北京郵電大學
Beijing University of Posts and Telecommunications

基于蚁群优化算法的证券投资组合优化问题研究

Research on portfolio optimization problem based on ant colony optimization algorithm

小组成员：罗畅

指导老师：赵新超

目录
CONTENTS

Part 1

研究背景

1-1 概念介绍

1-2 选题背景

1-3 研究意义

1-1 名词解释

1

蚁群优化算法

蚁群优化算法(ACO)，是一种在图中**寻找优化路径**的概率型算法，其灵感来源于蚂蚁在寻找食物的过程中发现路径的行为。蚁群算法通过**信息素**的积累和更新，促使蚁群向最优路径移动，最终收敛于最优路径。该算法具有并行、分布、全局收敛能力强等特点。

2

证券投资组合优化

证券投资组合优化，是指通过优化资产组合配置，实现一定风险水平下收益最大化或一定收益水平下风险最小化。本文采用**马科维茨的投资组合理论模型**(Markowitz Mean-Variance Model)。该模型用收益率的均值刻画收益，用收益率的方差刻画风险。理论上，拥有最大收益和最小风险的投资组合映射到均值-方差坐标系上会构成一条曲线，它被称作**有效市场边界**，又名有效前沿。

1-2 研究背景

A

余超在**《基于蚁群算法的投资组合优化研究》**中提出：1. 一只蚂蚁代表了一个投资组合；2. 在投资组合优化问题中的蚁群算法要采用连续域优化；3. 该问题中信息素应在城市而非路径上积累；4. 可在蚂蚁移动过程中加入随机扰动以增加全局搜索能力。

B

卞蓓丽在**《蚁群算法在多目标优化的证券投资组合中的应用研究》**中指出，“多目标优化的证券投资组合问题是没有绝对最优解的，而是有一群无法相互支配的解形成的有效边界。对多目标优化问题而言，最重要的是求出有效边界，而不仅仅是求出一两个更优解，后者用单目标就可以完成。余超的多目标研究没有求出有效边界。”

C

综上，余超建立了基础模型，而卞蓓丽在余超的基础上进行了改进。本文借鉴余超和卞蓓丽建立的数学模型，利用多元函数极值寻优蚁群算法，对马科维茨均值-方差模型进行求解。

1-3 研究意义

1 **选股参考**

- 投资者仅依靠经验，往往难以科学有效地配置各资产的比例。本文通过对近一个月股票收盘价的分析，针对性地对投资组合中每只股票提出一个合适的投资比例。应用本文的方法，既能从概率上提升投资者的收益，又能防范非系统性风险的发生。

2 **其他应用**

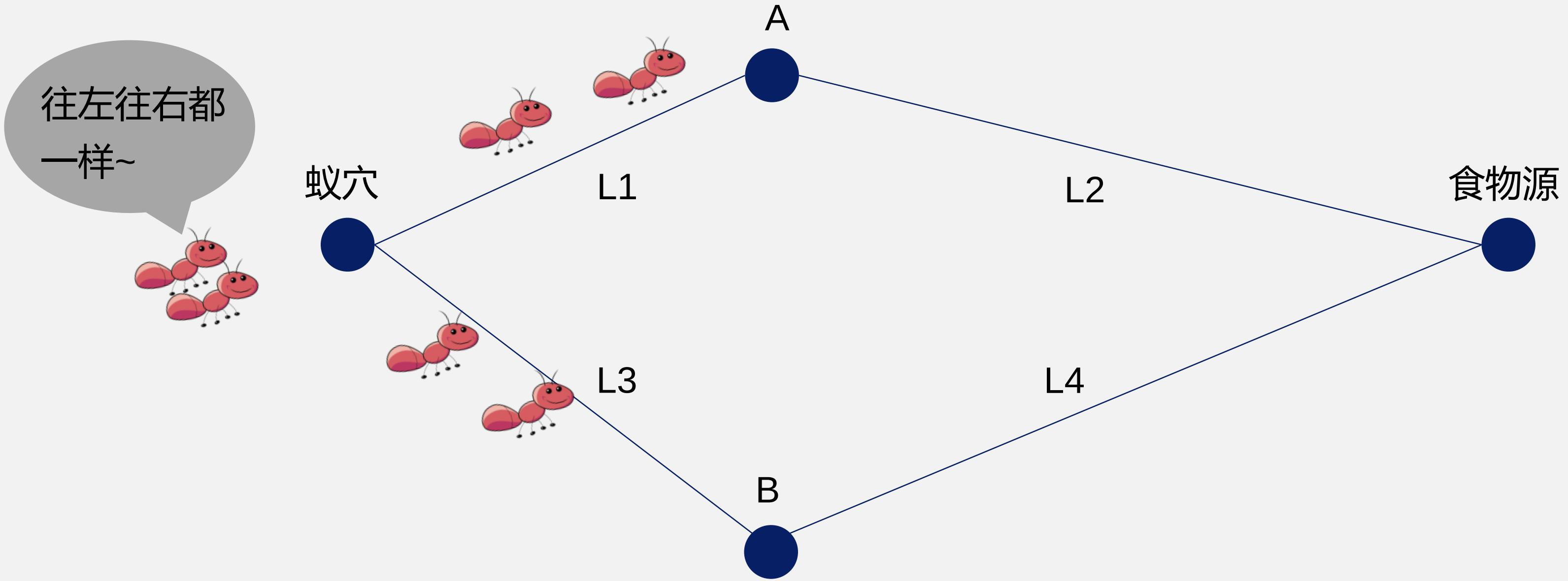
- 本文通过对基础蚁群算法的改进，实现了蚁群算法在证券投资组合优化问题中的应用。该方法并不限于证券投资组合优化问题，在其他涉及多目标规划的组合优化问题中也能得到应用。

