

## CTR mód

Vytvoříme zprávy  $m_0 = 0^n$  a  $m_1 = 1^n$  a dostaneme zpět challenge ciphertext  $(IV, c)$  pro zprávu  $m_b$ , kde  $c = c_1c_2 \dots c_l$ . Dotážeme se dešifrovacího orákula na ciphertext  $(IV + 1, c')$  pro  $c' = c_2c_3 \dots c_lc_1$  a obdržíme zprávu  $m'$ .

Z fungování CTR módu snadno vidíme, že pokud je  $b = 0$ , prvních  $l - 1$  bloků  $m'$  bude nulových, jelikož

$$m'_i \oplus F_k(IV + 1 + i) = c_{i+1} = m_{b(i+1)} \oplus F_k(IV + i + 1)$$

pro  $i \in \{1, \dots, l - 1\}$ . Pokud je naopak  $(IV, c)$  ciphertextem  $m_1$ , stejným argumentem bude prvních  $l - 1$  bloků  $m'$  zaplněno jedničkami. Sestrojili jsme tedy adversaryho úspěšného v CCA experimentu s pravděpodobností 1, tudíž CTR mód není CCA-secure.

## OFB mód

Mějme zprávy a ciphertext stejně jako v předchozím případě. Po obdržení challenge ciphertextu se dotážeme dešifrovacího orákula na ciphertext  $(IV, c')$ , kde  $c' = c_1c_2 \dots c_{l-1}d$  pro nějaké  $d \neq c_l$  a obdržíme zprávu  $m'$ . Jelikož šifrování a dešifrování zprávy v OFB módu můžeme zapsat jako

$$\begin{aligned} c_i &= m_i \oplus F_k(F_k(\dots F_k(IV))) \\ m_i &= c_i \oplus F_k(F_k(\dots F_k(IV))), \end{aligned}$$

kde funkce  $F_k$  je do sebe  $i$ -krát vnořená, vidíme, že hodnota (de)šifrovaného bloku není závislá na hodnotách ostatních bloků. Jelikož se navíc prvních  $l - 1$  bloků  $c'$  a  $c$  shodují (a používají stejnou  $IV$ ), vyplývá z toho, že prvních  $l - 1$  bloků  $m'$  se bude shodovat s prvními  $l - 1$  bloky  $m_b$ , čímž snadno určíme, která zpráva byla šifrována. Ani OFB mód tedy není CCA-secure.

## CBC mód

Mějme zprávy a ciphertext jako v předchozích případech. Zeptáme se dešifrovacího orákula na ciphertext  $(IV, c')$ , kde  $c' = c_1c_2 \dots c_{l-1}d$  pro nějaké  $d \neq c_l$  a obdržíme zprávu  $m'$ . Protože dešifrování je definováno jako

$$m_i = F_k^{-1}(c_i) \oplus c_{i-1},$$

vidíme, že hodnota  $i$ -tého bloku dešifrované zprávy závisí pouze na  $c_i$  a  $c_{i-1}$ , popř.  $IV$  pro první blok. Tyto hodnoty jsou pro prvních  $l - 1$  bloků  $c'$  a  $c$  shodné, tudíž i prvních  $l - 1$  bloků  $m'$  a  $m_b$  musí být shodných. Z toho snadno identifikujeme  $b$  a dokážeme tak, že CBC mód není CCA-secure.