



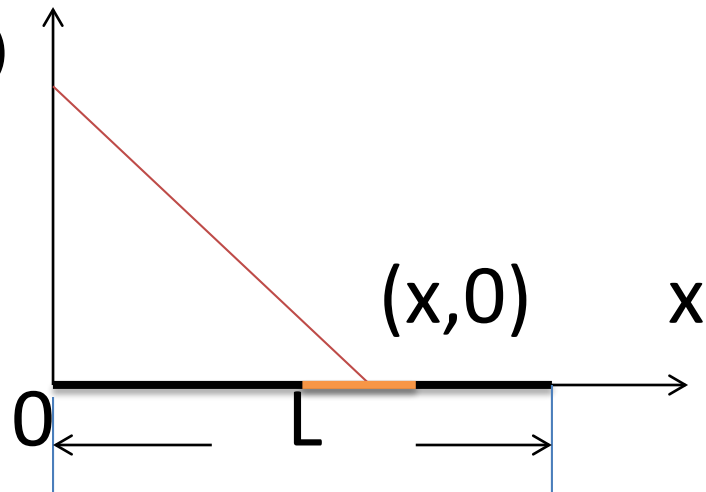
求电场强度的方法有哪些？



例4、如图，沿着x轴放置一根均匀带电细棒，棒两端的坐标分别为 $(0, 0)$ 和 $(L, 0)$ ，电荷线密度为 $\lambda = \beta x$ ，其中 β 为常数，试求：

- (1) y轴上，坐标为 $(0, y)$ 的A点电势 U_A 。
- (2) A点电场矢量的y轴分量。
- (3) 能否由A点的电势值，求A点电场矢量的x轴分量 E_x ？

A $(0, y)$



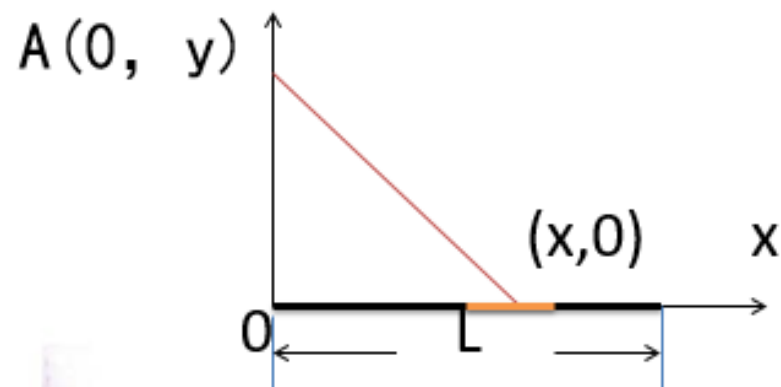


解 (1) 在 $(x, 0)$ 处, 任取一线元 dx , 其电量为 $dq = \lambda dx = \beta x dx$, 选无穷远点为电势零点, 则线元上电荷 dq 在 A 点产生的电势为:

$$dU = \frac{k dq}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

根据电势叠加原理, 细棒上电荷在 A 点产生的总电势为:

$$\begin{aligned} U_A &= \int_0^L dU = \int_0^L k \frac{\beta x dx}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ &= \beta k (\sqrt{L^2 + y^2} - |y|) \end{aligned}$$





$$(2) \quad E_y = -\frac{\partial U_A}{\partial y} = -\beta k y \left(\frac{1}{\sqrt{L^2 + y^2}} - \frac{1}{|y|} \right)$$

(3) 求 U_A 时, 假设A点在 $x=0$ 的 y 轴上, 于是 U_A 表达式中未出现变量 x , 也就是说 U_A 没有反映电势沿 x 轴的变化规律, 当然也就无法得到 E_x 了。

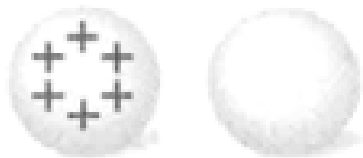


- 掌握电场强度的求解方法
- 掌握电势的求解方法

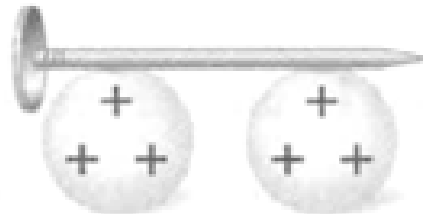


电场与物质的相互作用

带正电体 电中性

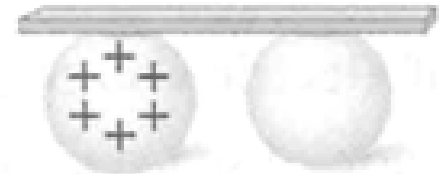


(a)



(b) 金属

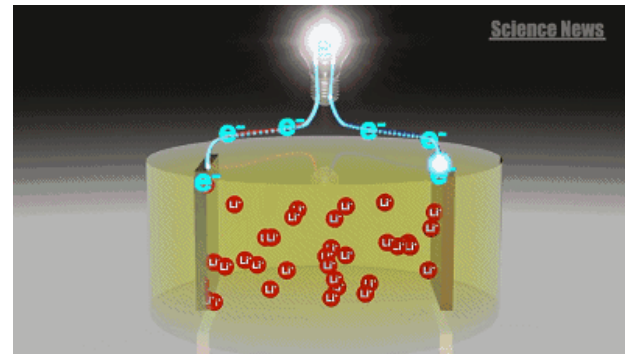
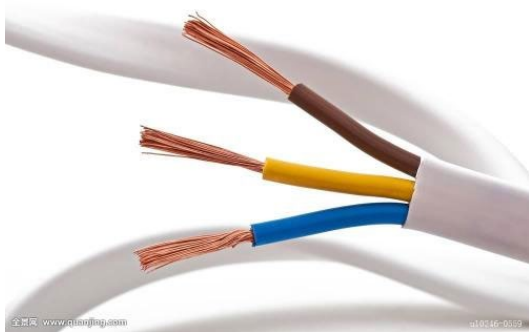
木头