Part2

研究方法

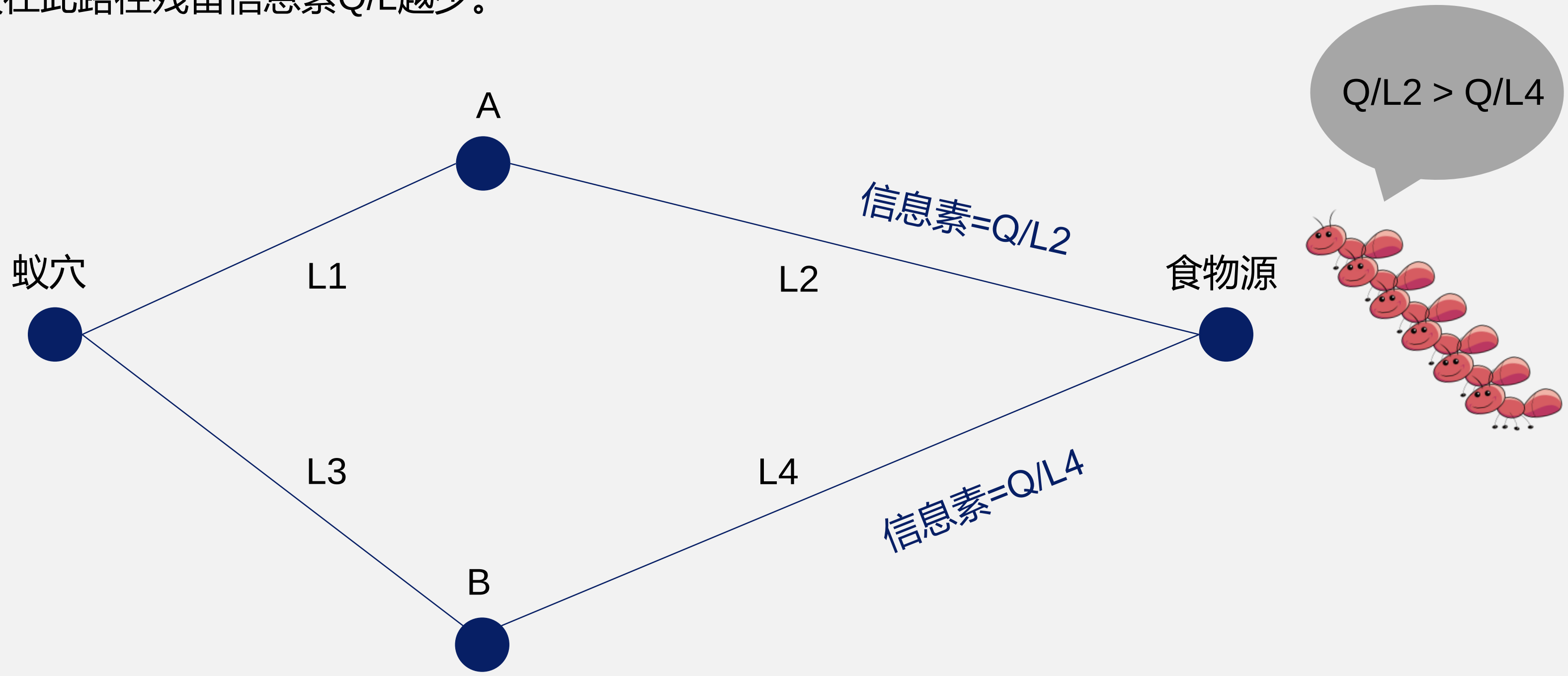
2-1 蚁群算法原理

蚂蚁离开蚁穴探索环境，它们需要在两条分支分支之间作出选择。一开始两条分支对蚂蚁都是一样的，因此它们会随机选择一条。虽然有时会由于出现一些随机摆动，而使得某一条分支比另外一条分支上的蚂蚁数量多。但平均而言，我们仍期望有一半的蚂蚁选择较长的分支，而另外一半选择较短的分支。



