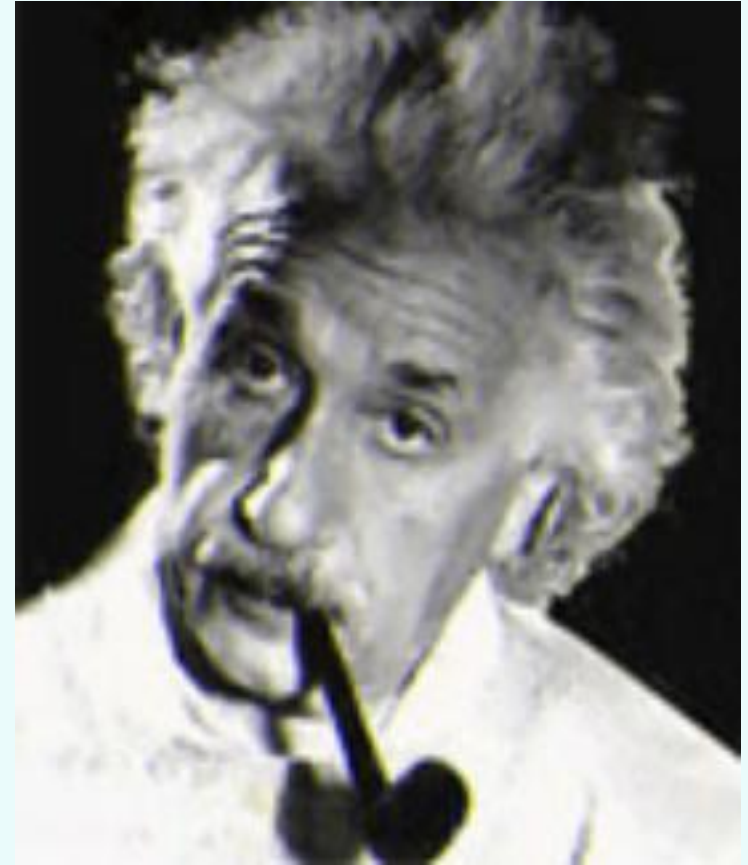
Planck constant obtained from the slope of the straight line is: 6.588×10^{-34} J·s.

Nobel prize in 1923

Albert Einstein (1879—1955)

美国物理学家，1921年由于他在光电效应方面的工作而获诺贝尔物理学奖

科学业绩：早期对布朗运动的研究；狭义相对论的创建；推动量子力学的发展；建立了广义相对论；提出原子的受激辐射理论；开辟了宇宙论的研究途径。



R. A. Millikan (密立根)

研究元电荷和光电效应，通过
油滴实验证明电荷有最小单位，
1923诺贝尔物理学奖得主



4. 光电效应的应用

(1) 光电管

光信号→电信号

用于光信号的记录、自动控制等

(2) 光电倍增管

光信号→电信号

用于弱光电信号的放大——可将光电流放大数百万倍。

■ACT A metal surface with a work function of $W = hc/550$ nm is struck with blue light and electrons are released. If the blue light is replaced by red light of the same intensity, what is the result?

- 1) emitted electrons are more energetic
- 2) emitted electrons are less energetic
- 3) more electrons are emitted in a given time interval
- 4) fewer electrons are emitted in a given time interval
- 5) no electrons are emitted

■ **ACT** A metal surface is struck with light of $\lambda = 400 \text{ nm}$, releasing a stream of electrons. If the 400 nm light is replaced by $\lambda = 300 \text{ nm}$ light of the **same intensity**, what is the result?

1) more electrons are emitted in a given time interval

2) fewer electrons are emitted in a given time interval

3) emitted electrons are more energetic

4) emitted electrons are less energetic

5) none of the above

[例] 已知铯的逸出功 $A = 1.9 \text{ eV}$ ，用钠黄光 $\lambda = 589.3 \text{ nm}$ 照射铯。计算：
(1) 黄光的能量、质量和动量；(2) 铯在光电效应中释放的光电子的动能；
(3) 铯的遏止电压、红限频率。

解： (1) $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = 3.4 \times 10^{-19} \text{ J}$

$$m = \frac{h\nu}{c^2} = 3.8 \times 10^{-36} \text{ kg}$$

$$p = \frac{h}{\lambda} = 1.1 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

[例] 已知铯的逸出功 $A = 1.9 \text{ eV}$ ，用钠黄光 $\lambda = 589.3 \text{ nm}$ 照射铯。计算：
(1) 黄光的能量、质量和动量；(2) 铯在光电效应中释放的光电子的动能；
(3) 铯的遏止电压、红限频率。

解：

$$(2) \quad E_k = \frac{mv^2}{2} = h\nu - A = 0.2 \text{ eV}$$

$$(3) \quad eU_a = E_k \quad U_a = 0.2 \text{ V}$$

$$\nu_0 = \frac{A}{h} = 4.6 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

爱因斯坦的光量子假设 康普顿散射

除光电效应外，光波的量子性还表现在光散射的康普顿效应。该效应是光显示出其粒子性的又一著名实验。

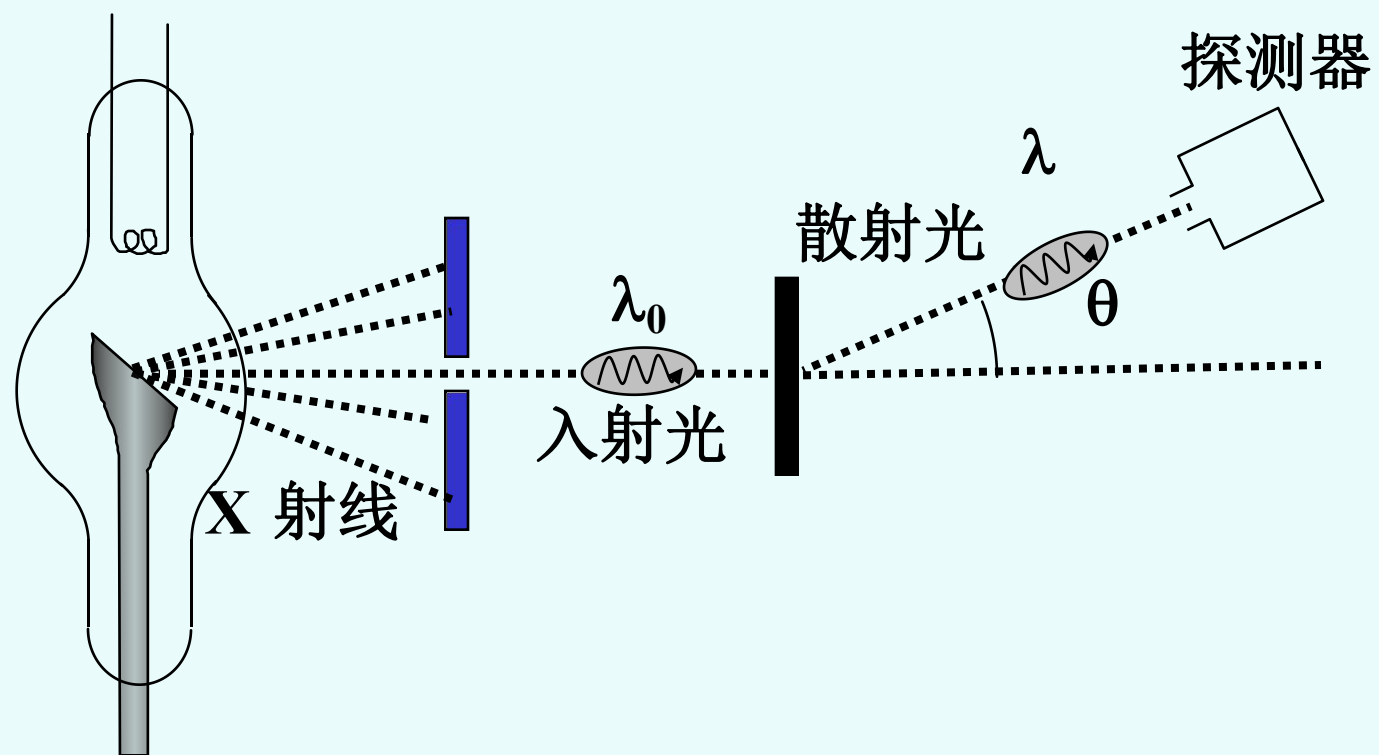
1922-1923年，康普顿研究了X射线在石墨上的散射，在散射的X射线中不但存在与入射线波长相同的射线，同时还存在波长大于入射线波长的射线成份——康普顿效应。

