



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Controllo della forza al contatto con reiezione di disturbi nell'interazione robot-ambiente

Facoltà di Ingegneria dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea Triennale in Ingegneria Informatica e Automatica

Ludovica Mazzucco

Matricola 1883448

Relatore

Prof. Alessandro De Luca

Anno Accademico 2021/2022

Tesi discussa il 8 Luglio 2022
di fronte a una commissione esaminatrice composta da:
Prof. Stefano Battilotti
Prof. Claudia Califano

Controllo della forza al contatto con reiezione di disturbi nell'interazione robot-ambiente

Tesi di Laurea Triennale. Sapienza Università di Roma

© 2022 Ludovica Mazzucco. Tutti i diritti riservati

Questa tesi è stata composta con \LaTeX e la classe Sapthesis.

Email dell'autore: mazzucco.1883448@studenti.uniroma1.it

*Dedicato a
nonno Ruggero,
il mio angelo custode.*

Sommario

Questa tesi si pone l'obiettivo di studiare il processo d'interazione tra robot cedevole ed ambiente rigido in termini di controllo della forza al contatto. Innanzitutto, verrà introdotto il problema analizzando lo strumento attraverso cui, nella maggior parte dei casi, i sistemi reali ottengono informazioni circa l'intensità della forza applicata: il sensore di forza 6D. In secondo luogo, la trattazione si focalizzerà sul derivare il modello dinamico che meglio approssima tale comportamento, al fine di poter gettare le fondamenta del discorso attorno cui ruota la tesi, ossia arrivare a generare uno schema di controllo in grado di garantire regolazione, asservimento di forza e reiezione di disturbi. Particolare attenzione verrà posta proprio a favore di quest'ultima specifica, ovvero si vedrà in che modo strutturare il controllore affinché possa essere resiliente non solo a disturbi costanti, ma anche a quelli sinusoidali con opportune caratteristiche. La discussione sarà affiancata da simulazioni in ambiente Matlab e Simulink per porgere al lettore una prova pratica di quanto si è dedotto in teoria.

Indice

1	Introduzione	1
1.1	Il sensore di forza	1
1.2	Effetto della forza applicata all'ambiente sui giunti del robot	2
1.3	Progetto controllore con linearizzazione via feedback	3
1.4	Dal controllo di posizione al controllo di forza	4
1.5	Modello del robot cedevole in contatto con l'ambiente rigido	5
2	Regolazione e asservimento di forza	7
2.1	Comportamento in catena aperta senza controllore	7
2.2	Comportamento con aggiunta di controllo proporzionale	8
2.3	Comportamento con controllore PI	10
2.4	Comportamento con controllo P e feedforward	11
2.5	Limite del guadagno proporzionale	13
2.6	Asservimento di forza e robustezza dello schema di controllo	14
2.6.1	Saturazioni	15
3	Reiezione disturbi non costanti	19
3.1	Sintesi di un osservatore del disturbo	19
3.1.1	Verifica dell'osservabilità del sistema esteso	20
3.1.2	Costruzione dell'osservatore	21
3.2	Sintesi di un controllore nel dominio di Laplace	21
3.2.1	Funzioni di trasferimento di interesse	22
3.2.2	Costruzione del controllore	22
3.2.3	Simulazione in Simulink	23
	Bibliografia	27

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Il sensore di forza

Il soggetto principale di questa trattazione è il robot manipolatore a base fissa e, prima di passare agli aspetti più tecnici del problema di contatto con l'ambiente, occorre comprendere come effettivamente esso riesca a venire a conoscenza dell'intensità della forza che sta applicando sull'oggetto di lavoro. L'intuizione porterebbe a pensare alla presenza di un qualche dispositivo posto sul *workpiece* che invii un feedback al robot circa il suo effetto su di esso; la non realizzabilità di questa opzione, tuttavia, risiede nel fatto che qualsiasi operazione il manipolatore debba portare a termine implicherebbe una modifica o una modellazione del pezzo da lavorare con conseguente manomissione del suddetto dispositivo. Si risolve, allora, posizionandolo nella zona più vicina al punto in cui si vuole prendere la misura, e cioè sull'ultima flangia (*link*) del robot, a monte dell'organo terminale (*end effector*). Il dispositivo di cui si sta discutendo è il cosiddetto "sensore di forza 6D". Si tratta di un sensore propriocettivo *attivo*, il cui funzionamento si basa sulla presenza di strumenti chiamati "estensimetri", formati da resistenze ai capi delle quali viene misurata una differenza di potenziale che varia a seconda della compressione fisica o meno della zona su cui l'estensimetro è posizionato. In particolare, tali *straingauges* sono incorporati all'interno di circuiti elettrici detti "Ponti di Wheatstone", in cui è presente un parallelo di due resistenze in serie e di queste ne sono note solo tre su quattro, in modo tale da poter ricavare il valore della quarta (che rappresenta proprio l'estensimetro) attraverso la regola del partitore di tensione. Ora, siccome si è interessati a misure di forza, bisogna convertire adeguatamente gli output dei ponti di Wheatstone per mezzo di una "matrice di calibrazione": il processo di costruzione di questo vettore avviene iterativamente applicando per via sperimentale uno stesso set di campioni di forze e coppie sull'organo terminale e rilevando per ognuno le tensioni degli estensimetri. La forma dell'equazione che permette questa conversione

sarà, dunque, la seguente:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}}_{\text{Forze}} = \underbrace{\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} & K_{46} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56} \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & K_{64} & K_{65} & K_{66} \end{bmatrix}}_{\text{matrice di calibrazione}} \times \underbrace{\begin{pmatrix} U_{fx} \\ U_{fy} \\ U_{fz} \\ U_{mx} \\ U_{my} \\ U_{mz} \end{pmatrix}}_{\text{output Ponti di Wheatstone}} \quad (1.1)$$

Come si evince dalla formula, per ogni direzione cartesiana viene restituita una coppia forza-momento sulla base dei corrispondenti *strain gauges*, i quali, nelle applicazioni reali, sono montati in coppia su quattro asticelle flessibili disposte a croce maltese sull'ultimo link del robot. Occorre sottolineare, però, che i valori ottenuti sono relativi al sistema di riferimento solidale al sensore, mentre si è interessati a conoscere quelli rispetto al sistema di riferimento del *workpiece*; bisogna, dunque, applicare una trasformazione di coordinate. Nell'istante di contatto è possibile considerare l'insieme organo terminale-oggetto come fosse un unico corpo rigido ed è quindi ammissibile sostenere che le velocità in ogni punto sottostiano ad una certa relazione reciproca, individuabile attraverso un particolare vettore formato da "matrici di rotazione", le quali permettono di descrivere l'orientamento di un sistema rispetto ad un altro. Vale quindi l'uguaglianza:

$$\begin{bmatrix} {}^s v_s \\ {}^s \omega_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^s R_c & {}^s R_c S(r_{sc}) \\ 0 & {}^s R_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^c v_c \\ {}^c \omega_c \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

$${}^s V = {}^s R_c {}^c V$$

Considerando che la matrice di rotazione in questione gode della proprietà di invertibilità, si ricava facilmente una forma per le velocità nel sistema di contatto.

$${}^c V = ({}^s R_c)^T {}^s V \quad (1.3)$$

Per passare dalla relazione tra le velocità a quella tra le forze basta sfruttare il fatto che il prodotto $F^T V$ (che indica una potenza) è indipendente dalla terna rispetto cui lo si considera, per cui ricombinando la 1.3 si ottiene:

$$\begin{bmatrix} {}^c f \\ {}^c \mu \end{bmatrix} = ({}^s R_c)^T \begin{bmatrix} {}^s f \\ {}^s \mu \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

1.2 Effetto della forza applicata all'ambiente sui giunti del robot

Dopo aver descritto il processo attraverso cui un robot capta il grado d'intensità della forza al contatto, occorre mettere in evidenza il fatto che anche l'ambiente esercita una forza non trascurabile di reazione su di esso, che si esplicita in termini di coppie meccaniche ai giunti; risulta fondamentale, quindi, quantificare tale forza in previsione di giungere ad un modello dinamico che ben rappresenti il comportamento

del robot. Per far ciò, si considera il sistema in condizioni statiche e si sfrutta il cosiddetto "principio dei lavori virtuali", sostenente che la somma dei lavori virtuali è nulla sull'insieme degli spostamenti virtuali. Sia F la forza applicata all'ambiente, u le coppie al giunto, ∂r il vettore degli spostamenti (infinitesimi) dell'organo terminale e ∂q il vettore degli spostamenti (infinitesimi) dei giunti, si consideri inoltre la convenzione per cui le forze sono negative se applicate al robot e positive se applicate all'ambiente, allora il principio si traduce in formule come:

$$-F^T \partial r + u^T \partial q = 0 \quad (1.5)$$

Sostituendo ∂r con la relazione derivante dalla cinematica differenziale che lega le velocità nello spazio cartesiano a quelle nello spazio dei giunti $\partial r = J(q) \partial q$ (ove $J(q)$ indica uno Jacobiano in funzione del vettore q), si ottiene:

$$(-F^T J(q) + u^T) \partial q = 0 \quad (1.6)$$

Questa sarà vera se e solo se la quantità tra parentesi è nulla; il valore della forza di cui risentono i giunti a seguito del contatto sarà dato, dunque, dalla seguente formula:

$$u^T = F^T J(q) \quad (1.7)$$

1.3 Progetto controllore con linearizzazione via feedback

Come già accennato, il risultato appena trovato permette di delineare il modello del robot in contatto con l'ambiente se integrato nell'equazione dinamica generale di un manipolatore 2R planare.

$$M(q)\ddot{q} + c(q, \dot{q}) + g(q) = u + J^T(q)F_c \quad (1.8)$$

Questa relazione è ottenuta attraverso la lagrangiana $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} + \frac{\partial L}{\partial q} = u$. In essa, M rappresenta i termini inerziali, c i termini centrifughi e di Coriolis, g i termini gravitazionali, u la somma delle forze non conservative e, infine, l'ultimo termine è quello cui si faceva riferimento nella sezione precedente.

