

第四节

最优风险资产组合

多种资产的组合

三种资产的
组合:

$$E(r_p) = w_1 E(r_1) + w_2 E(r_2) + w_3 E(r_3)$$

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 = & w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + w_3^2 \sigma_3^2 \\ & + 2w_1 w_2 \sigma_{1,2} + 2w_1 w_3 \sigma_{1,3} + 2w_2 w_3 \sigma_{2,3} \end{aligned}$$

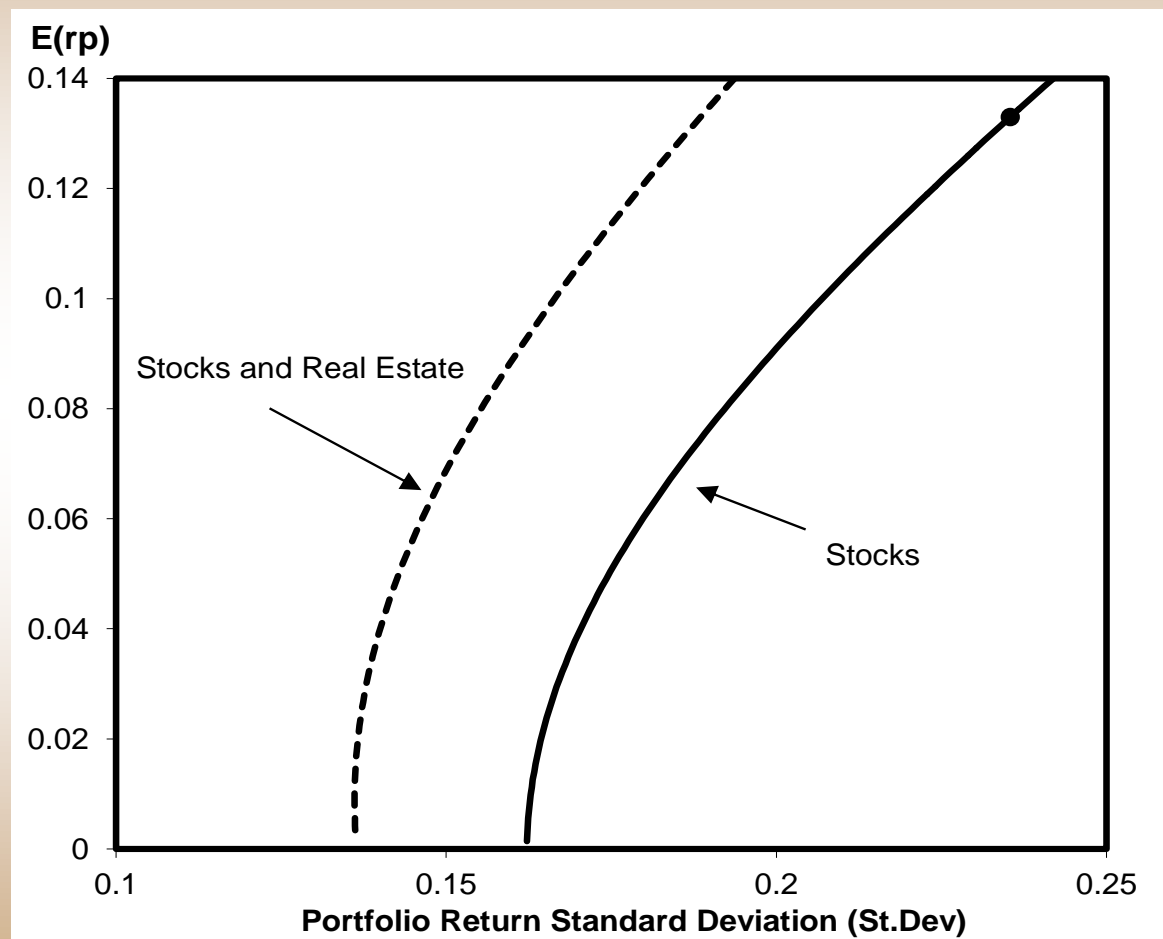
多种资产的
组合:

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(r_i)$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \text{Cov}(r_i, r_j)$$