康普顿 (A.H. Compton)

1927诺贝尔物理学奖得主

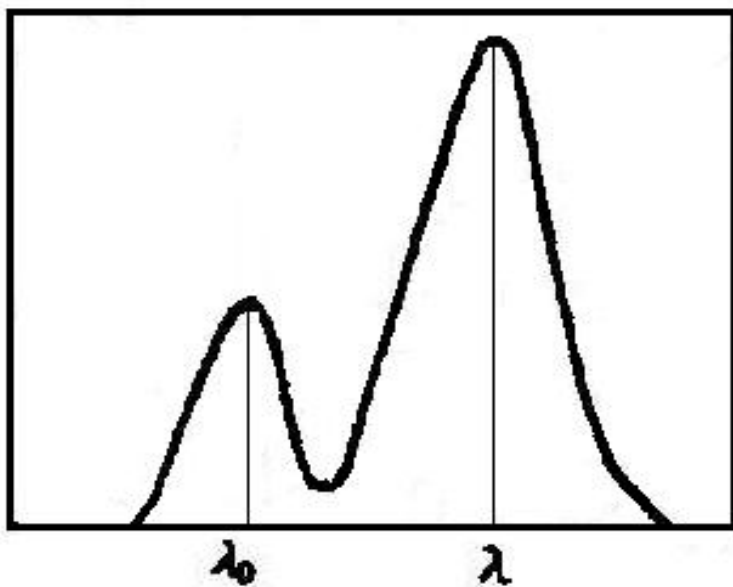
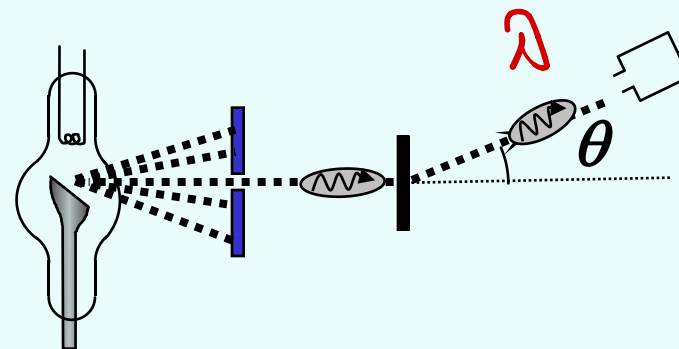


一、康普顿散射的实验装置



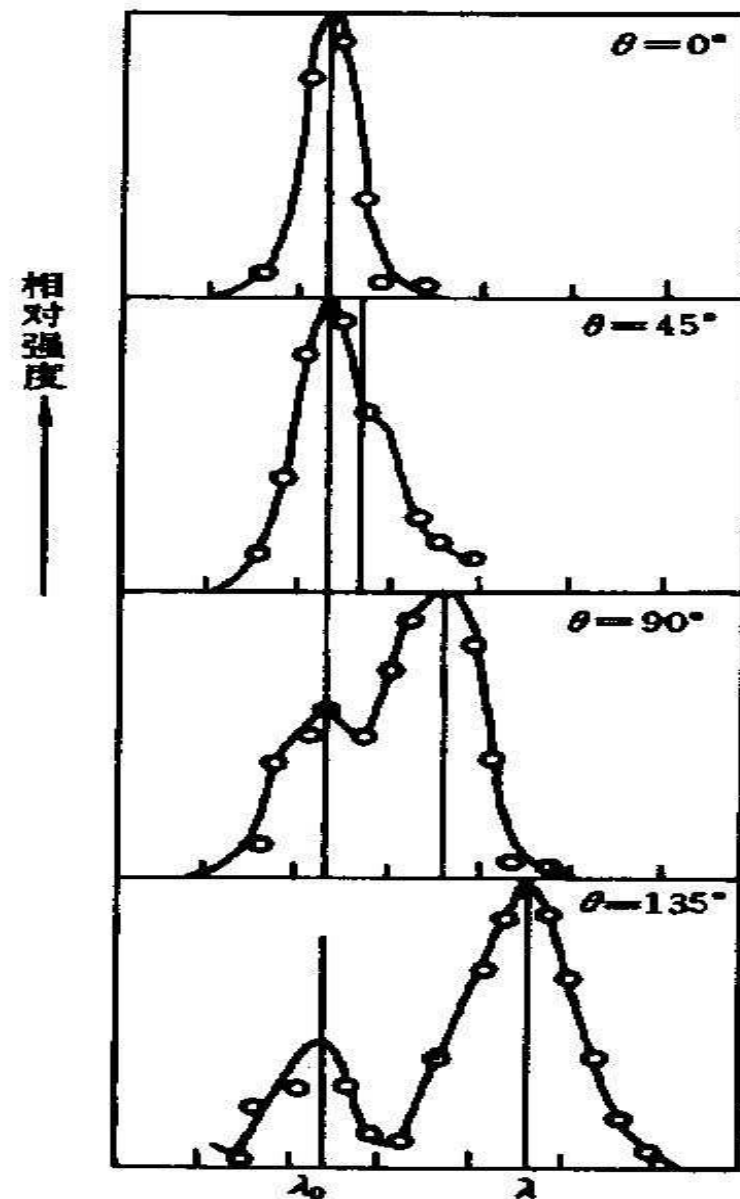
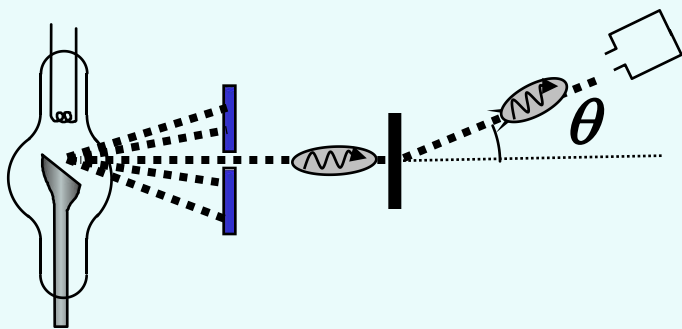
二、实验规律

