电场的学习中：

- 你印象深刻内容的是什么？
- 你觉得有挑战内容的是什么？
- 与力学相比，你觉得哪个更容易？

第9章
真空中的稳恒磁场

本章目录

一律采用右手，与电场比较。

通过本次课的学习，您将：

- 了解磁现象的起源
- 掌握毕奥萨伐尔定律
- 会用毕萨定律求解磁感应强度
- 掌握几个典型的磁感应强度

§9.1基本磁现象与磁场

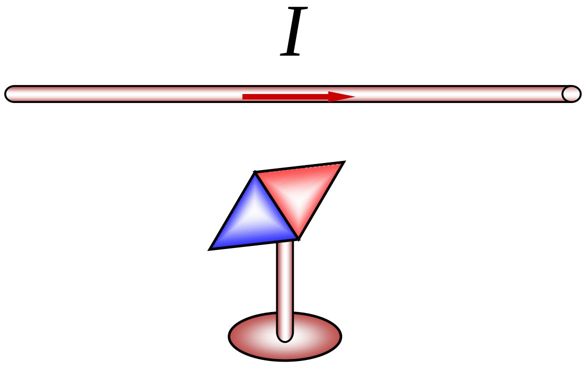
1 磁铁的磁场

N、S极同时存在；

同名磁极相斥，异名磁极相吸.

磁铁 ⇄ 磁场 ⇄ 磁铁

2 电流的磁场——奥斯特实验（1820年）



汉斯·克海斯提安·奥斯特
丹麦物理学家，化学家
（1777–1851）

3 磁现象的起源

根据磁是由运动的电荷产生的这一观点来说明地磁的成因和物质的磁性。提出了著名的分子电流假说。

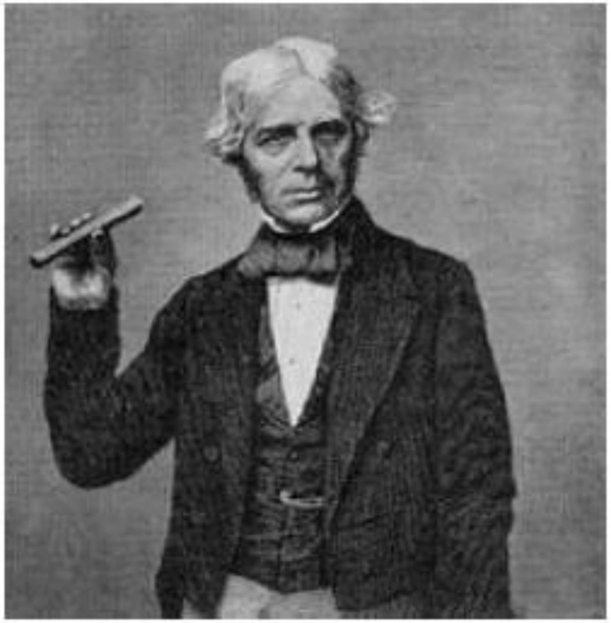
安德烈·玛丽·安培 法国
1775年— 1836年

《电动力学现象的数学理论》

他被麦克斯韦誉为“电学中的牛顿”

电　流 → 磁场

运动电荷 → 磁场



迈克尔·法拉第 英国
1791-1867

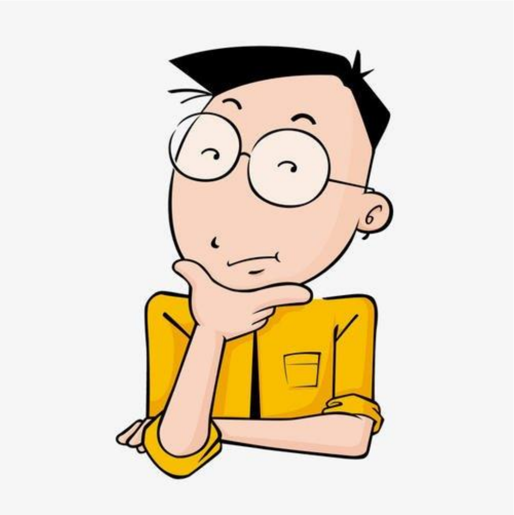
场的概念的提出1837年

- 静止电荷在周围激发电场，电场的一个特性就是对处于其中的电荷有力的作用—静电力。静电力是通过电场来传递的。

静止电荷↔电场↔静止电荷

- 运动电荷在周围产生磁场，磁场的一个特性就是对处于其中的运动电荷有力的作用—磁场力。磁场力是通过磁场传递的。

运动电荷↔磁场↔运动电荷

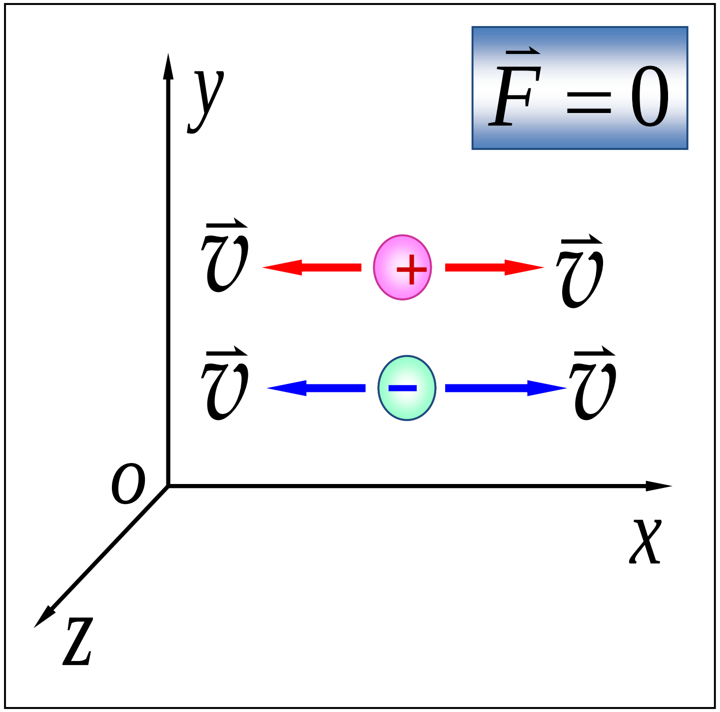


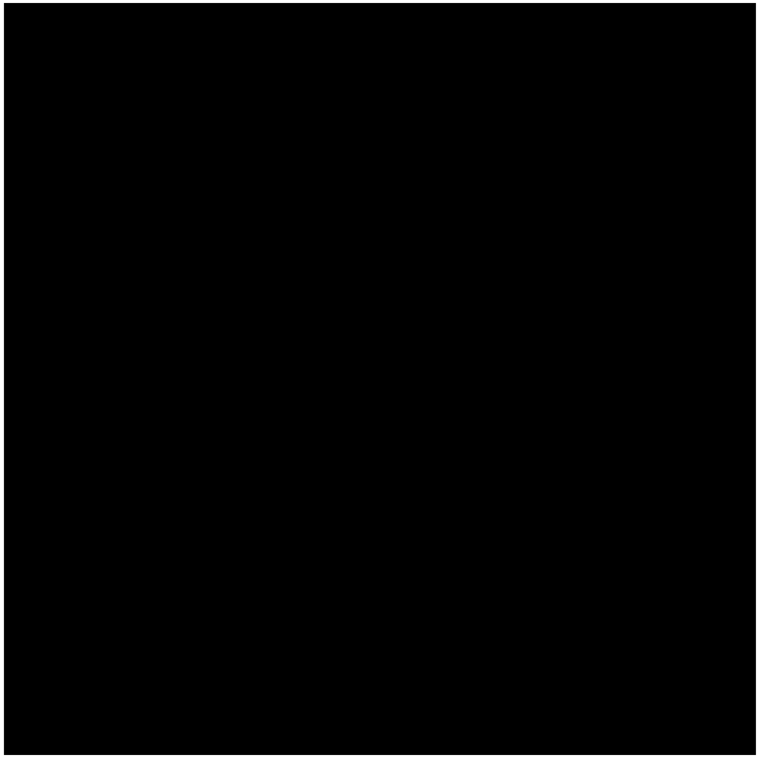
电荷在电场中受力，其大小和方向与
哪些因素有关？

二、磁感应强度矢量

带电粒子在磁场中运动所受的力与运动方向有关.

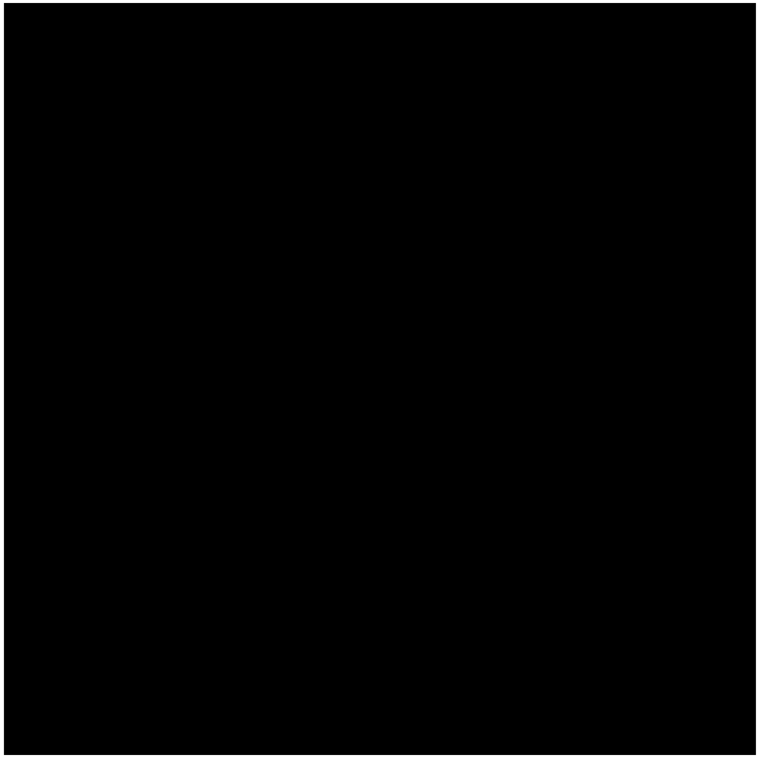
实验发现，带电粒子在磁场中沿某一特定方向运动时不受力，此方向与电荷无关.





带电粒子在磁场中沿其他方向运动时，$\vec{F}$ 垂直于 $\vec{v}$ 与特定直线所组成的平面.