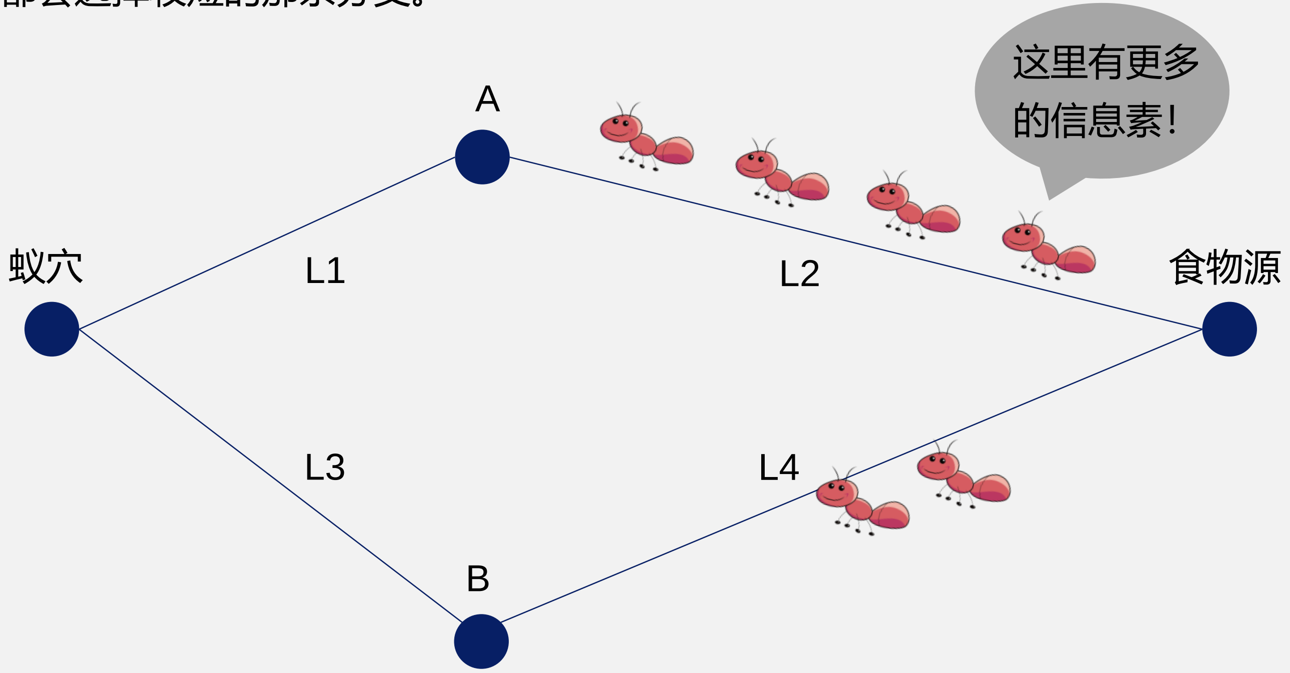
2-1 蚁群算法原理

在基础蚁群算法中，每次迭代，蚂蚁都会进入下一个决策点。蚂蚁爬过的路径会留下信息素，信息素的确定规则是这样的：信息素 = Q/L，其中Q为常数，L为这条路径的长度。显然路径L越长，则该蚂蚁在此路径残留信息素Q/L越少。



2-1 蚁群算法原理

当返回的蚂蚁需要再次在短分支和长分支之间作出选择时，信息素浓度将会影响它们的决定。因为短分支上信息素积累速度要比长分支的快，所以每次迭代都会有更多的蚂蚁向短分支移动，最终所有蚂蚁都会选择较短的那条分支。



2-2 马科维茨组合理论

现代投资组合理论假定投资者为**规避风险**（Risk Averse）的投资者。如果两个资产拥有相同预期回报，投资者会选择其中风险小的那一个。只有在获得更高预期回报的前提下，投资者才会承担更大风险。换句话说，如果一个投资者想要获取更大回报，他（她）就必须接受更大的风险。一个理性投资者会在几个拥有**相同预期回报**的投资组合中间选择其中**风险最小**的那一个投资组合。另一种情况是如果几个投资组合拥有**相同的投资风险**，投资者会选择预期**回报最高**的那一个。这样的投资组合被称为最佳投资组合（Efficient Portfolio）。（摘自：维基百科）

马科维茨的投资组合理论用**股价收益率的均值**($\overline{r_p}$)估算期望收益，用**股价收益率的方差**(σ_p)估算期望风险。

2-2 马科维茨组合理论

1 **投资组合的预期收益($\overline{r_p}$)**：单一证券i的预期收益为E(r(i))，式中r(is)为针对状况s证券i的收益率，P(s)是状态s出现的概率；在计算了所有N个证券的预期收益率后，就可以计算证券组合的预期收益率r(p)了，式中x(i)表示组合中证券i所占的比例，即权数。

$$E(r_i) = \sum_{s=1}^{n} r_{is} * P_s \qquad \overline{\mathrm{r}_p} = \sum_{i=1}^{N} x_i * E(r_i)$$