- 1) 散射光除原波长 λ_0 外，还出现了波长**大于** λ_0 的**新的**散射波长 λ 。



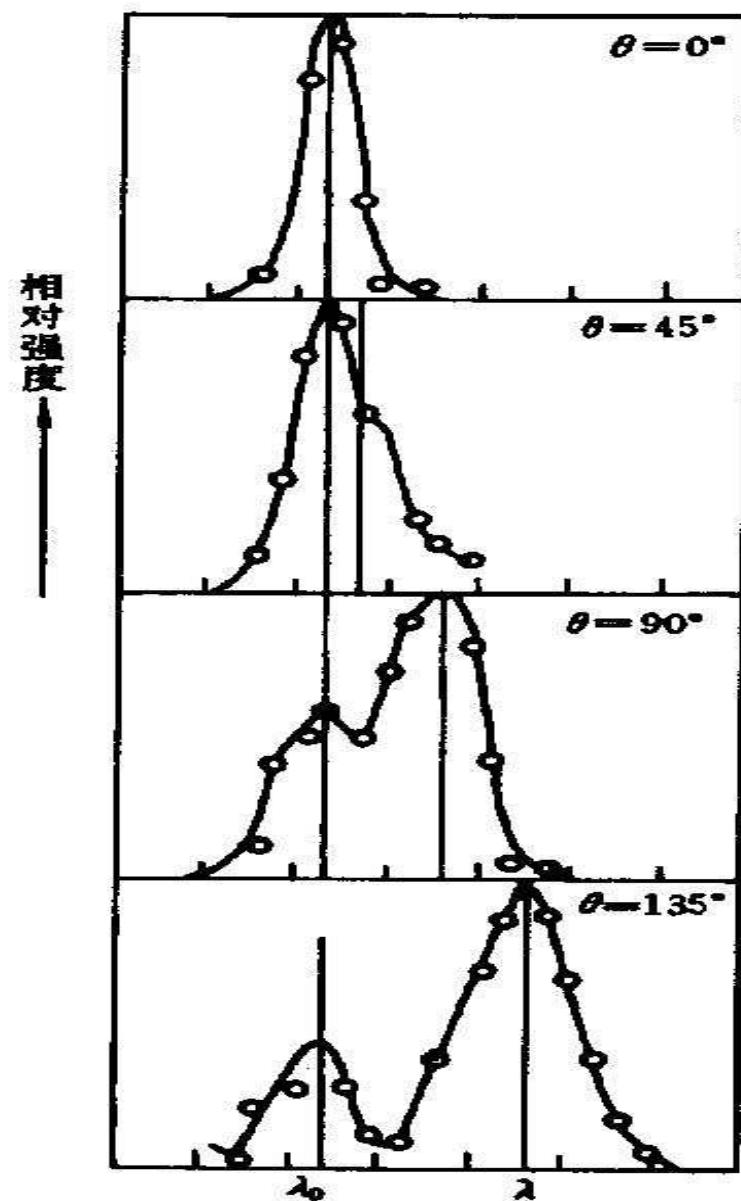
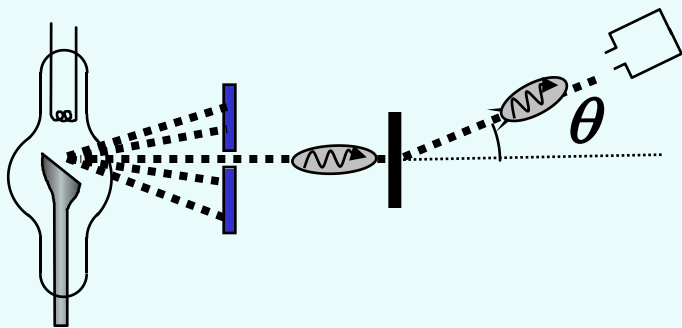
二、实验规律