(c) 绝缘体

自然界中的物质主要分为两大类：导体和电介质

导体 (conductor)： 存在大量的可自由移动的电荷，包括金属、电解液、等离子体、超导体。



电介质 (insulator/dielectric)： 绝缘体，理论上认为一个自由移动的电荷也没有。





通过本次课的学习，您将：

- 理解静电平衡的条件
- 静电平衡时导体上的电荷分布特点
- 理解电容的概念
- 会求解电容



静电场与物质的相互作用1

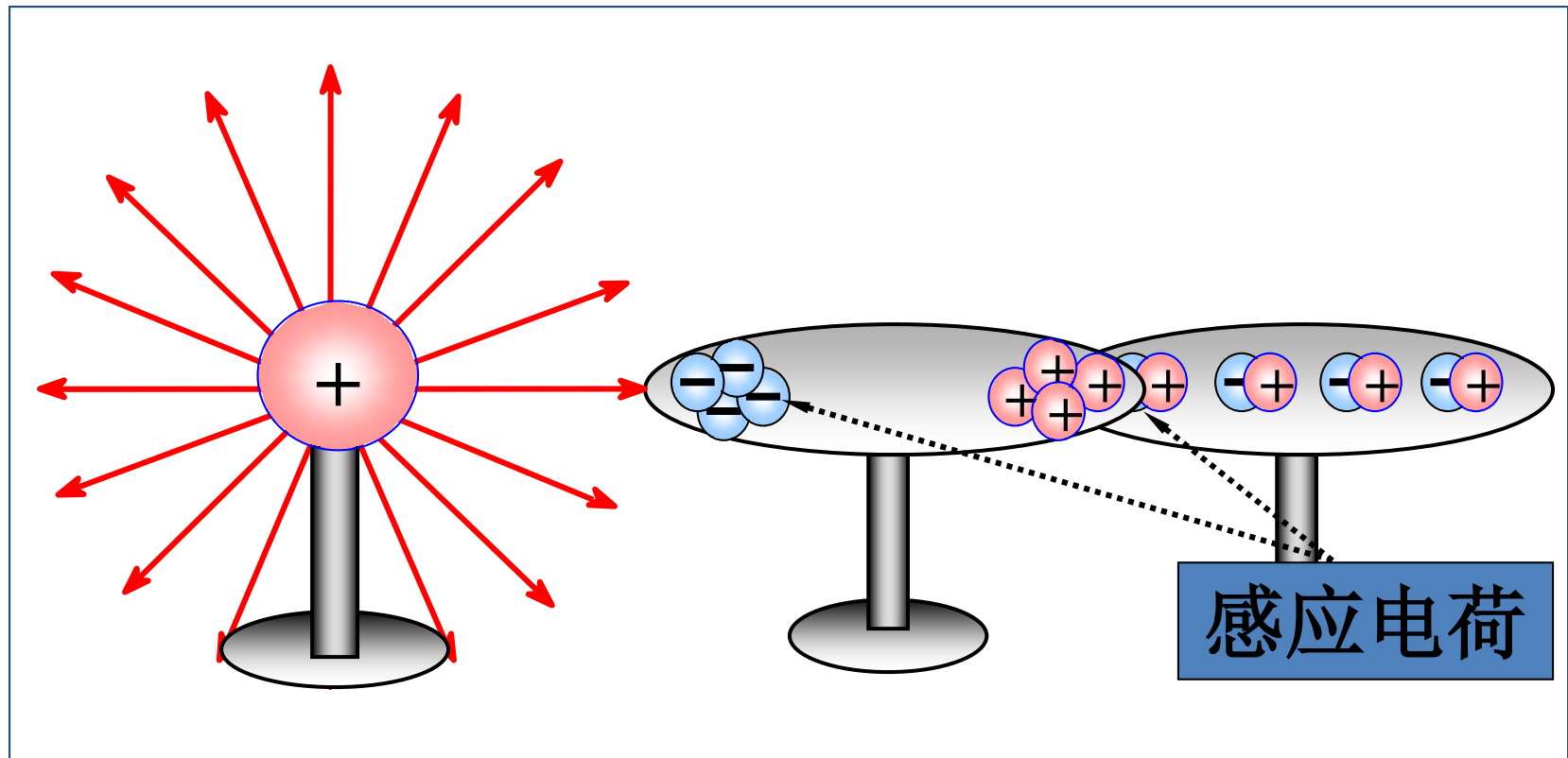
静电场中的导体

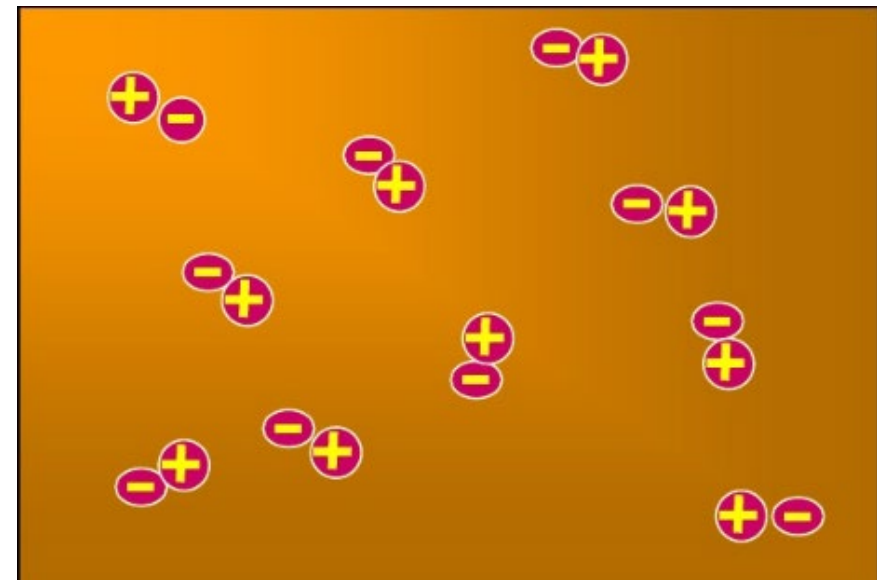
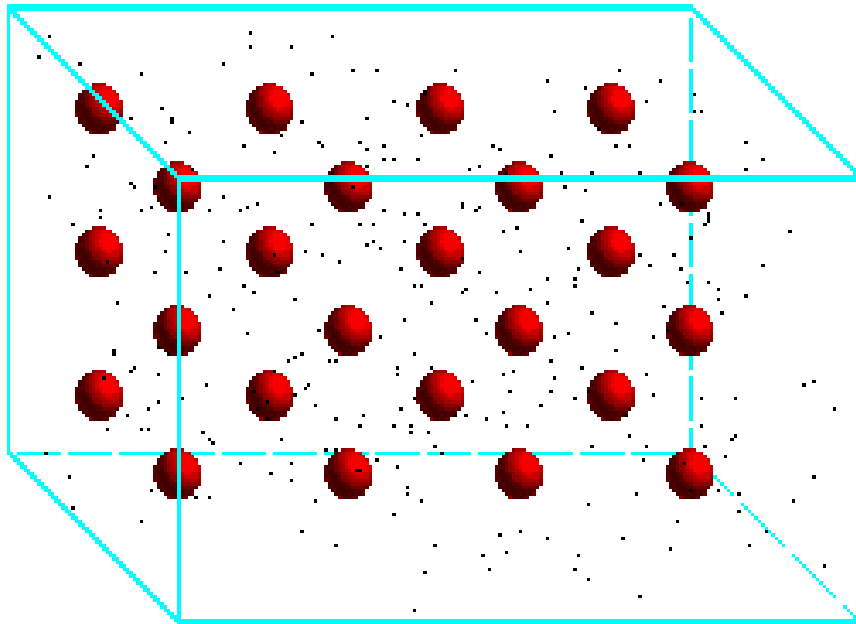