当带电粒子在磁场中垂直于此特定直线运动时受力最大.



$$\vec{F} = \vec{F}_{\max} = \vec{F}_{\perp}$$

$$F_{\max} \propto qv$$

$\boxed{\dfrac{F_{\max}}{qv}}$ 大小与 q，v无关

磁感强度$\vec{B}$的定义

$\vec{B}$ 的方向：

正电荷垂直于特定直线运动时，受力$\vec{F}_{\max}$与电荷速度$\vec{v}$的叉积

方向：$\vec{F}_{\max}\times\vec{v}$

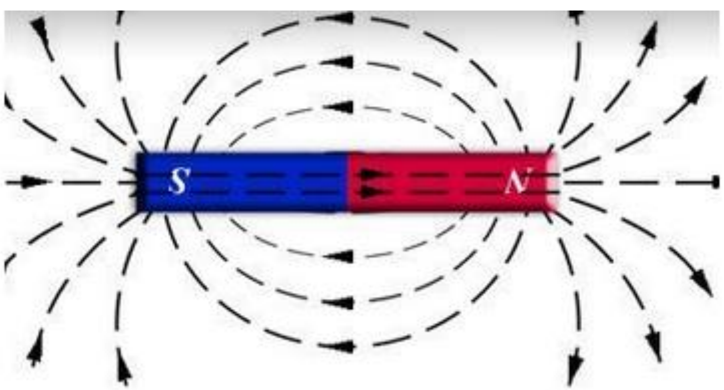
$\vec{B}$ 的大小：

$$\boxed{B=\frac{F_{\max}}{qv}}$$

单位：特斯拉（T）

三、磁力线

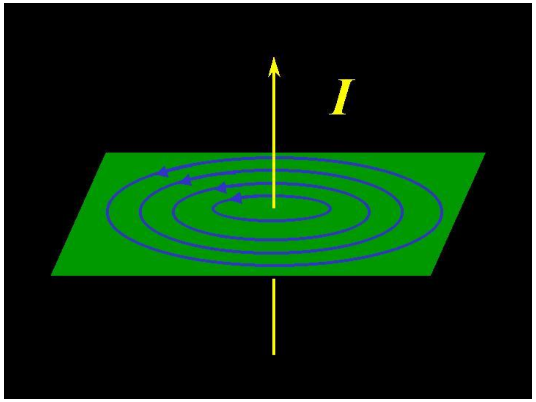
- 这样的一组曲线，任一点的切线方向为该点$\vec{B}$的方向，疏密程度表示$\vec{B}$的大小。
- 磁力线的性质：在任一点都不会中断（闭合曲线或来自无穷远，终止于无穷远，总是闭合的）

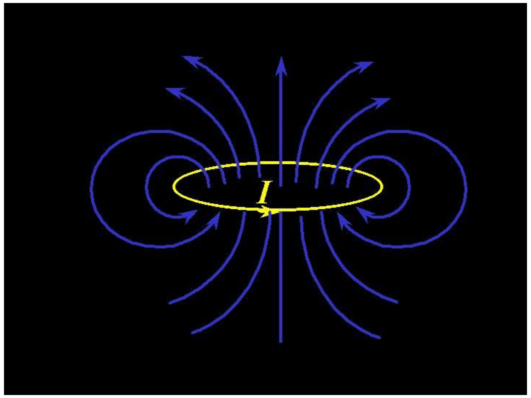


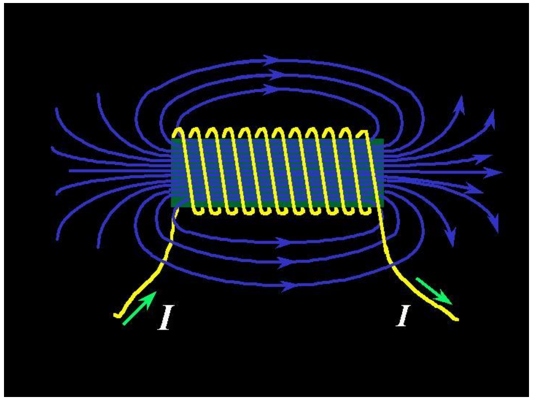
三、磁力线

- 这样的一组曲线，任一点的切线方向为该点 $\vec{B}$ 的方向，疏密程度表示$\vec{\mathrm{B}}$的大小。

- 磁力线的性质：在任一点都不会中断（闭合曲线或来自无穷远，终止于无穷远，总是闭合的）







§9.2毕奥-萨伐尔定律与叠加原理

让·巴蒂斯特·毕奥
法国1862年卒

菲利克斯·萨伐尔 法国
1791-1841

拉普拉斯， 法国
1749—1827

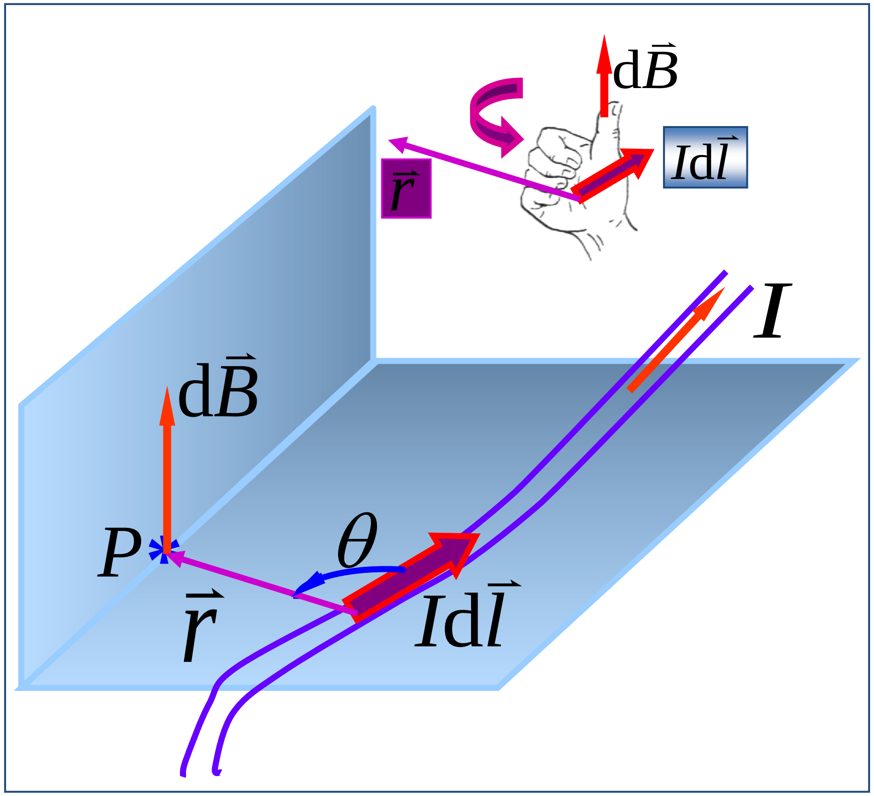
一 毕奥—萨伐尔定律

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

(电流元在空间产生的磁场)

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$$

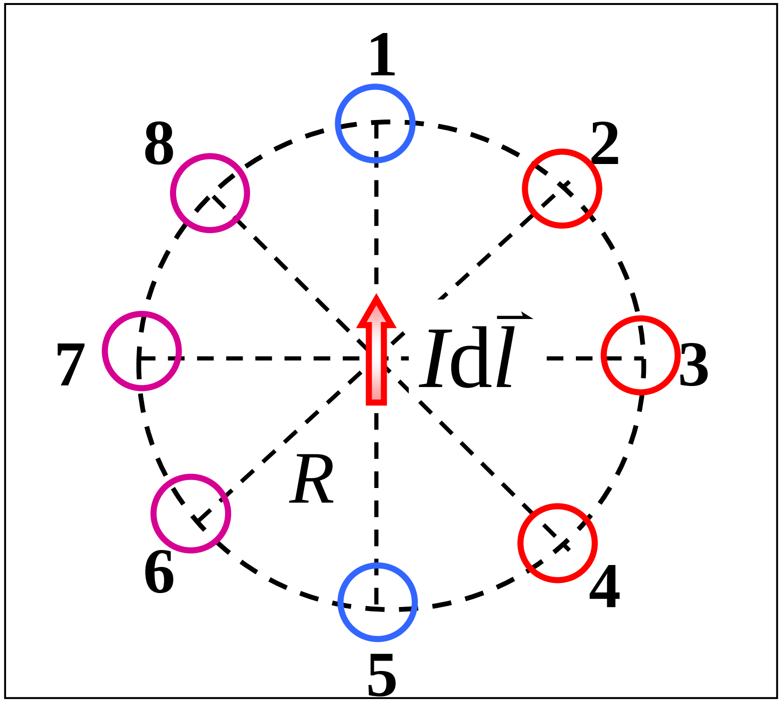
$$\boxed{\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}}$$

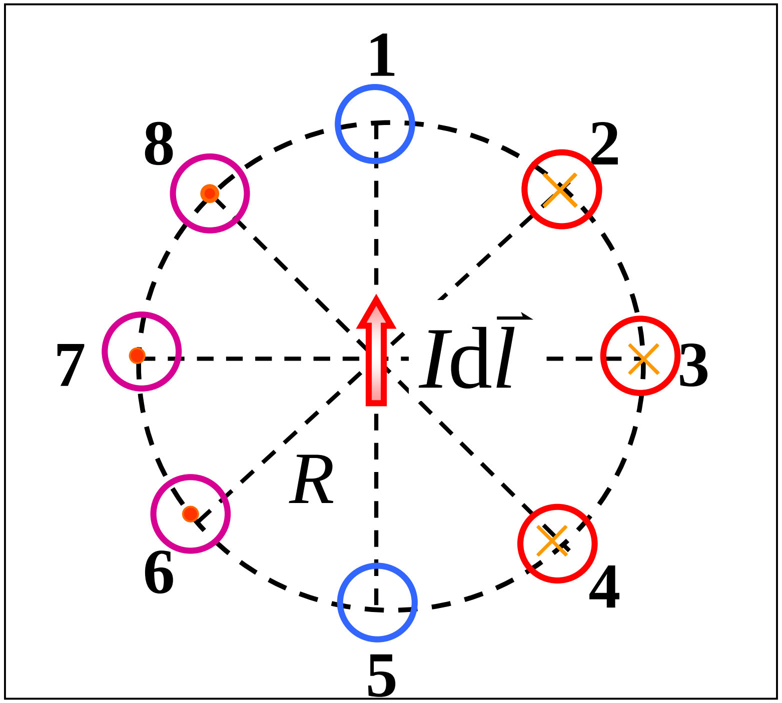


真空磁导率

$$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{N\cdot A^{-2}}$$

例　判断下列各点磁感强度的方向和大小.





1、5点： $dB = 0$

3、7点： $dB = \frac{\mu_0 Idl}{4\pi R^2}$

2、4、6、8 点：

$$dB = \frac{\mu_0 Idl}{4\pi R^2}\sin 45^0$$

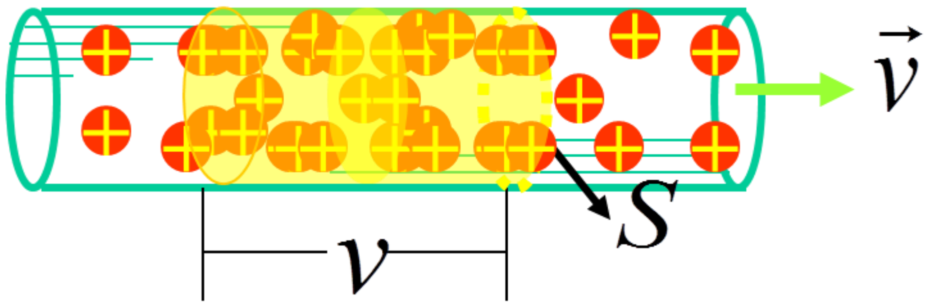
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$

毕奥—萨伐尔定律

二、运动电荷产生的磁场

电流 $\longleftrightarrow$ 电荷定向运动

$Id\vec{l}$中，截面为S，设自由电荷数密度为n，每个电荷的电量为q，运动速率为v。



$$I=\frac{\Delta t \bullet v \bullet snq}{\Delta t}=qvns, \quad Id\vec{l}=qvnsd\vec{l}=qnsdl\vec{v}$$

令N = nsdl表示电流元中的电荷数：$I d\vec{l} = qN\vec{v}$,则N个运动电荷产生的磁场即为电流元产生的磁场：

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qN\vec{v}\times\vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qN\vec{v}\times\hat{\vec{r}}}{r^2}$$

