



# 动量守恒的应用—碰撞



# 通过本次课的学习，您将学会：

- 对心碰撞的定量分析方法
- 非对心碰撞的定量分析方法



**碰撞：**物体间互相以冲力作用于对方而扰乱对方运动状态的现象。

（广泛存在：宏观、微观、接触、非接触）



## 碰撞物体总动量守恒

对于碰撞， $\Delta t$  很小，内力一般很大，碰撞时经常受外力作用的影响（如重力、弹力、摩擦力），但外力比起内力很小，常可忽略不计。

内力不改变系统总动量，故总动量守恒（适合各种碰撞）。



大部分情況下，碰撞時的相互作用力是彈力，  
因雙方的形變引起的，如碰撞後，

- ✓形變完全恢復——**完全彈性碰撞**
- ✓形變部分恢復——**非完全彈性碰撞**
- ✓形變完全不能恢復——**完全非彈性碰撞**



## 碰撞的恢复系数

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2}$$

对 $e$ 的测量：

小球与固定在地球上的物体碰撞

固定在地球上的物体，碰撞前后速度均为零

$$u_2 = 0 \quad v_2 = 0$$

$$e = -\frac{v_1}{u_1}$$



- 完全弹性碰撞：  $e=1$
- 完全非弹性碰撞：  $e=0$
- 非完全弹性碰撞：  $e=0\sim 1$
  
- $e$ 完全由碰撞物体的弹性确定：
- 木球：  $e=0.5$
- 钢球：  $e=5/9$
- 象牙球：  $e=8/9$



## 对心碰撞——正碰

碰撞前后，物体的运动在一条直线上





## 1、完全弹性碰撞

碰撞分为两个阶段：压缩阶段，恢复阶段

从能量角度看：压缩阶段，动能转换为弹性势能；恢复阶段，弹性势能转换为动能。

对于完全弹性碰撞，因动能和势能之间的转化是彻底的，因此，**碰撞前后质点系的动能相等**。



- 如两质点  $m_1$ 、 $m_2$  碰撞前的速度分别为  $u_1$ 、 $u_2$ ，碰撞后的速度分别为  $v_1$ 、 $v_2$ ，且碰撞前后动量在一条直线上

- 则 
$$\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \quad \text{——(1)}$$

- 由动量守恒：

$$m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 \quad \text{——(2)}$$



- 由 (1) 得:

$$m_1(u_1^2 - v_1^2) = m_2(v_2^2 - u_2^2) \quad \text{---(3)}$$

- 由 (2) 得:

$$m_1(u_1 - v_1) = m_2(v_2 - u_2) \quad \text{---(4)}$$

- (3) / (4) :

$$u_1 + v_1 = v_2 + u_2$$

$$\text{或 } u_1 - u_2 = v_2 - v_1$$

完全弹性碰撞, 恢复系数为1



## 两质点碰撞后的速度

由 (1) (2) 得

$$\begin{cases} v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} u_2 \\ v_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} u_2 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1 \end{cases}$$



## 几个特例:

●如果  $m_1 = m_2$       碰撞后  $v_1 = u_2$      $v_2 = u_1$   
速度互换

●如果  $u_2 = 0$       碰撞后

$$m_1 = m_2 \qquad v_1 = 0 \qquad v_2 = u_1$$

$$m_2 \gg m_1 \qquad v_1 = -u_1 \qquad v_2 = 0$$

$$m_2 \ll m_1 \qquad v_1 = u_1 \qquad v_2 = 2u_1$$

两个外观相同、由相同材质制成的小车A和B，A、B放置于气垫导轨上，A静止。给B一个向右的恒定速度，使得B和A发生弹性碰撞。在碰撞之后，两个小车都向右运动，且速度小于碰撞前的速度，你可以得出：（）