一导体放在匀强电场中：

- 1 导体会有什么变化？
- 2 导体的变化会引起静电场怎样的变化？

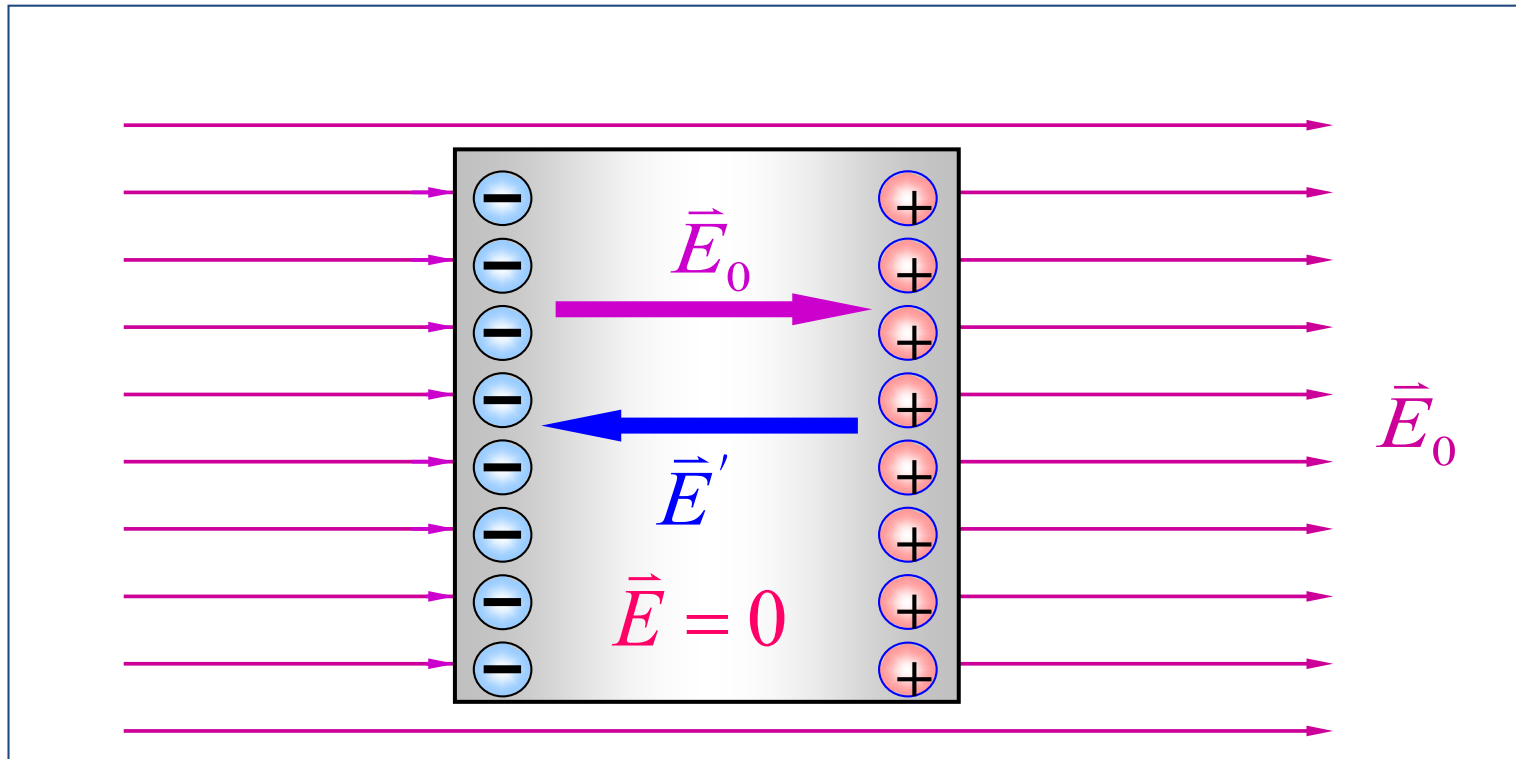
— 静电平衡





电场与导体的相互作用：外一个匀强电场

良导体需时 $10^{-16} s$



- ◆ 导体中的自由电荷在静电场的作用下，会重新分布；
- ◆ 静电场会受到导体中自由电荷的影响而发生变化。



◆静电平衡：

处在静电场中的导体，若导体中电荷的定向运动完全停止，则称该导体处于**静电平衡**状态。

◆静电感应

如果导体原来未带电，那么自由电子的定向运动就会使导体局部带电。这就是所谓的静电感应

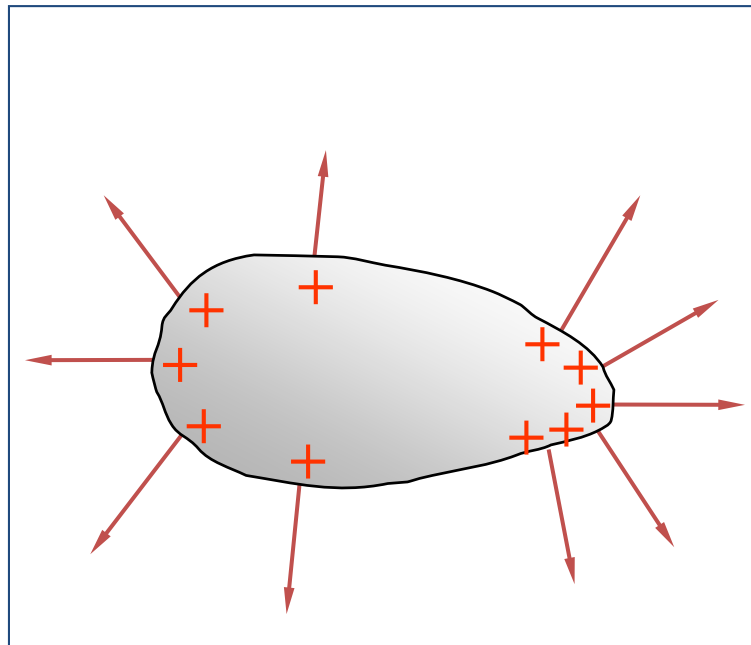
◆感应电荷

静电感应产生的电荷叫做感应电荷

静电平衡状态导体的性质：

◆电荷分布

导体内部不存在电荷，电荷均分布于导体表面，导体表面凸出的地方（曲率大）电荷密度高；导体较平坦的地方，电荷密度小；凹进去的地方，电荷密度更小。

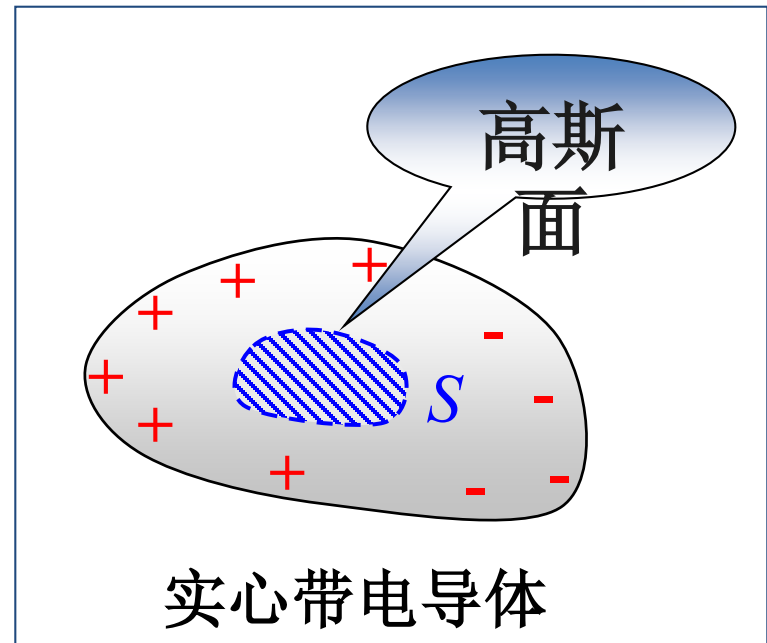


证明：

$$\therefore \vec{E} = 0$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\therefore q = 0$$



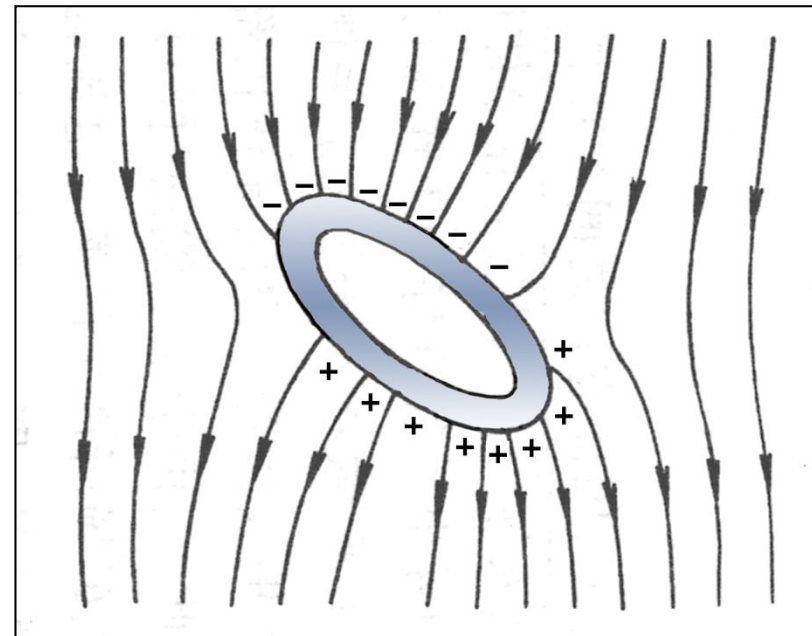
结论： 导体内部无净电荷，
电荷只分布在导体表面。

静电平衡时电场分布

- ◆ 导体内部电场矢量处处为0；
- ◆ 导体表面外侧附近电场方向垂直于导体表面，数值为

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

σ 为导体电荷面密度

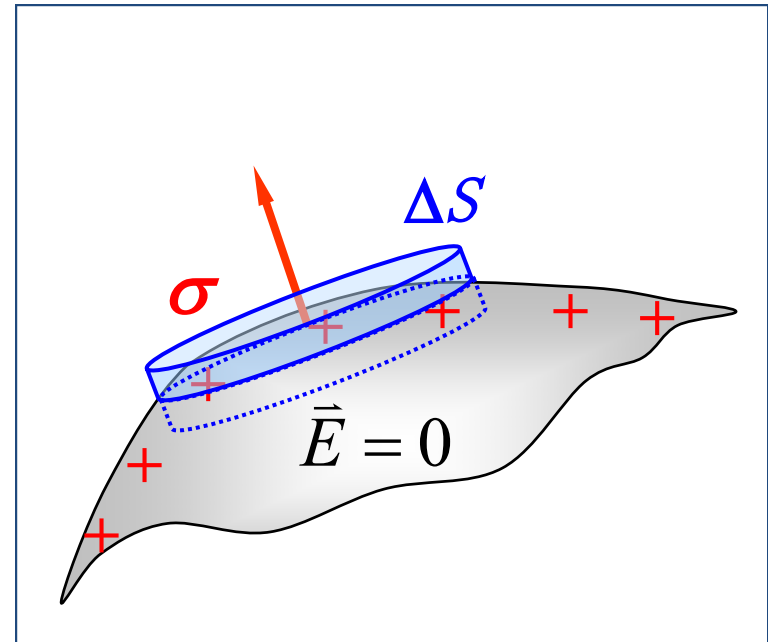


作扁圆柱形高斯面

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = E\Delta S$$

$$= \sigma \Delta S / \epsilon_0$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}$$