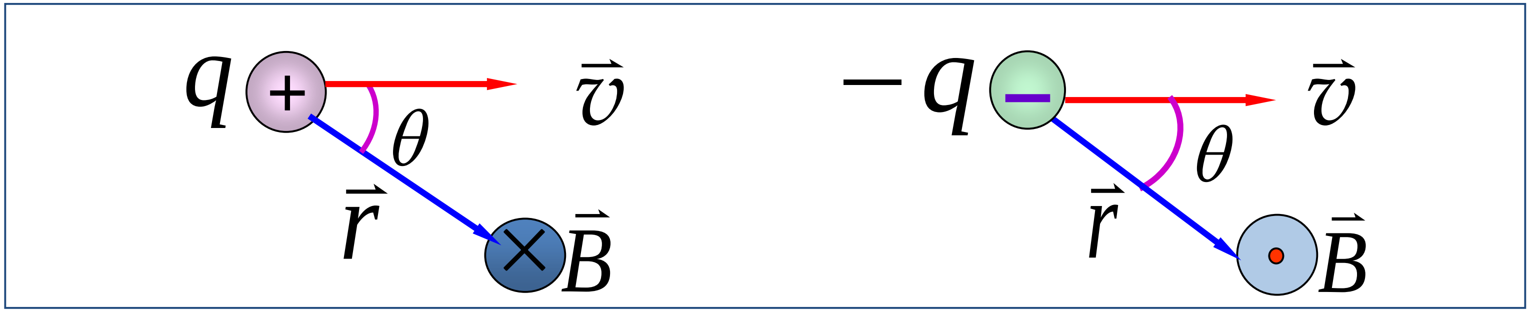
每个电荷产生的磁场：

$$\vec{B} = \frac{d\vec{B}}{N} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\hat{\vec{r}}}{r^2}$$

运动电荷的磁场

$$\vec{B}=\frac{d\vec{B}}{dN}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\hat{\vec{r}}}{r^2}$$

适用条件 $v<<c$



课本：　P375 例9.7

三、叠加原理

磁场服从矢量叠加原理

（1）离散：N个定向运动的电荷

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{N} \vec{B_i}$$

（2）连续：（如稳恒电流）

$$\vec{B} = \int d\vec{B}$$

如果同时存在N支电流，则 $\vec{B} = \sum_{j=1}^{N} \vec{B}_j = \sum_{j=1}^{N} \int d\vec{B}_j$

四、安培定律：

电流元矢量$I_1 d\vec{l}$，对另一电流元矢量$I_2 d\vec{l}$

的作用力为： $d\vec{F}_{12} = I_2 d\vec{l}_2 \times d\vec{B}_{12}$

同样： $d\vec{F}_{21} = I_1 d\vec{l}_1 \times d\vec{B}_{21}$ —安培定律

由毕萨定律知：

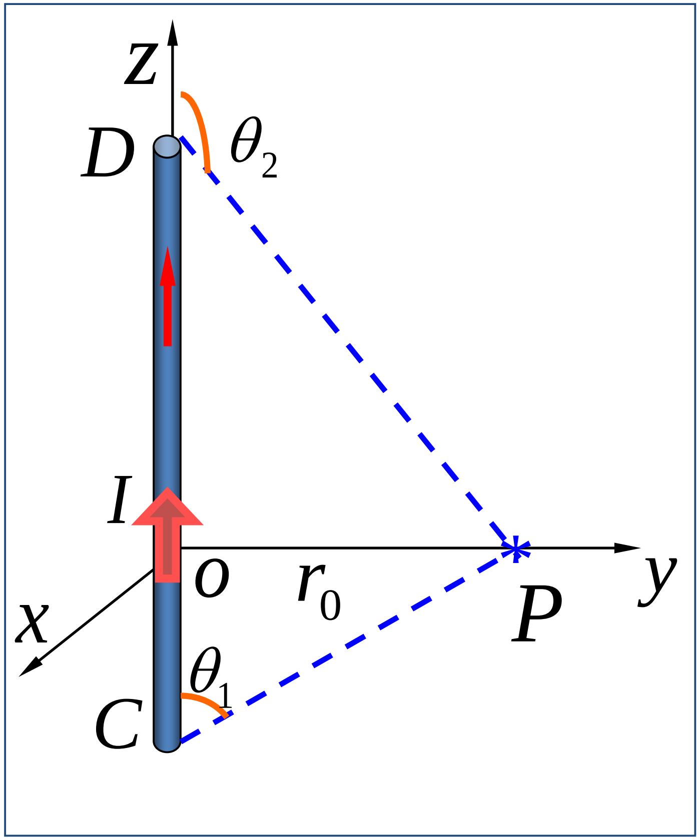
$$d\vec{B}_{12} = k\frac{I_1 d\vec{l}_1 \times \hat{\vec{r}}_{12}}{r_{12}^{\ 2}}$$

$$d\vec{B}_{21} = k\frac{I_2 d\vec{l}_2 \times \hat{\vec{r}}_{21}}{r_{21}^{\ 2}}$$

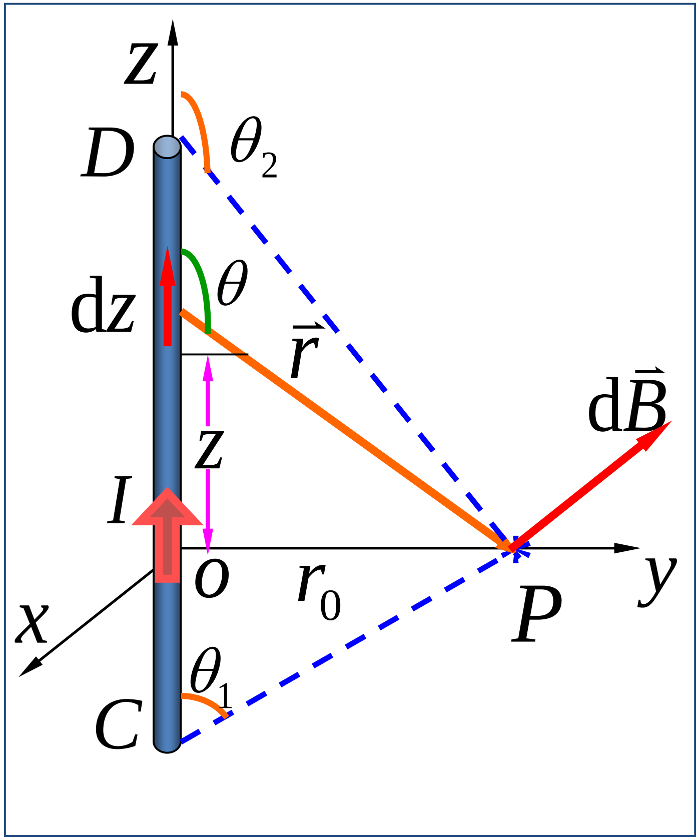
五 毕奥—萨伐尔定律应用举例

几个典型的磁场

例1 稳恒电流I沿直导线运动.求导线外的磁场分布



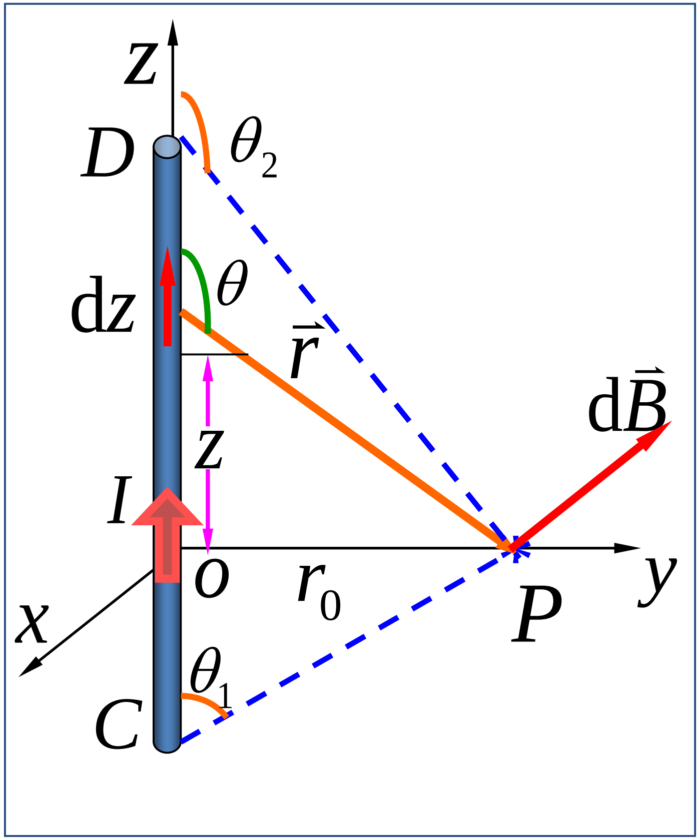
解 $\mathrm{d}B=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\mathrm{d}z\sin\theta}{r^2}$



$\mathrm{d}\vec{B}$ 方向均沿 x 轴的负方向

$$B=\int \mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{CD}\frac{I\mathrm{d}z\sin\theta}{r^2}$$

$$B=\int \mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{CD}\frac{I\mathrm{d}z\sin\theta}{r^2}$$



$$z=-r_0\cot\theta,\ r=r_0/\sin\theta$$

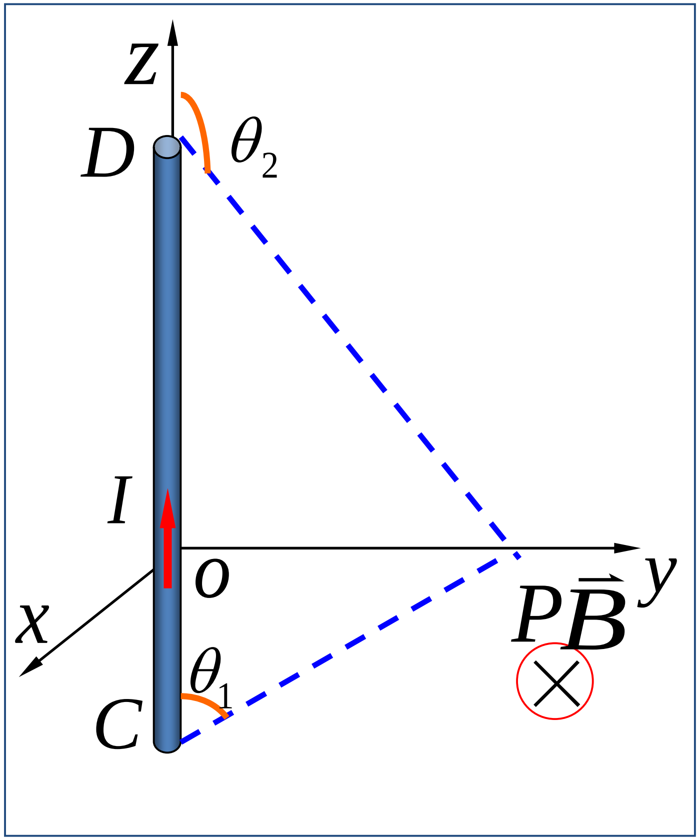
$$\mathrm{d}z=r_0\mathrm{d}\theta/\sin^2\theta$$

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\mathrm{d}\theta$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$