Considerando come uscita del sistema dinamico l'orientamento nello spazio cartesiano dell'organo terminale ($y = r = f(q)$), per individuare un controllore si procede con un progetto per inversione, ossia si deriva iterativamente l'espressione dell'uscita fino a far comparire il termine u che rappresenta l'ingresso al sistema, in modo tale da avere una relazione che lega direttamente input u e output r .

$$y = r = f(q) \quad (1.9)$$

$$\dot{y} = \dot{r} = \frac{\partial f(q)}{\partial q} \dot{q} = J(q) \dot{q}$$

$$\ddot{y} = \ddot{r} = J(q) \ddot{q} + \dot{J}(q) \dot{q}$$

A questo punto, essendo comparso il termine \ddot{q} , si sostituisce con quello che compare nella 1.8 per esplicitare u .

$$\ddot{y} = \ddot{r} = J(q)M^{-1}(q)(u + J^T(q)F_c) - J(q)M^{-1}(q)[c(q, \dot{q}) + g(q)] + \dot{J}(q)\dot{q}$$

L'ingresso di controllo viene scelto con una forma precisa, atta a linearizzare in feedback cancellando i termini che introducono non linearità e accoppiamenti, oltre che a inserire un certo controllo a .

$$u = M(q)J^{-1}(q)a + c(q, \dot{q}) + g(q) - M(q)J^{-1}(q)\dot{J}(q)\dot{q} - J^T(q)F_c$$

Grazie a questa espressione per l'ingresso, la 1.8 si riduce semplicemente a:

$$\ddot{r} = a \quad (1.10)$$

Come è evidente, la relazione ottenuta risulta priva di non linearità e accoppiamenti tra le diverse direzioni cartesiane. Infatti, se si fossero mantenuti i termini M , c e g , e immaginando di voler applicare una forza lungo una certa direzione sull'organo terminale, il robot avrebbe reagito spostandosi verso una direzione qualsiasi, in generale non verso quella attesa proprio a causa degli accoppiamenti intrinseci.

1.4 Dal controllo di posizione al controllo di forza

Si tenga in considerazione la 1.10. Con un modello del genere è possibile scegliere arbitrariamente l'azione di controllo impostando uno specifico a per ogni direzione cartesiana; tuttavia, risulta fondamentale saper distinguere le direzioni in cui si prevede che il robot sia ostacolato nel movimento da quelle in cui sia in moto libero, in quanto il tipo di controllo dovrà essere differente a seconda del caso.

Per chiarire meglio questo concetto, si prenda come esempio il classico robot manipolatore e si immagini un primo scenario in cui esso sia in contatto con l'ambiente, che si ipotizzi essere infinitamente rigido. In queste condizioni l'*end effector* non ha margine di movimento essendo bloccato, ma, se si comandasse una certa legge oraria con un controllore di tipo PID, si continuerebbe ad accumulare errore e verrebbe comandata una forza sempre maggiore fino ad arrivare a saturare gli attuatori.

Dualmente, se non vi fosse il vincolo dell'ambiente ma si cercasse di controllare la forza al contatto, è intuitivo capire che questo controllo sarebbe fallimentare non essendoci alcun contatto e l'azione controllante si esprimerebbe semplicemente in un'accelerazione "a vuoto". A valle di queste considerazioni, quindi, si sceglie un termine a opportuno a seconda del caso:

- *robot in moto libero*(controllo di posizione): $a = \ddot{r}_{des} + k_p e + k_d \dot{e}$.
ove il primo addendo rappresenta il feedforward e gli altri due un controllo PD.
- *robot in contatto*(controllo di forza): si costruisce un modello dinamico che descrive il contatto, ad esempio un sistema massa-molla-smorzatore, poi si sostituisce "a" con l'espressione per l'accelerazione derivante da esso; è possibile, così, assimilare il comportamento del robot lungo una certa direzione esattamente al sistema fisico semplificato scelto, non essendo presenti né non linearità né accoppiamenti.

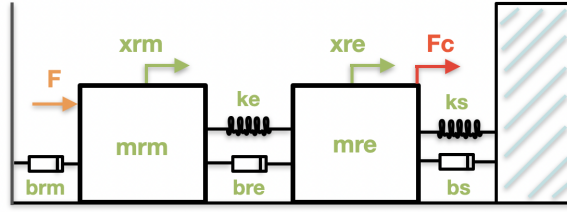


Figura 1.1. Schema fisico del sistema robot-ambiente con contatto

1.5 Modello del robot cedevole in contatto con l'ambiente rigido

La discussione di questa tesi sarà incentrata, in particolare, sull'interazione tra robot cedevole e ambiente rigido; il comportamento del sistema, a valle della linearizzazione e del disaccoppiamento visti nella sezione precedente, può essere schematizzato come in 1.1.

Il robot in sé per sé è rappresentato attraverso le due masse mrm e mre collegate da una molla di costante elastica ke e da uno smorzatore bre ; questa configurazione permette di evidenziare la cedevolezza delle trasmissioni (nel caso in cui il robot fosse stato rigido, la relativa rappresentazione sarebbe stata un'unica massa). Tale caratteristica implica quella che viene definita "non collocazione" tra ingresso e uscita, vale a dire, l'ingresso, che in questo caso è la forza F corrispondente alla forza di contatto desiderata, non influenza direttamente l'uscita F_c , ma esso viene modificato dalla presenza della coppia ks e bre . Si vedrà, in seguito, come ciò mitighi fortemente le prestazioni del sistema in certe condizioni.

Il sensore di forza è qui rappresentato attraverso ks e bs , ove il primo termine modella il fatto che il sensore debba subire una deformazione elastica per ottenere una misura di forza, con la conseguenza che se lo spostamento della seconda massa mre dall'equilibrio è nullo, non si avrà deformazione e, dunque, non verrà riscontrata alcuna forza: il robot mantiene il contatto ma non imprime forze.¹ Infine, il termine di smorzamento bs descrive la non istantaneità della misura di forza, mentre brm e bre consistono negli attriti tra le trasmissioni e con il terreno.

¹Al fine di esemplificare la trattazione, si ipotizzi che la posizione xre sia sempre non negativa, altrimenti bisognerebbe modellare il fenomeno del *chattering*, una sorta di vibrazione che avviene nel punto di contatto a causa dell'azione di controllo e che agisce da disturbo nella misurazione.

Capitolo 2

Regolazione e asservimento di forza

Introdotte le nozioni principali atte a contestualizzare ciò di cui si sta parlando, ha inizio ora la trattazione della questione principale su cui si basa la tesi: la scelta di un controllore adatto a conseguire determinate specifiche di progetto per il sistema robot cedevole e ambiente rigido.

2.1 Comportamento in catena aperta senza controllore

Innanzitutto, è utile studiare come si comporta il sistema in assenza di un controllore e, per farlo, è necessario derivare la funzione di trasferimento che lega la forza d'ingresso F alla forza d'uscita $F_c = k_s x_{re}$. Sulla base dei vincoli fisici presenti e attraverso le leggi della dinamica per ciascuna delle due masse, il sistema da considerare risulta essere:

$$\begin{cases} m_{rm}\ddot{x}_{rm} + b_{rm}\dot{x}_{rm} + b_{re}(\dot{x}_{rm} - \dot{x}_{re}) + k_e(x_{rm} - x_{re}) = F \\ m_{re}\ddot{x}_{re} + b_{re}(\dot{x}_{re} - \dot{x}_{rm}) + b_s\dot{x}_{re} + k_e(x_{re} - x_{rm}) + k_s x_{re} = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Passando dal dominio del tempo al dominio di Laplace e rimaneggiando le espressioni precedenti, si giunge ad una scrittura per il rapporto $\frac{F_c(s)}{F(s)}$ che rappresenta proprio la funzione di trasferimento cercata.

$$P(s) = \frac{b_{re}k_s s + k_e k_s}{a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (2.2)$$

$$a_4 = m_{re}m_{rm}$$

$$a_3 = b_{re}m_{re} + b_{re}m_{rm} + b_{rm}m_{re} + b_s m_{rm}$$

$$a_2 = b_{re}b_{rm} + b_{re}b_s + b_{rm}b_s + k_e m_{re} + k_e m_{rm} + k_s m_{rm}$$

$$a_1 = b_{rm}k_e + b_s k_e + b_{re}k_s + b_{rm}k_s$$

$$a_0 = k_e k_s$$

Analizzando tale risultato, si nota che a denominatore sono presenti quattro poli tutti a parte reale negativa, mentre a numeratore compare uno zero a fase minima.

