

第一部分 智力游戏

第 1 章 竞赛——不可能都是赢家

1.1 甜食爱好者

题目：

A 和 **B** 分两块一样的长方形蛋糕，**A** 先把一块蛋糕切成两份，这两份大小可能一样，也可能不一样，切完之后，**B** 决定是否要先选蛋糕。如果 **B** 先选，**B** 会选那份大的，如果让 **A** 先选，**B** 预料 **A** 会选走那份大的。

然后，**A** 把另一块蛋糕也切成两份，如果之前是 **B** 先选，那么这次 **A** 就可以拿走大的那份，如果之前是 **A** 先选，那么 **B** 就可以拿走大的那份。

问题：

假设每个人的目标是分得尽可能多的蛋糕，那么对于 **A** 来说最好的策略是什么？

分析：

我们先来理一下题意。

假设蛋糕为 **1**，第一块蛋糕 **A** 切成了 **1-f** 和 **f** 两份 设 $f \geq 1/2$

第一块	A	B
B 先选	1-f	f
A 先选	f	1-f

第二块	A	B
第一块 B 先选，该 A 选	因为 A 知道自己先选，所以切很小一份，选几 乎为 1 的那份	剩下很小的一份，几 乎为 0
第一块 A 先选，该 B 选	因为 A 知道 B 先选，所以平分 1/2	1/2

两次选择加起来： **A** : $1-f+1$ **B**: $f+0$
 $f+1/2$ $1-f+1/2$

要达到 **A** 尽可能多的蛋糕，则 $1-f+1/2=f$ 得 $f=3/4$

即第一块分为： $1/4$ 和 $3/4$

B 先选，**B** 得 $3/4+0$ **A** 得 $1/4+1$

A 先选，**B** 得 $1/4+1/2$ **A** 得 $3/4+1/2$

这种题用程序怎么解决呢？

扩展：

A 和 **B** 现在有三块一样的长方形蛋糕，还是 **A** 负责切蛋糕，但是 **B** 有两次选择蛋糕的机会，而 **A** 只有一次。就是说，**B** 要给 **A** 留一次选蛋糕的机会。

问题：

1. 在新规则下，**A** 怎么样做才能得到的蛋糕最多？他最多能得到多少？
2. 假设有 7 块蛋糕，**B** 有 6 次先选蛋糕的机会，谁有优势？优势有多大？
3. 假设让 **A** 来切蛋糕来切蛋糕，有没有办法可以确保 **A**, **B** 得到一样多的蛋糕？