多种资产的组合

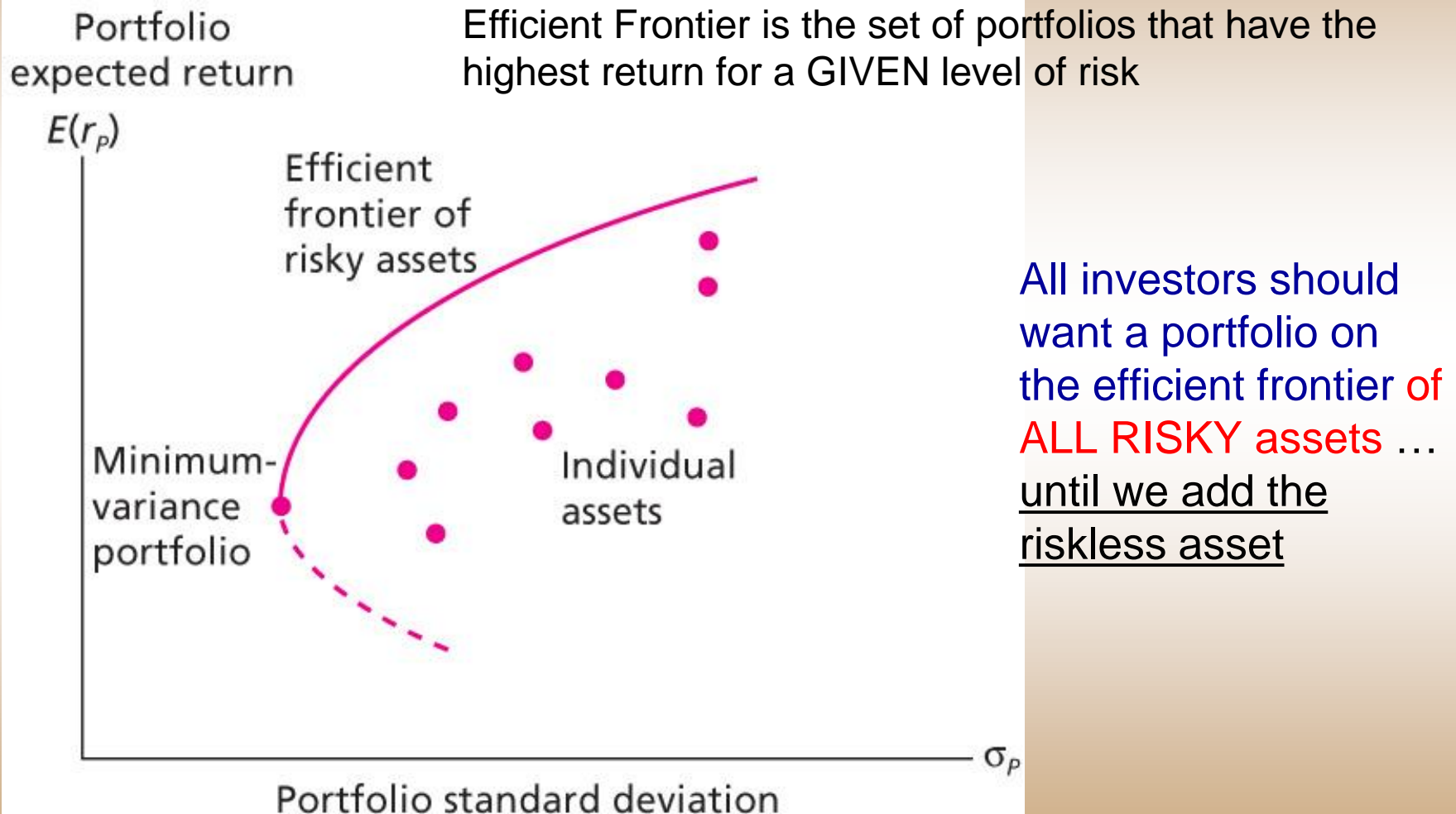
Double the
expected returns
for same risk when
real estate is added
to the portfolio



最小方差边界& 有效边界

- 最小方差边界(Minimum-Variance Frontier)是指在给定的期望收益下方差最小的风险资产组合点描成的曲线。
- 最小方差边界的上半部分称为风险资产有效边界(Efficient Frontier)

风险资产有效边界



风险资产有效边界与无风险资产的结合

完整资产组合: 包含无风险资产和风险资产组合的组合。 CAL.

