গাণিতিক সূত্রাবলী

RULES OF MATHEMATICS

Ariful Islam Ovi

বীজগণিত (ALGEBRA)

বর্গ, ঘন, গুন, উৎপাদক, অনুসিদ্ধান্ত ও মান নির্ণয়ের সূত্র

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$
- $a^2 - b^2 = (a + b) - (a - b)$
- $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$
- $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$
- $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$
- $2(a^2+b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$
- $(a + b + c)^2 = (a^2 + b^2 + c^2) + 2(ab + bc + ca)$
- $(a^2 + b^2 + c^2) = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$
- $2(ab + bc + ca) = (a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$
- $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$
- $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$
- $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$
- $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$
- $(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)(b + c)(c + a)$
- $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
- $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \frac{1}{2}(a + b + c)\{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\}$
- $4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2$
- $ab = (\frac{a+b}{2})^2 - (\frac{a-b}{2})^2$
- $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$
- $(x + a)(x - b) = x^2 + (a - b)x - ab$
- $(x - a)(x + b) = x^2 + (b - a)x - ab$
- $(x - a)(x - b) = x^2 - (a + b)x + ab$
- $(x + p)(x + q)(x + r) = x^3 + (p + q + r)x^2 + (pq + qr + rp)x + pqr$
- $bc(b - c) + ca(c - a) + ab(a - b) = -(b - c)(c - a)(a - b)$
- $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b) = -(b - c)(c - a)(a - b)$
- $a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2) = (b - c)(c - a)(a - b)$
- $a^3(b - c) + b^3(c - a) + c^3(a - b) = -(b - c)(c - a)(a - b)(a + b + c)$
- $b^2c^2(b^2-c^2) + c^2a^2(c^2-a^2) + a^2b^2(a^2-b^2) = -(b-c)(c-a)(a-b)(b+c)(c+a)(a+b)$
- $(ab + bc + ca)(a + b + c) - abc = (a + b)(b + c)(c + a)$
- $(b + c)(c + a)(a + b) + abc = (a + b + c)(ab + bc + ca)$

বাস্তব সমস্যা সমাধানে বীজগাণিতিক সূত্র

- জন প্রতি দেয় বা প্রাপ্য q টাকা হলে, n জনের দেয় বা প্রাপ্য, $A = qn$ টাকা
- দৈনিক সম্পাদিত কাজের পরিমাণ q হলে, d দিনে সম্পাদিত কাজের পরিমাণ, $W = qd$
- গতিবেগ ঘণ্টায় q মিটার হলে, t ঘণ্টায় অতিক্রান্ত দূরত্ব , $D = qt$ মিটার
- q % বৃদ্ধিতে বা হ্রাসে a এর বর্ধিত বা হ্রাসকৃত মান, $A = a\left(1 \pm \frac{q}{100}\right)$

  [বৃদ্ধির ক্ষেত্রে + চিহ্ন ও হ্রাসের ক্ষেত্রে – চিহ্ন প্রযোজ্য]
- একক সময়ে একক মূলধনের মুনাফা r টাকা হলে, P টাকা বিনিয়োগে n সময়ান্তে মুনাফা I ও সবৃদ্ধি মূলধন A হবে যেখানে,

  সরল মুনাফার ক্ষেত্রে, $I = Pnr$ টাকা এবং $A = P(1 + nr)$ টাকা

  চক্রবৃদ্ধি মুনাফার ক্ষেত্রে, $A = P(1 + r)^n$ টাকা

সূচক

[$a \neq 0, b \neq 0$ এবং m, n সকল পূর্ণ সংখ্যার সেটের একটি উপাদান]

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $(a^m)^n = a^{mn}$
- $(ab)^n = a^n b^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{a^n}$
- $a^0 = 1$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$
- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

লগারিদম

[$a > 0$ এবং $a \neq 1$]