2 **投资组合的预期风险(σ_p)**：单一证券 i 的预期风险为σ(i)，式中r(is)为针对状况s证券i的收益率，P(s)是状态s出现的概率，E(r(i))为证券i的预期收益率；在计算了所有N个证券的预期风险后，就可以计算证券组合的预期风险σ(p)了，式中cov(ij)表示证券i和证券j的协方差，x(i)和x(j)表示组合中证券i和证券j所占的比例，即权数。

$$\sigma_{\mathrm{i}} = \left(\sum_{s=1}^{n}[r_{is} - E(r_i)]^2 * P_s\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \sigma_{\mathrm{p}} = \left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} cov_{ij} * x_i * x_j\right)^{\frac{1}{2}}$$

2-2 马科维茨组合理论

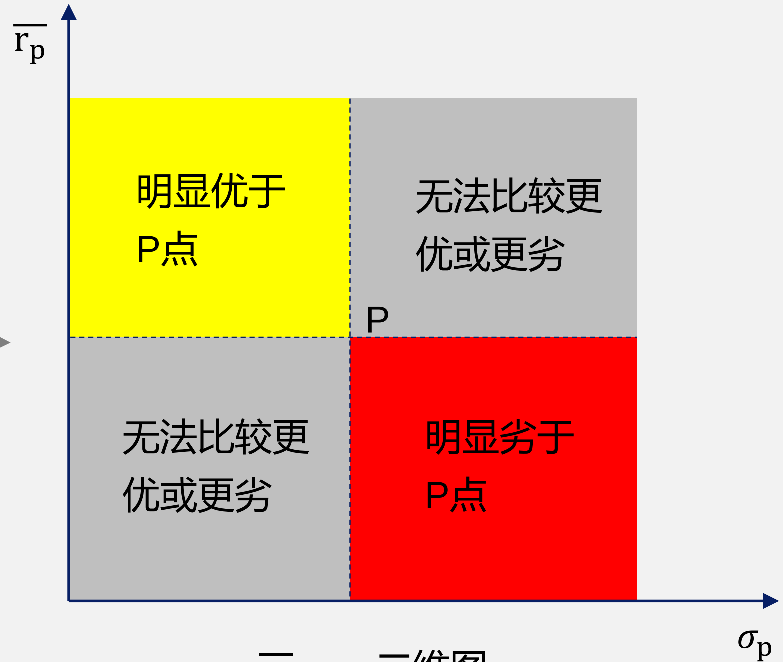
一只蚂蚁代表一个投资组合$P=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$。通过马科维茨理论，我们可以计算出该投资组合P对应的均值和方差。将均值、方差绘制在r-σ二维空间上，可以观察投资组合P之间的帕累托关系，分别是：明显优于、明显劣于、和无法比较优劣。

$$(x_1,x_2,\cdots\cdots,x_N)$$

$$x_1+x_2+\cdots\cdots+x_N=1$$

N维单位向量

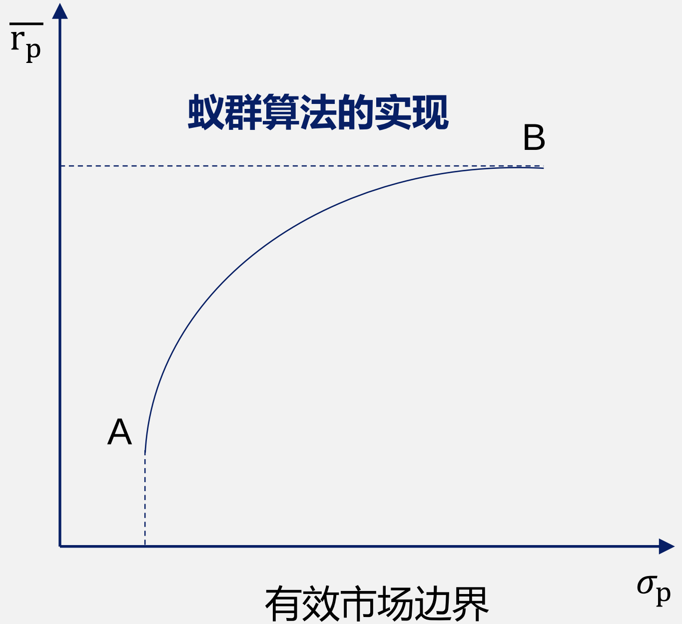
计算 $\overline{r_p}$ 和 σ_p



$\overline{r_p}-\sigma_p$二维图

2-2 马科维茨组合理论

马科维茨**有效市场边界**（Markowitz Efficient Frontier）是所有最佳投资组合（Efficient Portfolio）的集合。有效前沿曲线上面的每一点都代表一个最佳投资组合。下图A、B两点中间的曲线就是有效市场边界，有效市场边界满足以下两个条件：(1) 对每一水平的风险，该组合提供最大的预期收益；(2) 对每一水平的预期收益，该组合能提供最小的风险。