- 2) 波长差 $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ 随散射角的增大而增大。



二、实验规律

- 3) 新波长的谱线强度随散射角 θ 的增加而增加，但原波长的谱线强度降低。

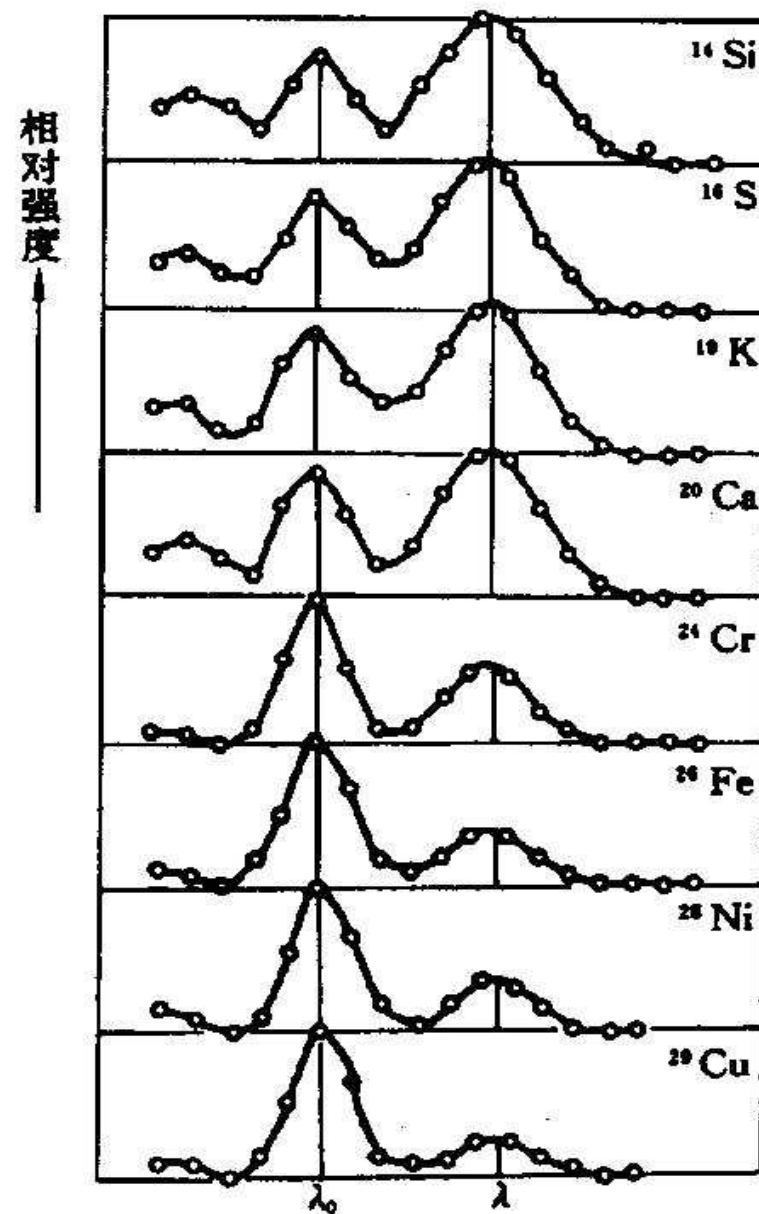


二、实验规律

- 4) 对不同的散射物质，只要在同一散射角下，波长的改变量 $\lambda - \lambda_0$ 都相同，与散射物质无关！

1925-26年吴有训进一步的实验结果

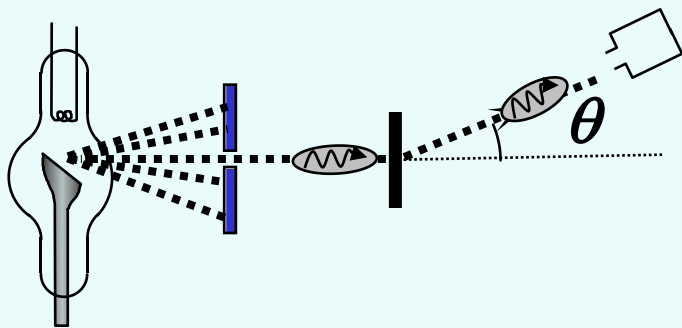
CAI



三、经典电磁理论的困难：

如果入射X光是某种波长的电磁波，散射物质中的电子作受迫振动发射同频率的电磁波，所以散射光的波长是不会改变的。

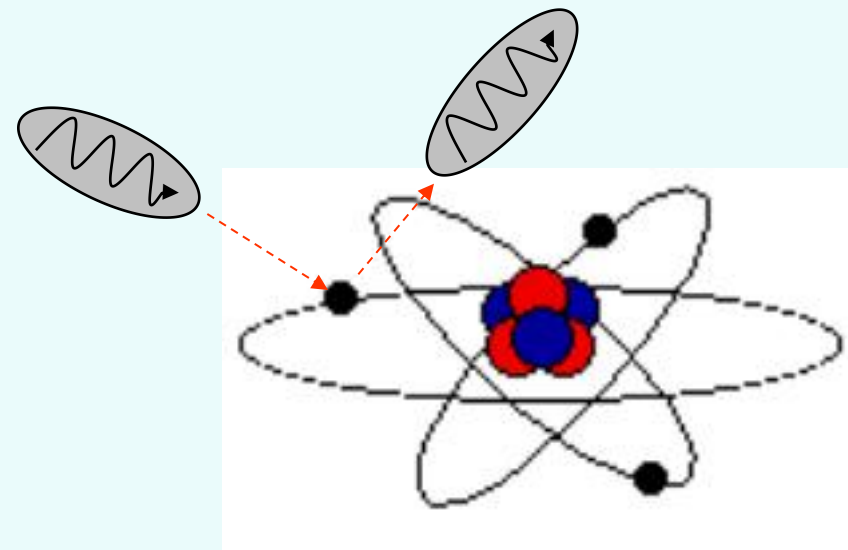
经典电磁理论不能解释散射光中的新波长成份。



四、康普顿效应的理论解释

1) 定性解释

康普顿认为：X光的散射应是光子与原子内层和外层电子的碰撞的结果。

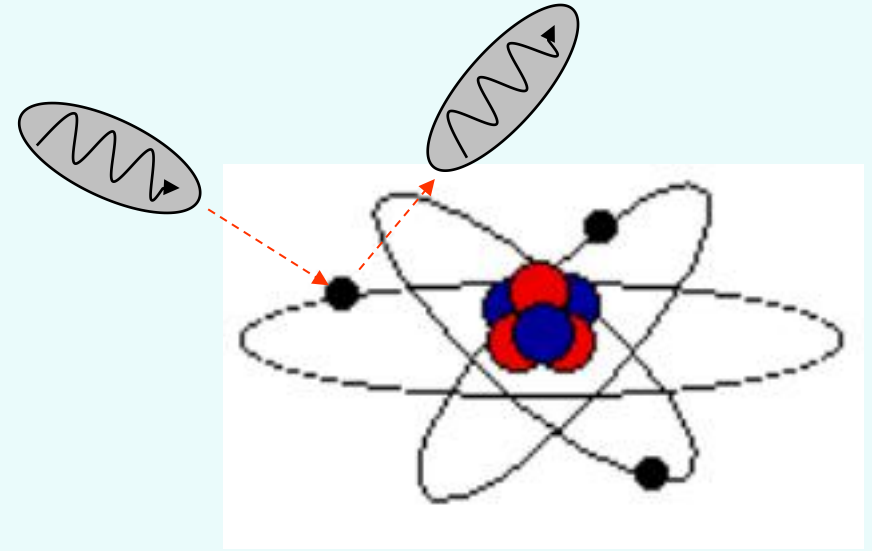


- X射线光子与原子“内层电子”的弹性碰撞

内层电子与核结合较为紧密 (keV)，他认为碰撞实际上可以看作是发生在光子与质量很大的整个原子间的碰撞——光子基本上不失去能量——保持原性质不变（波长不变）。

- X射线光子与原子“外层电子”的弹性碰撞

外层电子与核结合较弱（几个eV）——与X光子相比，这些电子近似看成为“静止”的“自由”电子——光子与电子的弹性碰撞——光子失去部分能量，频率↓，波长↑——康普顿效应。



康普顿的成功也不是一帆风顺的，在他早期的几篇论文中，一直认为散射光频率的改变是由于“混进来了某种荧光辐射”；在计算中起先只考虑能量守恒，后来才认识到还要用动量守恒。

2) 定量计算:

X 射线光子与“静止”的“自由电子”弹性碰撞

conservation of energy

$$pc + m_e c^2 = p'c + \sqrt{p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4}$$
$$(p - p')c + m_e c^2 = \sqrt{p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4} \quad (*)$$

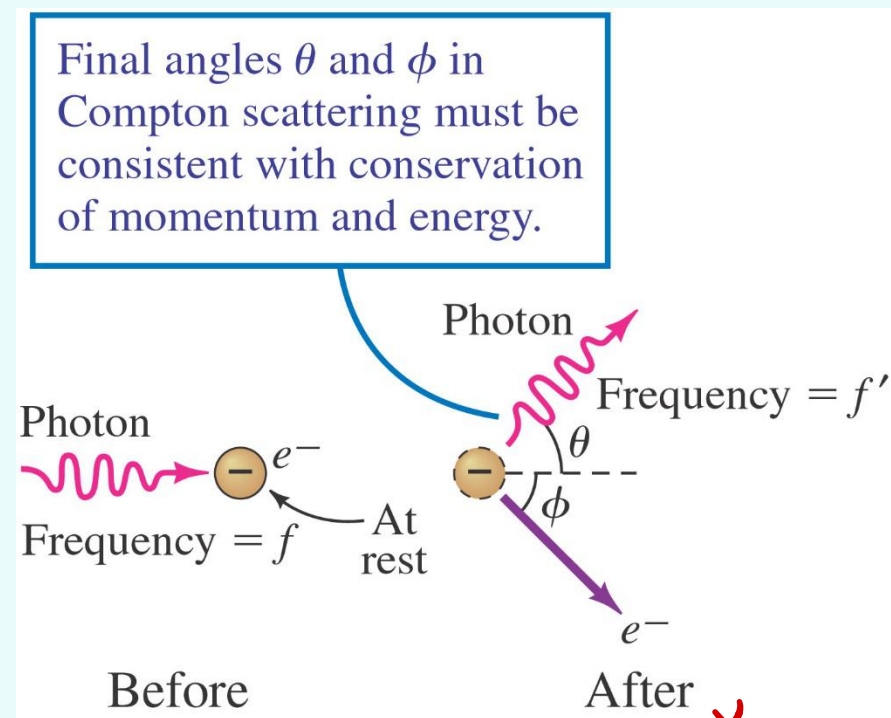
conservation of momentum

$$p^2 - 2pp' \cos \theta + p'^2 = p_e^2 \quad (**)$$

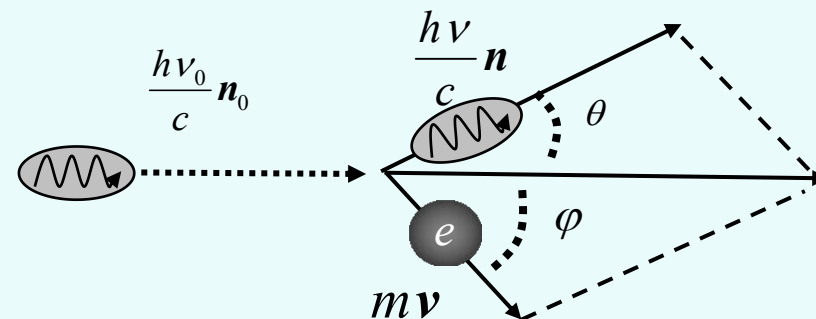
Combine equation(*) with equation(**)

$$pp'(1 - \cos \theta) = m_e c(p - p')$$

$$\Delta \lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) = \frac{2h}{m_e c} \sin^2 \frac{\theta}{2}$$



说明 $\Delta \lambda$ 只与 θ 有关
与散射物质无关



$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta) = \frac{2h}{m_e c} \sin^2 \frac{\theta}{2} = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\lambda_c = h/m_e c = 0.024262 \text{ \AA}$$

康普顿波长为普适量，与物质种类无关！理论和实验结果符合得很好。

说明:

问题1、 为什么可见光观察不到康普顿效应？

- 只有当入射波长 λ_0 与 λ_c 可比拟时，康普顿效应才显著，因此要用X射线才能观察到康普顿散射，用可见光观察不到康普顿散射。对可见光来讲，

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \sim 10^{-5 \sim -6}$$

不可能观测到康普顿效应

说明： **问题2、为什么康普顿效应中的电子不能像光电效应那样吸收光子，而是散射光子？**

- 康普顿效应中的自由电子不能像光电效应那样吸收光子而是散射光子。若静止的自由电子吸收光子

$$\left. \begin{aligned} h\nu_0 + m_0c^2 &= mc^2 \\ \frac{h\nu_0}{c} \hat{n}_0 &= m\nu \hat{n}_0 \\ m &= m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\Rightarrow 1 - \frac{v}{c} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \\ &\Rightarrow v = c \text{ 不可能!} \end{aligned}$$

故自由电子不可能吸收光子，只能散射光子。

注：光子整体被电子吸收（虚过程），电子又发射光子。

说明:

问题3、为什么在光电效应中不考虑动量守恒?