- $\log_a M^r = r \log_a M$
- $\log_a (MN) = \log_a M + \log_a N$
- $\log_a\left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$
- $\log_a M = \log_b M \times \log_a b$
- $\log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}$
- $\log_a 1 = 0$
- $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
- $\log_a a = 1$
- $\log_a \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \log_a M$
- $a > 0$ এবং $a^x = a^y$ হলে , $x = y$
- $x > 0$ এবং $a^x = b^x$ হলে , $a = b$

ধারা

এখানে, a = প্রথম পদ, p = শেষ পদ, d = সাধারন অন্তর, r = সাধারণ অনুপাত

সমান্তর ধারার ক্ষেত্রে,

- n তম পদ $= a + (n-1)d$
- n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$
- পদ সংখ্যা $= \frac{(p-a)}{2} + 1$
- a ও b এর সমান্তর মধ্যক $= \frac{(a+b)}{2}$
- $1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

- $1 + 3 + 5 + \ldots\ldots + n = n^2$
- $2 + 4 + 6 + \ldots\ldots + n = n(n + 1)$
- $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots + n^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

গুণোত্তর ধারার ক্ষেত্রে,

- n তম পদ $= ar^{n-1}$
- n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{a(r^n-1)}{r-1}$; $r > 1$
- n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{a(1-r^n)}{1-r}$; $r < 1$
- $a + ar + ar^2 + ar^n = \frac{a}{1-r}$

ত্রিকোণমিতি (Trigonometry)

- $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$
- $\cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$
- $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$
- $\cot\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}}$
- $\sec\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}}$
- $\text{cosec}\,\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}}$
- $\sin\theta = \frac{1}{\text{cosec}\,\theta}$
- $\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$
- $\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$
- $\text{cosec}\,\theta = \frac{1}{\sin\theta}$
- $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$
- $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$
- $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$
- $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$
- $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$
- $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$
- $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$
- $\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$
- $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$
- $\text{cosec}^2\theta = \cot^2\theta + 1$
- $\cot^2\theta = \text{cosec}^2\theta - 1$

কোণ	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	অসংজ্ঞায়িত
cot	অসংজ্ঞায়িত	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
sec	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	অসংজ্ঞায়িত
cosec	অসংজ্ঞায়িত	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

- 60” সেকেন্ড = 1’ মিনিট
- 60’ মিনিট = 1° ডিগ্রি
- 90° ডিগ্রি = 1 সমকোণ

- $1^\circ = \left(\frac{\pi}{180}\right)^c$
- $1^c = (\frac{180}{\pi})^\circ$
- উন্নতি কোণ $= \tan\theta$
- অবনতি কোণ $= \sin\theta$
- বৃত্তের ব্যাসার্ধ r, কেন্দ্রে চাপের রেডিয়ান কোণ θ হলে চাপের দৈর্ঘ্য, $s = r\theta$ একক

- কোণ $= (n \times 90^\circ \pm \theta)$
- n বিজোড় হলে, $\sin\theta \leftrightarrow \cos\theta$, $\tan\theta \leftrightarrow \cot\theta$, $\sec\theta \leftrightarrow \text{cosec}\,\theta$
- ১ম চতুর্ভাগে প্রত্যেক কোণ ধনাত্মক (+)
- ২য় চতুর্ভাগে $\sin\theta$ ও $\text{cosec}\,\theta$ ধনাত্মক (+) এবং বাকিগুলো ঋণাত্মক (–)
- ৩য় চতুর্ভাগে $\tan\theta$ ও $\cot\theta$ ধনাত্মক (+) এবং বাকিগুলো ঋণাত্মক (–)
- ৪র্থ চতুর্ভাগে $\cos\theta$ ও $\sec\theta$ ধনাত্মক (+) এবং বাকিগুলো ঋণাত্মক (–)
- $\sin(-\theta) = -\sin\theta$
- $\cos(-\theta) = \cos\theta$
- $\tan(-\theta) = -\tan\theta$
- $\sec(-\theta) = \sec\theta$
- $\cot(-\theta) = -\cot\theta$
- $\text{cosec}(-\theta) = -\text{cosec}\,\theta$