◆ 电位分布

导体为等位体，导体表面为等位面，导体上任意两点的电位都相等。

导体内各点电势相等

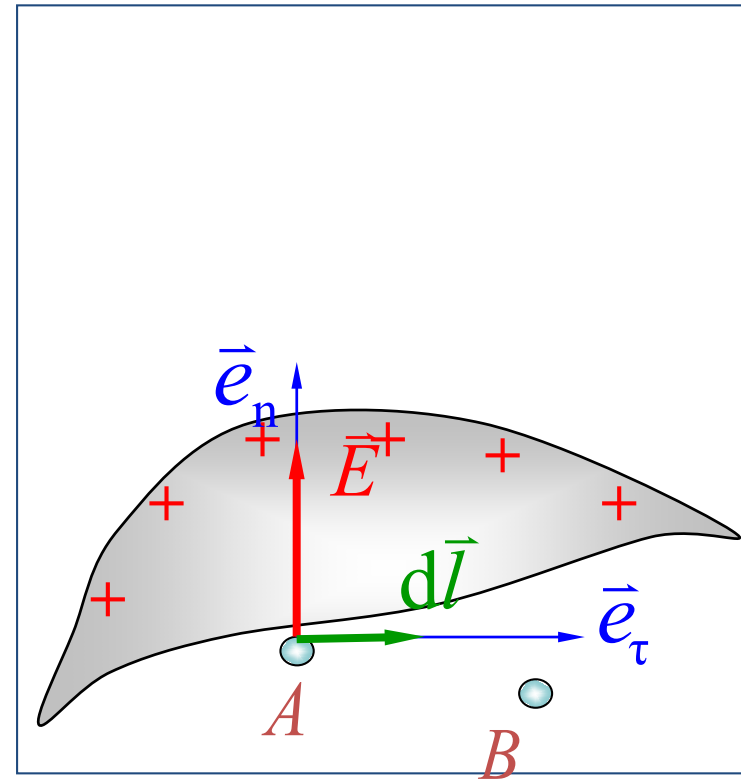
$$\because \vec{E} = 0$$

$$\therefore U_{AB} = \int_{AB} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

导体表面为等势面

$$\because \vec{E} \perp d\vec{l}$$

$$\therefore U_{AB} = \int_{AB} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

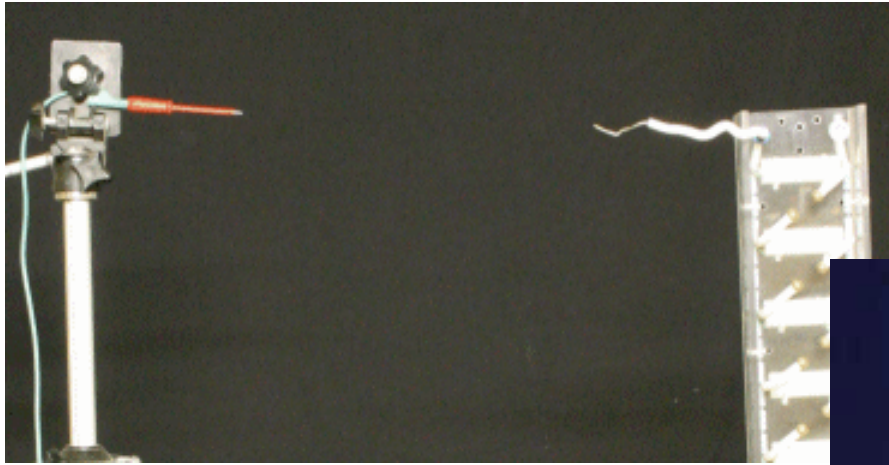


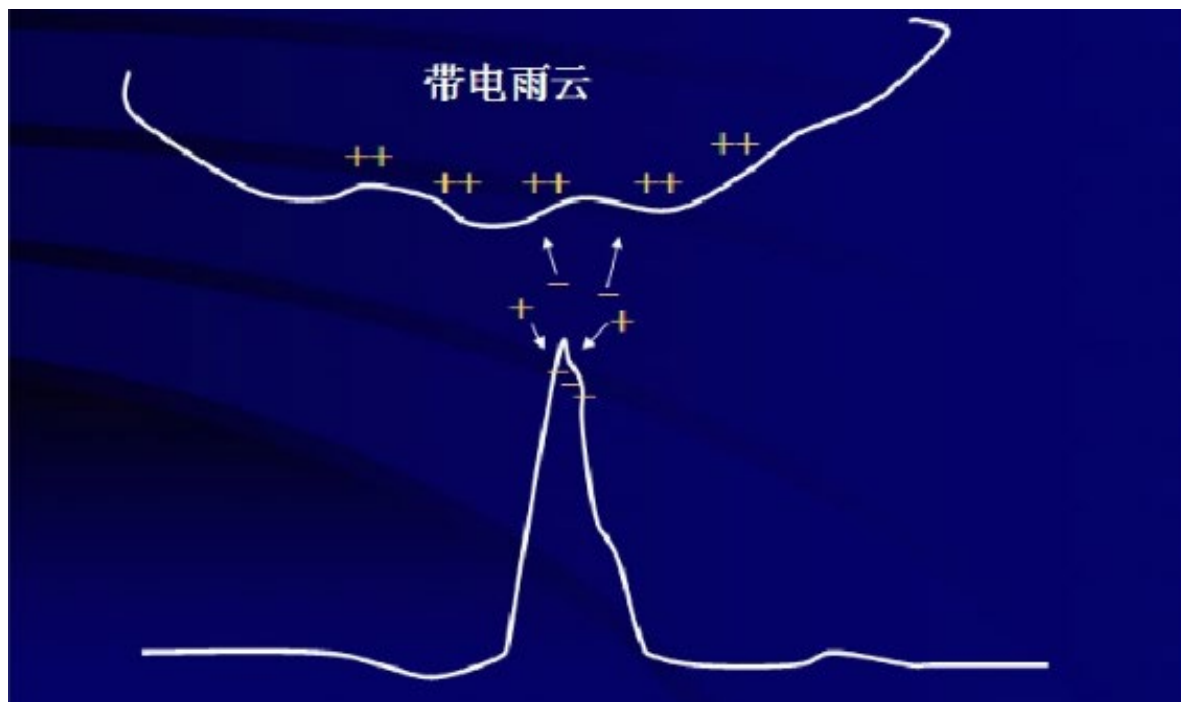


静电场中的导体

- 内部场强为0，外部垂直于导体表面
- 导体为等势体
- 电荷分布于导体表面

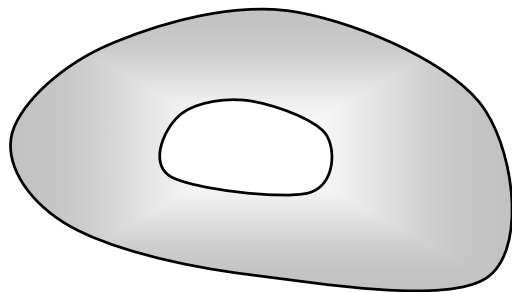
应用： 尖端放电





一导体空腔放在匀强电场中：

- 1 导体空腔会发生什么变化？
- 2 导体空腔的变化会引起静电场怎样的变化？



二、导体空腔

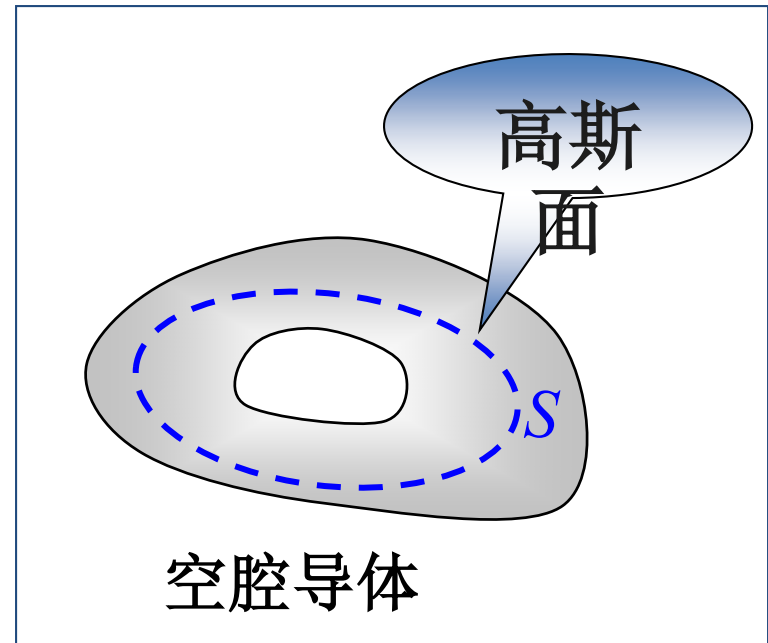


◆ 空腔内无电荷时

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0 \Rightarrow \sum_i q_i = 0$$

电荷分布在表面

{ 内表面?
外表面?