有效市场边界

2-3 蚁群算法的实现

以下是蚁群算法实现的步骤：

01

将M只蚂蚁随机地放在可行域中，初始化蚂蚁记忆矩阵和各代最佳组合矩阵；

02

依据概率函数，计算选取每一座城市的概率，每只蚂蚁通过轮盘赌策略决定进入哪座城市；

03

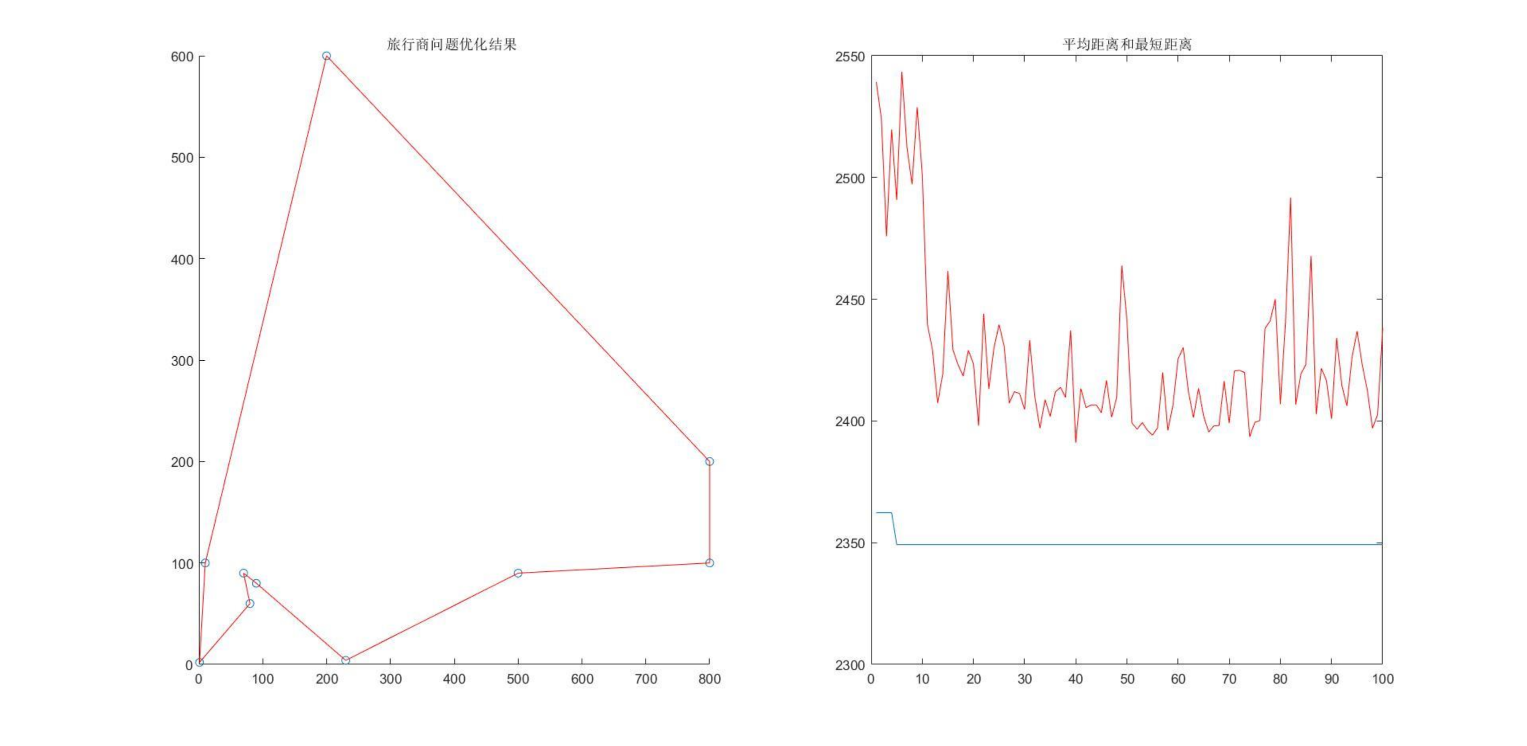
根据当前城市的收益和风险，分梯度赋予城市信息素，并扣除本轮信息素蒸发量；

04

重复以上过程直至达到迭代次数或算法停滞。

2-3 蚁群算法的实现

TSP蚁群算法的结果如下：



Part3

模型套用

3-1 模型假设

1. 假设投资者选择n只证券，则每个投资组合可视为一个n维单位向量$P=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$，其中x_i表示第i只证券所占权重，$\mathrm{x}_i>0$。