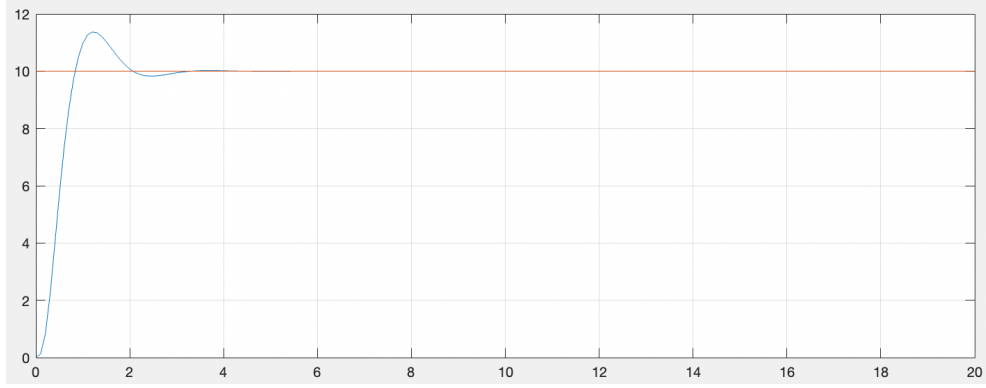


Figura 2.1. Risposta del sistema open-loop (in blu) ad un ingresso costante $F_d = 10$ (in rosso)

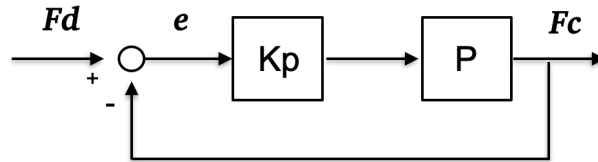
Per valutare come il sistema reagirebbe ad un ingresso costante, si considera la 2.2 calcolata in $s = 0$ e si ha:

$$P(0) = 1 \quad (2.3)$$

Ciò implica che la risposta a regime permanente per un ingresso costante di qualsivoglia ampiezza si assesti proprio al valore dell'ingresso stesso senza l'aggiunta di un controllore, come dimostra la simulazione in ambiente Matlab in 2.1; tuttavia, una semplice regolazione di forza di questo tipo non è robusta a disturbi e incertezze, dunque bisogna aggiungere un *feedback* che stabilizzi l'errore $F_{desiderata} - F_{misurata}$ per mezzo di un controllore.

2.2 Comportamento con aggiunta di controllo proporzionale

Il primo passo è introdurre un controllo di tipo proporzionale $k_p(F_d - F_c)$ con il guadagno scelto opportunamente (si spiegheranno i limiti in questa scelta). Lo schema a blocchi del sistema avrà la seguente forma:



A questo punto, per valutare la bontà di questa scelta, si determina il legame ingresso-errore e se ne studia la relativa funzione di trasferimento. Lavorando sempre nel dominio di Laplace, si ha che $e(s) = F_d(s) - F_c(s)$, quantità che possono essere facilmente ricavate da 2.1. Ne deriva che:

$$e(s) = \frac{1}{1 + k_p P(s)} F_d \quad (2.4)$$

Da cui, esplicitando P come $\frac{N_p}{D_p}$:

$$W_e(s) = \frac{e(s)}{F_d(s)} = \frac{D_p}{D_p + K_p N_p}$$

Sostituendo le variabili con le relative espressioni e svolgendo i calcoli si ottiene:

$$W_e(s) = \frac{D_p}{a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (2.5)$$

$$a_4 = m_{re} m_{rm}$$

$$a_3 = b_{re} m_{re} + b_{re} m_{rm} + b_{rm} m_{re} + b_s m_{rm}$$

$$a_2 = b_{re} b_{rm} + b_{re} b_s + b_{rm} b_s + k_e m_{re} + k_e m_{rm} + k_s m_{rm}$$

$$a_1 = b_{rm} k_e + b_s k_e + b_{re} k_s + b_{rm} k_s + b_{re} k_p k_s$$

$$a_0 = k_e k_s + k_e k_p k_s = k_e k_s (1 + k_p)$$

Rappresentando il legame tra ingresso ed errore, idealmente la 2.5 dovrebbe essere nulla per qualsiasi F_d , poiché significherebbe che la risposta a regime ricalca proprio la forza desiderata, ma, se si considera l'errore per un ingresso costante:

$$W_e(0) = \frac{1}{1 + k_p} > 0$$

Ciò significa che per ingressi costanti l'errore a regime non si annulla con il solo uso del controllo proporzionale; in generale, un motivo che spinge a non utilizzare il controllore proporzionale risiede nel fatto che, qualora l'errore convergesse a zero perché la forza di contatto comandata è esattamente quella desiderata, cesserebbe il controllo e la forza in questione si annullerebbe. Bisogna, quindi, affiancare il proporzionale ad altri tipi di controllo attraverso:

- aggiunta di un'azione integrale;
- aggiunta di feedforward.

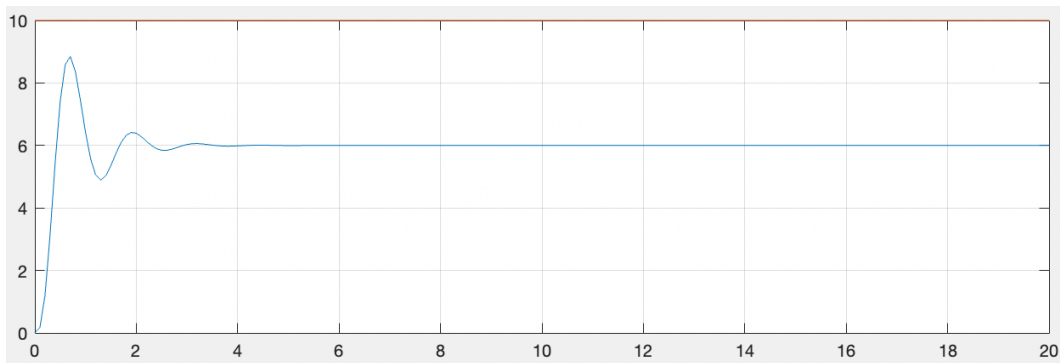


Figura 2.2. Risposta al gradino (in blu) utilizzando solo il controllo proporzionale scegliendo $k_p=1.5$

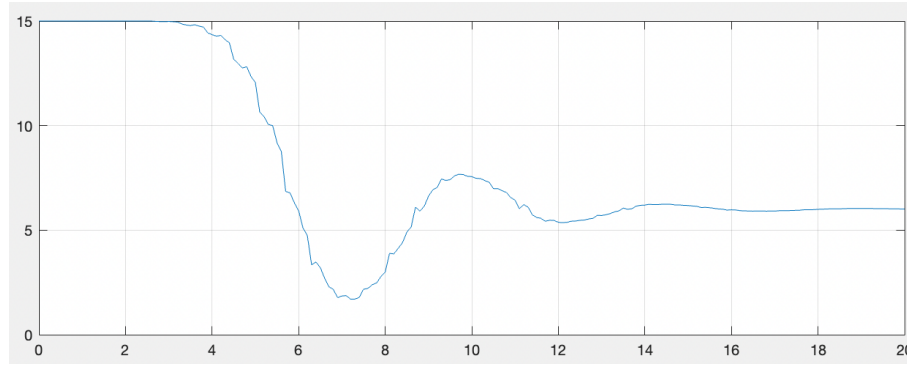


Figura 2.3. sforzo di controllo relativo al controllore di figura 2.2

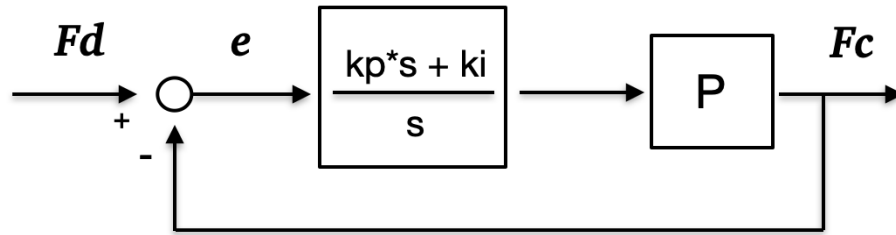


Figura 2.4. Schema a blocchi nel caso di controllore PI

2.3 Comportamento con controllore PI

Si consideri ora il sistema con sia il controllo proporzionale che l'azione integrale; lo schema a blocchi diviene, dunque, come quello mostrato in figura 2.4. Anche in questo caso è utile valutare le prestazioni del sistema a partire dalla funzione di trasferimento relativa all'errore, esattamente come nel caso precedente; si avrà:

$$e(s) = \frac{1}{1 + \frac{k_p s + k_i}{s} P(s)} F_d(s) \quad (2.6)$$

Da cui si ricava:

$$W_e(s) = \frac{D_p s}{a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + k_e k_i k_s} \quad (2.7)$$

