

lopological Models

Today I will be giving an introduction to topological models in the sense of categories of Heyting valued sets. Some weeks ago prof. Simpson presented a tutorial on sheaf semantics, in much greater generality than what I will present today, and there you can just say "topological models are categories of sheaves over a topological space" and be done. However in this case the objects involved are quite complicated. Conceptually, sheaves are simple, but any particular sheaf is going to be unwieldy. Take for example the sheaf of natural numbers. It is the sheaf of locally constant maps from open subsets to the naturals. But in the world of Heyting valued sets, you can just say the natural numbers object is the set \mathbb{N} .

lopological

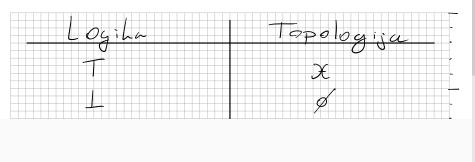
So my primary sources for this is Michael Fourman and Dana Scott's paper from the 70s, Sheaves and Logic, which introduced the concept and the 3rd volume of Francis Borceux's Handbook of Categorical Algebra, which has quite a few useful lemmas. A big difference to those though is that I develop as much of the theory in the internal language, which I believe works quite well.

I hope to end up finishing the construction of the equivalence between Heying valued sets and sheaves and the construction of the real numbers object in a topos.

But to start small, we wish to construct a topos, whose internal logic has as its truth values the open sets of our topological space.

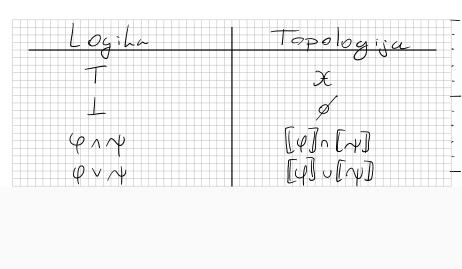
Step 1: The logic of open sols

So first we can construct a propositional logic with infinitary conjunctions and disjuncitons, and that is basically just the structure of the topology as a complete Heyting algebra. Equivalently a frame, so I will call it that from now.



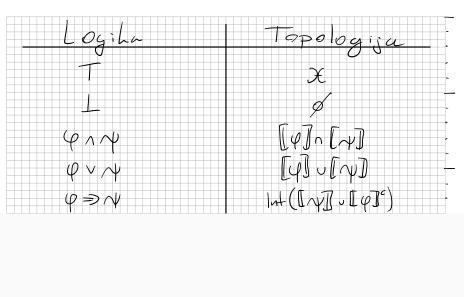
-	Topological models
_	So first, we can interpret truth and falsity. Truth should obviously

the whole space.



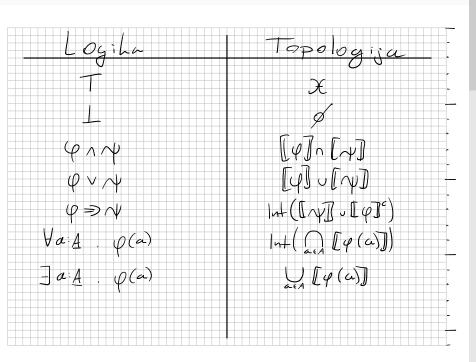


Topologija





મિ(બિ)-બિ) બિ)-બિ) મિ(બી-બિ)



Prof. Prof.

স ধেংকা দ(ট ধেংকা) দ(গো ধার্ম) ব্যি গোকা ব্যি গোকা

Topological models

Theorem: X validates LEM iff X is discrete. ProoJ If X is discrete than OX is Boolean. If X = LEM then YUEX. UV > U -U= U => L = Int (90 U') = Int(U'). Then if X=Uv In+(U') we must have U'=1,+(u'), so U is closed.

The idea is to define a set of generators for \mathcal{F} .