$\vec{B}$ 的方向沿 x 轴负方向

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$



无限长载流长直导线

$\theta_1 \to 0$

$\theta_2 \to \pi$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}}$$

半无限长载流长直导线

$\theta_1 \to \frac{\pi}{2}$

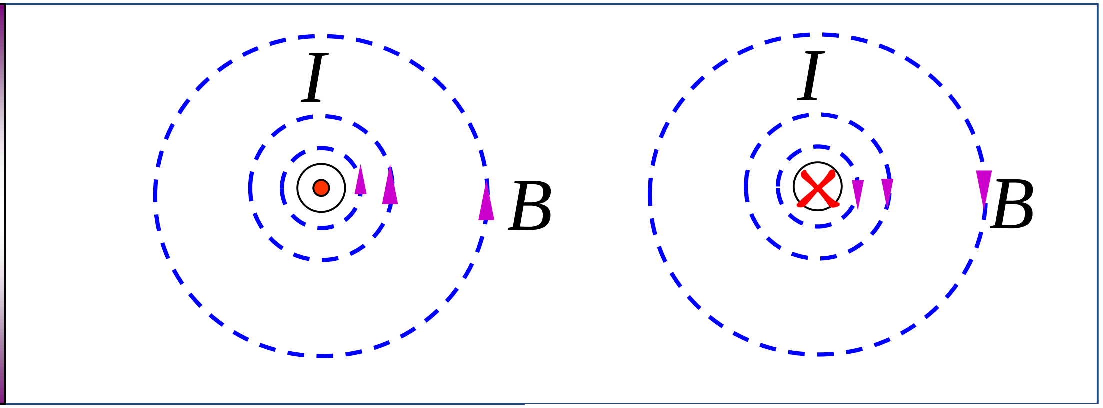
$\theta_2 \to \pi$

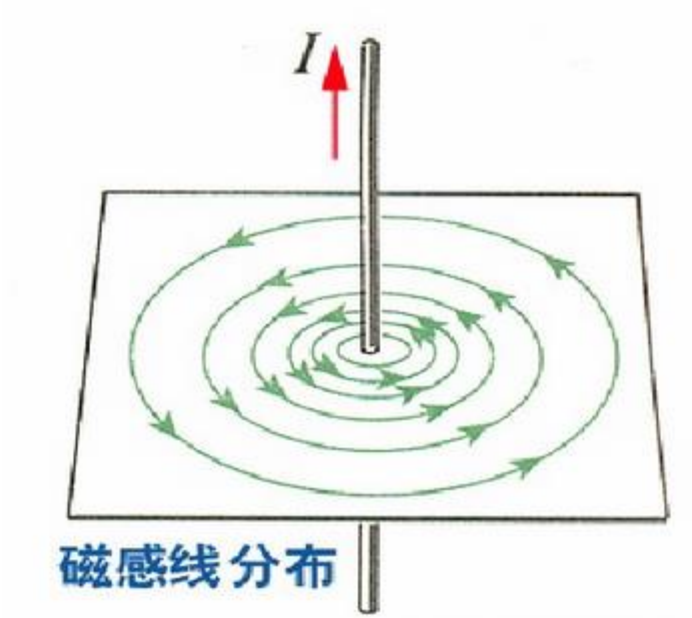
$$\boxed{B_P = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}}$$