Grazie alla presenza del termine s a numeratore si ottiene:

$$W_e(0) = 0 \quad (2.8)$$

Si può notare come grazie alla configurazione con il PI l'errore sia nullo a regime per ingressi costanti. Per approfondire ulteriormente lo studio del sistema in questo stato e valutare non solo l'errore rispetto riferimenti costanti ma anche per ingressi di tipo sinusoidale, è possibile considerare la risposta armonica $W_e(j\omega)$ e visualizzarla attraverso i diagrammi di Bode come si vede in figura 2.5. Alle alte frequenze si nota che il modulo della risposta armonica è unitario e la fase nulla, questo si traduce nel fatto che i segnali sinusoidali vengono trasferiti immutati, viceversa, a basse

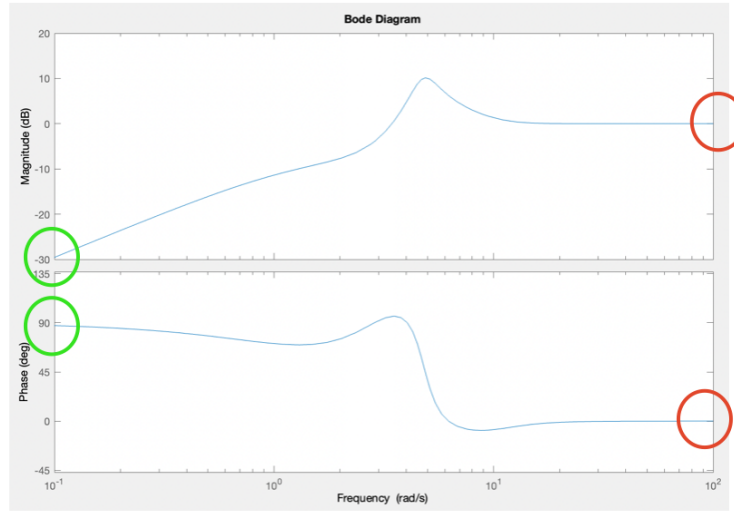


Figura 2.5. Diagrammi di Bode della funzione di trasferimento d'errore relativa al sistema con PI. Per alte frequenze (in rosso) i segnali sinusoidali vengono trasferiti immutati, mentre a basse frequenze (in verde) vengono fortemente attenuati

frequenze si vede che essi vengono fortemente attenuati e sfasati; è evidente che la $W_e(j\omega)$ rispecchia un filtro passa-alto. Applicando al caso in esame questo risultato, si deduce che l'errore si approssima a zero solo per gli ingressi sinusoidali con basse pulsazioni e, quindi, in questi specifici casi l'uscita a regime approssimerà bene il riferimento, mentre ciò non accade se le pulsazioni iniziano a diventare in modulo abbastanza grandi.

2.4 Comportamento con controllo P e feedforward

L'alternativa all'aggiunta dell'azione integrale è rappresentata dal feedforward, un controllo in catena aperta che si basa principalmente sull'inversione del rapporto ingresso-uscita per ricavare il valore dell'ingresso necessario al fine di ottenere una determinata uscita (si veda la figura 2.7); questa tecnica fa affidamento sul fatto che gli zeri della funzione di trasferimento siano a fase minima, in quanto nel processo di inversione diventeranno i poli del sistema secondario.

Riprendendo la 2.2, si ha che $F_{cd}(s) = P(s)F_d(s)$, l'obiettivo del feedforward è ricavare $F_d(s) = P^{-1}(s)F_{cd}(s)$, per cui se si sostituisce $P(s)$ con la sua forma e si moltiplicano ambo i membri per il suo denominatore si ottiene:

$$(a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0)F_{cd}(s) = (b_1s + b_0)F_d(s) \quad (2.9)$$

Antitrasformando nel dominio del tempo si ha:

$$\underbrace{a_4 \ddot{\ddot{F}}_{cd}(t) + a_3 \ddot{\ddot{F}}_{cd}(t) + a_2 \ddot{\ddot{F}}_{cd}(t) + a_1 \dot{\ddot{F}}_{cd}(t) + a_0 F_{cd}(t)}_{\text{ingresso desiderato } u_d \text{ del sistema relativo al feedforward}} = b_1 \dot{F}_d(t) + b_0 F_d(t) \quad (2.10)$$

Come si può osservare, per ricavare il valore di F_d occorre risolvere una equazione differenziale del primo ordine, equivalentemente si costruisce un sistema dinamico con

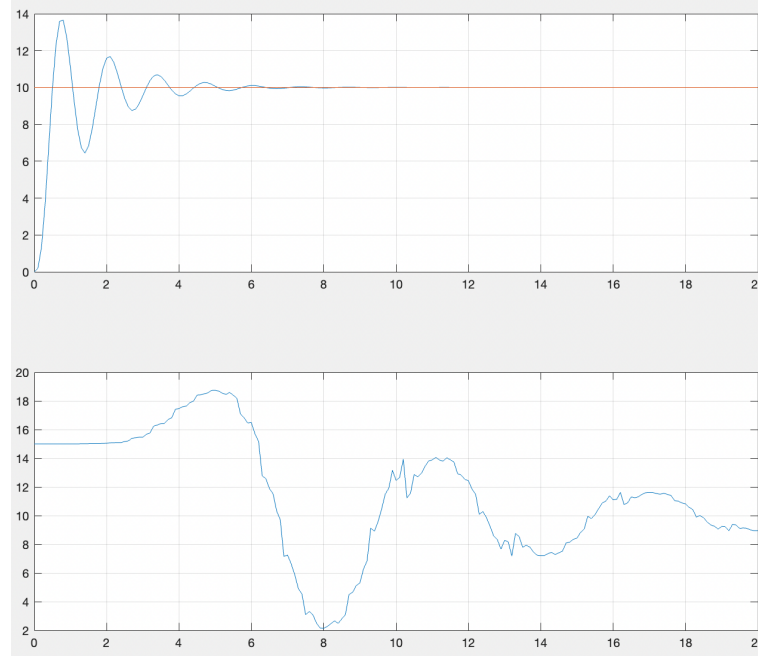


Figura 2.6. Risposta del sistema con PI(in alto) in cui il riferimento (in rosso) è $F_d=10$ e i guadagni sono $k_i=3$ e $k_p=1.5$. In basso si può vedere lo sforzo di controllo.

rappresentazione con lo stato ad hoc la cui uscita sia proprio F_d per demandare la sua risoluzione a Matlab attraverso la funzione *ode45*. Per far ciò, dunque, si riconsideri la 2.10 sostituendo al membro di sinistra il termine u_d e riportando in Laplace quello destro come in 2.9, allora isolando il termine F_d si elabora l'espressione:

$$F_d(s) = \underbrace{\frac{1}{b_1 s + b_0}}_{W(s)} u_d(s) \quad (2.11)$$

Generando attraverso il metodo della realizzazione le matrici A, B e C relative a W(s) per comporre la rappresentazione con lo stato, si avrà per essa una siffatta forma:

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = -\frac{k_e}{b_{re}} z(t) + \frac{1}{b_{re}} u_d(t) \\ y(t) = F_d(t) = \frac{1}{k_s} z(t) \\ z(0) = 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

Dopo aver esplicitato il metodo per ricavare quantitativamente la forza di feedforward e seguendo la medesima linea di ragionamento dei casi precedenti, si calcola anche qui la W_e e si valuta in $s=0$.

$$\begin{aligned} e(s) &= F_d(s) - F_c(s) = F_d(s) - P(s)(P^{-1}(s)F_d(s) + k_p e(s)) \\ e(s) &= 0 \end{aligned} \quad (2.13)$$

Si evince da 2.13 che l'errore grazie al feedforward è sempre nullo indipendentemente dal valore di s. Valutando, invece, la funzione di trasferimento closed-loop si ricava:

$$F_c(s) = P(s)(P^{-1}(s)F_d(s) - k_p(F_d(s) - F_c(s)))$$

$$\frac{F_c(s)}{F_d(s)} = W(s) = 1$$

Il guadagno del sistema risulta essere unitario, ciò vuol dire che l'uscita riuscirà a riprodurre bene l'ingresso costante in condizioni nominali e in assenza di disturbi. Si possono apprezzare le prestazioni di questa configurazione di controllo facendo riferimento alla figura 2.8.

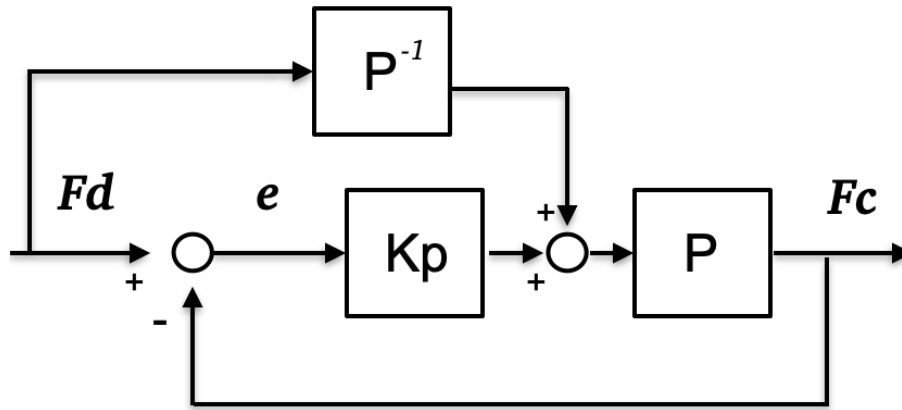


Figura 2.7. Schema a blocchi del sistema formato da controllore P e feedforward.