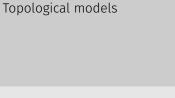
Let I be a shent Define F := ZF(U) and Vall = Pr. a. Let F'SF. Then Figenerates F when: (a) F is the least subsheat containing F (b) Vf & F(u). Jf. & F, u. & U, f. hu. = f. lu. $f = f_1 N_{u_1} \cup \cdots \cup f_n N_{u_n}$

Define F = ZF(U) and But-prin. Let F'SF. Then Francis Fales (a) F is the level substead containing F (b) V4. F(u). 3+. . F. u. = u, 1. pe-file. f=file.v..vf.lu

Topological models

Let F be a short

Definition An Liset is a set A with $\mathbb{C} = \mathbb{J} : A \times A \longrightarrow \mathcal{L} \quad s.+$ 1 $[a=b] \in [b=a]$





Definition An Liset is a sal A with

Definition. An Z-morphism is a map [-=f(-)] B × A -> I st 1. [b=f(a)] = ||b| 1 ||a| 2. $[b'=b] \wedge [b=f(a)] \wedge [a=a] \leq [b'=f(a)]$ 3. $[b = f(a)]_{\Lambda} [b' = f(a)] \le [b = b']$ 4 | | a | \le V [b = f(a)]

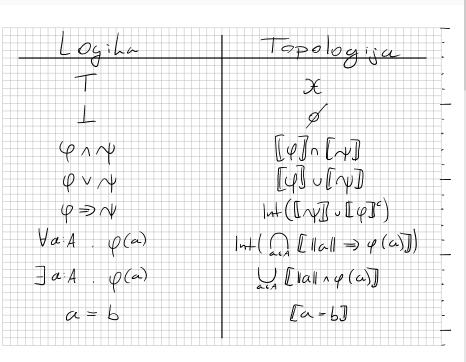
Topological models E-+H B+A-I st 1. 16-fail + 161 , lal 2 [6-6] , [6-4(4), [6-4] + [6-4(4)] 3. [6-f(a)] , [6-f(a)] +[6-b] 4 al 6 V (6-f(A)

Definition. An Zomorphism is a more

Internal language

Topological models

Step 3:
Internal language



Definition An Liset is a set A with $\mathbb{C}^- = \mathbb{J} : A \times A \longrightarrow \mathcal{L} \quad s.+$ $1. + \alpha = b \Rightarrow b = \alpha$ 2. + a= b , b=c => a=c

Topological models

E-3:ÅrA -- Z sł 1 ka-b ⇒ b-a 2 ro-b sb-c ⇒a-c

Definition An I set is a set A with

Definition. An Z-morphism is a map [-=f(-)] BxA-L st $1 + b = f(a) \Rightarrow ||b|| , ||a||$ 2. $f' = b \wedge b = f(a) \wedge a = a' \Rightarrow b' = f(a)$ $3 + b = f(a) \wedge b' = f(a) \Rightarrow b = b'$ 4 - Va: A 3 b: B b=f(a)

Topological models

E-fill BoA-X sh 1,50-40-36 Jal 2.5-50 h 6-f(0) n --- 5-5-f(0) 3.50-5(0) n K-f(0) 5-6 4.7 Vah. 3.6-18 6-f(0)

Definition An Zmorphia is a my

Facts:
$$-L = A - J \text{ is id}_{A}.$$

$$-c = g \circ f(a) \text{ is } J \circ B. c = g(b) \land b = f(a).$$

$$-R(f(a)) \text{ is } J \circ B. \delta = f(a) \land R(b).$$

$$\hookrightarrow f(a) = g(a) \text{ is } J \circ B. \delta = f(a) \land b = g(a)$$

-c-g-f(n) is 36-8 e-g(n) + b-g(n)
-R(f(n) is 36-8 b-g(n) + f(n)
-f(n)-g(n) is 36-9 b-g(n) b-g(n)

Facts: -[-3-] is id.

Topological models

Ex. 1:= {*}, |*|=+ $E_x A = A [\alpha = \alpha] = V \{T \mid \alpha = \alpha'\}$ \mathbb{C}_{X} $A_{A} = A$, $[a = a'] = [a = a'] \wedge U$. $Cx. \Omega = 2, [p = 5] = p \Leftrightarrow g.$ $[E \times B^A = A \hookrightarrow B, [f = g] = [Va A, f(a) = g(a)]$ $Ex. A = A, [a=a] = a \sim a'$

Ex. A = A ((= 0) = V (T | = =) Ex A1 = A, [a-a] = [a-a] = U. Ex. 12=2, [p-2] - p++2 EX BA-ADOB [f-o] - [Val. fa)= g(o)] Ex AL= A, [a=a] = a~a

Topological models

Ex 1= 3+7. 1+1-+

Lemma (funex+), f= g iff +f=BA g Proof. Assume +f=q. Let a A, b B st b=f(a) By ass,] 5:B. 5=f(a) 16=g(a) Then b=f(a)=b' s> b=b'=g(a)

Topological models

By ass, 31-8 15-1(1) ab-3(10)
Then but(1)=16 so b=15-3(10). D

Lemma (funent), fog iff +fogg.
Proof Assime +fogg.
Let a: A, b:B st. 5=f(a).

