

1.1 甜食爱好者扩展解析

扩展：

A 和 B 现在有三块一样的长方形蛋糕，还是 A 负责切蛋糕，但是 B 有两次选择蛋糕的机会，而 A 只有一次。就是说，B 要给 A 留一次选蛋糕的机会。

问题：

1. 在新规则下，A 怎么样做才能得到的蛋糕最多？他最多能得到多少？
2. 假设有 7 块蛋糕，B 有 6 次先选蛋糕的机会，谁有优势？优势有多大？
3. 假设让 A 来切蛋糕来切蛋糕，有没有办法可以确保 A,B 得到一样多的蛋糕？

其实扩展都可以用前面的思路来解。

1. 如果是有三块，那么第一块被分成了 f 和 $1-f$ ，那剩下的两块就和前面的分析一样了。

如果 A 先选， $f+1/2+1/2$

如果 B 先选，A 得 $1-f+(1+1/4)$

$$f+1/2+1/2 = 1-f+(1+1/4) \rightarrow f=5/8$$

结果 A 分得 $13/8$, B 得 $11/8$

2. 假设有 2 块蛋糕，B 有 1 次先选的机会，进行一次之后 A 比 B 多 $1/2$ 块

假设有 3 块蛋糕，B 有 2 次先选的机会，进行一次之后 A 比 B 多 $1/4$ 块

假设有 4 块蛋糕，B 有 3 次先选的机会，进行一次之后 A 比 B 多 $1/8$ 块

...

假设有 7 块蛋糕，B 有 6 次先选的机会，进行一次之后 A 比 B 多 $1/64$ 块

假设有 K 块蛋糕，B 有 K-1 次先选的机会，进行一次之后 A 比 B 多 $1/2^{k-1}$ 块

3. 每次 B 先选，A 只能平分。