2. 假设在蚁群中有m只蚂蚁，**每只蚂蚁都代表一个投资组合P**。蚂蚁移动的过程，相当于从一个投资组合变换到另一个投资组合。

3. 目标函数空间是一个连续的r-σ二维空间，其值由每个投资组合P的收益率的均值方差决定。其中r代表收益率均值，σ代表收益率的标准差。

4. 该模型采用的是**单期方法**，即在t=0时刻买入一个资产组合，在t=1时卖出。

5. **信息素在蚂蚁身上积累**，越接近有效边界的蚂蚁，释放的信息素越多。蚂蚁对身边一定范围内的其他蚂蚁有吸引作用，且自身积累的信息素越多，吸引越强。

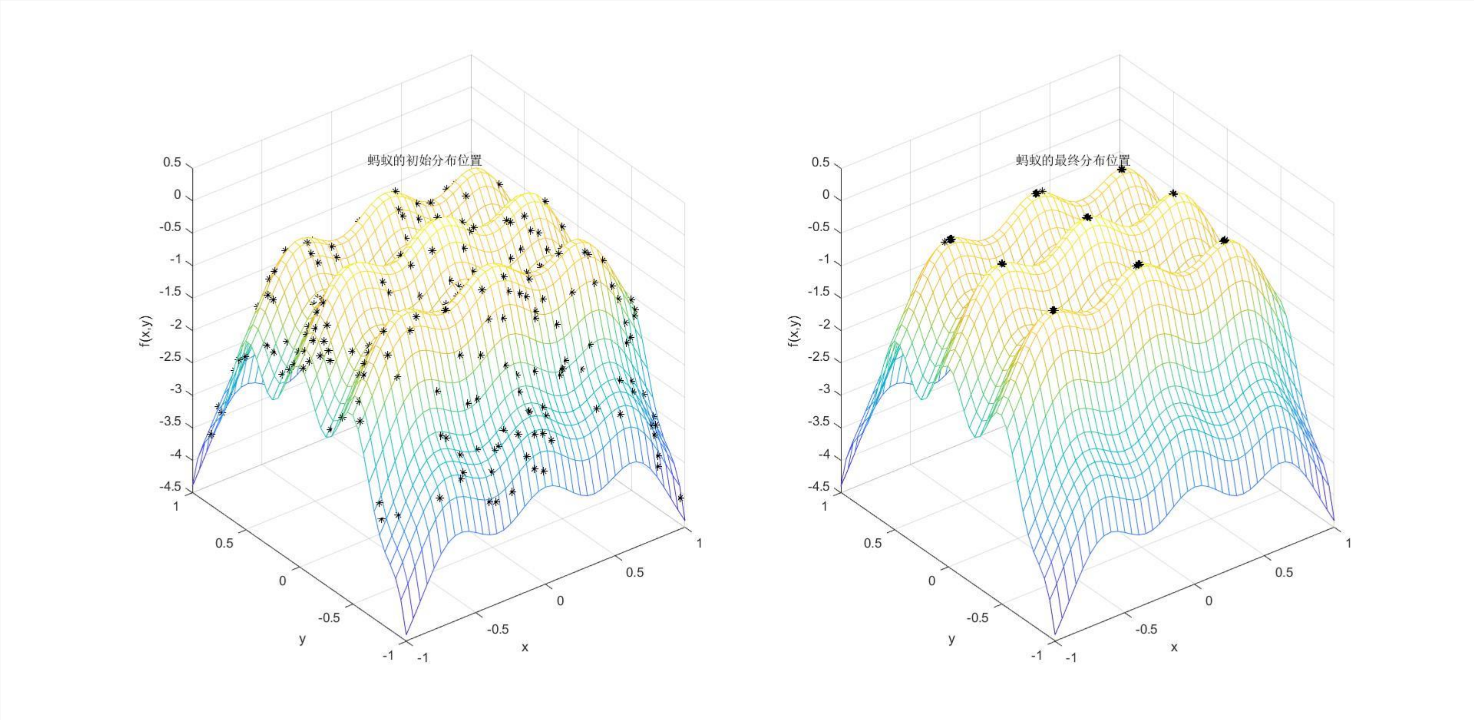
6. 交易没有最小交易单位限制，即能以分数股的形式交易。

7. 交易中无交易成本。

8. 交易不允许卖空。(即$x_i\geq 0$)