Theorem FA -> B is mono iff $+ \bigvee_{x,y} A f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$ Then $f \circ \hat{x} = f \circ \hat{y}$, so $\hat{x} = \hat{y}$.

Topological models

Then $f(y_i) = \hat{f}(h_i(x))$, so $y_i = h_i(x) + h_i(x)$. (*) Let $x_i \in \mathbb{R}$ $f(x) = h_i(x)$ $f(x) = h_i(x)$. Then f(x) = f(x), so g(x) = f(x).

Theorem f A = B is mono iff

+Vxy A f(x)-f(y) = x-y

Proof (a) Let g, h Co-A, f-g-f-h.

Theorem & A >> B is epi iff + V b B Ja A b = f(a) Prost. (=) let g.h: B => C, gof = hof. Let b. B. Then Ja. A b=f(a) Then g(b) = g(f(a)) = h(f(a)) = h(b). (=) Let b: B and i, i, B => coherf. Then i, of = i, of \sim i = i, \sim $\exists a : A : b = f(a) : \Box$. Topological models

Proof (m) lot g h B - C, g of - h of lot b The Jan A b of c)
Then g(b) - g(c(a) - h(fa) - h(fa) - h(fa) b B and i, g B - reduct
Then where h or i - g - Jan A b - fa).

Theorem f:A→B is epi iff +VbB∃a·A. b-f(a)

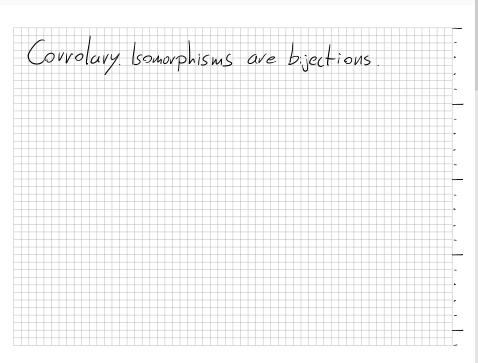
 $[c = g(b)] = [c = g(b)] \wedge [b = b]$

 $= [c = h \circ 1_B(b')]$ = [c = h(b')]

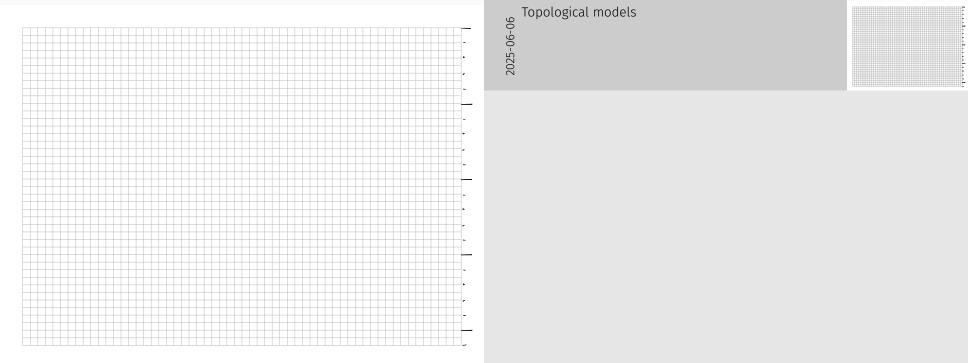
 $\leq \bigvee_{a \in A, b' \in B} [c = g(b')] \wedge [b' = f(a)] \wedge [b = f(a)]$ $= \bigvee [c = g \circ f(a)] \wedge [b = f(a)]$

Topological models

2025-







 \top X

C

Topological models

2025

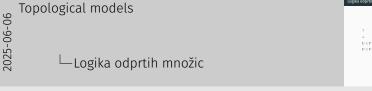
Logika odprtih množic

2

Zdej, prvo vprašanje je, kako zgledajo odprte množice kot resničnostne vrednosti. Očitno če je neki res povsod je res, tako da resnica bo cel prostor. Obratno, neresnica bo prazna množica, torej da nikjer ni res. Naprej, recimo, da imamo dve funkciji, ena je pozitivna na U, druga je pozitivna na V, pol sta obe pozitivni na preseku $U \cap V$. Tako da konjunkcija bo presek. Podobno je disjunkcija unija. Negacija je prva neočitna, ker ne mormo vzet samo komplementa, am-

pak lahko pa vzamemo notranjost komplementa, oziroma zunanjost množice.