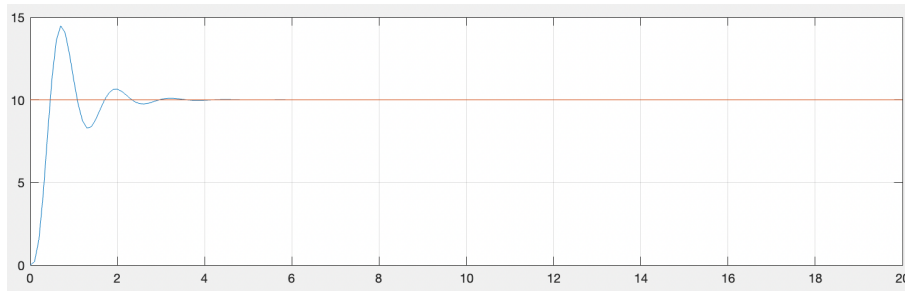


Figura 2.8. Risposta del sistema P+feedforward(in blu) per un ingresso costante $F_d=10$ (in rosso) con guadagno $k_p=1.5$.

2.5 Limite del guadagno proporzionale

Nelle simulazioni precedenti si sono sempre valutate le risposte dei diversi tipi di sistemi imponendo un guadagno proporzionale pari a 1.5, inoltre, si è affermato che aumentando di troppo questo valore il sistema avrebbe risentito di problemi. Si approfondisce in questo paragrafo il motivo di quanto detto.

Si prenda in considerazione per semplicità il caso del controllore formato solo dall'azione proporzionale, di modo che si possa osservare cosa accade al variare di k_p attraverso il luogo delle radici. Come viene analizzato in figura 2.9, aumentando k (che corrisponde al guadagno proporzionale) oltre il valore limite 4.58 il sistema cade in instabilità, anzi, basta già imporre $k_p = 4$ per ottenere una risposta in oscillazione continua come dimostrato in figura 2.10. Se si studiassero le varianti del problema

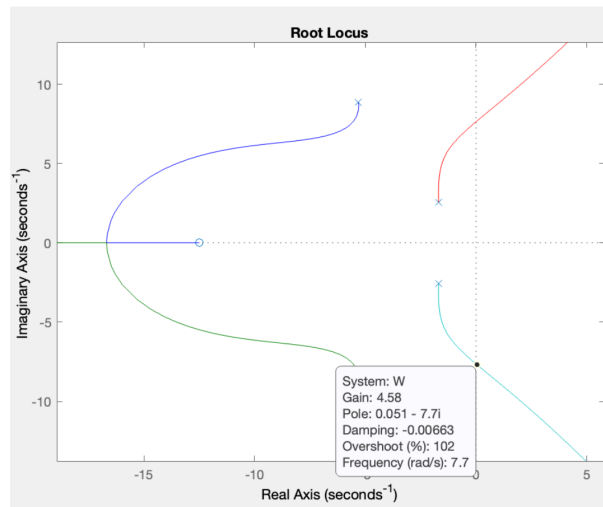


Figura 2.9. Luogo delle radici per il sistema con solo azione proporzionale.

di contatto in cui si considera il robot rigido e non cedevole, si osserverebbe che il sistema risulta sempre stabile per qualsiasi valore di kp , se ne evince, allora, che la causa dell'instabilità risiede nella non collocazione tra forza d'ingresso e forza d'uscita che, come si è preannunciato nella sezione 1.5, impone di considerare anche la dinamica presente tra esse; ciò che accade aumentando il guadagno proporzionale in questo caso è l'eccitazione di dinamiche nascoste causate dalla cedevolezza delle trasmissioni del robot.

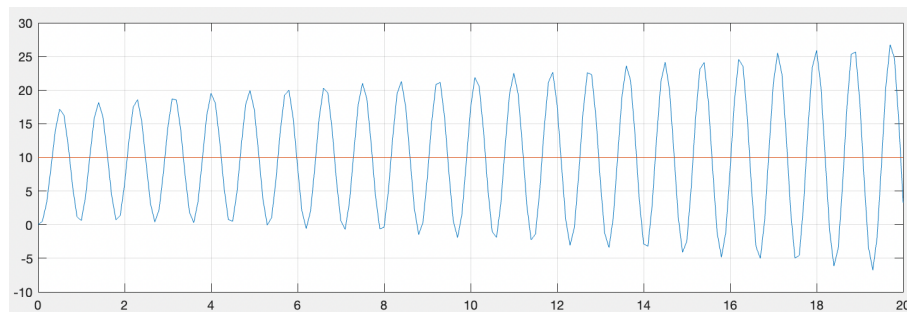
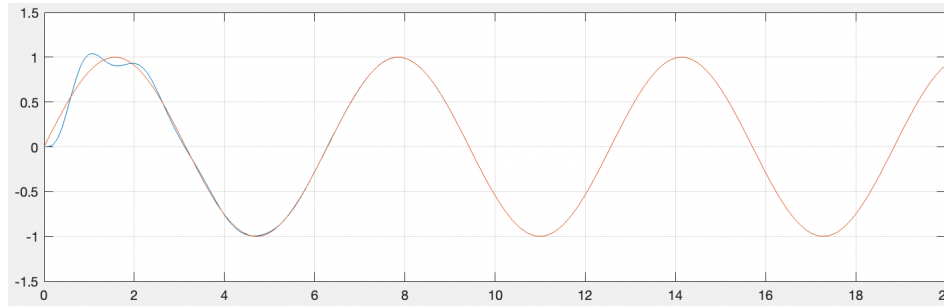


Figura 2.10. sistema in instabilità con guadagno proporzionale $kp=4$.

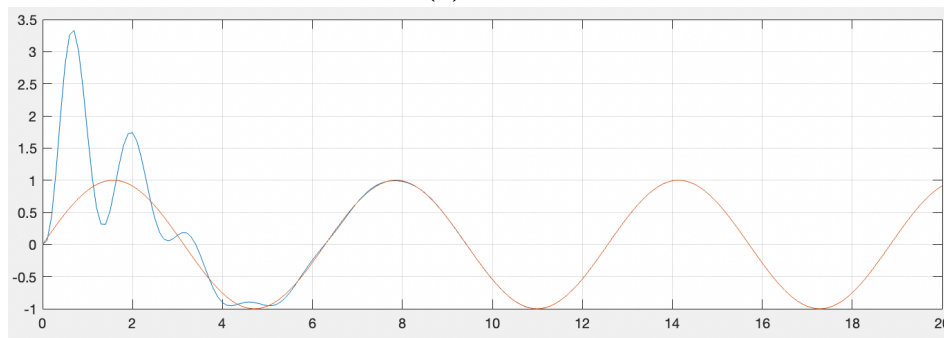
2.6 Asservimento di forza e robustezza dello schema di controllo

Se per la regolazione di forza e, quindi, per il raggiungimento a regime di un valore di forza desiderata costante sarebbe bastato scegliere feedforward o azione integrale a completare il controllo proporzionale, per specifiche di asservimento di forza bisognerebbe ricorrere all'ausilio di entrambi. A seguire (figure 2.11, 2.12, 2.13) verranno mostrate le uscite per diversi tipi di ingresso e, inoltre, per ognuna verrà

esibita anche la versione con presenza di un disturbo costante al fine di apprezzare la robustezza del controllore PI+feedforward.