3-2 模型套用

本文采用了一种**连续域蚁群优化算法**作为改进的蓝本。以下是这个算法的效果：



3-3 模型特点

目前的研究者大多采用**改进TSP蚁群算法**求解投资组合优化问题。而本文采用的是一种**改进的多元函数极值寻优蚁群算法**。TSP问题和投资组合问题的区别在于，TSP问题的决策空间是**离散**的，而投资组合问题的决策空间则是**连续**的。这就导致在将TSP蚁群算法应用到组合优化问题时，需要对数据类型、信息素积累规则和寻优方式进行一系列改进，造成不必要的麻烦。本文采用的改进的多元函数极值寻优蚁群算法，本身就是一种连续域算法，仅需很小的改动，就能运用于投资组合问题中。

3-4 寻优步骤

1. 初始化蚂蚁。算法会根据信息素，确定每只蚂蚁对应的转移概率。

2. 本文以转移概率作为衡量指标。按照转移概率大小的不同，分别选择局部搜索策略和全局搜索策略。当转移概率较小时，说明当前蚂蚁比较接近最优蚂蚁，采用局部搜索策略；当转移概率较大时，采用全局搜索策略。

3.计算搜索产生的新投资组合的均值和方差，判断新组合和原组合解的帕累托关系，如果新组合优于原组合，则用新组合的投资组合P替代原组合。

4.根据出现的新投资组合，计算本轮信息素。考虑挥发系数Rou，将上轮信息素乘以(1-Rou)，在加上本轮新增信息素，得出迭代至下一轮的信息素向量。

Part 4

研究成果

4-1 股票选取

股票选取的方法是：随机选取一只基金，取持股比例排名前十的股票构成我们的投资组合。我选取的是名为“国泰策略收益灵活配置混合”的基金，它的持股情况如右图：

国泰策略收益灵活配置混合(000199)

股票简称	证券代码	持股比例
招商银行	600036	4.98%
浙江医药	600216	4.30%
中国平安	601318	3.73%
京东方A	000725	3.54%
宁波银行	002142	3.49%
桐昆股份	601233	3.36%
隆基股份	601012	3.24%
牧原股份	002714	2.59%
平安银行	000001	2.49%
复星医药	600196	2.47%

4-2 原始数据

十只股票确定后，收集这些股票近一个月的收盘价数据（左图）；用MATLAB的price2ret函数，可通过收盘价计算股票的收益率（右图）。

变量 - assetTable

assetTable

22x11 table

	1 Time	2 A	3 B	4 C	5 D	6 E	7 F	8 G	9 H	10 I	11 J
1	"2018.3.1"	30.4000	15.5700	68.9300	5.7000	20.6400	25.1400	36.8200	48.7400	12.0400	41.4400
2	"2018.3.2"	30.0300	15.6100	67.6800	5.6000	20.2100	25.0800	35.7700	48.6300	11.9500	40.2100
3	"2018.3.5"	30.1500	16.9100	67.8800	5.5900	19.7000	23.8000	36.0500	46.9900	11.8600	39.9400
4	"2018.3.6"	30.0400	17.5900	69.3200	5.7900	19.8900	24.5000	36.6700	46.1300	12.1000	42.0200
5	"2018.3.7"	30.7700	17.3700	68.7800	5.6700	20.4800	23.4800	36.7600	47.7800	12.0500	41.1100
6	"2018.3.8"	30.9200	17.4600	70.5400	5.7100	20.5800	23.1500	36.2300	47.7600	12.1100	43.0600
7	"2018.3.9"	31.1500	17.6200	70.8900	5.8700	20.2800	23.2900	36.6500	49.6300	12.0900	43.4300
8	"2018.3.1...	30.8400	17.3900	71.1200	6.0600	19.9300	24.3500	37.4100	49.8500	12.0300	43.8500
9	"2018.3.1...	30.7300	16.6200	69.4200	5.9600	19.9200	25.1800	35.7500	50.3600	12.0200	42.9100
10	"2018.3.1...	30.3900	16.7000	68.8200	5.9500	19.7000	24.9800	36.8000	49.0200	11.9200	42.9900
11	"2018.3.1...	30.5200	16.2000	70.4900	5.9500	19.7100	24.7600	36.6400	48.9500	11.7100	43.4700
12	"2018.3.1...	30.1300	16.2200	70.5100	5.7900	19.6700	23.7100	36.0900	49.7200	11.6400	42.6100
13	"2018.3.1...	30.7100	16.0800	73.8100	5.8300	19.8600	23.3600	35.3300	47.3500	11.8300	44.5600
14	"2018.3.2...	30.9900	16.5300	74.0900	5.7600	19.8600	23.4800	34.8100	47.7400	11.8200	46.9900
15	"2018.3.2...	31.2600	15.8600	73.8200	5.7500	20.1100	23.6000	35.8800	47.9000	11.9000	46.0500
16	"2018.3.2...	31.2300	15.6500	72.8800	5.6800	19.6400	23.8200	35.7000	46.7000	11.6600	44.7900
17	"2018.3.2...	30.3100	14.4500	70.3000	5.4600	19.4200	22	34.0300	46.9900	11.3400	44.5900
18	"2018.3.2...	29.1100	15.0200	68.2800	5.4400	18.7700	21.9200	34.0500	46.9700	10.9300	46.4600
19	"2018.3.2...	28.7200	15.5600	68.1600	5.5000	18.1500	21.2600	34.3400	46.9200	10.9400	45.6800
20	"2018.3.2...	28.7000	15.2000	65.4000	5.3400	18.3800	21.1200	33.2800	45.3500	10.8900	43.0400
21	"2018.3.2...	29.3100	15.3900	66.3900	5.3700	19.3500	22.1200	33.7400	45.4800	11.0500	42.0400
22	"2018.3.3...	29.0900	15.1800	65.3100	5.3200	19.0300	22.0500	34.2700	45.2800	10.9000	44.4900