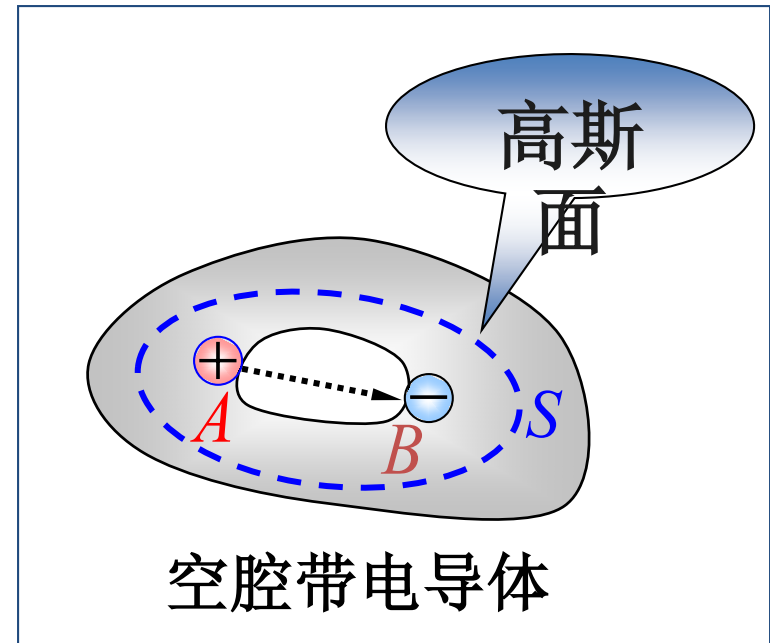


若内表面带电，必等量异号

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} = 0$$

$$U_{AB} = \int_{AB} \vec{E} \cdot d\vec{l} \neq 0$$

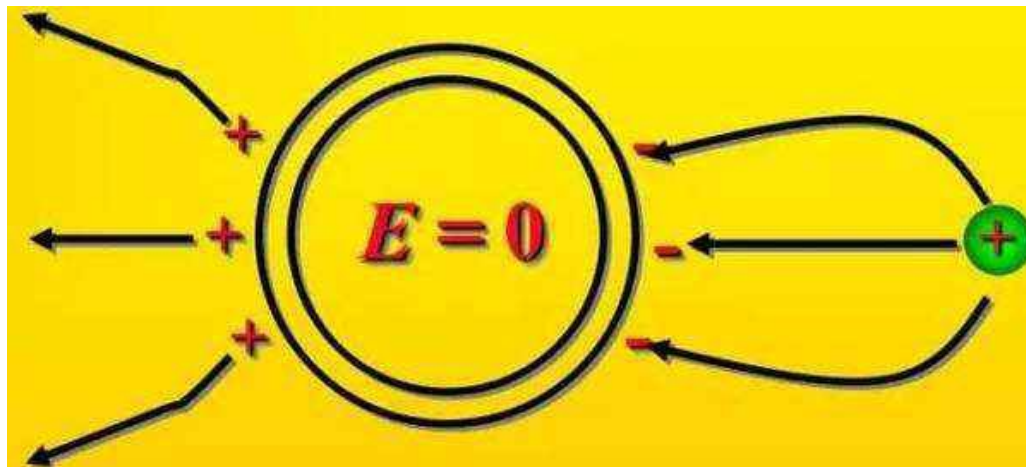
与导体是等势体矛盾



结论：空腔内无电荷时，电荷分布在外表面，内表面无电荷。

◆ 空腔内无电荷时

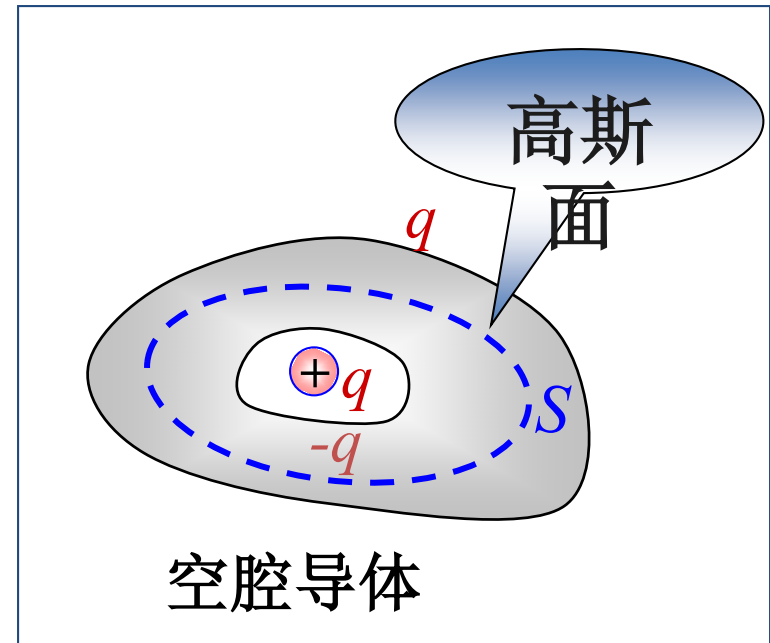
- (1) 空腔的内表面不存在电荷；
- (2) 腔内电场强度为0；
- (3) 腔内电位为常数。



◆ 空腔内有电荷时

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\sum q_i = 0$$



结论： 空腔内有电荷 $+q$ 时，空腔内表面有感应电荷 $-q$ ，外表面有感应电荷 $+q$ 。

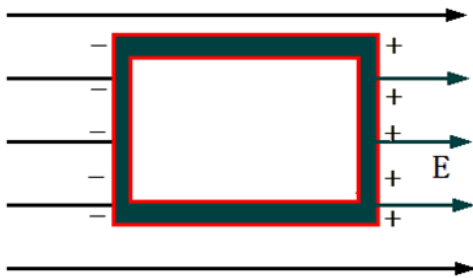


- 1 空腔里的电荷的变化影响空腔外的电场吗？
- 2 空腔内的电场受空腔外的电场（电荷）影响吗？

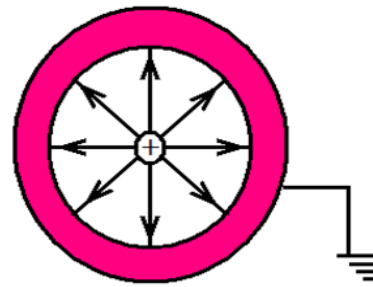
应用： 静电屏蔽

两种屏蔽

屏蔽外部电场使其
不影响内部



屏蔽内部电场使其
不影响外部



(空腔导体接地)

静电透镜、均压服、Van der Graff发电机

- <https://open.163.com/newview/movie/free?pid=M72UIB0K0&mid=M72ULPCAE>



静电场中的导体空腔附加特性



空腔内的电场不受腔外电场的影响（不接地屏蔽）



空腔内的电场可以影响空腔外的电场（接地屏蔽）



导体空腔的内表面上的电荷与腔内的电荷等值异号；



例1、半径分别为 R 和 r 的两个带电金属球相距无限远，处于静电平衡状态，想象地用细导线连接两球，计算两球面电荷密度的比值。



例1、半径分别为R和r的两个带电金属球相距无限远，处于静电平衡状态，想象地用细导线连接两球，计算两球面电荷密度的比值。

解：因为两球相距无限远，所以各自表面电荷均匀分布。

设两球带电量分别为Q、q，则各自的电位为：

$$U_R = \frac{kQ}{R} \qquad U_r = \frac{kq}{r}$$

用导线连接后， $U_R = U_r$

$$\frac{kQ}{R} = \frac{kq}{r}$$



$$\therefore \frac{Q}{q} = \frac{R}{r}$$

$$\text{又} \quad \sigma_R = \frac{Q}{4\pi R^2}, \sigma_r = \frac{q}{4\pi r^2}$$

$$\frac{\sigma_R}{\sigma_r} = \frac{Q}{q} \frac{r^2}{R^2} = \frac{R}{r} \frac{r^2}{R^2} = \frac{r}{R}$$