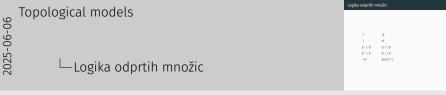
	X
\perp	Ø
$U \wedge V$	$U\cap V$
$U\vee V$	$U \cup V$



Zdej, prvo vprašanje je, kako zgledajo odprte množice kot resničnostne vrednosti. Očitno če je neki res povsod je res, tako da resnica bo cel prostor. Obratno, neresnica bo prazna množica, torej da nikjer ni res. Naprej, recimo, da imamo dve funkciji, ena je pozitivna na U, druga je pozitivna na V, pol sta obe pozitivni na preseku $U \cap V$. Tako da konjunkcija bo presek. Podobno je disjunkcija unija.

Negacija je prva neočitna, ker ne mormo vzet samo komplementa, ampak lahko pa vzamemo notranjost komplementa, oziroma zunanjost množice.

Τ	X
\perp	Ø
$U \wedge V$	$U \cap V$
$U\vee V$	$U \cup V$
$\neg U$	$\operatorname{Int}(U^c)$



Zdej, prvo vprašanje je, kako zgledajo odprte množice kot resničnostne vrednosti. Očitno če je neki res povsod je res, tako da resnica bo cel prostor. Obratno, neresnica bo prazna množica, torej da nikjer ni res. Naprej, recimo, da imamo dve funkciji, ena je pozitivna na U, druga je pozitivna na V, pol sta obe pozitivni na preseku $U \cap V$. Tako da konjunkcija bo presek. Podobno je disjunkcija unija.

Negacija je prva neočitna, ker ne mormo vzet samo komplementa, ampak lahko pa vzamemo notranjost komplementa, oziroma zunanjost množice.

Τ	X
\perp	Ø
$U \wedge V$	$U \cap V$
$U\vee V$	$U \cup V$
$\neg U$	$\operatorname{Int}(U^c)$
$U \Rightarrow V$	$\operatorname{Int}(V \cup U^c) = \bigcup \left\{W \subseteq X \mid W \cap U \subseteq V\right\}$
$U \Leftrightarrow V$	$\operatorname{Int}((V \cap U) \cup (V \cup U)^c)$

Topological models

T x
L e
EAV EAV
EVV EVV
EV HI(VEY) - U(WCX) WADELS

T x
EAV EAV
EVV EVV EVV
HI(VEY) - U(WCX) WADELS

T x
EAV
EAV
HI(VEY) - U(WCX) WADELS

Zdej, prvo vprašanje je, kako zgledajo odprte množice kot resničnostne vrednosti. Očitno če je neki res povsod je res, tako da resnica bo cel prostor. Obratno, neresnica bo prazna množica, torej da nikjer ni res. Naprej, recimo, da imamo dve funkciji, ena je pozitivna na U, druga

je pozitivna na V, pol sta obe pozitivni na preseku $U \cap V$. Tako da

2025

konjunkcija bo presek. Podobno je disjunkcija unija. Negacija je prva neočitna, ker ne mormo vzet samo komplementa, ampak lahko pa vzamemo notranjost komplementa, oziroma zunanjost množice.

