## Příklad 2

$$\int_0^\infty x^n e^{-x} dx =$$

[per partes:  $u = x^n, v' = e^{-x}$ ]

$$= \left[ nx^{n-1}(-e^{-x}) \right]_0^{\infty} + n \int_0^{\infty} x^{n-1}e^{-x} dx =$$

Všimneme si, že  $\lim_{x\to\infty}(x^{n-1}(-e^{-x}))=0$  a  $0^{n-1}(-e^{-x})=0$  pro všechna n, tedy levý člen můžeme zanedbat. Induktivně provádíme per partes, přičemž v každém kroku před integrálem přibude multiplikativní konstanta, až se dostaneme k výrazu

$$= n(n-1)(n-2)\cdots 2\cdot 1\int_0^\infty e^{-x}dx = n!\left(\left[-e^{-x}\right]_0^\infty\right) = n!\left(\lim_{x\to\infty}(-e^{-x}) - (-e^0)\right) = n!(0 - (-1)) = n!$$

## Příklad 3

$$\int_0^a |\cos x| dx, \text{ kde } a = \frac{49\pi}{6}$$

Z linearity integrálu vůči mezím můžeme tento integrál rozepsat jako

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos x| dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} |\cos x| dx + \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{2}} |\cos x| dx \cdots + \int_{\frac{13\pi}{2}}^{\frac{15\pi}{2}} |\cos x| dx + \int_{\frac{15\pi}{2}}^{a} |\cos x| dx$$

Protože  $|\cos x|$  je  $\pi$ -periodická funkce, budou se hodnoty všech integrálů kromě prvního a posledního rovnat, můžeme tedy integrál zjednodušit na

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} |\cos x| dx + 7 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} |\cos x| dx + \int_{\frac{15\pi}{2}}^{a} |\cos x| dx = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx + 7 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} -\cos x dx + \int_{\frac{15\pi}{2}}^{a} \cos x dx = \left[\sin x\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} + 7 \left[-\sin x\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} + \left[\sin x\right]_{\frac{15\pi}{2}}^{a} = (1-0) + 7(1-(-1)) + (\frac{1}{2}-(-1)) = \frac{33}{2}$$