定理: 存在唯一一个风险资产组合, 使得其与无风险资产组成的完整资产组合优于其他所有资产组合。

马科维茨(Markowitz)资产组合选择模型

1. 找出所有的风险收益机会，确定所有最小方差边界上方的点提供的最优的风险和收益 – 有效边界
2. 通过寻找报酬-波动性比率最高的资本配置线来确定最优的风险资产组合（定理说明其存在）
3. 结合最优风险资产组合和无风险资产组成一个合适的完整资产组合

风险资产的最小方差边界

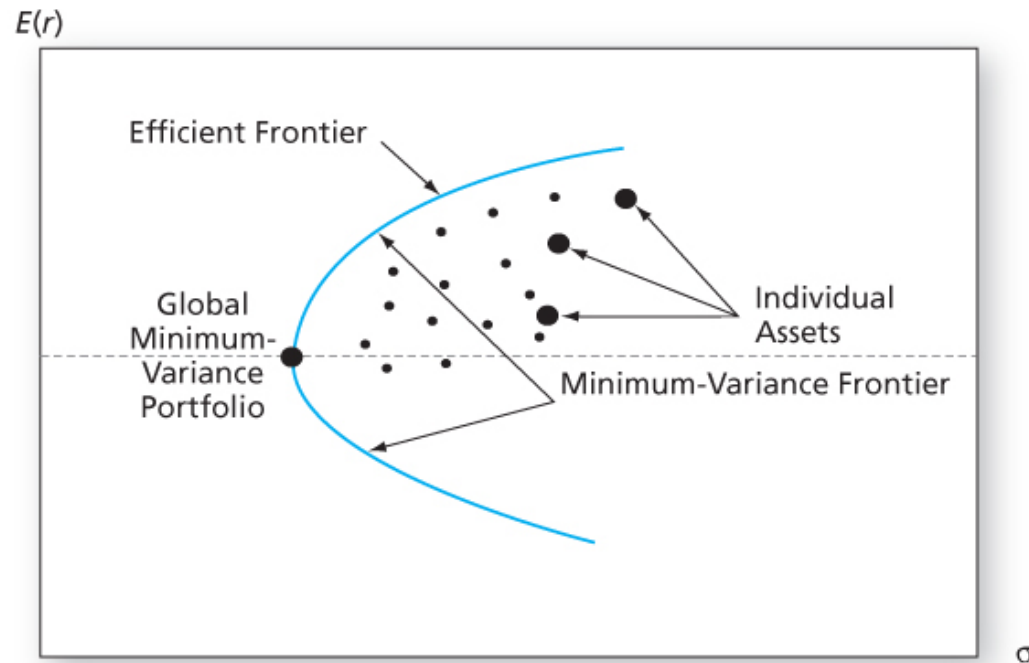
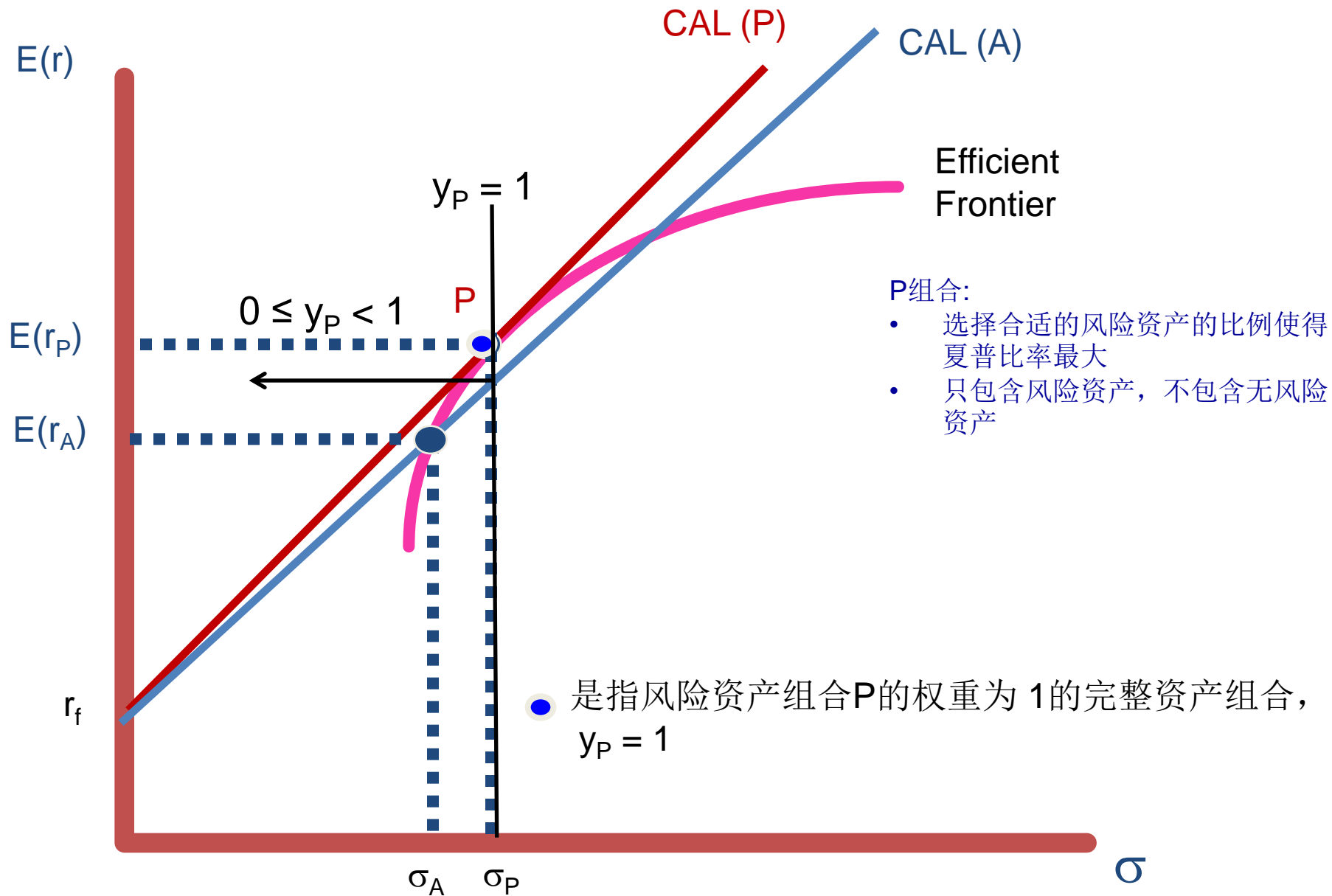
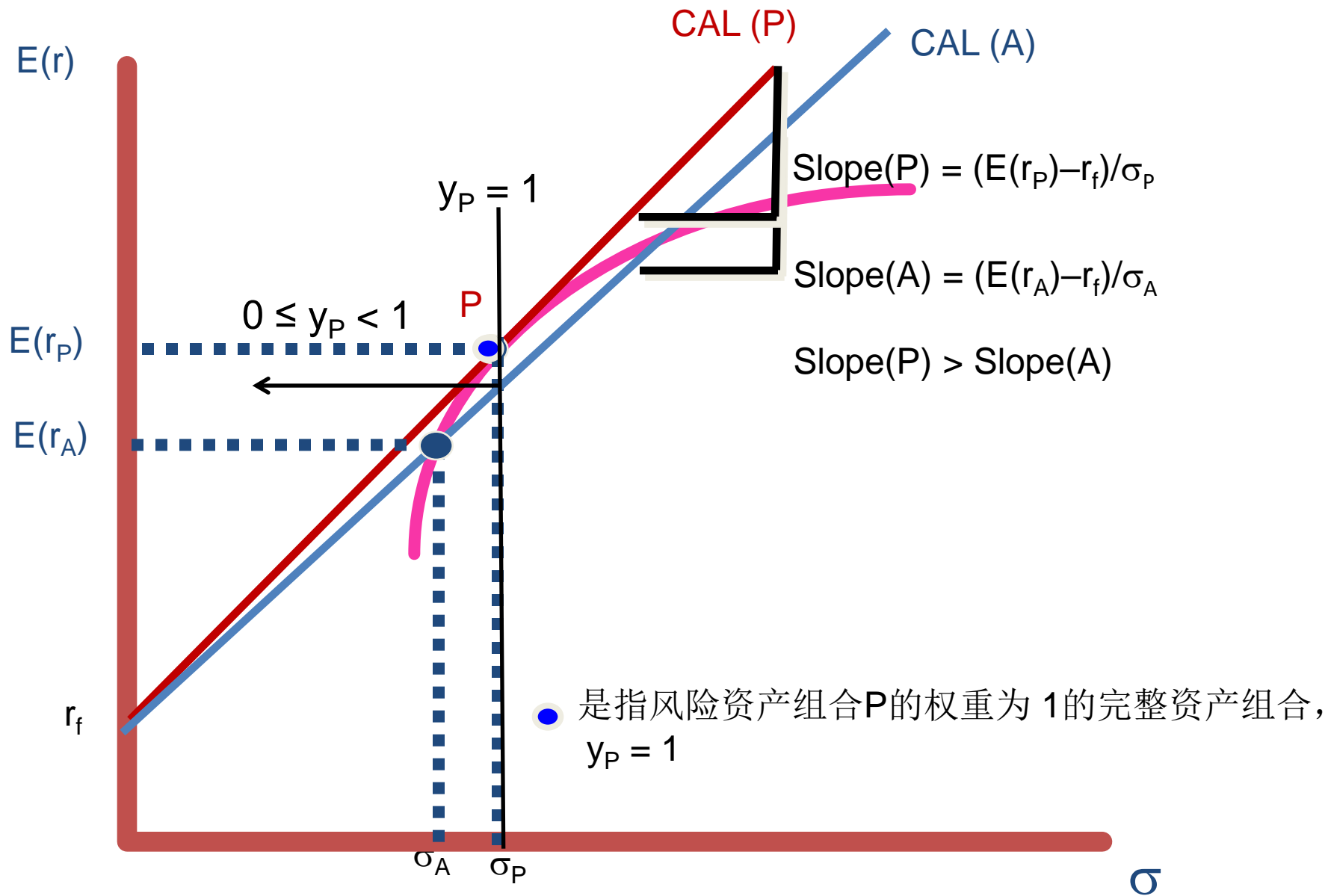