(a) senza disturbo

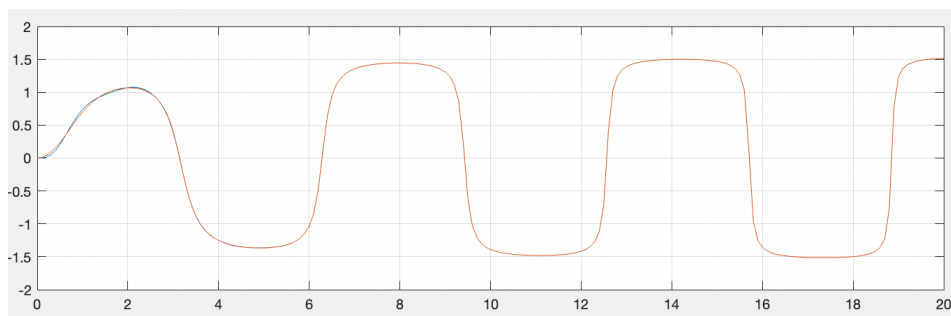


(b) con disturbo $d=5$

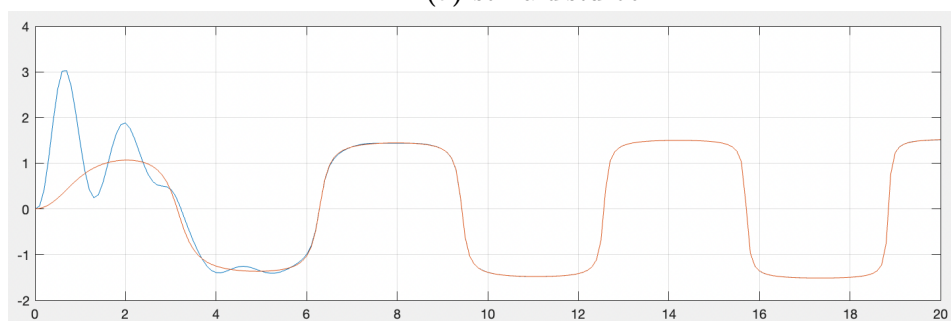
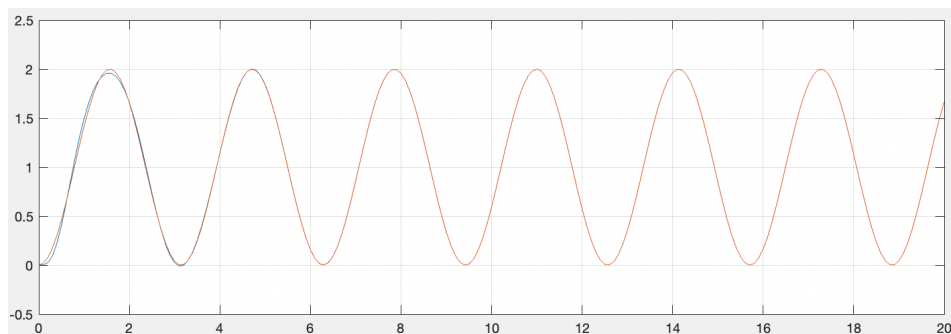
Figura 2.11. Uscita per $F_d = \sin(t)$

2.6.1 Saturazioni

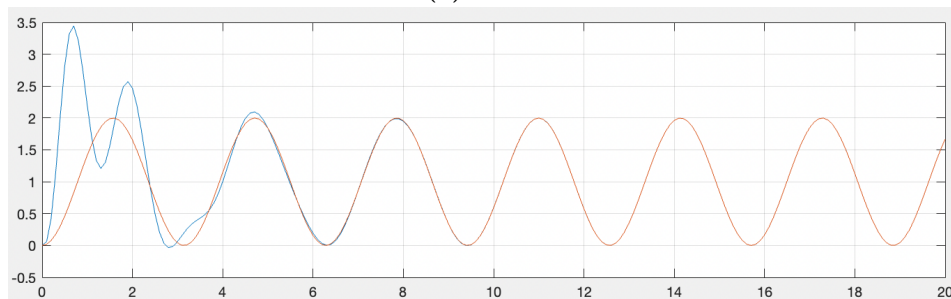
In uno scenario reale i comandi dal controllore al processo sono inviati attraverso strumenti (chiamati "attuatori") caratterizzati da limiti fisici, risulta quindi intuitivo capire che non è possibile settare a piacimento la forza desiderata; infatti, se si scegliesse una funzione del tipo $F_d = 3t^5$, siccome essa diverge, gli attuatori dovrebbero trattare un ingresso che cresce infinitamente ma, ovviamente, ciò sarebbe ammissibile solo in ipotesi di idealità. Quello per cui si opta, dunque, è inserire delle "saturazioni" nell'ambiente di simulazione ad indicare che, superata una certa soglia, gli attuatori comandano un ingresso che differisce da quello atteso e non si ha più il legame ingresso-uscita nominale. Nella risposta del sistema alla funzione sopra citata visibile in figura 2.14, si può osservare come la curva di riferimento diverga e l'uscita si stabilizzi al valore dato dalle saturazioni.



(a) senza disturbo

(b) con disturbo $d=5$ **Figura 2.12.** Uscita per $F_d = \text{atan}(\sin(t)t)$ 

(a) senza disturbo

(b) con disturbo $d=5$ **Figura 2.13.** Uscita per $F_d = 1 - \cos(2t)$

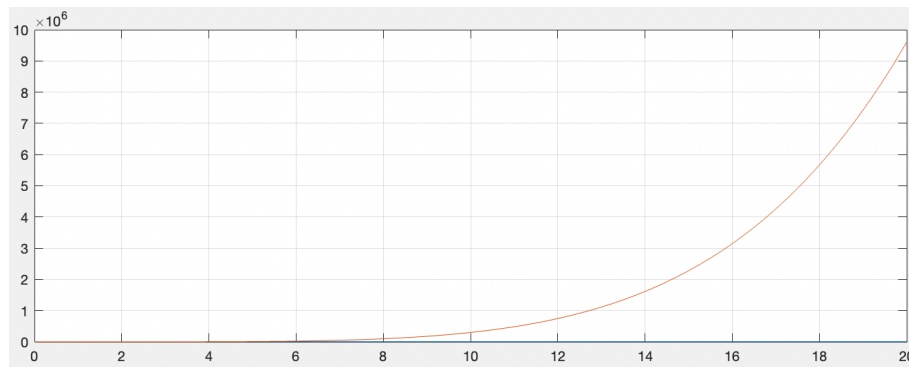


Figura 2.14. Risposta del sistema PI+feedforward a $F_d = 3t^5$ in cui è possibile osservare che a causa delle saturazioni la curva di riferimento (in rosso) non è seguita.

Capitolo 3

Reiezione disturbi non costanti

Nel capitolo precedente e, in particolare, nell'ultima sezione relativa all'asservimento di forza, si è considerata la presenza di disturbi *costanti* e si è visto come l'uscita del sistema convergesse comunque a quella desiderata grazie al controllore PI e al feedforward; se, però, si presentasse lo scenario in cui entrasse in catena diretta un disturbo di tipo diverso, allora anche questo tipo di controllo fallirebbe come è ben evidente in figura 3.1. Per ovviare a questo problema sono possibili due soluzioni che verranno discusse in dettaglio in questo capitolo:

- sintesi di un osservatore per il disturbo e controllore PI;
- sintesi di un controllore nel dominio di Laplace al posto del PI in grado di obbedire alla specifica della reiezione del disturbo.

3.1 Sintesi di un osservatore del disturbo

Si supponga di essere a conoscenza della classe di appartenenza del disturbo "d" in questione, allora lo si può considerare come fosse l'uscita di un "esosistema Σ " del quale si può generare una rappresentazione con lo stato ad hoc.

Sia $d = \sin(\hat{\omega}t)$, allora un sistema dinamico in grado di generare una tale uscita

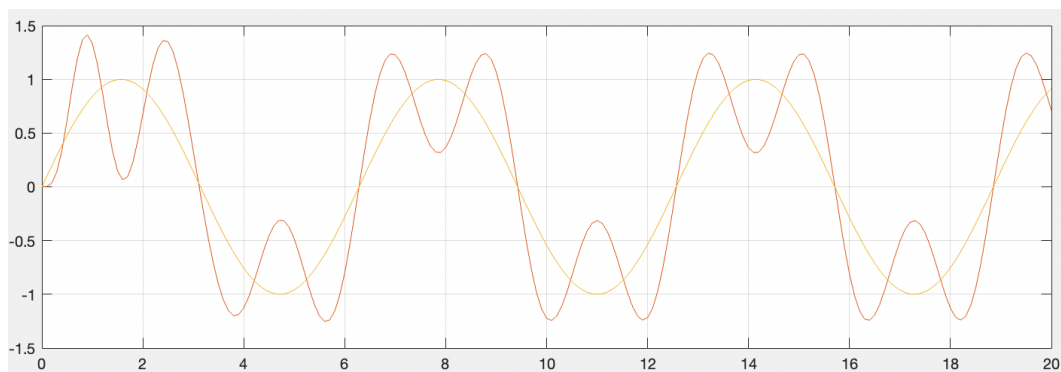


Figura 3.1. Risposta del sistema PI+feedforward(in rosso) a $F_d = \sin(\omega t)$ (in arancione) in cui è presente un disturbo sinusoidale al posto di quello costante.

avrebbe la seguente forma:

$$\Sigma = \begin{cases} \dot{v}(t) = Sv(t) \\ d(t) = Qv(t) \end{cases} \quad (3.1)$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 & \hat{\omega} \\ -\hat{\omega} & 0 \end{bmatrix}$$

Una tale matrice dinamica ha come autovalori una coppia di complessi coniugati puramente immaginari di valore proprio pari a $\hat{\omega}$: $\lambda = \pm j\hat{\omega}$. L'evoluzione libera dello stato $v(t)$ che corrisponde anche all'uscita risulta essere esprimibile come:

$$v(t) = me^{\alpha t} [\sin(\omega t + \phi)u_a + \cos(\omega t + \phi)u_b] \quad (3.2)$$

$$m = \sqrt{c_a^2 + c_b^2}$$

$$c_a = v_a^T v(0) \quad c_b = v_b^T v(0)$$

$$\sin\phi = \frac{c_a}{m} \quad \cos\phi = \frac{c_b}{m}$$

$$u_a = (1 \ 0)^T = v_a \quad u_b = (1 \ 0)^T = v_b \quad \alpha = 0$$

Scegliendo $v(0) = [0 \ 1]^T$ e $Q = [1 \ 0]$, si ottengono:

$$c_a = 0 \quad c_b = 1$$

$$\sin\phi = 0 \quad \cos\phi = 1 \quad \phi = 0$$

Da cui, come ci si proponeva di ricavare:

$$d(t) = \sin(\hat{\omega}t)$$

Generata una rappresentazione con lo stato dell'esosistema Σ , è possibile ora sintetizzare un osservatore dello stato per il sistema totale robot + disturbo utilizzando il valore dell'uscita.