在光电效应中, 入射的是可见光和紫外线, 光子能量低, 电子与整个原子的联系不能忽略, 原子也要参与动量交换, 光子——电子系统动量不守恒。

但原子质量较大, 能量交换可忽略, 光子——电子系统仍可认为能量是守恒的。

原子会影响动量守恒。


$$h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + A$$

五、康普顿散射实验的意义

- 支持了“光量子”概念，进一步证实了

$$\varepsilon = h\nu$$

- 首次实验证实了爱因斯坦提出的“光量子具有动量”的假设

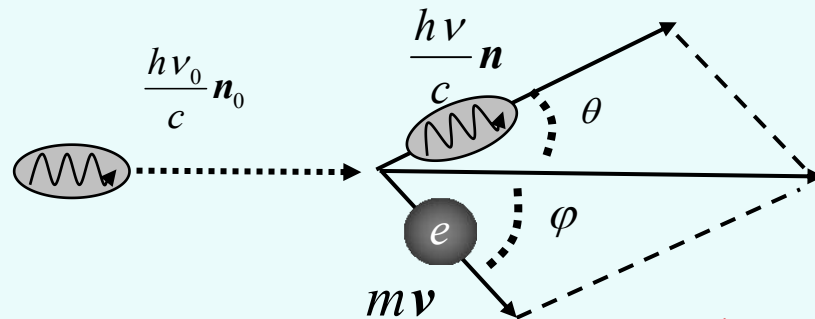
$$p = \frac{h}{\lambda}$$


- 证实了在微观领域的单个碰撞事件中，
动量和能量守恒定律仍然是成立的。

[例] 在康普顿效应中，入射光子的波长为 $3 \times 10^{-3} \text{ nm}$ ，反冲电子的速度为光速的 60%，求散射光子的波长和散射角。

解：

$$\lambda - \lambda_0 = 2 \frac{h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2}$$



$$\frac{hc}{\lambda_0} + m_0 c^2 = \frac{hc}{\lambda} + \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} c^2$$

$$\frac{hc}{\lambda_0} + m_0 c^2 = \frac{hc}{\lambda} + \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} c^2$$

$$\because v = 0.6 c \quad \therefore \lambda = 4.34 \times 10^{-12} \text{ m}$$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{(\lambda - \lambda_0) m_0 c}{2h}} = 0.543 \quad \theta = 65.7^\circ$$

$$E = h\nu + mc^2$$

[Example] Consider a case of Compton scattering in which a photon collides with a free electron and scatters backward while it gives up half its energy to the electron (a) What are the frequency and energy of the incident photon? (b) What is the electron's velocity after the collision?

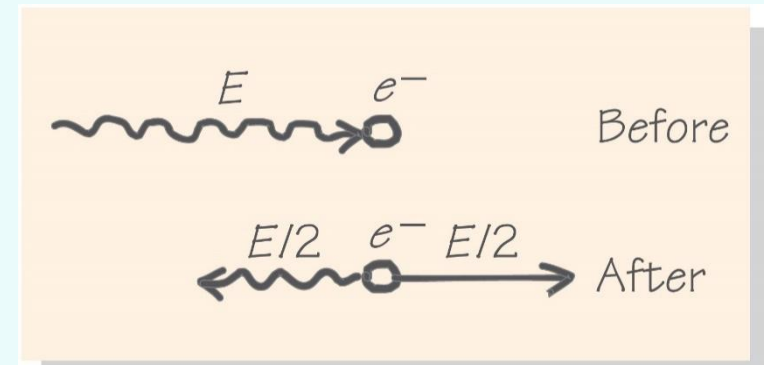
Solution

(a) From the Compton scattering, we have

$$\lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) \quad \theta = 180^\circ$$

Because the photon gives up half its energy, we have

$$h \frac{c}{\lambda} = \frac{1}{2} h \frac{c}{\lambda_0} \quad \Rightarrow \quad \lambda = 2\lambda_0$$



- (a) What are the frequency and energy of the incident photon?
(b) What is the electron's velocity after the collision?

$$2\lambda_0 - \lambda_0 = 2.43 \times 10^{-12} (1 - \cos 180^\circ)$$

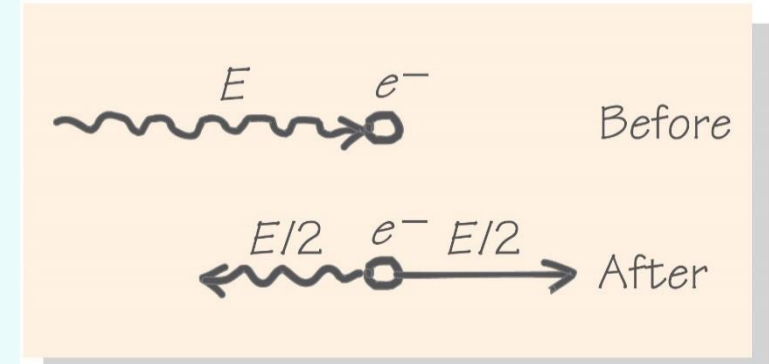
$$\Rightarrow \lambda_0 = 4.85 \times 10^{-12} \text{ m}$$

$$f_0 = \frac{c}{\lambda_0} = 6.18 \times 10^{19} \text{ Hz} \quad E_0 = hf_0 = 4.10 \times 10^{-14} \text{ J} = 0.256 \text{ MeV}$$

(b) The kinetic energy of the electron is

$$E_k = \frac{1}{2} hf_0 = 0.128 \text{ MeV}$$

$$\therefore K = mc^2 - m_0c^2 \quad \Rightarrow \quad v = 0.6c$$



in the direction of the original photon.

光的波粒二象性 Wave-Particle Duality

- We have seen that experiments such as blackbody radiation, the photoelectric effect, and Compton scattering can be explained using **the photon picture of light**, but not with the wave picture.
- However, it is important to realize that experiments such as diffraction and interference all need **the wave picture**, as a photon (particle) picture fails in these cases.

$$\begin{array}{ll}
 \text{波动性特征:} & \nu, \lambda \\
 \text{粒子性特征:} & E, m, p
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 E = h\nu \\
 m = \frac{h\nu}{c^2} \\
 p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}
 \end{array}
 \right.$$

光作为电磁波是弥散在空间而连续的
 光作为粒子在空间中是集中而分立的

} 统一于
“概率波”

光强分布可以是连续的，光子是分立的。

光子在某处出现的概率和该处光振幅的平方成(强度)正比。

氢原子光谱 玻尔理论

一、氢原子光谱实验规律

Line spectra of the hydrogen atoms

原子光谱是原子内部结构的直接反映，
不同的原子有不同的特征光谱，

定义波数 $\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda}$

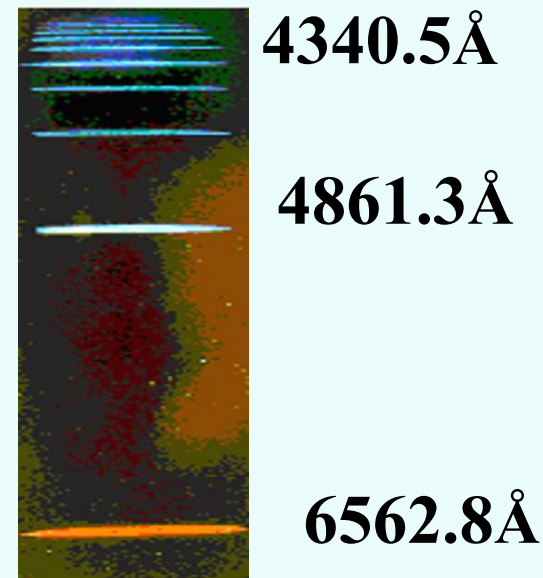
任意谱线的波数可以表示为

$$\tilde{\nu} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) = T(m) - T(n)$$