导线延长线上 $\theta_1 = \theta_2 = 0$、π $B = 0$

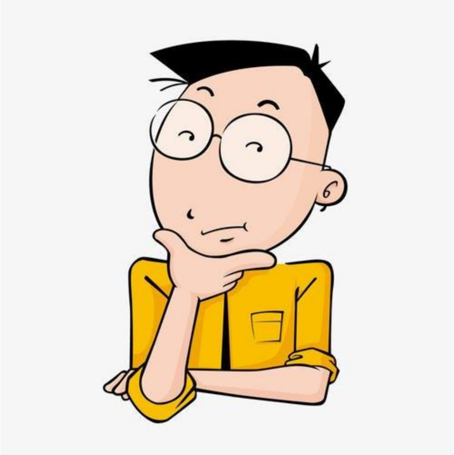
典型磁场1——无限长载流长直导线的磁场

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$





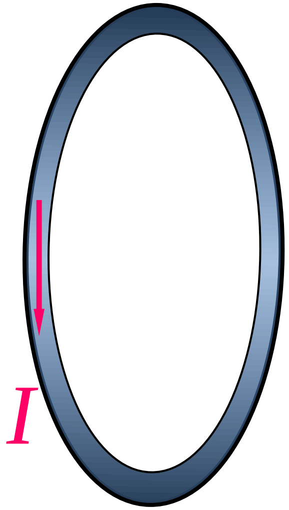
- 电流与磁感强度成右手螺旋关系



在静电场中，我们分析介质的极化，采用的物理模型是什么？

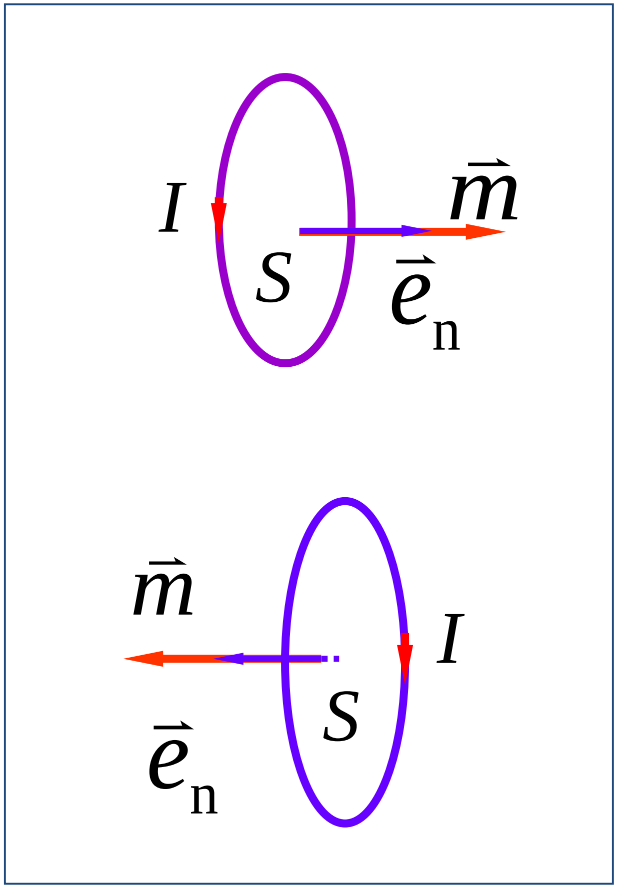
电偶极矩

物理模型——分子电流模型

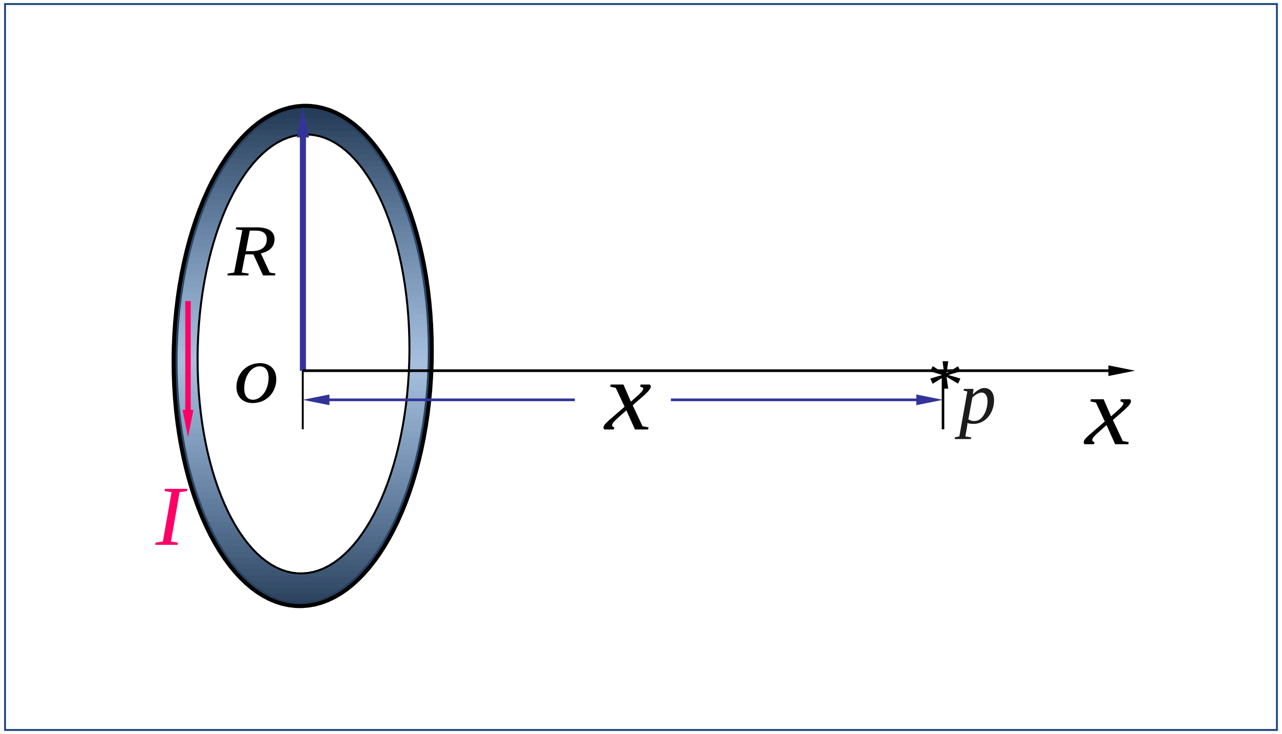


磁偶极矩

$$\vec{m} = IS\vec{e}_{\mathrm{n}}$$

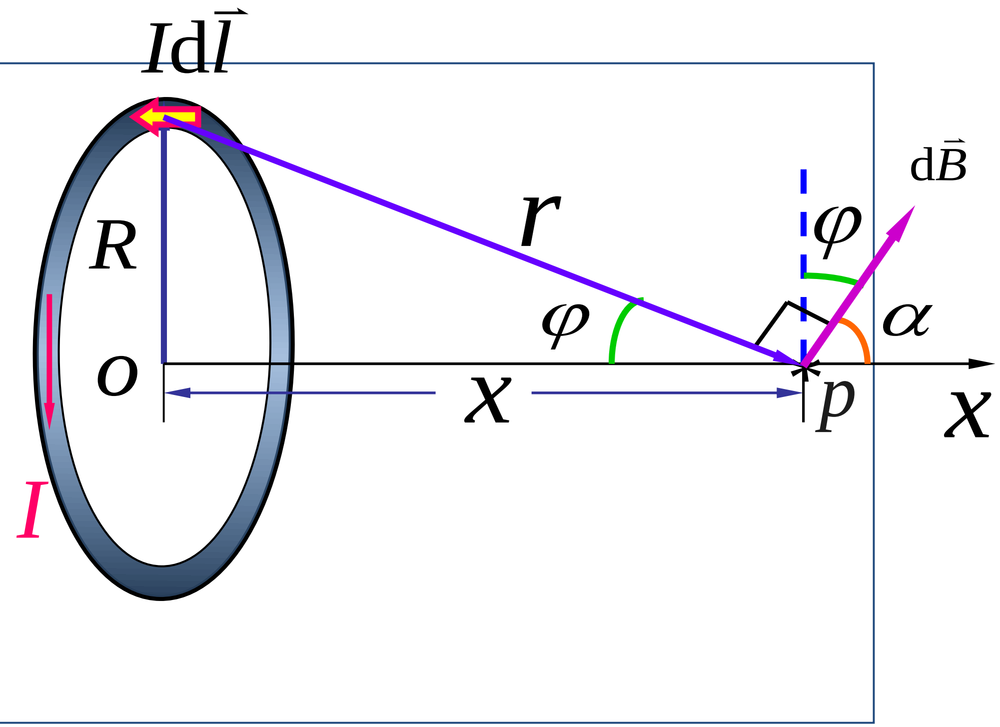


例2 若稳恒电流I沿半径为R的环形导线流动，求圆环轴线上离环心x处磁感强度矢量B。



解　分析点P处磁场方向得,**B**沿x轴方向。

电流元 $Id\vec{l}$ 在P点产生的磁场：

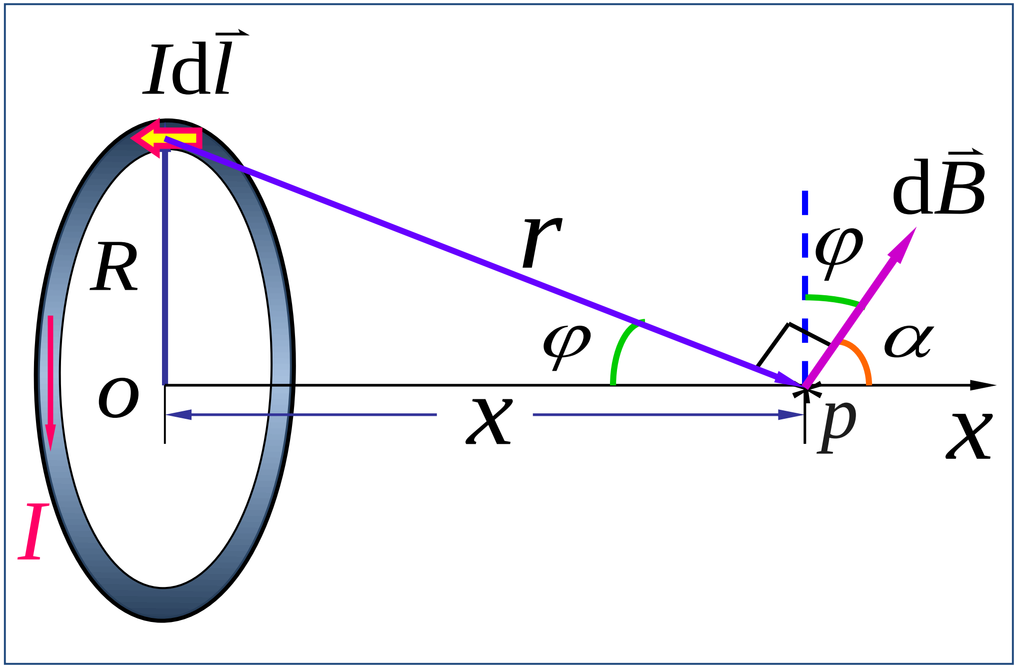


$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\hat{\vec{r}}}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}$$

$$\mathrm{d}B_x = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = R/r, r^2 = R^2 + x^2$$

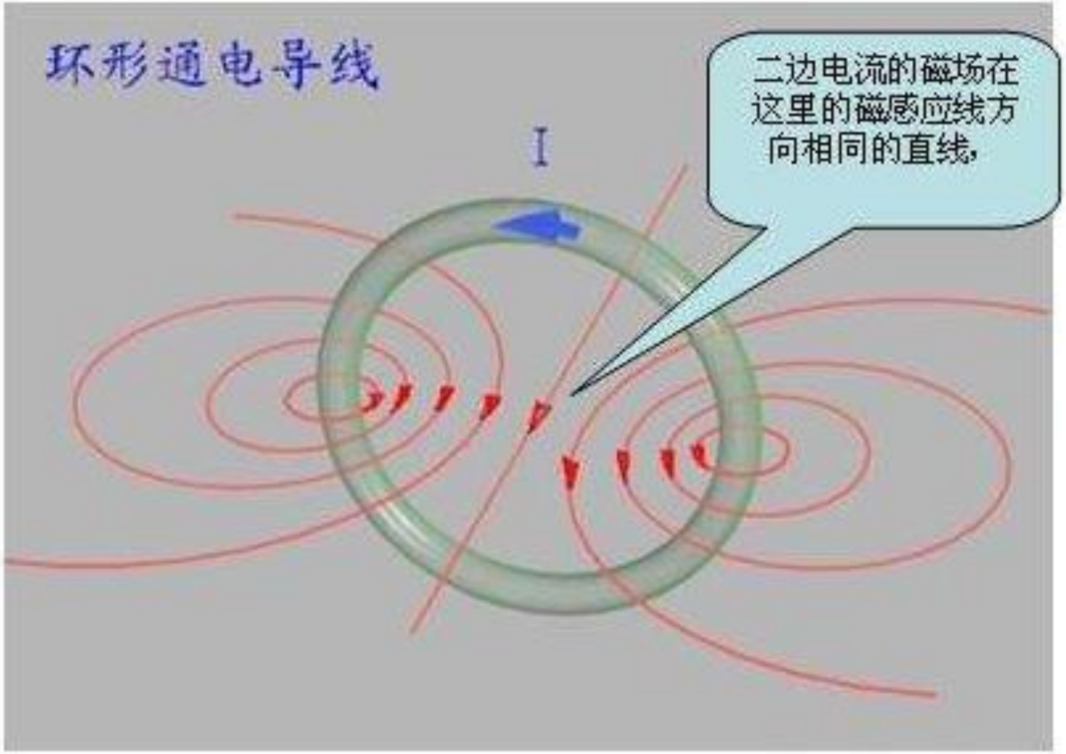


$$dB_x = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\cos\alpha$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{R}{r}\frac{Idl}{r^2}$$

$$B = \int dB_x = \int_0^{2\pi R}\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{RI}{r^3}dl = \frac{\mu_0 IR^2}{2r^3} = \frac{\mu_0 IR^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}$$

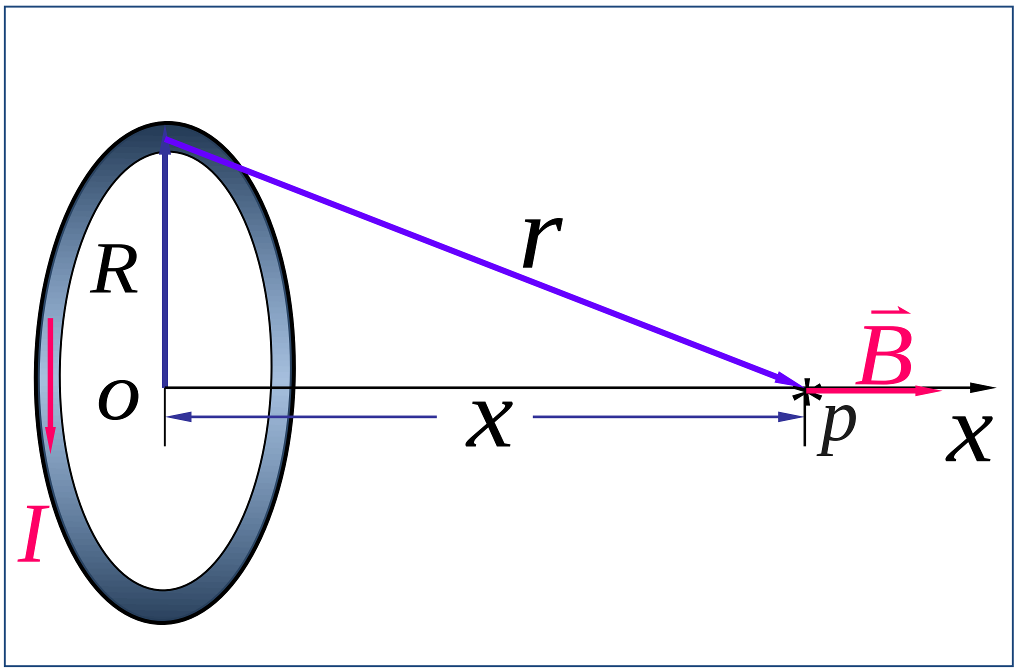
方向：沿x轴正方向


环形通电导线
I
二边电流的磁场在这里的磁感应线方向相同的直线，

讨论

（1）若线圈有 N 匝

$$B=\frac{\boxed{N}\,\mu_0 I R^2}{2\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}$$



（2）$x=0$ $\quad B=\dfrac{\mu_0 I}{2R}$

（3）$x>>R$

$$B=\frac{\mu_0 I R^2}{2x^3},$$

$$B=\frac{\mu_0 I S}{2\pi x^3}$$

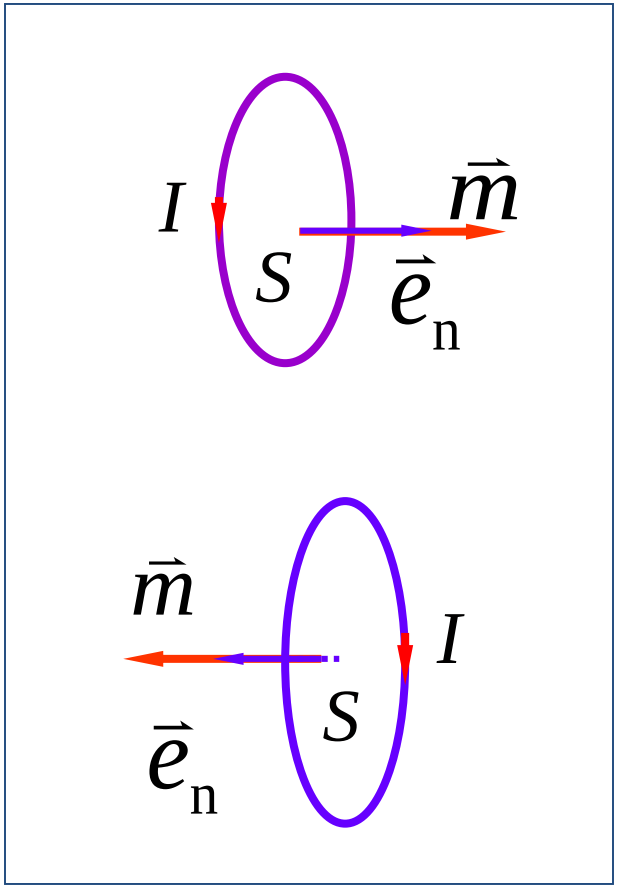
表征分子电流的物理量--磁偶极矩

$$\vec{m} = IS\vec{e}_{\mathrm{n}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3}$$

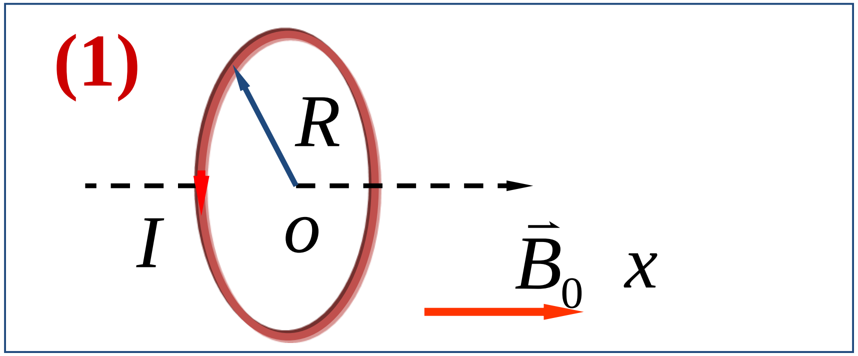
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{m}}{2\pi x^3}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 m}{2\pi x^3}\vec{e}_{\mathrm{n}}$$

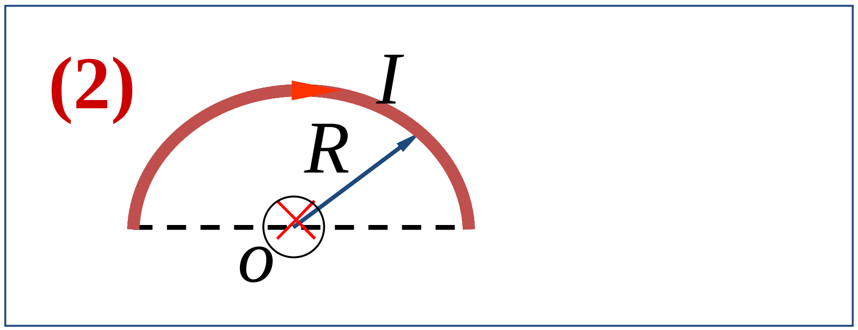


说明： $\vec{m}$的方向与圆电流的单位正法矢 $\vec{e}_{\mathrm{n}}$的方向相同.