3.1.1 Verifica dell'osservabilità del sistema esteso

Il requisito fondamentale da rispettare affinché il problema dell'osservatore abbia soluzione è l'osservabilità del sistema totale. Si considerino, dunque, le matrici \hat{A} e \hat{C} del sistema esteso:

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A & BQ \\ 0 & S \end{bmatrix} \quad \hat{C} = [C \ 0 \ 0]$$

Se si calcolasse il rango della matrice di osservabilità rispetto \hat{A} e \hat{C} si otterrebbe il valore 6, proprio come la dimensione del sistema esteso (il processo originario ha dimensione 4 mentre quello del disturbo 2); il sistema risulta osservabile, possiamo dunque assegnare arbitrariamente gli autovalori per ottenere una determinata velocità nella ricostruzione.

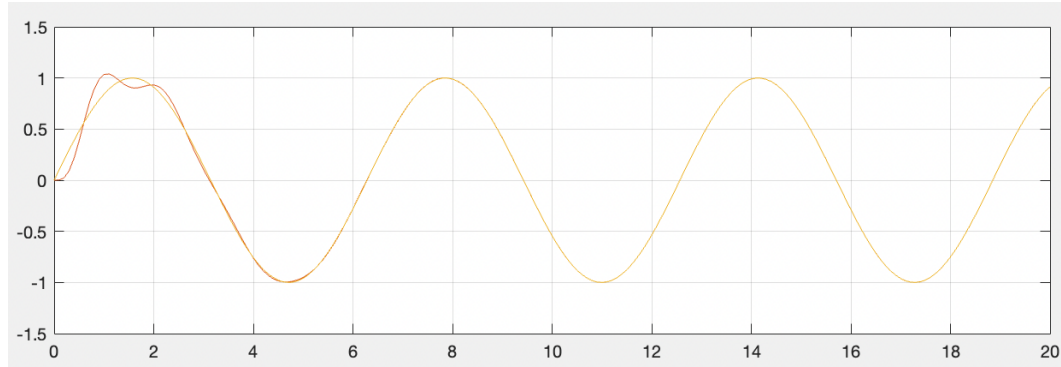


Figura 3.2. Effetto finale della reiezione del disturbo sinusoidale utilizzando l'osservatore. Per la ricostruzione dello stato del processo sono stati assegnati 4 autovalori coincidenti in -10 , mentre per quella dello stato dell'esosistema gli autovalori imposti sono tutti in -50 , in modo da avere una maggiore velocità di ricostruzione nel secondo.

3.1.2 Costruzione dell'osservatore

Si è legittimati, a questo punto, a sintetizzare un osservatore sia per il sistema del disturbo che per il sistema del processo, i quali risultano essere:

$$\begin{cases} \dot{\chi} = A\chi + B(u + Q\hat{v}) - k_1(Cx - C\chi) \\ \dot{\hat{v}} = S\hat{v} - k_2(Cx - C\chi) \end{cases} \quad (3.3)$$

Da fare attenzione al termine $Q\hat{v}$ che rappresenta la stima del disturbo. Le costanti k_1 e k_2 possono essere calcolate attraverso la formula di Ackermann:

$$k_i = p(\hat{A})_i * \delta$$

ove il primo fattore consiste nel polinomio caratteristico relativo agli autovalori che si vogliono imporre per l'osservatore, calcolato nella matrice dinamica, mentre il secondo rappresenta l'ultima colonna dell'inversa della matrice di osservabilità. Scegliendo, quindi, opportuni autovalori da assegnare ad entrambi gli osservatori, si ottiene una stima dello stato del sistema esteso; in particolare, conoscendo il valore del disturbo lo si può pre-sottrarre nell'ingresso u in modo da neutralizzare il suo effetto una volta entrato in catena diretta. Il risultato di tutta questa operazione è presentato in figura 3.2, in cui è ben evidente il miglioramento delle prestazioni rispetto alla risposta senza osservatore in figura 3.1.

3.2 Sintesi di un controllore nel dominio di Laplace

Siccome il metodo precedente è valido solo nel caso in cui si è a conoscenza non solo della classe del disturbo e della sua pulsazione (se lo si considera sinusoidale), ma anche della sua ampiezza, viene presentata in questa sezione una soluzione alternativa che permette la reiezione di disturbi sinusoidali a una data pulsazione ma questa volta di ampiezza *arbitraria*. Il procedimento da implementare prevede la sintesi di un controllore nel dominio di Laplace al posto del PI proposto in tutti gli esempi sino ad ora. In particolare, il controllore in questione deve soddisfare le seguenti specifiche:

1. Reiezione di un disturbo sinusoidale in catena diretta di ampiezza arbitraria con pulsazione $\omega = \hat{\omega}$;
2. Errore nullo per riferimenti sinusoidali di ampiezza arbitraria con pulsazione $\omega = \hat{\omega}$;
3. Errore nullo per riferimenti costanti;
4. Asintotica stabilità.

3.2.1 Funzioni di trasferimento di interesse

Si consideri lo schema a blocchi in figura 3.3, il primo passo da compiere è esplicitare la forma delle funzioni di trasferimento che esprimono i legami disturbo-uscita 3.4 (annullando l'ingresso) e ingresso-errore 3.5 (annullando il disturbo).

Ciò che ne deriva è:

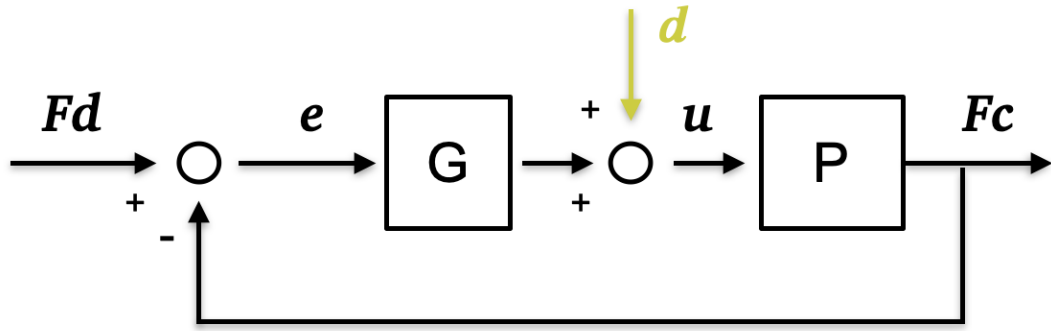


Figura 3.3. Schema a blocchi che mostra l'entrata del disturbo in catena diretta.

$$F_c(s) = \frac{P}{\underbrace{1 + PG}_{W_z(s)}} d(s) = \frac{N_p D_g}{D_p D_g + N_p N_g} d(s) \quad (3.4)$$

$$e(s) = \frac{1}{\underbrace{1 + PG}_{W_e(s)}} F_d(s) = \frac{D_p D_g}{D_p D_g + N_p N_g} F_d(s) \quad (3.5)$$

Per una migliore comprensione si sono esplicitati i termini delle funzioni di trasferimento con il relativo rapporto numeratore-denominatore.

3.2.2 Costruzione del controllore

Tenendo a mente l'elenco di specifiche da rispettare sopra esplicitato e le funzioni $W_e(s)$ e $W_z(s)$, si può procedere alla sintesi del controllore. Innanzitutto, occorre notare che queste ultime sono caratterizzate dagli stessi poli, ne consegue che, imponendo la cancellazione per un certo tipo di disturbo, sarà automaticamente soddisfatta la specifica di errore nullo per lo stesso tipo di funzione ma in ingresso. Per verificare le prime due specifiche, dunque, è necessario che vi sia un fattore

$(s^2 + \hat{\omega}^2)$ in D_g non essendo presente né in D_p né in N_p , così che possa semplificare matematicamente l'espressione della trasformata di Laplace del disturbo sinusoidale che vale proprio $d(s) = \frac{\hat{\omega}}{s^2 + \hat{\omega}^2}$; ciò vale anche per la specifica 3, per cui in D_g deve essere presente un polo in zero. La forma preliminare del controllore G diventa, quindi:

$$G(s) = \frac{N_g}{s(s^2 + \hat{\omega}^2)} \quad (3.6)$$

Per le motivazioni fornite prima, il polo in zero permette anche di cancellare a regime disturbi costanti di qualsiasi ampiezza, oltre che annullare l'errore.