称为Rydberg公式， R 为Rydberg恒量， $n > m$ ：正整数

$$R = 1.096776 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

$T(m), T(n)$ ：光谱项



m 取不同值时, 给出不同光谱系;
 n 对应于不同谱线

$$n > m \ (n = m+1, m+2, \dots)$$

$$\nu = c\tilde{\nu}$$

$$= cR\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$= cT(m) - cT(n)$$

$$\tilde{\nu} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) = T(m) - T(n)$$

赖曼系 (Lyman) $m=1$, 紫外光

$$\tilde{\nu} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 2, 3, 4 \dots$$

巴尔末系 (Balmer) $m=2$, 可见光

$$\tilde{\nu} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad n = 3, 4, 5 \dots$$

帕邢系 (Paschen) $m=3$, 红外

$$\tilde{\nu} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad n = 4, 5, 6 \dots$$

氢原子线系

线系	发现年份	m	n	波段
莱曼Lyman	1916	1	2, 3, 4, ...	紫外
巴耳末Balmer	1885	2	3, 4, 5, ...	可见
帕邢pashen	1908	3	4, 5, 6, ...	红外
布拉开Brackett	1922	4	5, 6, 7, ...	红外
普丰德Pfund	1924	5	6, 7, 8, ...	红外
汉弗莱 Humphreys	1953	6	7, 8, 9, ...	红外
汉森与斯特朗 Hansen&Strong	1973	7	8, 9, 10, ...	红外

人们自然会提出如下三个问题：

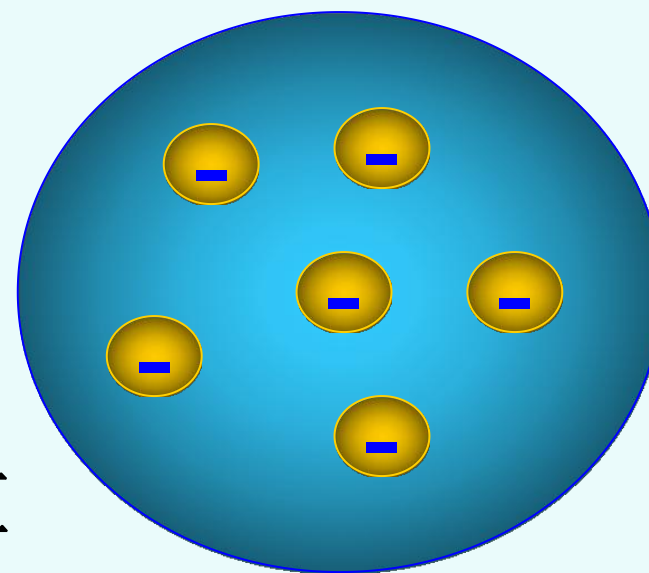
- 1、原子线状光谱产生的机制是什么？
- 2、光谱线的频率为什么有这样简单的规律？
- 3、光谱线公式中能用整数作参数来表示这一事实启发我们思考：怎样的发光机制才能认为原子的状态可以用包含整数值的量来描写。

二、经典原子模型及其困难

1. J.J.Thomson的面包夹葡萄干模型（1902-4）

整个原子呈胶冻状的球体，正电荷均匀分布于球体上，而电子镶嵌在原子球内，在各自的平衡位置作简谐振动并发射同频率的电磁波。

简化为谐振子模型——能解释可见光区的光谱，不能说明红外、紫外光谱。

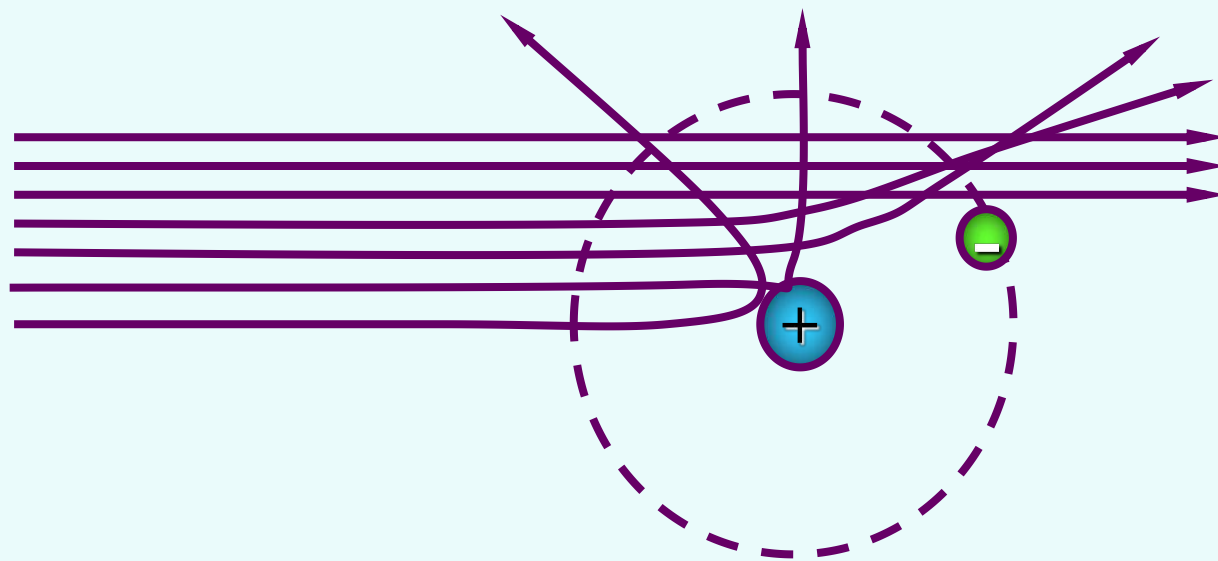


$$r \sim 10^{-10} \text{m}$$

二、经典原子模型及其困难

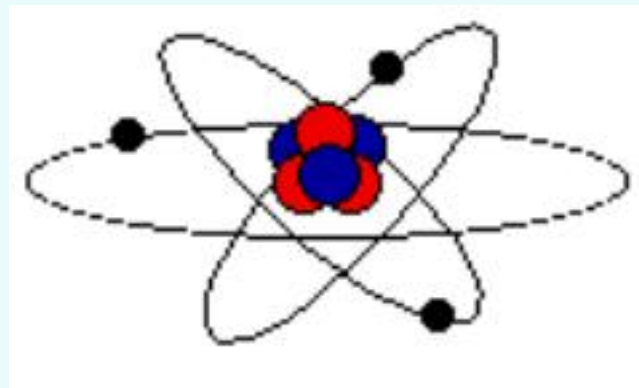
2. 卢瑟福的 α 粒子散射实验和原子的核结构模型

1909年, 卢瑟福(E. Rutherford) 的 α 粒子轰击厚度为微米的金箔, 发现绝大多数的 α 粒子都照直穿过薄金箔, 偏转很小, 但有少数 α 粒子发生角度比汤姆生模型所预言的大得多的偏转, 大约有1/8000 的 α 粒子偏转角大于 90° , 甚至观察到偏转角等于 150° 的散射, 称**大角散射**, 更无法用汤姆森模型说明。



