

Modelagem Matemática para Alocação de Entregadores do iFood em Juiz de Fora-MG

Trabalho de Otimização - Pesquisa Operacional

9 de agosto de 2025

1 Definição do Problema

Objetivo: Alocar entregadores do iFood a pedidos em Juiz de Fora-MG de forma a minimizar o tempo total de entrega ponderado por prioridade, considerando capacidades dos entregadores, prioridades dos pedidos e custos operacionais.

2 Conjuntos e Índices

$$I = \{1, 2, \dots, m\} \quad \text{conjunto de entregadores disponíveis} \quad (1)$$

$$J = \{1, 2, \dots, n\} \quad \text{conjunto de pedidos a serem entregues} \quad (2)$$

$$R = \{1, 2, \dots, r\} \quad \text{conjunto de restaurantes} \quad (3)$$

$$K = \{1, 2, \dots, k\} \quad \text{conjunto de clientes/endereços de entrega} \quad (4)$$

3 Parâmetros

3.1 Tempos e Distâncias

$$t_{ij}^{ER} : \text{tempo de deslocamento do entregador } i \text{ até o restaurante do pedido } j \quad (5)$$

$$t_{jk}^{RC} : \text{tempo de deslocamento do restaurante ao cliente do pedido } j \quad (6)$$

$$t_j^{prep} : \text{tempo de preparo do pedido } j \text{ no restaurante} \quad (7)$$

3.2 Características dos Entregadores

$$cap_i : \text{capacidade máxima de pedidos simultâneos do entregador } i \quad (8)$$

$$v_i : \text{velocidade média do entregador } i \text{ (km/h)} \quad (9)$$

$$c_i^{op} : \text{custo operacional por hora do entregador } i \quad (10)$$

$$disp_i : \text{disponibilidade do entregador } i \text{ (binário: 1=disponível, 0=indisponível)} \quad (11)$$

3.3 Características dos Pedidos

p_j : nível de prioridade do pedido j (1=normal, 2=prioritário, 3=expresso) (12)

val_j : valor monetário do pedido j (13)

$dist_{jk}$: distância em km do restaurante j ao cliente k (14)

4 Variáveis de Decisão

4.1 Principais

$x_{ij} \in \{0, 1\}$: vale 1 se o entregador i é designado para entregar o pedido j (15)

4.2 Auxiliares

$T_j \geq 0$: tempo total de entrega do pedido j (em minutos) (16)

5 Função Objetivo

Minimizar:

$$Z = \sum_{j=1}^n T_j \times p_j \quad (17)$$

Interpretação da função objetivo:

- A função minimiza o tempo total de entrega ponderado pela prioridade dos pedidos
- Pedidos com prioridade mais alta (valores de p_j maiores) recebem peso proporcional na função objetivo
- Este approach garante que atrasos em pedidos prioritários sejam penalizados mais severamente
- A otimização favorece alocações que reduzem tempos de entrega para pedidos expressos e prioritários

6 Restrições

R1 - Atribuição Única de Pedidos:

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \quad \forall j \in J \quad (18)$$

Cada pedido deve ser atribuído a exatamente um entregador

R2 - Cálculo do Tempo de Entrega:

$$T_j = \sum_{i=1}^m x_{ij} \times (t_{ij}^{ER} + t_j^{prep} + t_{jk}^{RC}), \quad \forall j \in J \quad (19)$$

Tempo total = deslocamento até restaurante + preparo + entrega ao cliente

R3 - Capacidade dos Entregadores:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq cap_i, \quad \forall i \in I \quad (20)$$

Número de pedidos atribuídos não pode exceder a capacidade do entregador

7 Características da Modelagem

- **Tipo:** Problema de Programação Linear Inteira Mista (MILP)
- **Complexidade:** NP-difícil (variante do problema de atribuição generalizada com ponderação)
- **Variáveis:** $m \times n$ binárias + n variáveis auxiliares contínuas
- **Restrições:** $O(m + n)$ restrições principais
- **Função objetivo:** Linear ponderada que prioriza pedidos de alta importância

Esta modelagem captura os aspectos essenciais do problema real, incluindo a diferenciação por prioridade de pedidos, mantendo tratabilidade computacional para instâncias de tamanho médio (até ~ 100 entregadores e ~ 250 pedidos).