Т	X
\perp	Ø
$U \wedge V$	$U \cap V$
$U \vee V$	$U \cup V$
$\neg U$	$\operatorname{Int}(U^c)$
$U \Rightarrow V$	$\operatorname{Int}(V \cup U^c) = \bigcup \left\{ W \subseteq X \mid W \cap U \subseteq V \right\}$
$U \Leftrightarrow V$	$\operatorname{Int}((V \cap U) \cup (V \cup U)^c)$

Izključeno tretjo možnost in DeMorganov zakon se da povedati zgolj z neko formulo o resničnostnih vrednostih, zato smo lahko naredili to karakterizacijo, ampak temu ni nujno vedno res. Obstajajo nekonstruktivni principi, ki govorijo recimo o neskončnih zaporedjih, ali pa realnih številih. Prav tako poznamo topološke lastnosti, ki govorijo o več kot le odprtih množicah, na primer T_6 lastnost, ki pravi, da je vsaka zaprta množica natanko ničelna množica neke realne funkcije, in še druge.

2025-

└─Objekti Objekte v topoloških modelih se da konstruirat na veliko načinov,

Topological models

boste morali malo verjeti na besedo. definiramo vrednost elementa, to je pa ubistvu kar funkcija iz prostora nekam (še ne vemo točno kam). Edino kar moramo paziti je, da je ta funkcija dovolj lepa (beri zvezna). In to dejansko večinoma dela, je pa

So pa te konstrukcije v vsakem primeru precej komplicirane, tako da se mi zdi da nima smisla, da katerokoli točno razpišem, tako da mi Sicer je pa naša zgodba itak, da se stvari spreminjajo vzdolž topološkega prostora, tako da bi tudi želeli da se elementi spreminjajo vzdolž prostora. Tako da kar rečemo, da na vsaki točki prostora

lahko so snopi, étale prostori, ali pa Heytingovo vrednotene množice. Jaz v delu uporabljam slednjo od teh, je pa bolj praktično rečt snopi.

kar dosti dela to dejansko preveriti, tko da ja, mi morte verjet :)

Topological models

2025-

–Obiekti

Če malo fiksiramo oznake, naj bo ...

Najprej vložimo prostor T, ker je še najbolj očitno kako se to naredi. Lahko bi vzeli kar zvezne funkcije iz $X \vee T$. To bi delalo, ampak spomnimo se, da so naše resničnostne vrednosti odprte podmnožice X. In obstoj elementa ima resničnostno vrednost, tako da je smiselno, da dovoljujemo tako imenovane delne elemente, torej elemente, ki niso definirani na celem X. To pa pomeni, da je množica...

Realna števila so potem kar realne funkcije, in recimo če je $X = \mathbb{R}$ je identiteta neko realno število (reče se mu generični element).

Za splošne množice pa vzamemo kar isto stvar. Ampak zdaj je vprašanje, kakšne funkcije vzamemo. Izkaže se da kar zvezne, kjer Aopremimo z diskretno topologijo.

A množica, T topološki prostor

A množica, T topološki prostor

$$T_X := \{ f : U \to T \mid U \in \mathcal{O}(X) \}$$

Topological models

└_Objekti

2025

Če malo fiksiramo oznake, naj bo ...

Najprej vložimo prostor T, ker je še najbolj očitno kako se to naredi. Lahko bi vzeli kar zvezne funkcije iz X v T. To bi delalo, ampak spomnimo se, da so naše resničnostne vrednosti odprte podmnožice X. In obstoj elementa ima resničnostno vrednost, tako da je smiselno, da dovoljujemo tako imenovane delne elemente, torej elemente, ki niso definirani na celem X. To pa pomeni, da je množica...

A množica. T topološki prostor

Realna števila so potem kar realne funkcije, in recimo če je $X=\mathbb{R}$ je identiteta neko realno število (reče se mu generični element).

Za splošne množice pa vzamemo kar isto stvar. Ampak zdaj je vprašanje, kakšne funkcije vzamemo. Izkaže se da kar zvezne, kjer $\cal A$ opremimo z diskretno topologijo.

A množica, T topološki prostor

$$T_X \coloneqq \{f: U \to T \mid U \in \mathcal{O}(X)\}$$

$$\mathbb{R}_X \coloneqq \{f: U \to \mathbb{R} \mid U \in \mathcal{O}(X)\} = \bigcup_{U \in \mathcal{O}(X)} \mathcal{C}(U)$$

Nad realnimi števili je torej $id : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ realno število.

Topological models

└─Objekti

2025

 $T_X \coloneqq \{f: U \to T \mid U \in \mathcal{O}(X)\}$

A množica. T topološki prostor

 $\mathbb{R}_X \coloneqq \{f: U \to \mathbb{R} \mid U \in \mathcal{O}(X)\} = \bigcup_{U \in \mathcal{O}(X)} \mathcal{C}(U$ lad realnimi števili je torej id: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ realno število.