两球的电荷面密度之比与半径成反比。

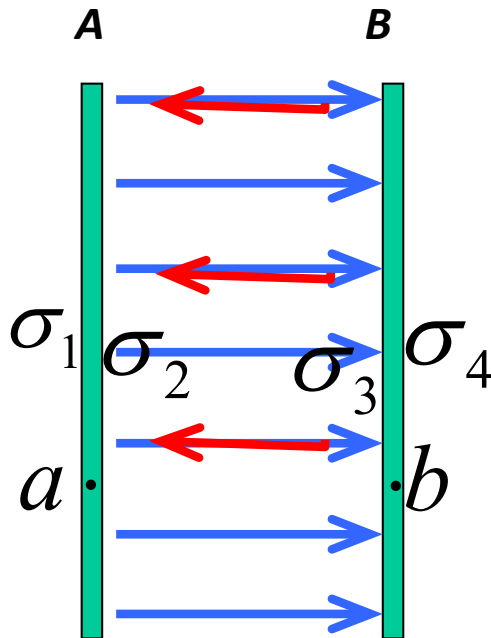


例2、两块薄平行导体平板A和B，带电量分别为 Q_A 和 Q_B ，板面积为 s ，板间距离为 d ，略去边缘效应，求每块板两个表面的电荷面密度。



解：由对称性可知，每块板各表面电荷均匀分布，令电荷面密度分别为 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ 相应电荷在空间产生的电场矢量分别为：

$$\vec{E}_1 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} \hat{n}_1, \quad \vec{E}_2 = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} \hat{n}_2, \quad \vec{E}_3 = \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} \hat{n}_3, \quad \vec{E}_4 = \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0} \hat{n}_4$$





在A板内任取一点a，两块带电板中的每个带电表面在a点的场强应该为0（静电平衡条件）

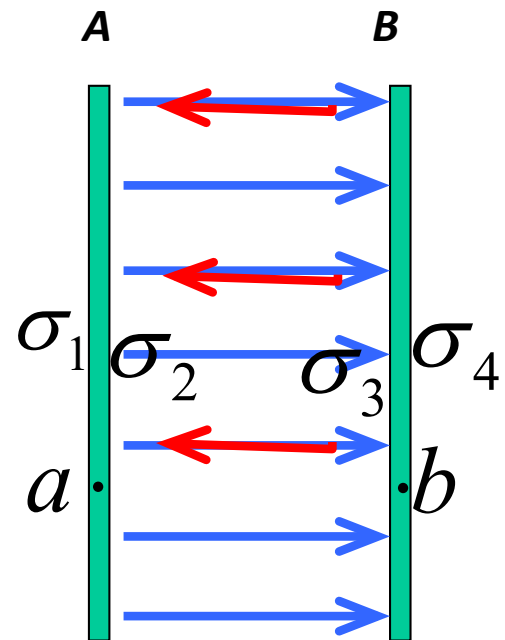
$$\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0} = 0$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_4 = 0 \quad (1)$$

同样b点场强为0:

$$\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0} = 0$$

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 - \sigma_4 = 0 \quad (2)$$

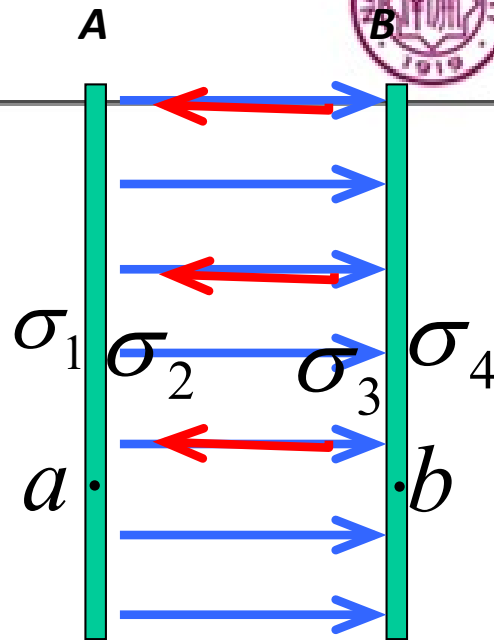




此外由A、B两板带电量知：

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \frac{Q_A}{S} \quad (3)$$

$$\sigma_3 + \sigma_4 = \frac{Q_B}{S} \quad (4)$$



由 (1) (2) (3) (4) 可得：

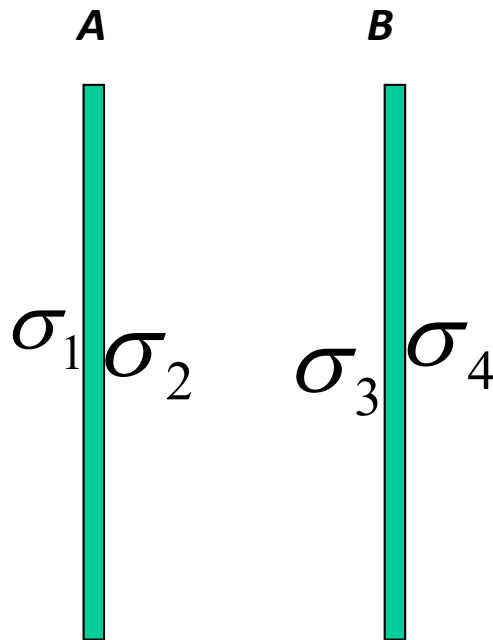
$$\sigma_1 = \sigma_4 = \frac{1}{2} \frac{Q_A + Q_B}{S}, \sigma_2 = -\sigma_3 = \frac{1}{2} \frac{Q_A - Q_B}{S}$$



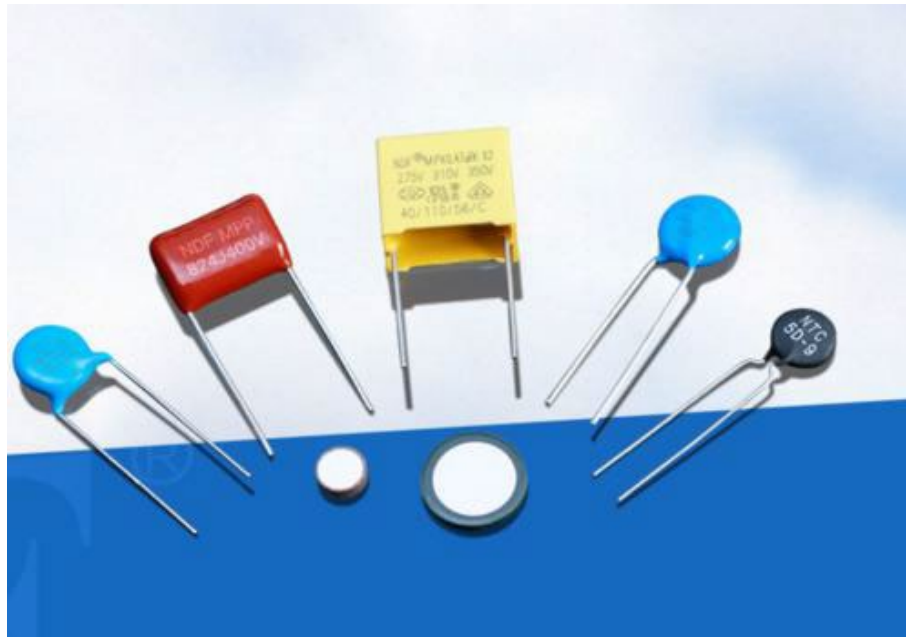
讨论:

$$Q_A = Q_B \quad \sigma_1 = \sigma_4 = \frac{Q_A}{S}, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

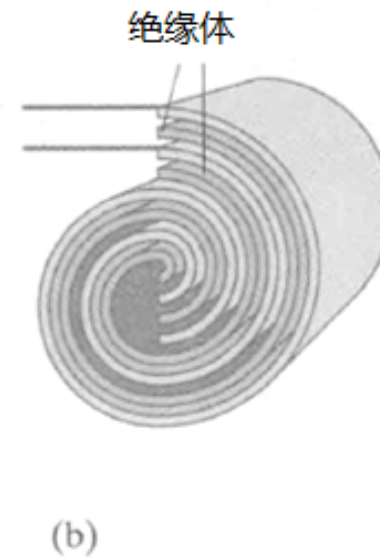
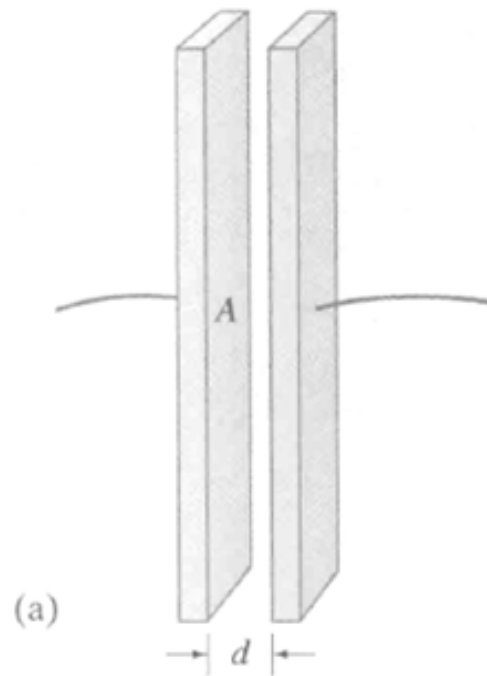
$$Q_A = -Q_B \quad \sigma_1 = \sigma_4 = 0, \sigma_2 = -\sigma_3 = \frac{Q_A}{S}$$