- ☐ A 小车A是中空的
- ☐ B 两个小车相同
- ☐ C 小车B是中空的
- ☐ D 需要更多的信息

提交

一辆小车以速度 $v$ 在气垫导轨上和另一辆相同的静止的小车相撞，碰撞之后两辆车黏在一起，他们碰撞后的速度是（）

- ☐ A  $v$
- ☐ B  $0.5v$
- ☐ C  $0$
- ☐ D  $-0.5v$
- ☐ E  $-v$

提交

一假设你开着一辆车以40km/h的速度在一个狭窄的单行道上拐了一个弯，突然发现前方一辆相同的车以40km/h的速度笔直向你开来。你有两个选择：迎面撞上这辆车，或者打个弯道撞向旁边结实的混凝土墙壁。在撞上前的千钧一发之际，你决定（）

- ☐ A 撞上那辆车
- ☐ B 撞上墙
- ☐ C 撞上其中一个，因为没有区别
- ☐ D 不知道

提交





## 2、完全非弹性碰撞

- 形变完全不能恢复，碰撞后不再分开，以同一速度运动，即

$$v_1 = v_2 = v$$

- 动量守恒： $m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2) v$

$$v = \frac{m_1 u_1 + m_2 u_2}{m_1 + m_2}$$

动能损失：

$$\Delta E_k = -\frac{m_1 m_2 (u_1 - u_2)^2}{2(m_1 + m_2)}$$

一个人尝试者扔出一个球把一个大的木质保龄球击倒，这个人有两个相同质量、相同尺寸的球，一个由橡胶制成，一个由油灰制成。橡胶球弹回来了，而油灰球黏在球瓶上，哪个球最有可能击倒保龄球（）

- ☐ A 橡胶球
- ☐ B 油灰球
- ☐ C 没有区别
- ☐ D 需要更多的信息

提交



### 3、非完全弹性碰撞-形变部分恢复

动量守恒:  $m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$

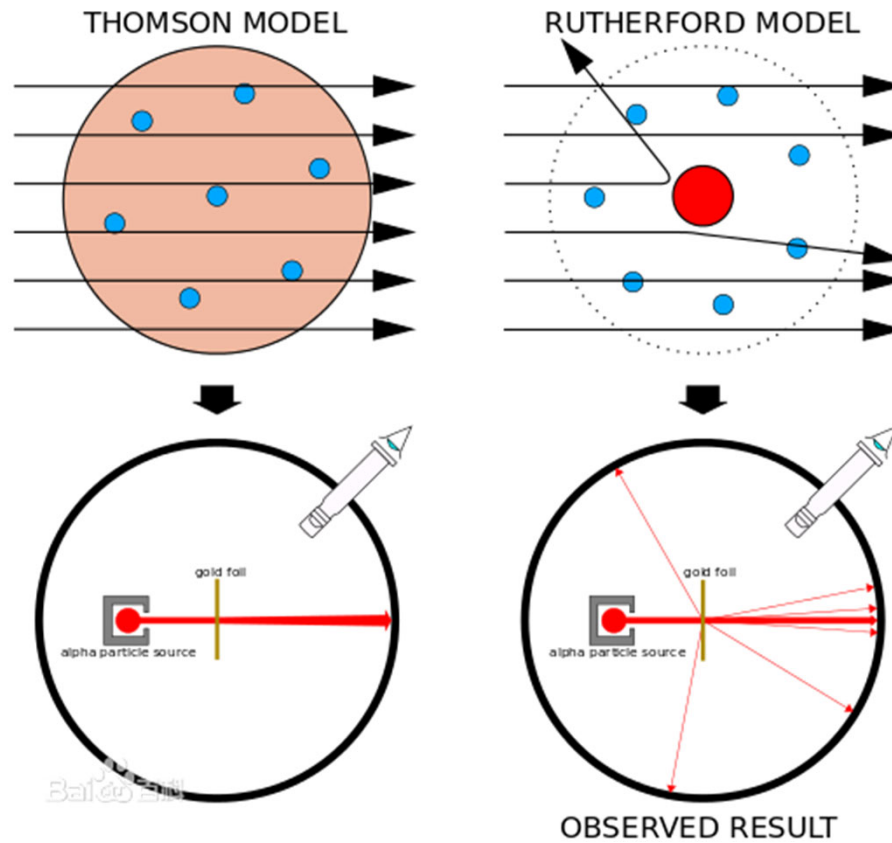
若已知恢复系数:

