

**Úloha č. 1**

Zpráva se rozdělí na 8 bloků po 128 bitech. K samotné zprávě ještě musíme přidat jeden blok  $IV$  a jelikož je délka zprávy přesným násobkem délky bloku, nejspíše i jeden blok paddingu. Výsledný ciphertext tedy má délku 10 bloků, neboli 1280 bitů. Délka klíče pro velikost zprávy nehraje roli.

**Úloha č. 2**

Ukážeme, že pokud by existoval adversary  $A$ , pro nějž by tato pravděpodobnost nebyla zanedbatelná, dokážeme z něj sestrojit distinguishera  $D$  pro  $F$ .

Mějme orákulum  $O$ . Distinguishera sestrojíme následovně:

1. Spustíme  $A(1^n)$ .
2. Když si  $A$  vyžádá od šifrovacího orákula ciphertext zprávy  $m$ , vygenerujeme náhodné  $IV \in \{0,1\}^n$  a zašifrujeme  $m$  v CTR módu pomocí  $O$  jako šifrovací funkce. Výsledný ciphertext vrátíme  $A$ .
3. Když  $A$  vygeneruje dvě zprávy  $m_0, m_1$ , zvolíme si náhodný bit  $b \in \{0,1\}$  a vrátíme zprávu  $m_b$  zašifrovanou stejným postupem jako výše.
4. Odpovídáme na dotazy  $A$  jako výše, dokud nedostaneme výsledný bit  $b'$ . Vratíme 0 právě tehdy, když  $b = b'$ .

Pokud je  $O$  pseudonáhodná funkce, adversary se chová stejně jako v experimentu  $\text{PrivK}_{A,\Pi}^{\text{cpa}}(n)$ , a tudíž

$$\Pr_{k \leftarrow \{0,1\}^n} [D^{F_k(\cdot)}(1^n) = 1] = \Pr [\text{PrivK}_{A,\Pi}^{\text{cpa}}(n) = 1],$$

kde  $k$  je zvoleno rovnoměrně náhodně.

Pokud je naproti tomu  $O$  zcela náhodná funkce, chová se  $A$  stejně jako v experimentu  $\text{PrivK}_{A,\tilde{\Pi}}^{\text{cpa}}(n)$ , z čehož dostáváme

$$\Pr_{f \leftarrow \text{Func}_n} [D^{f(\cdot)}(1^n) = 1] = \Pr [\text{PrivK}_{A,\tilde{\Pi}}^{\text{cpa}}(n) = 1],$$

kde  $f$  je zvolena rovnoměrně náhodně. Jelikož předpokládáme, že šifra není CPA-secure, bude pro nějakého adversary platit

$$\left| \Pr [\text{PrivK}_{A,\Pi}^{\text{cpa}}(n) = 1] - \Pr [\text{PrivK}_{A,\tilde{\Pi}}^{\text{cpa}}(n) = 1] \right| > \text{negl}(n). \quad (1)$$

Spojením z rovnostmi výše pak dostáváme, že musí rovněž platit

$$\left| \Pr_{k \leftarrow \{0,1\}^n} [D^{F_k(\cdot)}(1^n) = 1] - \Pr_{f \leftarrow \text{Func}_n} [D^{f(\cdot)}(1^n) = 1] \right| > \text{negl}(n).$$

Tím jsme dostali spor s pseudonáhodností  $F$  a tudíž dokázali, že nerovnice (1) nemůže platit.