Per concludere, bisogna soddisfare l'ultima ma non meno importante specifica, ossia la stabilità asintotica. Se si provasse a cercare un K che stabilizzi il sistema ad anello chiuso attraverso il luogo delle radici ponendolo come numeratore di G , non si riuscirebbe facilmente a trovare un valore adatto, poiché il grado relativo della funzione di trasferimento ad anello aperto $F(s) = G(s)P(s)$ risulta ≥ 3 qualsiasi forma abbia il controllore e, siccome il denominatore di $G(s)$ apporta tre poli a parte reale nulla, il cammino delle relative radici rimane vincolato inevitabilmente al semipiano positivo. Ciò per cui si opta, allora, è aumentare la dimensione del controllore sintetizzando un $G'(s)$ per l'assegnazione degli autovalori. Per semplificare la funzione di trasferimento ad anello aperto su cui dovrà operare $G'(s)$, si completa la scrittura di $G(s)$ nel seguente modo:

$$G(s) = \frac{1}{P(s)} \frac{1}{s(s^2 + \hat{\omega}^2)}$$

$$P'(s) = G(s)P(s) = \frac{1}{s(s^2 + \hat{\omega}^2)}$$

così si raggiunge un duplice scopo: da un lato si potrà procedere con l'assegnazione degli autovalori considerando oltre $G'(s)$ la funzione semplificata $P'(s)$ con solo tre poli e nessuno zero, dall'altro si sono cancellati i poli complessi coniugati di $P(s)$ che avrebbero generato un pessimo transitorio. La forma da cui partire per la sintesi del secondo controllore sarà:

$$G'(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \quad (3.7)$$

dotata di 5 parametri così da eguagliare il grado del denominatore della funzione di trasferimento ad anello chiuso e poter impostare l'equazione diofantina per l'assegnazione degli autovalori:

$$N_{G'}N_{P'} + D_{G'}D_{P'} = (s + 5)^5$$

in cui si sono voluti assegnare 5 poli in -5; svolgendo i calcoli la forma del secondo controllore cui si giunge è:

$$G'(s) = \frac{1025s^2 + 956s + 3125}{s^2 + 25s + 241} \quad (3.8)$$

3.2.3 Simulazione in Simulink

Al fine di poter apprezzare le prestazioni del sistema configurato secondo quest'ultima metodologia per la reiezione di disturbi ad una certa frequenza e di ampiezza

arbitraria, si propone in questa sezione una simulazione in ambiente Simulink. In figura 3.4 è possibile visualizzare la struttura del sistema, mentre a seguire si possono osservare le uscite con e senza disturbo nel caso di ingresso a gradino e sinusoidale di frequenza uguale a quella scelta per il disturbo.

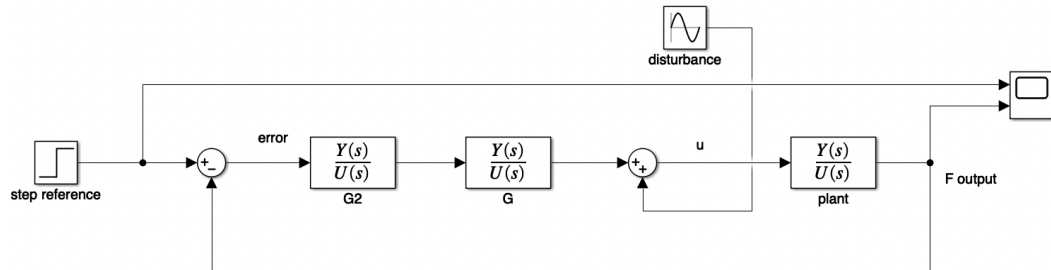
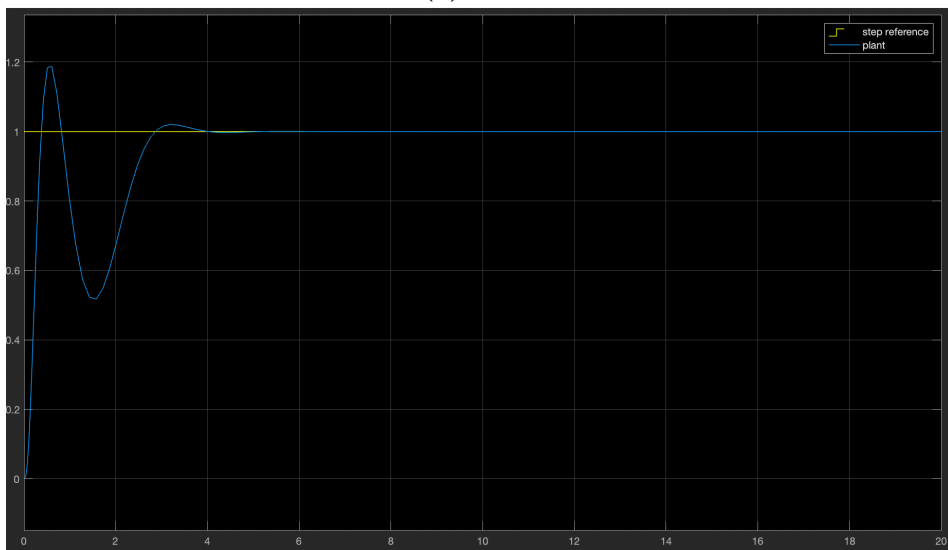
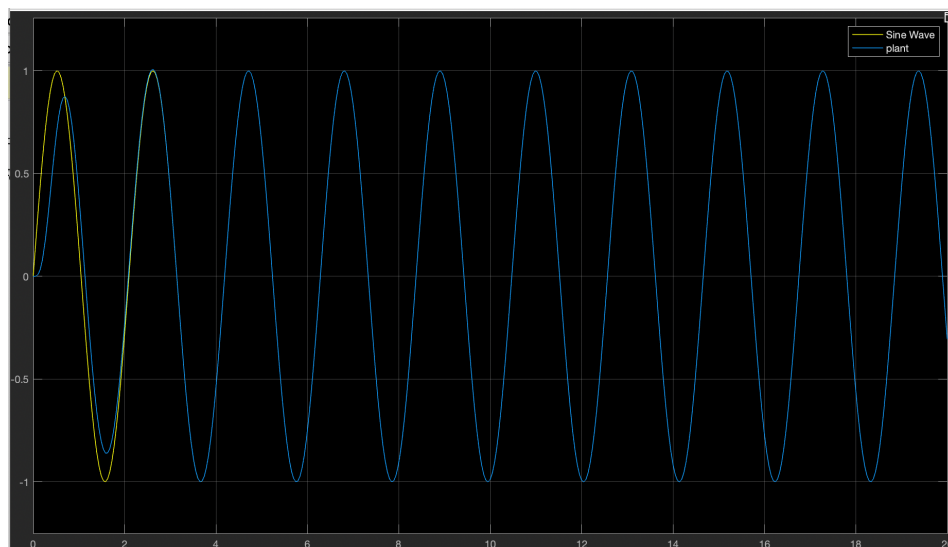


Figura 3.4. Schema a blocchi che mostra il sistema presentato nella sezione 3.2.

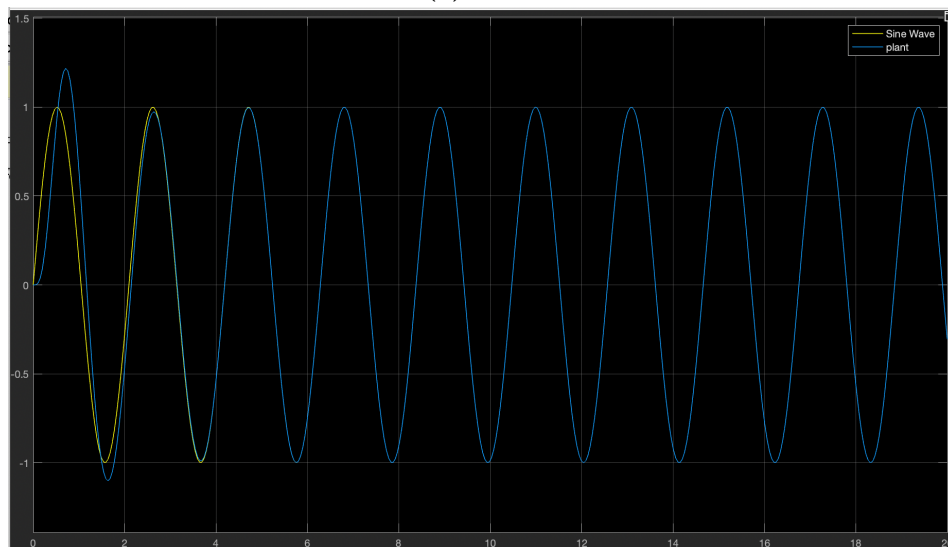


(a) senza disturbo

(b) con disturbo $d=5$ **Figura 3.5.** Uscita per $F_d = 1$



(a) senza disturbo

(b) con disturbo $d=5$ **Figura 3.6.** Uscita per $F_d = \sin(\hat{\omega}t)$

Bibliografia

- [1] Alessandro De Luca, “*Breve introduzione alla robotica*”, Parte 3-4, Dispensa di Applicazioni dell’Automatica, Sapienza, 2022
- [2] Alessandro De Luca, *Control in Cartesian Space*, Dispense per il corso di "Robotics 2", Sapienza, 2020.
- [3] Alessandro De Luca, *Robot Interaction with the Environment*, Dispense per il corso di "Robotics 2", Sapienza, 2020.
- [4] Andrea Cristofaro, *Sensori*, Dispense per il corso di “Laboratorio di Automatica”, a.a. 2021/22, Sapienza.
- [5] Mattia Mattioni, *Controllo d’assetto dei satelliti*, Appunti per corso di “Applicazioni dell’automatica”, a.a. 2021/22, Sapienza.
- [6] Giuseppe Oriolo, *Specifiche di progetto dei sistemi di controllo*, Dispense per corso di “Controlli Automatici” a.a. 2021/22, Sapienza.