পরিমিতি (Measurement)

- আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য a একক ও প্রস্থ b একক হলে,

  ক্ষেত্রফল, $A = ab$ বর্গএকক

  পরিসীমা, $s = 2(a + b)$ একক

  কর্ণ, $d = \sqrt{a^2 + b^2}$ একক
- বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে,

  ক্ষেত্রফল, $A = a^2$ বর্গএকক

  পরিসীমা, $s = 4a$ একক

  কর্ণ, $d = a\sqrt{2}$ একক
- রম্বসের এক বাহুর দৈর্ঘ্য a একক ও কর্ণদ্বয় d_1, d_2 হলে,

  ক্ষেত্রফল, $A = \frac{1}{2}(d_1 \times d_2)$ বর্গএকক

  পরিসীমা, $s = 4a$ একক
- সামান্তরিকের ভূমি a একক ও উচ্চতা h একক হলে,

  ক্ষেত্রফল, $A = ah$ বর্গএকক
- সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু a, b একক ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ θ হলে,

  ক্ষেত্রফল, $A = ab.\sin\theta$ বর্গএকক
- সামান্তরিকের একটি কর্ণ d ও বিপরীত শীর্ষবিন্দু হতে কর্ণের উপর লম্ব h হলে,

  ক্ষেত্রফল, $A = dh$ বর্গএকক
- ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয় a, b একক ও উচ্চতা বা লম্ব দূরত্ব h একক হলে,

ক্ষেত্রফল, $A = \frac{1}{2} h(a+b)$ বর্গএকক

- ত্রিভুজের ভূমি a একক ও উচ্চতা h একক হলে,

ক্ষেত্রফল, $A = \frac{1}{2} ah$ বর্গএকক

- ত্রিভুজের তিন বাহু a, b, c একক ও a, b এর অন্তর্ভুক্তি কোণ θ হলে,

পরিসীমা $= a + b + c$ একক

অর্ধপরিসীমা, $s = \frac{a+b+c}{2}$ একক

ক্ষেত্রফল, $A = \sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}$ বর্গএকক

ক্ষেত্রফল, $A = \frac{1}{2} ab \sin\theta$ বর্গএকক

- সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহু a একক হলে,

পরিসীমা $= 3a$ একক

ক্ষেত্রফল, $A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ বর্গএকক

- সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয় a একক ও অপর বাহু b একক হলে,

পরিসীমা $= 2a + b$ একক

ক্ষেত্রফল, $A = \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$ বর্গএকক

- বৃত্তের ব্যাসার্ধ r একক, কেন্দ্রে চাপের কোণ θ হলে,

পরিধি, $C = 2\pi r$ একক

ক্ষেত্রফল, $A = \pi r^2$ বর্গএকক

বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$ বর্গএকক

চাপের দৈর্ঘ্য, $s = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$ একক [$\theta =$ কোণের ডিগ্রি পরিমাপ]

চাপের দৈর্ঘ্য, $s = r\theta$ একক [$\theta =$ কোণের রেডিয়ান পরিমাপ]

- আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য a একক, প্রস্থ b একক ও উচ্চতা c একক হলে,

কর্ণ, $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ একক

সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2(ab + bc + ca)$ বর্গএকক

আয়তন, $V = abc$ ঘনএকক

- ঘনকের এক ধার a একক হলে,

কর্ণ, $d = a\sqrt{3}$ একক

পৃষ্ঠতলের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= a\sqrt{2}$ একক

সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 6a^2$ বর্গএকক

আয়তন, $V = a^3$ ঘনএকক

- সমবৃত্তভূমিক কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ r একক, উচ্চতা h একক ও হেলান উন্নতি ℓ হলে,