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} \rightarrow \begin{cases} v_1 = u_1 - \frac{(1+e)m_2(u_1 - u_2)}{m_1 + m_2} \\ v_2 = u_2 + \frac{(1+e)m_1(u_1 - u_2)}{m_1 + m_2} \end{cases}$$

损失的能量:  $\Delta E_k = -\frac{1}{2}(1-e^2)\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}(u_1 - u_2)^2$



# 非对心碰撞——两维碰撞



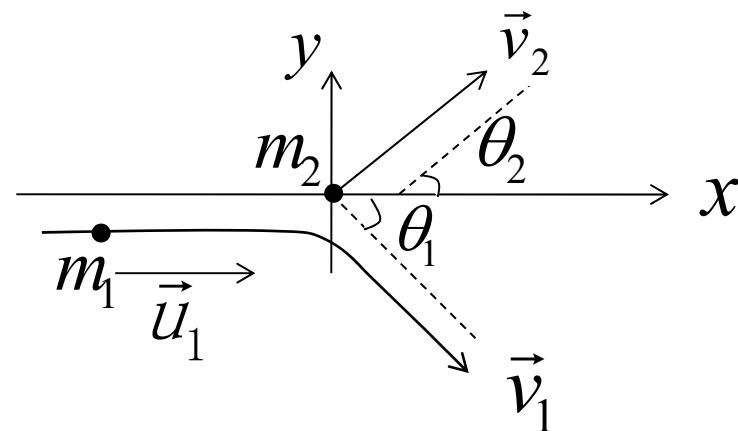
1897年，卢瑟福  $\alpha$  粒子散射实验



- 入射质点  $m_1$  的运动路线和通过靶质点  $m_2$  且平行于入射运动路线的直线距离为  $b$ ——碰撞参量(或瞄准距离)。

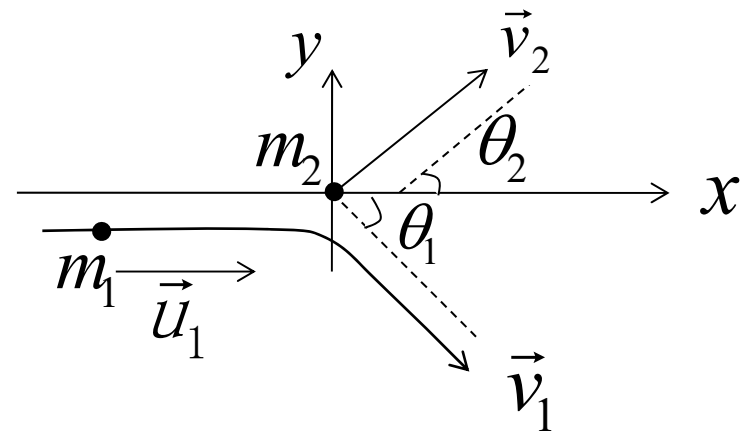
$b$ 表示瞄准的程度， $b=0$ 相当于正碰。

设  $u_2 = 0$





- 假定为完全弹性碰撞。



- 由动量守恒:

$$x: m_1 u_1 = m_1 v_1 \cos \theta_1 + m_2 v_2 \cos \theta_2$$

$$y: 0 = m_2 v_2 \sin \theta_2 - m_1 v_1 \sin \theta_1$$

- 动能守恒: 
$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

四个未知量，三个关系。事实上，另一个与作用过程有关，比较复杂。经常通过实验测量出一个角度即可。



本节的学习目标，您达到了吗？

- 对心碰撞的定量分析方法
- 非对心碰撞的定量分析方法





# 重点需要掌握的

- 运动学方程，特别第二类运动学方程问题
- 会用牛顿定律和微积分手段求解力学问题
- 会计算变力做功
- 会计算势能
- 角量和线量的关系



# 一些需要说明的情况

- 按时提交：不提早也不错后
- 作业格式：学号+姓名
- 部分同学积分不熟练：有针对性的查看高等数学
- 有问题：可以在微信群提问题，助教和同学都可以答复