二、经典原子模型及其困难

1911年卢瑟福提出原子的有核模型(又称原子的核式结构模型)：与正电荷联系的质量集中在中心形成**原子核**，电子绕着原子核转动如同行星绕太阳转动一样满足开普勒三定律，又称太阳系模型。



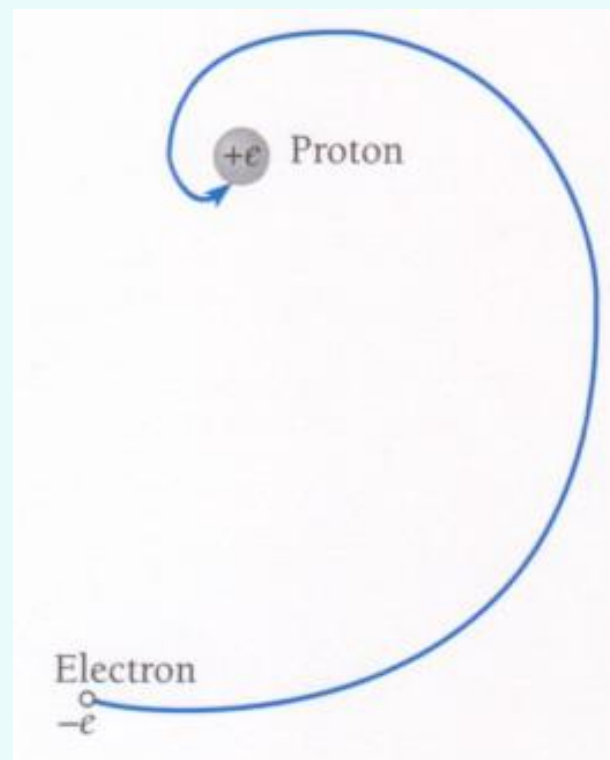
二、经典原子模型及其困难

3. 经典原子模型的困难

核结构模型很好地解释了 α 粒子散射实验，但却使经典理论陷入困境：

(1) 原子的稳定性问题

按照经典电磁理论加速带电粒子一定要辐射电磁波，使得电子的动能越来越小，最后电子被吸引到原子核上。原子是不稳定的。



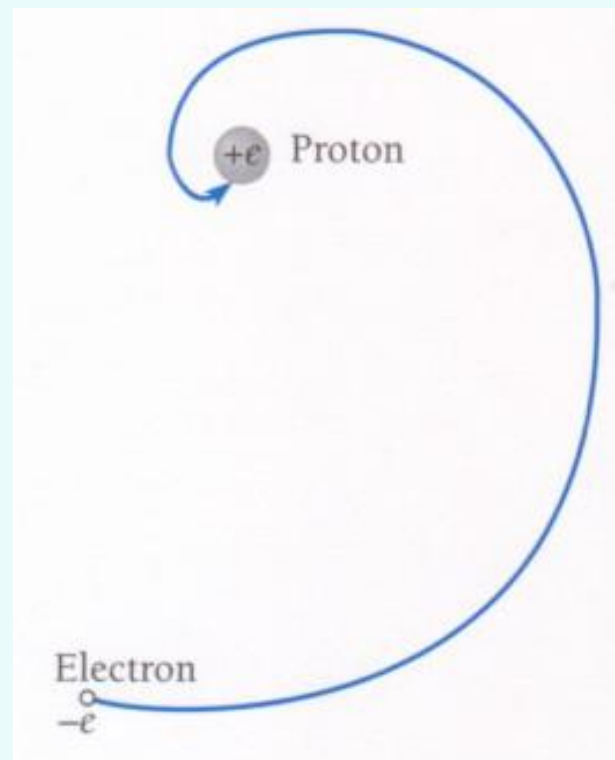
二、经典原子模型及其困难

3. 经典原子模型的困难

核结构模型很好地解释了 α 粒子散射实验，但却使经典理论陷入困境：

(2) 原子光谱的线状光谱问题

若电子运动的周期为 T ，发射的电磁波的周期也应该是 T ，电子的周期由于运动半径越来越小是连续变化的，所以按卢瑟福的原子模型辐射的电磁波应该是连续谱。



三、Bohr 理论 Bohr model of hydrogen

- 1911年赴Cambridge大学，在Cavendish实验室工作
- 1912年在Manchester大学Rutherford实验室工作四个月，参加了“ α 粒子散射实验”研究工作
- 1913年发表“原子构造和分子构造”，提出他的氢和类氢原子结构模型

Noels Bohr: 1922诺贝尔物理学奖得主



三、Bohr 理论 Bohr model of hydrogen

1. Bohr 假设:

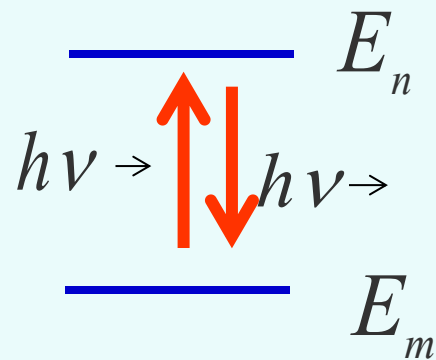
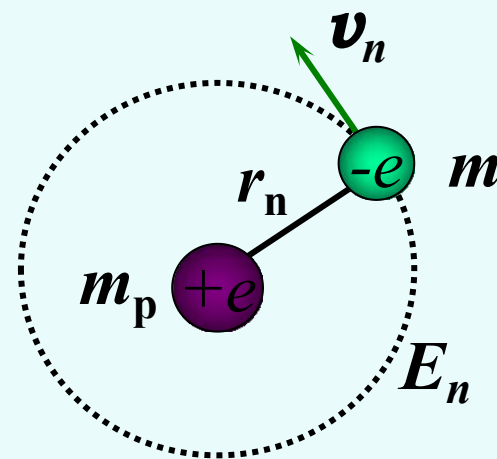
(1) 定态条件: 电子绕核作圆周运动, 但不辐射能量, 是稳定的状态—定态。每一个定态对应于电子的一个能级。

(2) 频率条件: 当原子从某一能量状态跃迁到另一能量状态产生电磁辐射, 且电磁波的频率满足条件

$$h\nu = E_n - E_m$$

(3) 角动量量子化条件: 电子绕核作圆周运动时角动量是量子化的, 取值为

$$L = m v_n r_n = n \hbar \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$



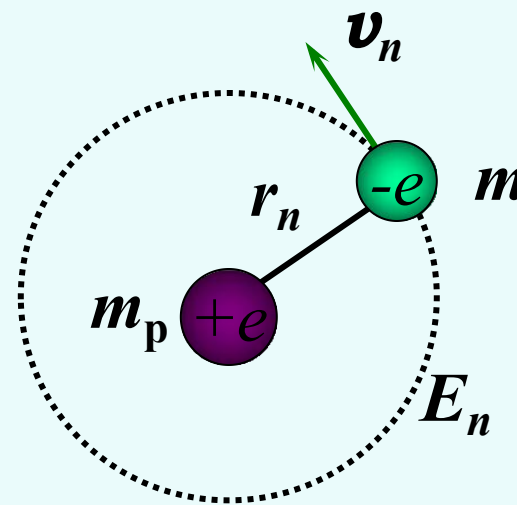
2. 氢原子光谱的Bohr理论解释

经典理论结合Bohr 理论

$$\text{引力} \quad \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

$$L = mvr = n \frac{h}{2\pi}$$

$$r = \frac{nh}{2\pi \cdot mV}$$



• 氢原子的半径和玻尔半径

$$r_n = n^2 \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = n^2 \underline{r_1}$$

$$n = 1, 2, \dots$$

$$r_1 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = a_0 = 0.053 \text{ nm}$$