Če malo fiksiramo oznake, naj bo ...

Najprej vložimo prostor T, ker je še najbolj očitno kako se to naredi. Lahko bi vzeli kar zvezne funkcije iz X v T. To bi delalo, ampak spomnimo se, da so naše resničnostne vrednosti odprte podmnožice X. In obstoj elementa ima resničnostno vrednost, tako da je smiselno, da dovoljujemo tako imenovane delne elemente, torej elemente, ki niso definirani na celem X. To pa pomeni, da je množica...

Realna števila so potem kar realne funkcije, in recimo če je $X=\mathbb{R}$ je identiteta neko realno število (reče se mu generični element).

Za splošne množice pa vzamemo kar isto stvar. Ampak zdaj je vprašanje, kakšne funkcije vzamemo. Izkaže se da kar zvezne, kjer $\cal A$ opremimo z diskretno topologijo.

A množica, T topološki prostor

$$T_X \coloneqq \{f: U \to T \mid U \in \mathcal{O}(X)\}$$

$$\mathbb{R}_X \coloneqq \{f: U \to \mathbb{R} \mid U \in \mathcal{O}(X)\} = \bigcup_{U \in \mathcal{O}(X)} \mathcal{C}(U)$$

Nad realnimi števili je torej $id : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ realno število.

$$\underline{A} \coloneqq \{f: U \to A \mid U \in \mathcal{O}(X)\}$$

$$\mathbb{N} := \{ f : U \to \mathbb{N} \mid U \in \mathcal{O}(X) \}$$

Topological models

2025

└_Objekti

A mencke, T topolodia prostor $T_{X} = \{f: U \to T \mid U \in \mathcal{O}(X)\}$ $F_{X} = \{f: U \to T \mid U \in \mathcal{O}(X)\} = \bigcup_{G \in X_{X}} \mathcal{O}(U)$ $F_{X} = \{f: U \to B \mid U \in \mathcal{O}(X)\} = \bigcup_{G \in X_{X}} \mathcal{O}(U)$ Nad realtimit fixedii ja tronj id $: F \to F$ reative fixedis. $\Delta = \{f: U \to A \mid U \in \mathcal{O}(X)\}$ $\underline{\mathbb{N}} = \{f: U \to K \mid U \in \mathcal{O}(X)\}$

Če malo fiksiramo oznake, naj bo ...

Najprej vložimo prostor T, ker je še najbolj očitno kako se to naredi. Lahko bi vzeli kar zvezne funkcije iz X v T. To bi delalo, ampak spomnimo se, da so naše resničnostne vrednosti odprte podmnožice X. In obstoj elementa ima resničnostno vrednost, tako da je smiselno, da dovoljujemo tako imenovane delne elemente, torej elemente, ki niso definirani na celem X. To pa pomeni, da je množica...

Realna števila so potem kar realne funkcije, in recimo če je $X=\mathbb{R}$ je identiteta neko realno število (reče se mu generični element).

Za splošne množice pa vzamemo kar isto stvar. Ampak zdaj je vprašanje, kakšne funkcije vzamemo. Izkaže se da kar zvezne, kjer A opremimo z diskretno topologijo.



atorji

$$\forall y: Y.\ P(y) \coloneqq \bigwedge_{y \in Y} P(y)$$

$$y \in Y$$

$$\exists y: Y. \ P(y) \coloneqq \bigvee_{y \in Y} P(y)$$



Topological models $v_{y}, y, p_{(y)} = \int_{y}^{y} p_{(y)} dy$ $v_{y}, y, p_{(y)} = \int_{y}^{y} p_{(y)} dy$ Kvantifikatorji

Topological models

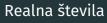


└─Kvantifikatorii

2025-06-06

 $U \le \forall y : Y. P(y) := U \le \bigwedge_{y \in Y} P(y)$ $\Leftrightarrow \nabla V \leq U. \ \exists y \in Y. \ \operatorname{dom} y = V \wedge \operatorname{dom} y \leq P(y)$

 $U \le \forall y : Y. \ P(y) := U \le \bigwedge P(y)$ $\Leftrightarrow \forall y \in Y. \operatorname{dom} y \leq U \Rightarrow \operatorname{dom} y \leq P(y)$ $U \le \exists y : Y. \ P(y) := U \le \bigvee P(y)$ $\Leftrightarrow \nabla V \leq U$. $\exists y \in Y$. $\operatorname{dom} y = V \wedge \operatorname{dom} y \leq P(y)$

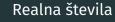


└─Realna števila

Trditev

Nad X drži ALPO natanko tedaj, ko so ničelne množice funkcij $U \to \mathbb{R}$ odprte.

