Příklad 2

$$\int_0^\infty x^n e^{-x} dx =$$

[per partes: $u = x^n, v' = e^{-x}$]

$$= \left[nx^{n-1}(-e^{-x})\right]_0^\infty + n\int_0^\infty x^{n-1}e^{-x}dx =$$

Všimneme si, že $\lim_{x\to\infty}(x^{n-1}(-e^{-x})) = 0$ a $0^{n-1}(-e^{-x}) = 0$ pro všechna n, tedy levý člen můžeme zanedbat. Induktivně provádíme per partes, přičemž v každém kroku před integrálem přibyde multiplikativní konstanta, až se dostaneme k výrazu

$$= n(n-1)(n-2)\cdots 2\cdot 1\int_0^\infty e^{-x}dx = n!\left(\left[-e^{-x}\right]_0^\infty\right) = n!\left(\lim_{x\to\infty}(-e^{-x}) - (-e^0)\right) =$$

$$= n!(0-(-1)) = n!$$

Příklad 3

$$\int_0^a |\cos x|dx, \text{ kde } a = \frac{49\pi}{6}$$

Z linearity integrálu vůči mezím můžeme tento integrál rozepsat jako

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos x|dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} |\cos x|dx + \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{2}} |\cos x|dx \cdots + \int_{\frac{13\pi}{2}}^{\frac{15\pi}{2}} |\cos x|dx + \int_{\frac{15\pi}{2}}^{a} |\cos x|dx$$

Protože $|\cos x|$ je π-periodická funkce, budou se hodnoty všech integrálů kromě prvního a posledního rovnat, můžeme tedy integrál zjednodušit na

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos x|dx + 7\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} |\cos x|dx + \int_{\frac{15\pi}{2}}^{a} |\cos x|dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx + 7\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} -\cos x dx + \int_{\frac{15\pi}{2}}^{a} \cos x dx =$$

$$= [\sin x]_0^{\frac{\pi}{2}} + 7\left[-\sin x\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} + [\sin x]_{\frac{15\pi}{2}}^{a} = (1-0) + 7(1-(-1)) + (\frac{1}{2} - (-1)) = \frac{33}{2}$$