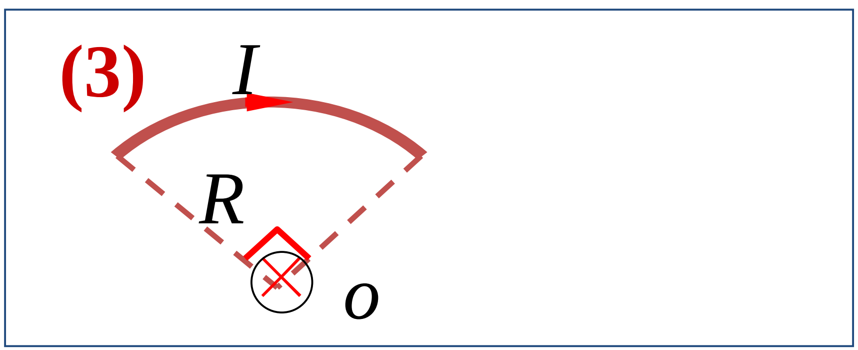
推广



$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R}$$



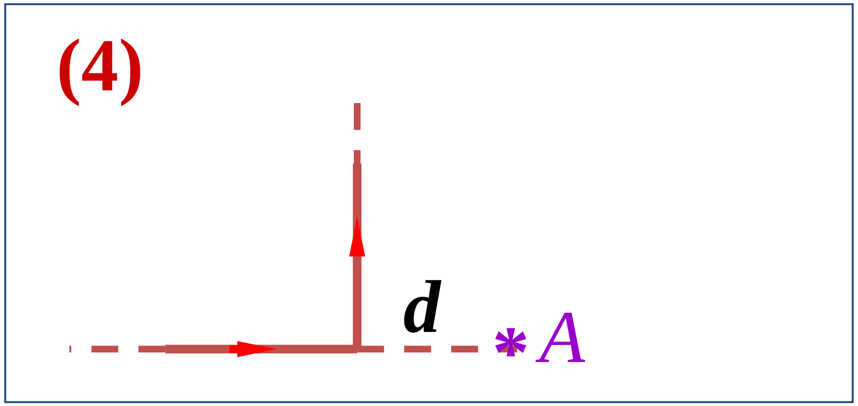
$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{4R}$$



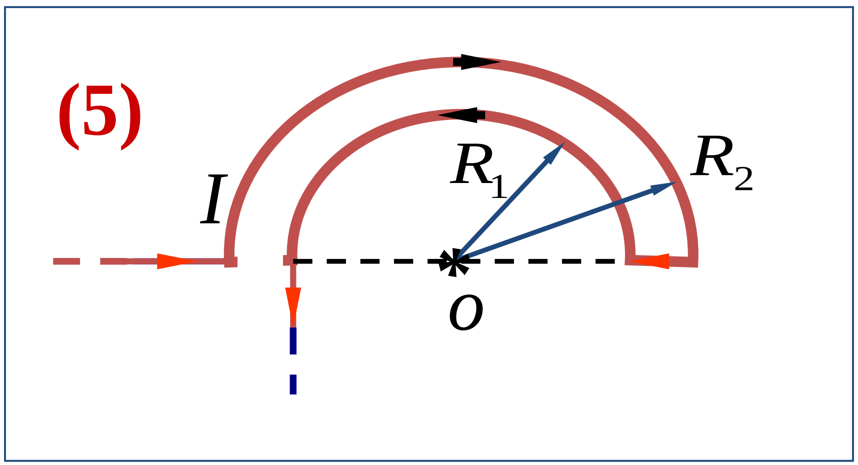
$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{8R}$$

对任意角度的圆弧 β

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\beta$$



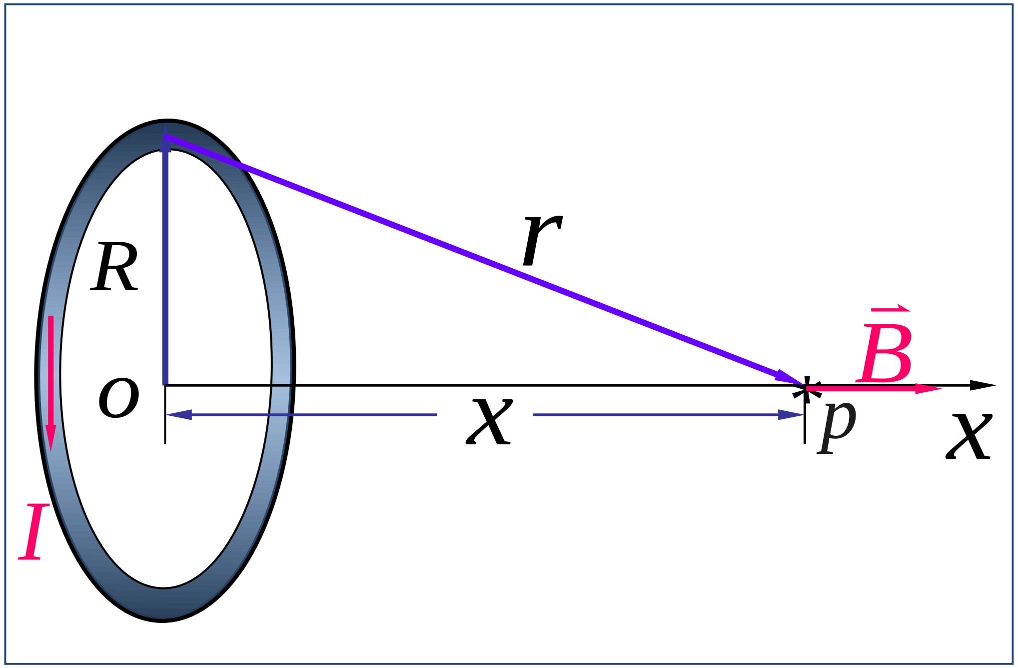
$$B_A = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}$$



$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{4R_2} - \frac{\mu_0 I}{4R_1}$$

$$- \frac{\mu_0 I}{4\pi R_1}$$

典型磁场2——载流圆环的磁场



$x = 0$ $\qquad B = \dfrac{\mu_0 I}{2R}$

$x >> R$

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3},$$

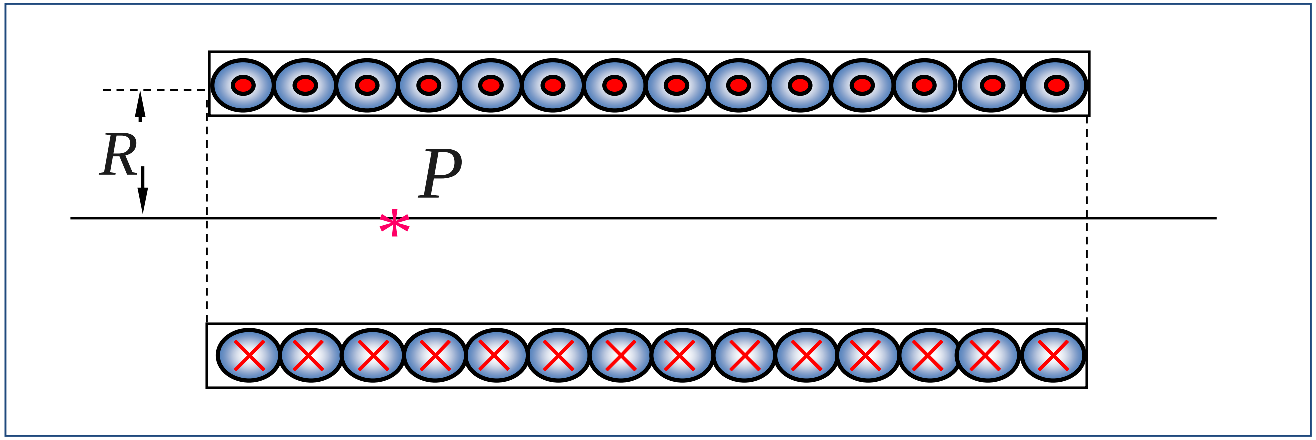
$$B = \frac{\mu_0 I S}{2\pi x^3}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{m}}{2\pi x^3}$$

方向： 右手定则

例3　载流直螺线管内部的磁场.

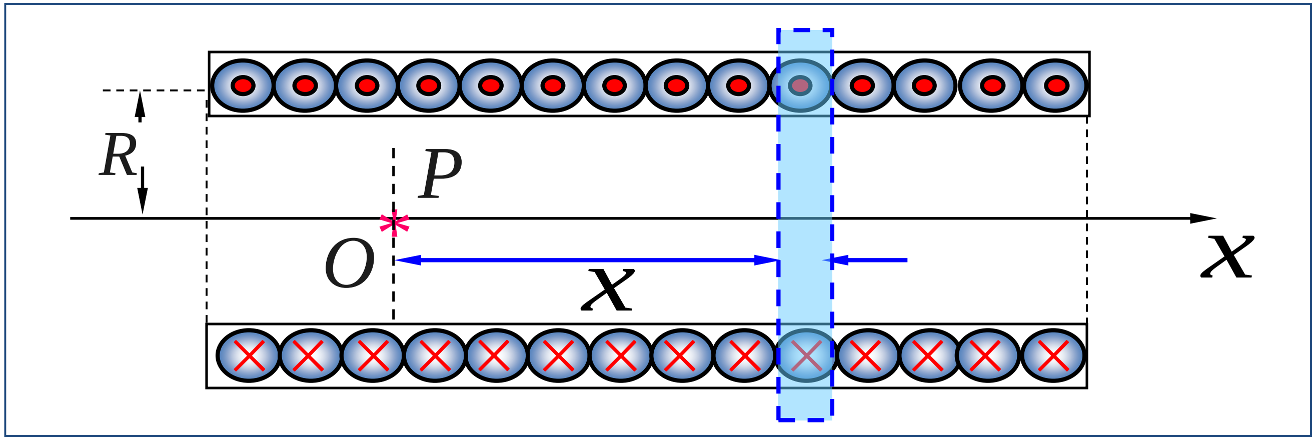
如图所示，有一长为l，半径为R的载流密绕直螺线管，螺线管的总匝数为N，通有电流I. 设把螺线管放在真空中，求管内轴线上一点处的磁感强度.