Bohr半径

- 氢原子的能量、基态能（电离能）

电子能量

$$E = \frac{1}{2} \underbrace{mv^2}_{\text{动能}} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

$$\therefore E = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

$$E = E_n = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_n} = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2} = \frac{-13.6\text{eV}}{n^2} \quad n = 1, 2, \dots$$

$$E_1 = -13.6\text{eV}$$

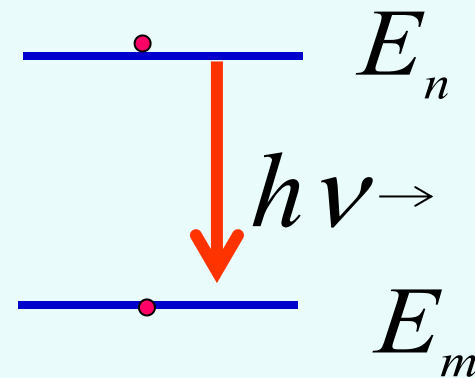
基态能

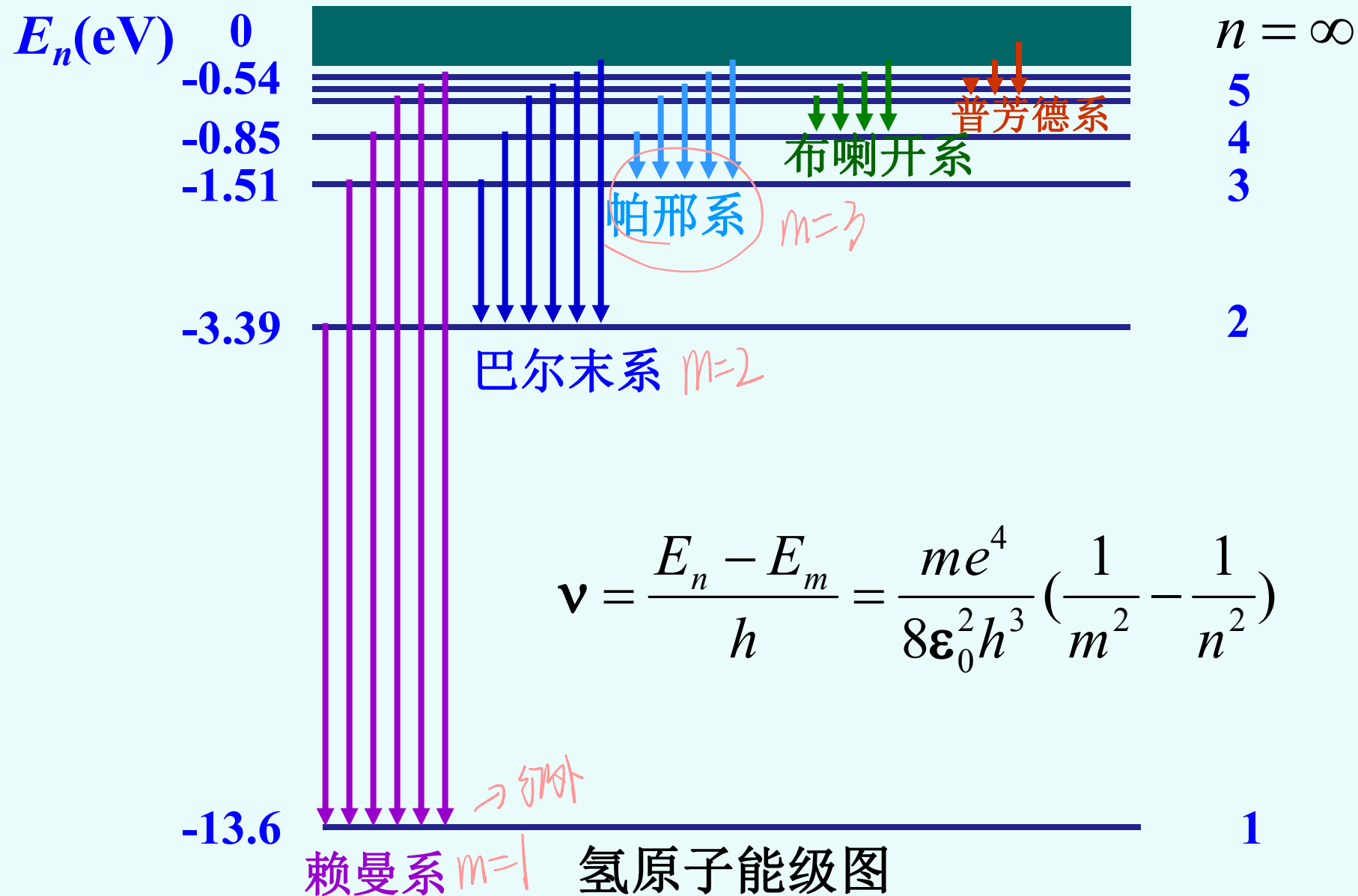
电离能 13.6eV

•Rydberg公式:

$$\nu = \frac{E_n - E_m}{h} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$R = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} = 1.097373 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$





3. 对应原理和玻尔理论意义

- 对应原理

玻尔提出的关于原子的量子规律同经典物理规律差别很大。但当极限条件下（量子数很大），两者趋于一致。

$$\text{如 } E_n = -\frac{\mu e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2} \qquad E_n - E_m = \frac{\mu e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2 m^2} (n^2 - m^2)$$

$$\text{当量子数 } n \text{ 很大} \quad \Delta n = n - m \ll n \quad \Delta E = \frac{\mu e^4 \Delta n}{2\varepsilon_0^2 h^2 n^3} \rightarrow 0$$

当量子数 n 极大时能级可以说是连续的，原子能级下降时的辐射能量也连续。

3. 对应原理和玻尔理论意义

- 玻尔的贡献

玻尔关于“定态”和“能级跃迁决定谱线频率”的假设是两个重要的基本概念，在量子力学理论中占有重要的地位。

- 玻尔理论的局限性

- (1) 对稍复杂的原子光谱，定性、定量都不能解释
- (2) 对氢原子谱线的强度、宽度、偏振等问题遇到困难。
- (3) 玻尔理论的出发点是经典力学，但又加上一些与经典理论不相容的量子化条件来限定稳定状态。是一种不自洽的理论。这本身就决定了理论本身的局限性

[例] 如用能量为12.6 eV的电子轰击氢原子，将产生那些光谱线？

解：

$$\Delta E = E_n - E_1 = \frac{E_1}{n^2} - E_1$$

$$E_1 = -13.6\text{eV}$$

$$12.6 = 13.6 \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$n = \sqrt{\frac{13.6}{13.6 - 12.6}} \approx 3.69 \quad \text{可取 } n = 3$$

可能的能级跃迁： $3 \rightarrow 1$, $3 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 1$

$3 \rightarrow 1$

$$\frac{1}{\lambda_1} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right) = 0.975 \times 10^7 \quad \lambda_1 = 1.025 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$2 \rightarrow 1$

$$\frac{1}{\lambda_2} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = 0.975 \times 10^7 \quad \lambda_2 = 1.216 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$3 \rightarrow 2$

$$\frac{1}{\lambda_3} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = 0.152 \times 10^7 \quad \lambda_3 = 6.579 \times 10^{-7} \text{ m}$$

[Example] Singly ionized helium is a single-electron atom with $Z=2$ and a nuclear mass four times as large as the mass of the hydrogen nucleus. Calculate the longest wavelength in the analogue of the Lyman series, those transitions that end in $n=1$

$$E_n = - \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2}$$

Solution

The energy levels for hydrogen are given by

$$E_n = - \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2} = - \frac{13.6eV}{n^2}$$

The energy levels for singly ionized helium are given by

$$E_n = - \frac{13.6Z^2 eV}{n^2} \quad e^2 \rightarrow Ze^2 \quad Z = 2$$

The longest wavelength comes from the $n = 2$ to $n = 1$ transition

$$\lambda = \frac{hc}{E_2 - E_1} = 30.4nm$$