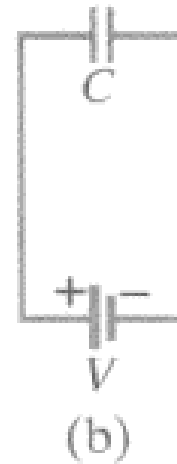
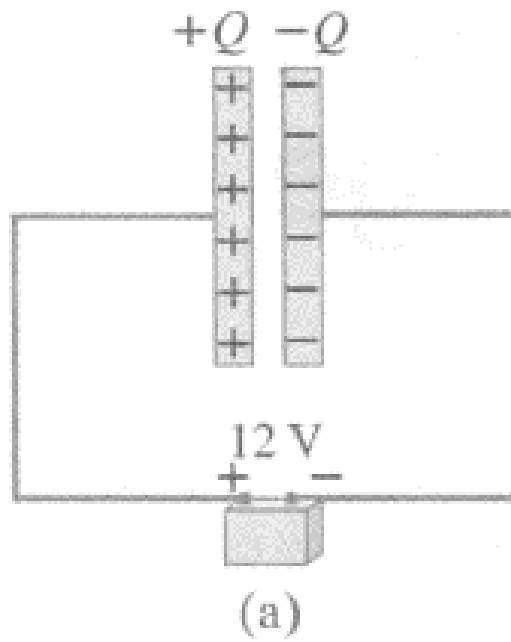


三、电容概念



电容器结构





电容器与电池相连时，会迅速被充电，一个极板带正电荷，另一个极板带等量负电荷。实验表明，所带电量的大小为：

$$Q=CU$$

常数C为电容：使电容器（导体）每升高单位电势所需的电荷量



1 电容

(1) 孤立导体的电容

孤立导体的电容为孤立导体所带电荷 Q 与其电势 U 的比值。

$$C = \frac{Q}{U}$$

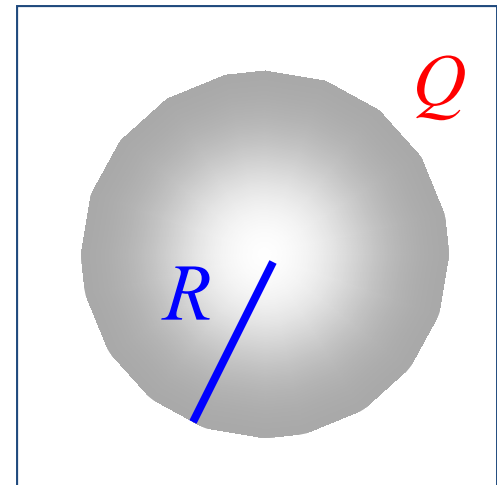
单位: $1 \text{ F} = 1 \text{ C} \cdot \text{V}^{-1}$ $1 \text{ F} = 10^6 \mu\text{F} = 10^{12} \text{ pF}$

- 容纳电荷的能力
- 存储电能的能力
- 单位电位所带的电量

例 球形孤立导体的电容

$$U = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$C = \frac{Q}{U} = 4\pi\epsilon_0 R$$



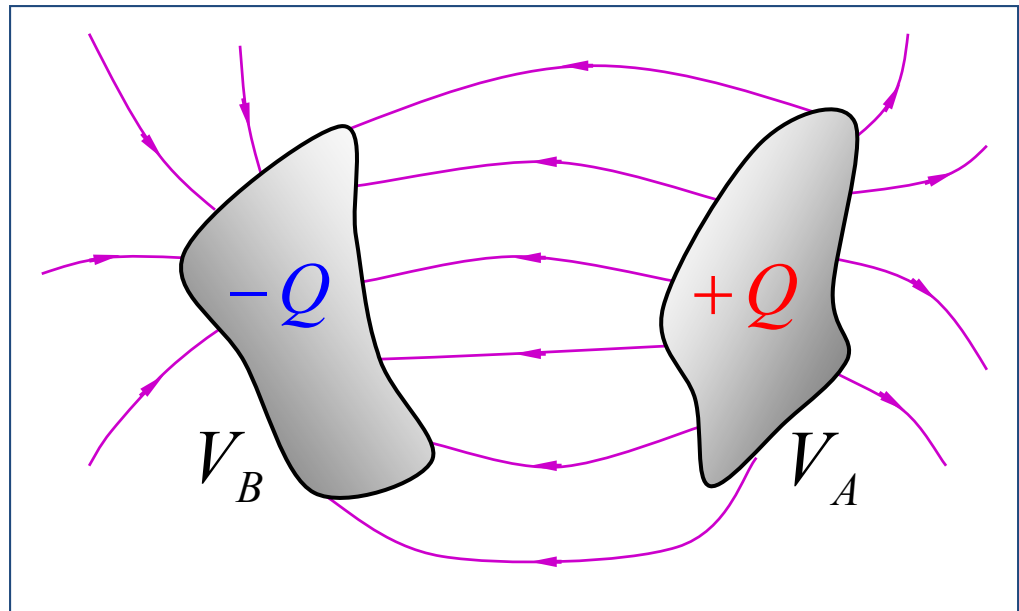
◆ 地球 $R_E = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$, $C_E \approx 7 \times 10^{-4} \text{ F}$

(2) 电容器的电容

电容器的电容为电容器一块极板所带电荷 Q 与两极板电势差 $V_A - V_B$ 的比值。

$$C = \frac{Q}{V_A - V_B} = \frac{Q}{U}$$

$$U = \int_{AB} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$





电容的大小仅与导体的**形状**、**相对位置**、其间的电**介质**有关，与所带电荷量**无关**。

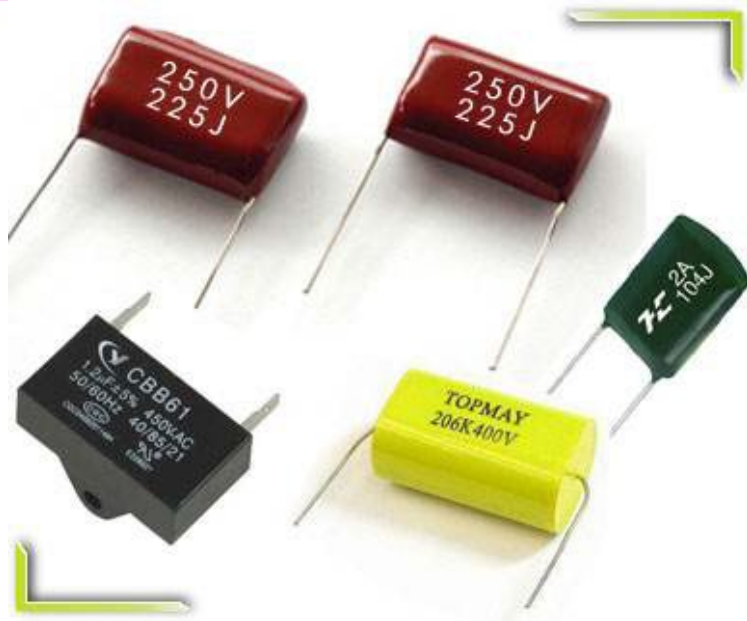
电容器的分类

按形状：柱型、球型、平行板电容器

按型式：固定、可变、半可变电容器

按介质：空气、塑料、云母、陶瓷等

特点：非孤立导体，由两极板组成





(3) 分布电容:

导线之间、导线与金属（如仪器外壳）之间、人体与金属之间都存在电容，电子工程技术中称之为分布电容。

分布电容一般很小，在低频电路中阻抗很大，对电路性能影响很小，经常忽略不计；但在高频电路中，阻抗较小，对电路性能影响显著，需认真对待。

电容器电容的计算

步骤

$$C = \frac{Q}{V_A - V_B} = \frac{Q}{U}$$

- (1) 设两极板分别带电 $\pm Q$
- (2) 求两极板间的电场强度 \vec{E}
- (3) 求两极板间的电势差 U
- (4) 由 $C=Q/U$ 求 C