解　螺线管可看成圆形电流的组合

由圆形电流磁场公式 $B = \dfrac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$

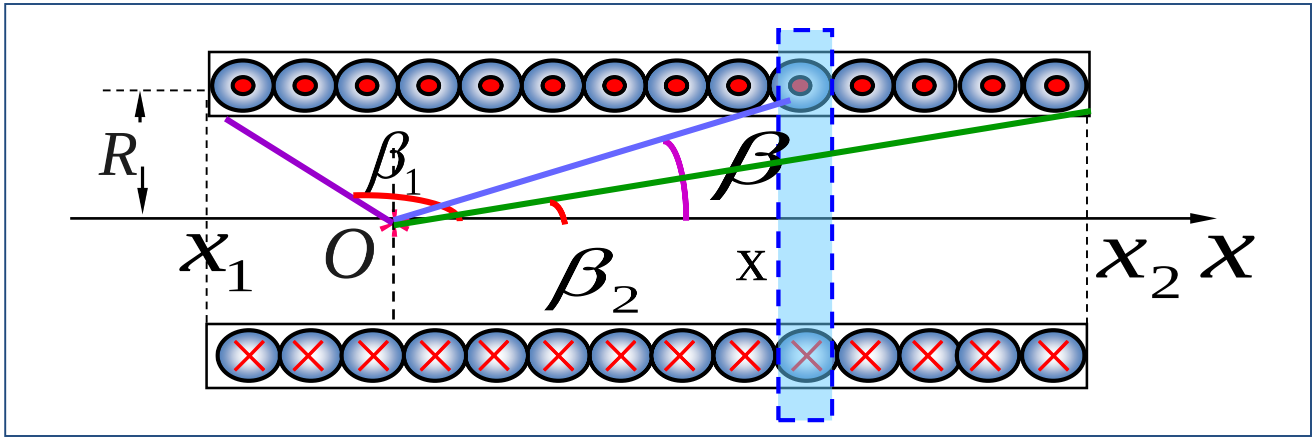
$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{2}\frac{R^2\boxed{In\mathrm{d}x}}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}} \qquad n = \frac{N}{l}$$



$$B=\int \mathrm{d}B=\frac{\mu_0 nI}{2}\int_{x_1}^{x_2}\frac{R^2\mathrm{d}x}{\left(R^2+x^2\right)^{3/2}}$$

$$x=R\cot\beta \qquad \mathrm{d}x=-R\csc^2\beta\mathrm{d}\beta$$

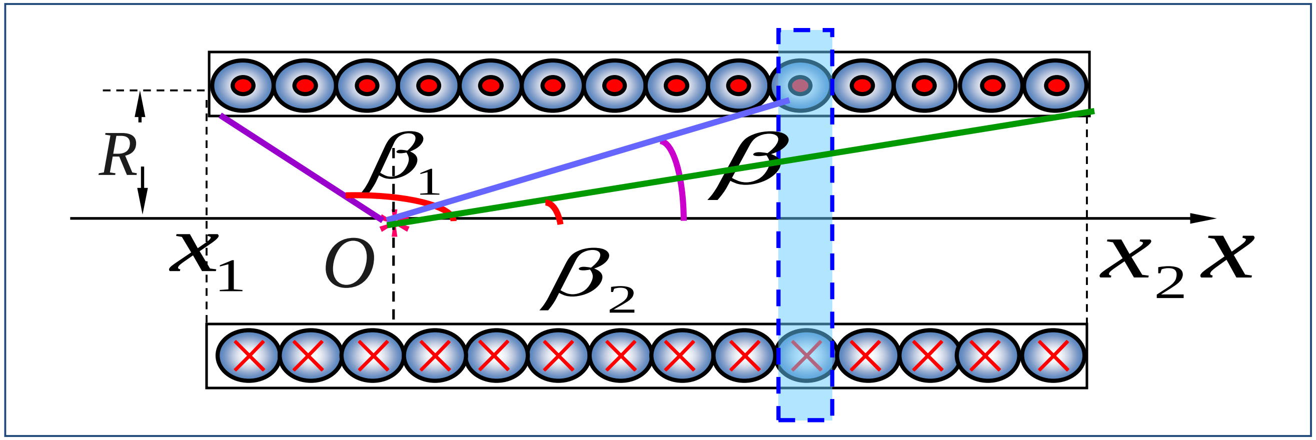
$$R^2+x^2=R^2\csc^2\beta$$



$$B=-\frac{\mu_0 nI}{2}\int_{\beta_1}^{\beta_2}\frac{R^3\csc^2\beta\mathrm{d}\beta}{R^3\csc^3\beta\mathrm{d}\beta}$$

$$=-\frac{\mu_0 nI}{2}\int_{\beta_1}^{\beta_2}\sin\beta\,\mathrm{d}\,\beta$$

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 nI}{2}\left(\cos\beta_2-\cos\beta_1\right)}$$

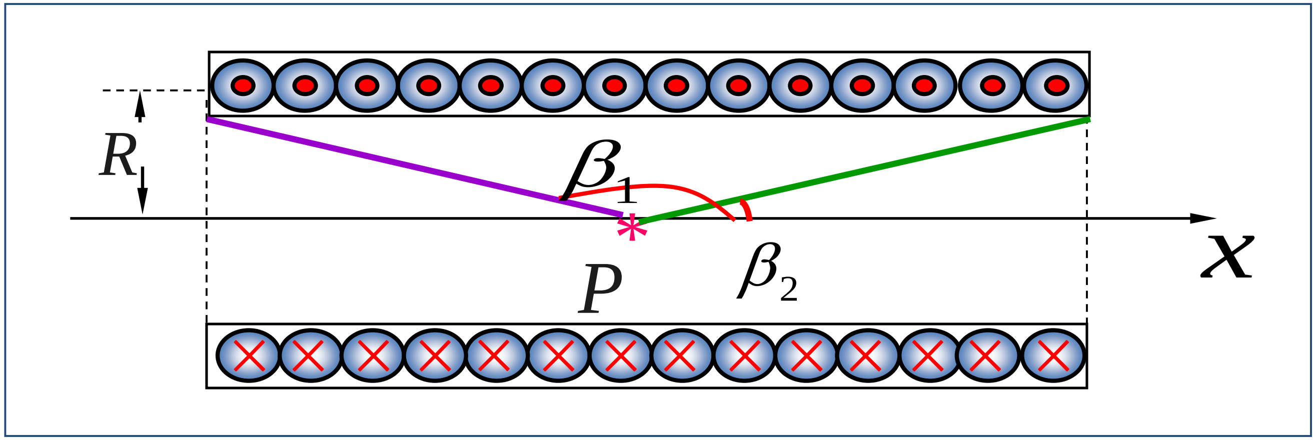


讨 论

$$B=\frac{\mu_0 nI}{2}\left(\cos\beta_2-\cos\beta_1\right)$$

（1）P点位于管内**轴线中点** $\beta_1=\pi-\beta_2$

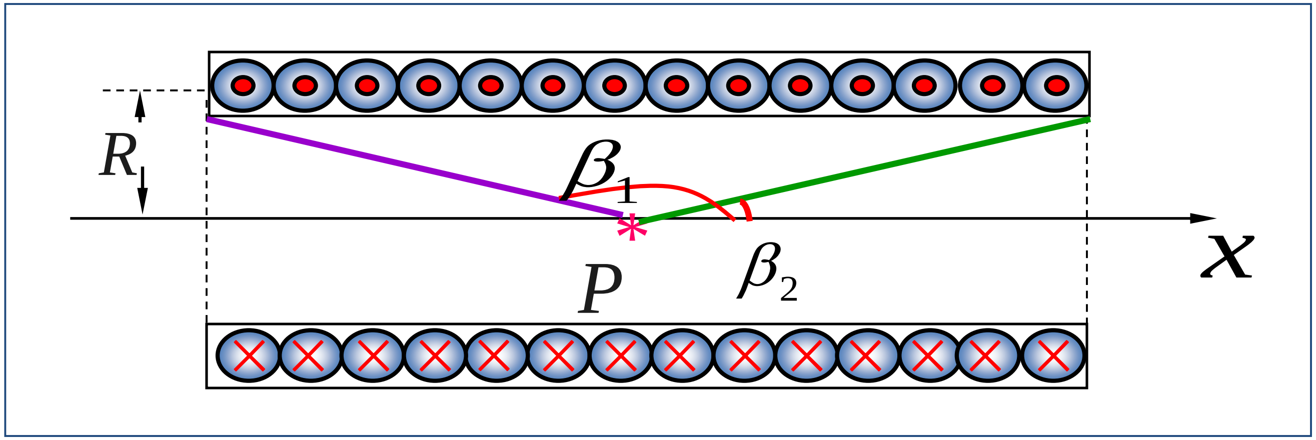
$$\cos\beta_1=-\cos\beta_2 \qquad \cos\beta_2=\frac{l/2}{\sqrt{(l/2)^2+R^2}}$$



$$B=\mu_0 nI\cos\beta_2=\frac{\mu_0 nI}{2}\frac{l}{\left(l^2/4+R^2\right)^{1/2}}$$

