

南开大学网络空间安全学院本科生 2022-2023 学年第二学期《算法设计和分析》课程期末考试试卷（A 卷）

专业： 年级： 学号： 姓名： 成绩：

草 稿 区

| |
|-----|
| 得 分 |
| |

一 、 填空题（本题共 20 分，共 13 题，每空 1 分）

1.已知如下的偏好表， (1) 是对于匹配 { A-X, B-Z, C-Y } 的不稳定对。(按照 X-X 的格式填写)

| <div></div> | 1 st | 2 nd | 3 rd | <div></div> | 1 st | 2 nd | 3 rd |
|-------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| A | X | Y | Z | X | B | A | C |
| B | Y | X | Z | Y | A | B | C |
| C | X | Y | Z | Z | A | B | C |

2.已知 $f = O(g)$ ， $g = O(h)$ ，可以推导出 (2) 。

3.已知一个包括 $N(N \gg K)$ 个不同整数的有序列表 L ，从 L 中寻找 $K(K > 1)$ 个整数之和为 S 的算法，该算法的最低时间复杂度为 O ((3))。

4.一个图可以被转换成二分图(Bipartite Graph)当且仅当 (4) 。

5.如果一个图上有拓扑排序(Topological Order)，那么该图是 (5) 。（英文填写）

6.间隔调度(Interval Scheduling)的贪心选择(Greedy Choice)策略是 (6) 。

7. 已知缓存区(Cache)里包括 $\{a, b, c, d, e, f\}$, 请求序列(Requests)是 $[gabcfdabbacdfaead...]$, Farthest-In-Future 算法把缓存区中的____(7)____最先被驱除。
8. 连通图中一个环(Cycle)中的边和一个割集(Cutset)中的边取交集包括____(8)____条边。
9. Prim 算法计算一个图(包括 n 个节点和 m 条边, 邻接列表表示)的最小生成树的时间复杂度是 O (____(9)____)。
10. 分治法求解二维空间 N 个点的最近点对问题的最低时间复杂度为 O (____(10)____)。
11. 动态规划的实质是____(11)____和____(12)____, 是一种将问题实例分解为更小的、相似的子问题, 并存储____(13)____以避免重复计算, 来解决最优化问题的算法策略。适合于动态规划法求解的问题的一个特点在于该问题的解具有____(14)____性质。
12. 回溯法和分支限界法的基本做法都是____(15)____, 二者区别在于前者是按照____(16)____策略搜索问题的解空间树, 而后者是按照____(17)____策略搜索问题的解空间树; 二者的另一个重要区别在于分支限界法必须定义一个____(18)____来指导搜索。
13. NP 类问题是否包含 NP 完全问题?____(19)____; NP 类问题是否包含 NP 难问题?____(20)____。
(选填“是”或者“不是”)。

| |
|----|
| 得分 |
| |

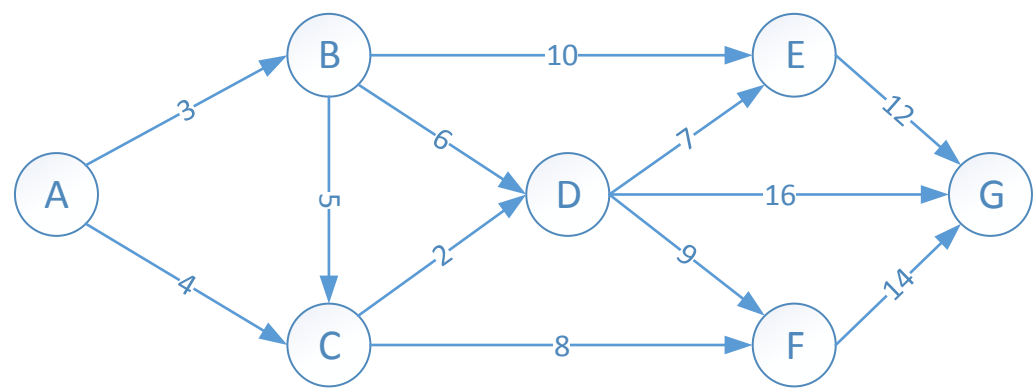
二、计算简答题(本题共 20 分, 共 2 题, 每题 10 分)

1. 已知 $T(n) = 9T(n/3) + 7n$, $T(1) = 1$ 。求 $T(n)$ 的时间复杂度, 并用符号 Θ 进行表示。(10 分)
2. 给出随机快速排序的算法描述及其时间复杂性。(10 分)

| | |
|----|-------------------------------|
| 得分 | 三、解答题（本题共 60 分，共 4 题，每题 15 分） |
| | |

1.已知如下有向图 $G = (V, E)$ ，Dijkstra 算法被用来求从节点A到其他节点的最短距离， S 是算法探索的节点集合， $d[u]$ 保存从节点A到节点u的最短距离， $pred[v]$ 保存最短路径中节点v的前一个节点。

- (1)给出 Dijkstra 算法的伪代码描述。(6 分)
- (2)给出 Dijkstra 算法每次迭代后， S 、 $d[u]$ 和 $pred[v]$ 的变化情况。(提示：开始时 $S = \{A\}, d[A] = 0$)。(9 分)



2.算法描述

- (1). 给出广度优先搜索(Breadth-First Search, BFS)算法的伪代码描述。(9 分)
- (2). 调用 BFS 算法，给出判断一个连通图是否是二分图(Bipartite Graph)的伪代码描述。(6 分)

3.给定一个 $N \times M$ 的方格。从左上角 $(1,1)$ 走到右下角 (N,M) 。位于格子 (i,j) 时，只用有以下三种走法：

■ $(i,j) \rightarrow (i,j+1)$ //向右走

■ $(i,j) \rightarrow (i+1,j)$ //向下走

■ $(i,j) \rightarrow (i+1,j+1)$ //45度斜角走

请使用动态规划技术设计一个算法，求解从左上角 $(1,1)$ 走到右下角 (N,M) 一共有多少种走法？（15分）

4.给定 $n = 5$ 的 0-1 背包问题：背包承重量为 $C = 11$ ，各物品的相关信息如下表所示。

| 物品 | 重量(w) | 价值(v) | 价值/重量 |
|----|-----------|-----------|-------|
| 1 | 4 | 40 | 10 |
| 2 | 2 | 16 | 8 |
| 3 | 7 | 42 | 6 |
| 4 | 5 | 25 | 5 |
| 5 | 3 | 12 | 4 |

现考虑使用优先队列式分支限界法求解该问题。搜索结点的上界 ub 设置如下：把已经选择的物品总价值(v)，加上背包剩余承重量($C - w$)与剩下可选的物品的最高“价值/重量比”的乘积，即

$$ub = v + (C - w)(v_i/w_i)_{max}$$

试画出搜索生成树。（15分）