হেলান উন্নতি, $\ell = \sqrt{h^2 + r^2}$ একক

বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r \ell$ বর্গএকক

সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(\ell + r)$ বর্গএকক

আয়তন, $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘনএকক

- সমবৃত্তভূমিক বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ r একক ও উচ্চতা h একক হলে,

  বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$ বর্গএকক

  সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(h+r)$ বর্গএকক

  আয়তন, $V = \pi r^2 h$ ঘনএকক

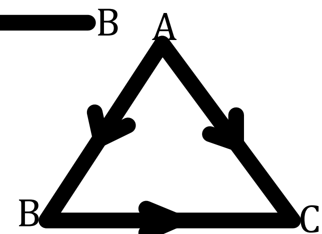
- গোলকের ব্যাসার্ধ r একক হলে,

  তলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$ বর্গএকক

  আয়তন, $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনএকক

ভেক্টর (Vector)

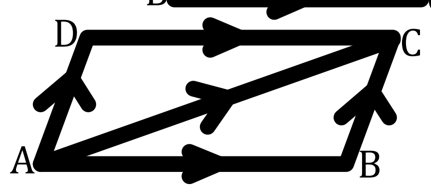
- আদিবিন্দু A ও অন্তবিন্দু B হলে, ঐ দিকনির্দেশক রেখাংশ $\overrightarrow{AB}$ দ্বারা সূচিত করা হয়, এর দৈর্ঘ্য $|\overrightarrow{AB}|$ এবং $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$



- ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি ঃ $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$
- ভেক্টর বিয়োগের ত্রিভুজ বিধি ঃ $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$
- ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের একই ক্রম দ্বারা সূচিত ভেক্টরত্রয়ের যোগফল শূন্য

  এখানে, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} = -(\overrightarrow{CA})$

  অর্থাৎ, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CA} = 0$

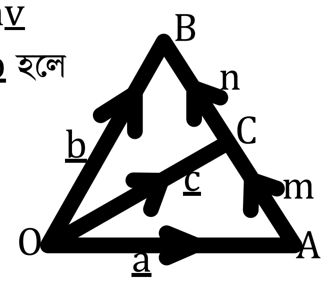


- ভেক্টর যোগের সামান্তরিক বিধি ঃ $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$
- ভেক্টর যোগের বিনিময় বিধি ঃ যেকোনো $\underline{u}$, $\underline{v}$ ভেক্টরের জন্য $\underline{u}+\underline{v} = \underline{v}+\underline{u}$
- ভেক্টর যোগের সংযোগ বিধি ঃ যেকোনো $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ এর জন্য $(\underline{u}+\underline{v})+\underline{w} = \underline{u}+(\underline{v}+\underline{w})$
- ভেক্টর যোগের বর্জন বিধি ঃ যেকোনো $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ এর জন্য $\underline{u}+\underline{v} = \underline{v}+\underline{w}$ হলে, $\underline{v}=\underline{w}$
- ভেক্টরে সাংখ্যগুণিতক সংক্রান্ত বণ্টন সুত্র ঃ m, n দুইটি স্কেলার ও $\underline{u}$, $\underline{v}$ দুইটি ভেক্টর হলে

  $(m+n)\underline{u}=m\underline{u} + n\underline{u}$ এবং $m(\underline{u}+\underline{v}) = m\underline{u} + m\underline{v}$

- অন্তর্বিভক্তিকরণ সুত্র ঃ A, B বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}$, $\underline{b}$ হলে এবং AB রেখাংশ C বিন্দুতে $m:n$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হলে,

  C বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর, $\underline{c} = \frac{n\underline{a}+m\underline{b}}{m+n}$



সৌজন্যেঃ

মোঃ আরিফুল ইসলাম অভি

মোবাঃ ০১৮৩৬-৭৫৭৫১০, 01838-79311

ব্লগঃ coolmanarif.blogspot.com

ইমেলঃ cool_man_arif@yahoo.com