2、常用电容器

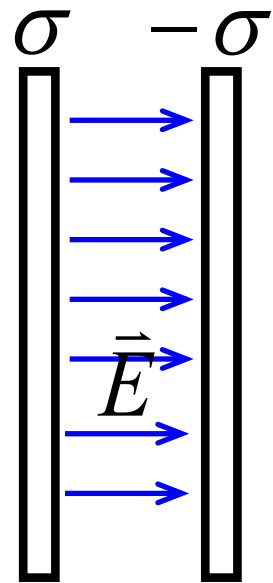
(1) 平行板电容器： 面积为 S ， 间距为 d

平行板很大， 间距很小， 真空，
设电量为 Q 。

$$\therefore E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

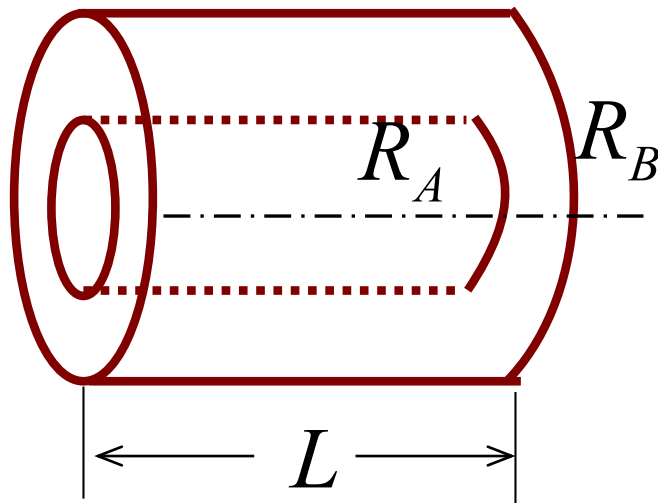
$$\therefore U_{ab} = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = Ed = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0} \quad Q = \sigma \cdot S$$

$$\therefore U_{ab} = \frac{Q}{S\varepsilon_0} \cdot d \quad C = \frac{Q}{U_{ab}} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$



(2) 圆柱型电容器

两个长为 L 的同轴圆柱面， $R_B - R_A \ll L$ ，可看作无限长。求其电容

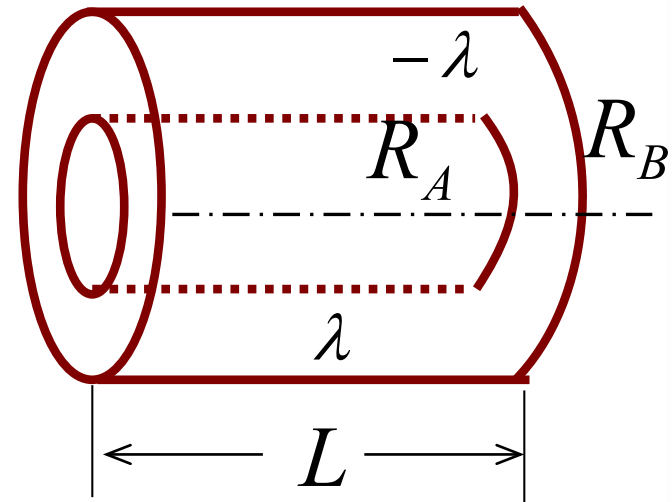


解：设单位长度带电量为 λ
 利用Gauss定理求得极间电场分布为：

$$\vec{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{r} \hat{r}$$

$$U_{AB} = \int_{R_A}^{R_B} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{R_A}^{R_B} \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{r} \cdot dr$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_B}{R_A} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{R_B}{R_A}$$



$$C = \frac{Q}{U_{AB}} = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{R_B}{R_A}}$$

单位长度的电容：

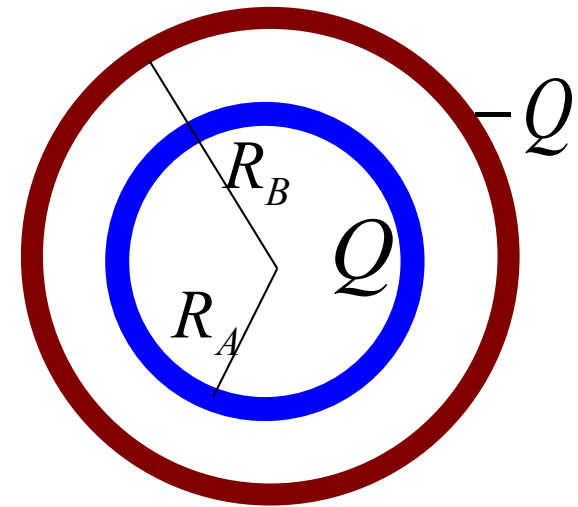
$$C_0 = \frac{C}{L} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{R_B}{R_A}}$$



(3) 球形电容器

同心球壳导体组成，内球外半径为 R_A ，
外球内半径为 R_B 。

设内球带电为 Q ，外球内侧
为 $-Q$ 。



$$\vec{E} = k \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = kQ \int_{R_A}^{R_B} \frac{1}{r^2} dr = kQ \frac{R_B - R_A}{R_A R_B}$$

$$\therefore C = \frac{Q}{U_{AB}} = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_A R_B}{R_B - R_A}$$



$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_A R_B}{R_B - R_A}$$

讨论:

(1) 若两球半径相近: $R_A \approx R_B = R$

$$R_B - R_A = d$$

$$S = 4\pi R^2$$

代入有: $C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$ (近似为平行板)

(2) 若 $R_B \gg R_A$

$$C = 4\pi\epsilon_0 R_A \quad (\text{孤立导体球})$$





4、电容器的连接

电容器一般有两个重要参数

电容和耐压

(1) 串联:

$$q = q_1 = q_2 = \dots$$

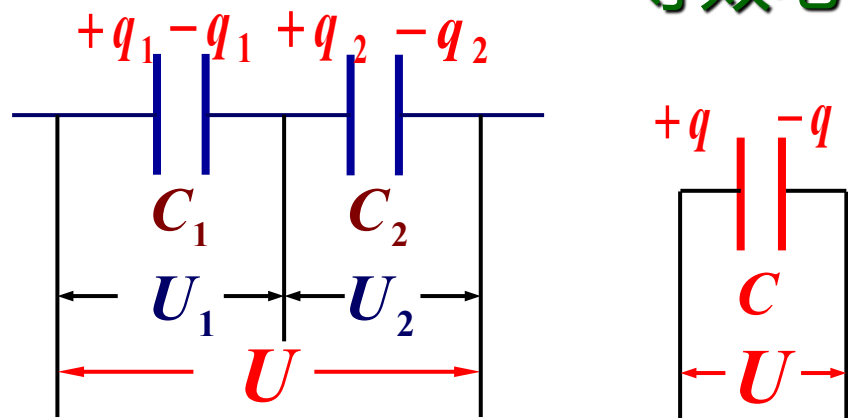
各电容器上的电压

$$U_1 = \frac{q}{C_1}, U_2 = \frac{q}{C_2}, \dots$$

$$U = U_1 + U_2 + \dots$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$$

等效电容



说明: 等效电容值比每一个串联电容值小, 但耐压值提高.



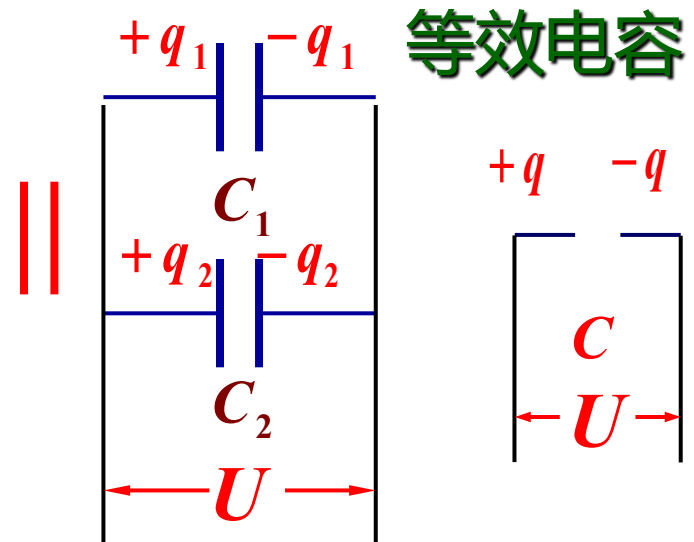
(2). 并联:

$$U = U_1 = U_2 = \dots$$

总的电量:

$$q = C_1 U + C_2 U + \dots$$

$$C = C_1 + C_2 + \dots$$



说明：等效电容比每一个并联电容值高，
但耐压值受到并联电容最低耐压值的限制。

(3) 混联

串联和并联的组合，有关计算要分步进行。

串联可提高耐压能力，但电容减小；

并联可以增加电容，但耐压只能是各电容耐压最小值。





- 作业:

P355 T8.42 T8.45



本次课的学习目标，您掌握了吗？

- 理解静电平衡的条件
- 静电平衡时导体上的电荷分布特点
- 理解电容的概念
- 会求解电容