Figure 7.10 The minimum-variance frontier of risky assets

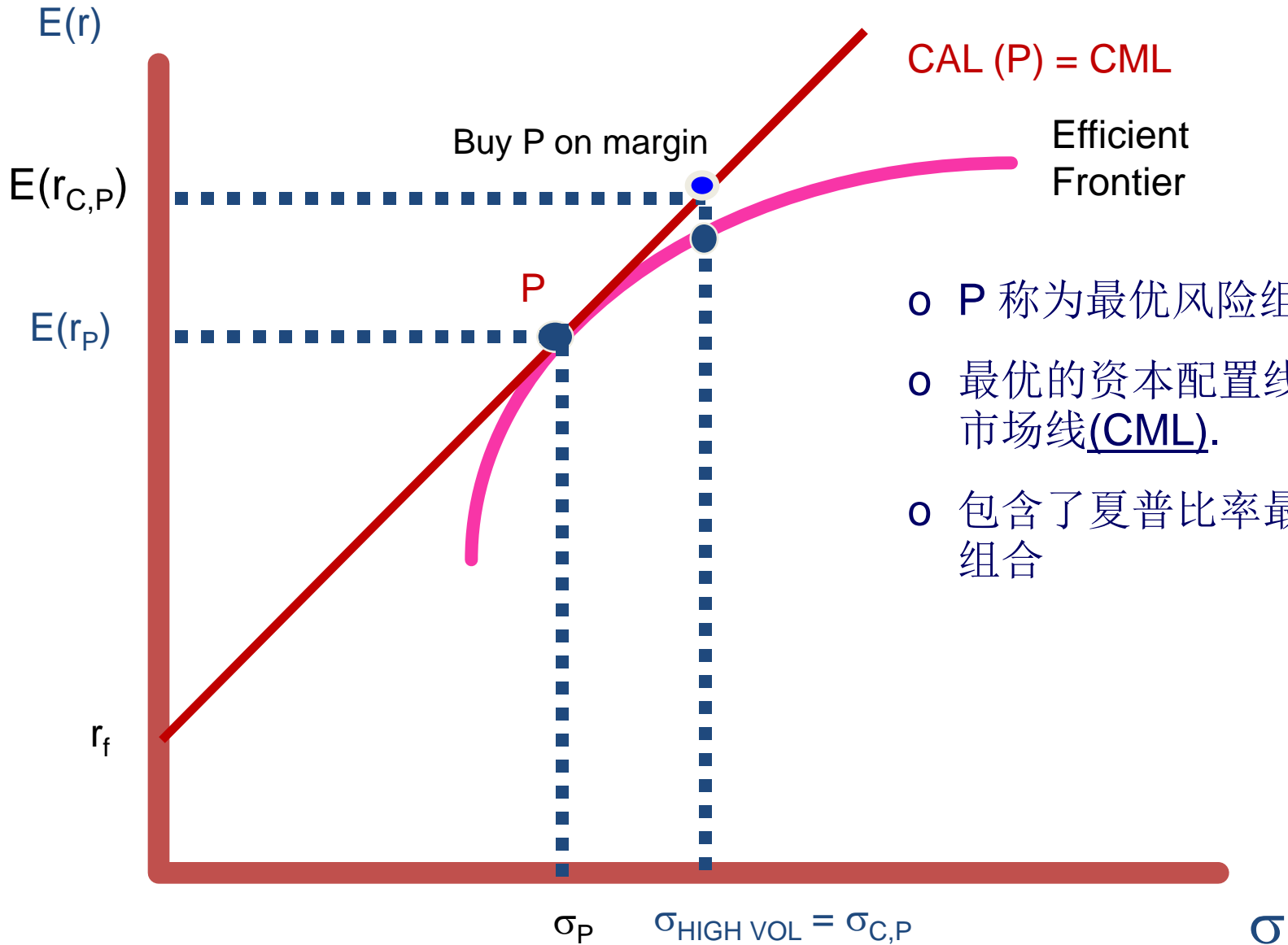
可能的资本配置线



可能的资本配置线



可能的资本配置线



- P 称为最优风险组合
- 最优的资本配置线称为资本市场线(CML).
- 包含了夏普比率最大的资产组合

马克维茨资产组合选择模型

- 每个人都投资于P，而不考虑他们的风险厌恶程度。
 - 大多数风险厌恶者更多的投资于无风险资产。
 - 少数的风险厌恶者在P上投资的更多。

马科维茨假设

- 市场是有效的
- 所有的投资者对市场中资产的期望收益，风险，相关性具有一致的看法

资本配置和分离特性

- 分离特性阐明组合决策问题可以分为两个独立的步骤。
 - 决定最优风险组合，这是完全技术性的工作。
 - 整个投资组合在无风险短期国库券和风险组合之间的配置，取决于个人偏好。

确定最优组合所需要的信息

- 需要各资产的期望收益，期望标准差，期望相关性
- 可以从历史数据来衡量

确定方差和协方差

1. 利用历史数量来衡量

- $\hat{\rho}_{A,B} = \rho_{A,B} + \varepsilon_{A,B}$
- 只有两个资产时，衡量误差是个严重问题
- 当经济基本面改变时，相关性也会改变，如合并，剥离等

2. 用资产定价模型来衡量期望收益，风险，和协方差

- 需要做更多的工作。目的是减少利用历史数据衡量的误差

利用历史数据

- 考虑以下5只股票在 2016-2018 的数据:
 - Microsoft
 - General Electric
 - Apple
 - Boeing
 - Tesla
- 找出回报率，标准差，相关性
- 利用这些信息确定有效边界

利用历史数据

TICK	Return	Stdev	Company
MSFT	2.00%	5.13%	Microsoft
GE	-3.37%	5.56%	General Electric