 $\mathsf{ALPO} \coloneqq \forall x : \mathbb{R}. \ x > 0 \lor x \leq 0 = \forall x : \mathbb{R}. \ x > 0 \lor x = 0 \lor x < 0$ $\mathsf{AKS} \coloneqq \forall U : \mathcal{O}(X). \ \exists x : \mathbb{R}. \ U \Leftrightarrow x > 0$



7-90-6707

Topological models

Trditev

Nad X drži ALPO natanko tedaj, ko so ničelne množice funkcij $U \to \mathbb{R}$ odprte.

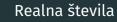
Trditev

Če je X (lokalno) T_6 , nad njem drži AKS.

└─Realna števila

THINDS W AND ALTO notanho tedaj, ho so ničelne množice funkcij $U \to X$ captre. Triditov $C = X \times X$ (lokalno) T_{t_0} nad njem drži AKS.

$$\begin{split} \mathsf{ALPO} &:= \forall x : \mathbb{R}. \ x > 0 \lor x \le 0 = \forall x : \mathbb{R}. \ x > 0 \lor x = 0 \lor x < 0 \\ \mathsf{AKS} &:= \forall U : \mathcal{O}(X). \ \exists x : \mathbb{R}. \ U \Leftrightarrow x > 0 \end{split}$$



2025

Topological models

-Realna števila

Če je X (lokalno) Ti., nad njem drži AKS.

Trditev

Nad X drži ALPO natanko tedaj, ko so ničelne množice funkcij $U \to \mathbb{R}$ odprte.

Trditev

Če je X (lokalno) T_6 , nad njem drži AKS.

Trditev

Če je prostor lokalno povezan in nad njem velja $\mathbb{R}_d = \mathbb{R}_c$, velja tudi ALPO.

 $\mathsf{ALPO} \coloneqq \forall x : \mathbb{R}. \ x > 0 \lor x < 0 = \forall x : \mathbb{R}. \ x > 0 \lor x = 0 \lor x < 0$ $\mathsf{AKS} := \forall U : \mathcal{O}(X). \ \exists x : \mathbb{R}. \ U \Leftrightarrow x > 0$



2025-06-06

Topological models

└─Ne

Verjetno $\{0\} \cup \{2^{-n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ dela.

Tam sem se prepričala, a ne dokazala, da ALPO in CC^\vee ne držita, pa vseeno $\mathbb{R}_d = \mathbb{R}_c.$

Izbira?

Izrek

Nad T_1 prostori velja števna izbira natanko tedaj, ko je topologija zaprta za števne preseke.

Topological models

Tu števnost ni važna.

Izbira?

Topological models

Nad T₁ prostori velja števna izbira natanko tedaj, ko velja

Izrek

Nad T_1 prostori velja števna izbira natanko tedaj, ko je topologija zaprta za števne preseke.

Izrek

Nad T_1 prostori velja števna izbira natanko tedaj, ko velja $AC(\mathbb{N},2)$.

Tu števnost ni važna.

└─Izbira?

Izbira?

2025-06-06

Topological models

topologija zaprta za števne pre tzrek Nad T₁ prostori velja števna izl AC(N, 2).

AC (N, 2).
Trditev (Hendtlass, Lubarsky 2016)

Če je prostor ultraparakompal izbira.

Tu števnost ni važna.

└─lzbira?

Izrek

Nad T_1 prostori velja števna izbira natanko tedaj, ko je topologija zaprta za števne preseke.

Izrek

Nad T_1 prostori velja števna izbira natanko tedaj, ko velja $AC(\mathbb{N}, 2)$.

Trditev (Hendtlass, Lubarsky 2016)

Če je prostor ultraparakompakten, nad njem velja odvisna izbira.

