Příklad 1

Vyjádříme inverzní funkci ve tvaru $x = y^3$, jelikož výchozí funkce je prostá. Objem se pak bude rovnat

$$V = \pi \int_1^2 x^2 dy = \pi \int_1^2 y^6 dy = \pi \left[\frac{y^7}{7}\right]_1^2 = \pi \left(\frac{128}{7} - \frac{1}{7}\right) = \frac{127}{7}\pi$$

Příklad 2

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{-1}{x^2} \qquad \left(\left(\frac{1}{x}\right)'\right)^2 = \left(\frac{-1}{x^2}\right)^2 = \frac{1}{x^4}$$

Dosadíme do vzorce pro povrch rotačního tělesa

$$S = 2\pi \int_1^\infty \frac{1}{x} ds = 2\pi \int_1^\infty \frac{1}{x}\sqrt{1 + \frac{1}{x^4}} dx = 2\pi \int_1^\infty \frac{1}{x^3}\sqrt{x^4 + 1} dx$$

$\int_1^\infty \frac{\sqrt{x^4+1}}{x^3} dx$ konverguje právě tehdy, když pro $a_k = \frac{\sqrt{k^4+1}}{k^3}, k \in N$ konverguje $\sum_1^\infty a_k$. Jelikož $\sum_1^\infty a_k \geq \sum_1^\infty \frac{\sqrt{k^4}}{k^3} = \sum_1^\infty \frac{1}{k}$ a harmonická řada diverguje, ze srovnávacího kritéria diverguje i $\sum_1^\infty a_k$, tudíž z integrálního kritéria diverguje i $\int_1^\infty \frac{\sqrt{x^4+1}}{x^3} dx$, respektive jakýkoliv jeho reálný nenulový násobek. Protože integrovaný výraz je vždy kladný, ve výsledku dostáváme

$$S = 2\pi \int_1^\infty \frac{1}{x^3}\sqrt{x^4 + 1} dx = \infty$$

Příklad 3

$$\int_{\frac{1}{a}}^a \frac{\log x}{x} dx = [subst.: t = \log x, dt = \frac{1}{x} dx] = \int_{-\log a}^{\log a} t dt = \left[\frac{t^2}{2}\right]_{-\log a}^{\log a} = \frac{\log^2 a - (-\log)^2 a}{2} = 0$$