AAPL	1.59%	8.04%	Apple
BA	2.74%	7.39%	Boeing
TSLA	1.54%	11.45%	Tesla

利用历史数据

Correlation Matrix

	MSFT	GE	AAPL	BA	TSLA
MSFT	1.00				
GE	-0.11	1.00			
AAPL	0.56	0.22	1.00		
BA	0.34	0.08	0.18	1.00	
TSLA	0.09	0.08	0.14	0.13	1.00

寻找最优风险资产组合：Excel

- 利用“return_data”这个数据在Excel中演示

The solver add-in in Excel

- Need the solver add-in
 1. File → Options → Add-Ins
 2. In the “Manage” box, select Excel Add-ins, click Go
 3. Check the Solver Add-in and click OK
 4. You should then be able to use the Solver function in the Analysis group, under the Data tab (you may need to close Excel and then open it again)
- See Appendix A of Chapter 7 in the textbook

构建资产权重

- 在现实中，我们并不知道真实的期望收益，标准差，协方差
- 可以给基础权重加以限制，使得就算输入信息有误差也不至于引起太大的错误
- 常用的限制：
 - 禁止卖空(e.g., all weights ≥ 0)
 - 禁止杠杆
 - 多样化的限制(e.g., all weights $\leq 5\%$)
 - 行业限制：要求配置到每一个行业的资产比例是配置到那个行业的指数比例的附近一个小范围 (e.g., 指数中10% 在能源行业，那么资产组合可以要求能源行业的比例在8%~12%之间)