若 $l >> R$

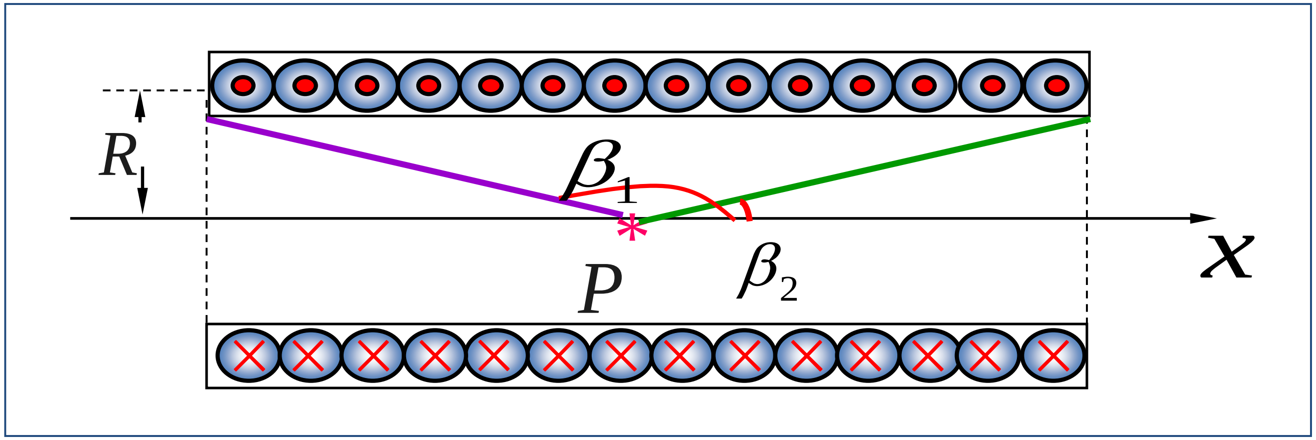
$$\boxed{B=\mu_0 nI}$$



或由 $\boxed{B=\dfrac{\mu_0 nI}{2}\left(\cos\beta_2-\cos\beta_1\right)}$

对于无限长的螺线管 $\beta_1=\pi$，$\beta_2=0$

故 $\boxed{B=\mu_0 nI}$

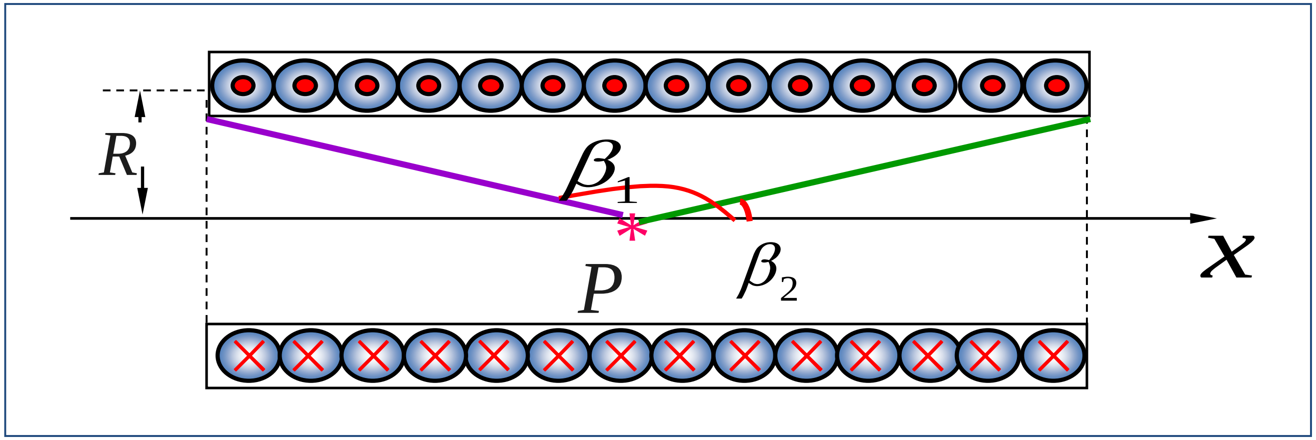


（2）半无限长螺线管的一端

$$\beta_1 = 0.5\pi，\ \beta_2 = 0$$

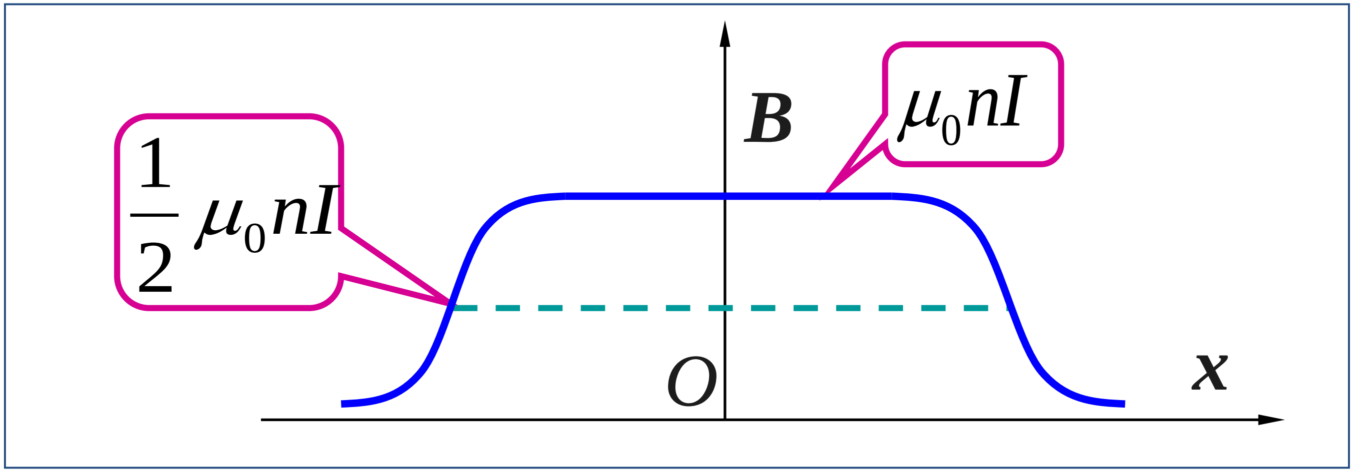
$$B = \mu_0 nI / 2$$

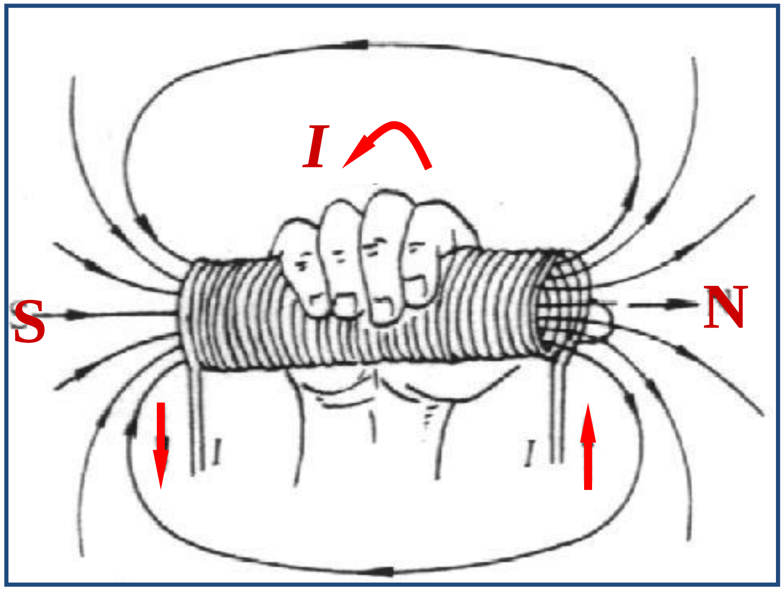
比较上述结果可以看出，半“无限长”螺线管轴线上端点的磁感强度只有管内轴线中点磁感强度的一半.

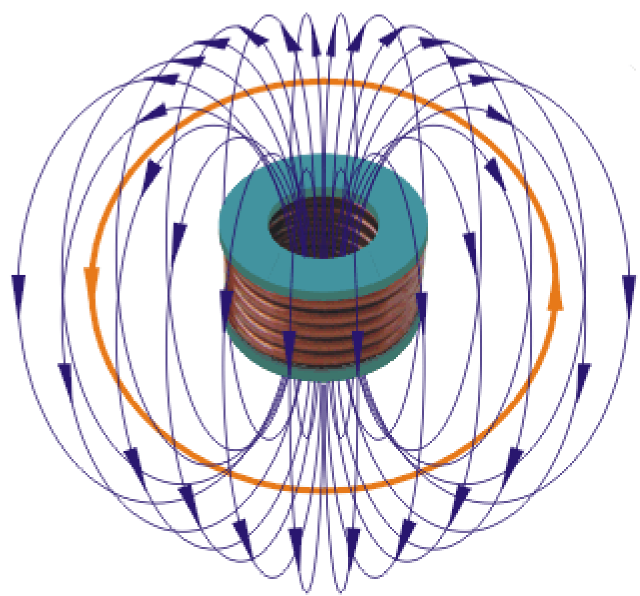


下图给出长直螺线管内轴线上磁感强度的分布.

从图可以看出，密绕载流长直螺线管内轴线中部附近的磁场完全可以视作均匀磁场.



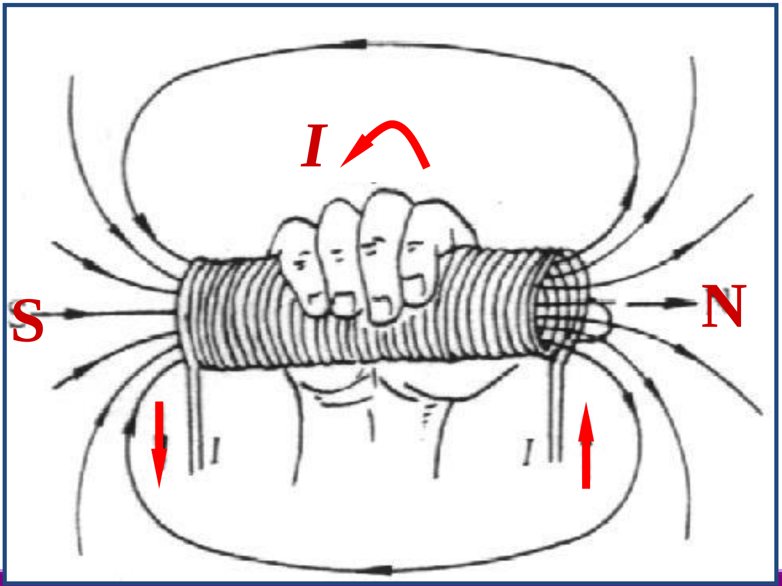

I
S
N
I
I



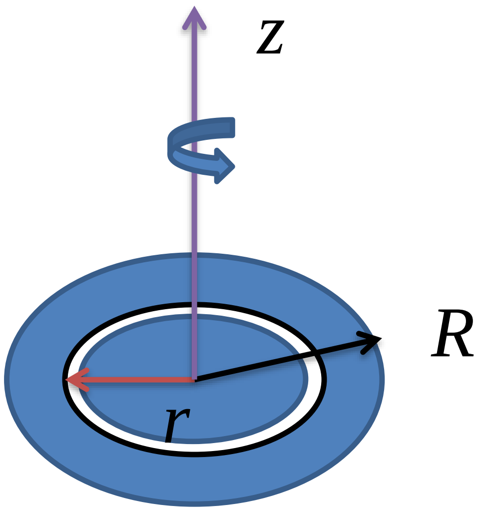
典型磁场3——螺线管的磁场

- 对于无限长的螺线管 $B = \mu_0 nI$
- 半无限长螺线管的一端 $B = \mu_0 nI / 2$

方向：　右手定则



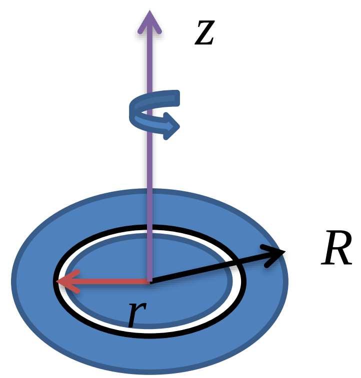
例4、旋转带电盘半径为R，电荷面密度为σ，顺时针方向匀角速度ω旋转，求轴线上离盘心为z处产生的磁感强度矢量$\vec{B}$。



解：可分割成一系列的同心圆环，各圆环在轴线处产生的磁场方向沿z轴。

利用例2的结论：

选取半径为r，宽为dr的圆环带。

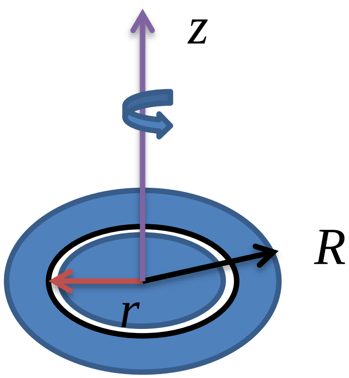


电量为：$dq = 2\pi\sigma r dr$

转速为： $n = \dfrac{\omega}{2\pi}$

单位时间通过某一截面（实际上为截线）的电量相当于该圆环的电流强度：

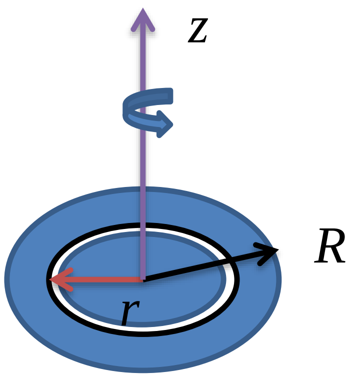
$$dI = ndq = {2\pi r dr \sigma\omega}/{2\pi} = \omega\sigma r dr$$



该环在中心产生的磁感强度为：

$$dB = \frac{\mu_o dI}{2} \frac{r^2}{\left(r^2 + z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$B=\frac{\mu_o}{2}\int_0^R\frac{\sigma\omega r^3dr}{\left(r^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}=\frac{\mu_o}{2}\omega\sigma\left[\frac{R^2+2z^2}{\sqrt{R^2+z^2}}-2z\right]$$



$\sigma>0$, $\vec{B}$ 沿z轴正向

$\sigma<0$, $\vec{B}$ 沿z轴负向

Z=0时，磁感应强度为：

$$B=\frac{\mu_0\sigma\omega R}{2}$$

作业：P430 T9.3 T9.7 T9.11 T9.14

本次课的学习目标，您掌握了吗？

- 了解磁现象的起源
- 掌握毕奥萨伐尔定律
- 会用毕萨定律求解磁感应强度
- 掌握几个典型的磁感应强度