收盘价

变量 - assetRet

assetRet

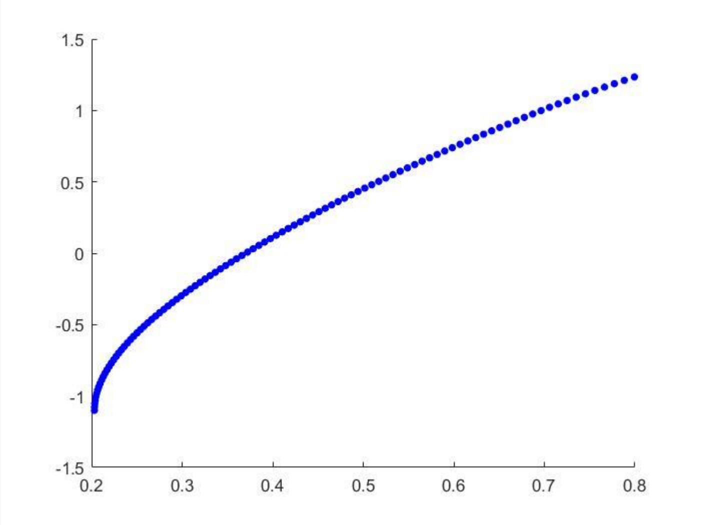
21x10 double

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-0.0122	0.0026	-0.0183	-0.0177	-0.0211	-0.0024	-0.0289	-0.0023	-0.0075	-0.0301
2	0.0040	0.0800	0.0030	-0.0018	-0.0256	-0.0524	0.0078	-0.0343	-0.0076	-0.0067
3	-0.0037	0.0394	0.0210	0.0352	0.0096	0.0290	0.0171	-0.0185	0.0200	0.0508
4	0.0240	-0.0126	-0.0078	-0.0209	0.0292	-0.0425	0.0025	0.0351	-0.0041	-0.0219
5	0.0049	0.0052	0.0253	0.0070	0.0049	-0.0142	-0.0145	-4.1867e-...	0.0050	0.0463
6	0.0074	0.0091	0.0049	0.0276	-0.0147	0.0060	0.0115	0.0384	-0.0017	0.0086
7	-0.0100	-0.0131	0.0032	0.0319	-0.0174	0.0445	0.0205	0.0044	-0.0050	0.0096
8	-0.0036	-0.0453	-0.0242	-0.0166	-5.0188e-...	0.0335	-0.0454	0.0102	-8.3160e-...	-0.0217
9	-0.0111	0.0048	-0.0087	-0.0017	-0.0111	-0.0080	0.0289	-0.0270	-0.0084	0.0019
10	0.0043	-0.0304	0.0240	0	5.0749e-04	-0.0088	-0.0044	-0.0014	-0.0178	0.0111
11	-0.0129	0.0012	2.8369e-04	-0.0273	-0.0020	-0.0433	-0.0151	0.0156	-0.0060	-0.0200
12	0.0191	-0.0087	0.0457	0.0069	0.0096	-0.0149	-0.0213	-0.0488	0.0162	0.0447
13	0.0091	0.0276	0.0038	-0.0121	0	0.0051	-0.0148	0.0082	-8.4567e-...	0.0531
14	0.0087	-0.0414	-0.0037	-0.0017	0.0125	0.0051	0.0303	0.0033	0.0067	-0.0202
15	-9.6015e-...	-0.0133	-0.0128	-0.0122	-0.0236	0.0093	-0.0050	-0.0254	-0.0204	-0.0277
16	-0.0299	-0.0798	-0.0360	-0.0395	-0.0113	-0.0795	-0.0479	0.0062	-0.0278	-0.0045
17	-0.0404	0.0387	-0.0292	-0.0037	-0.0340	-0.0036	5.8754e-04	-4.2571e-...	-0.0368	0.0411
18	-0.0135	0.0353	-0.0018	0.0110	-0.0336	-0.0306	0.0085	-0.0011	9.1449e-04	-0.0169
19	-6.9662e-...	-0.0234	-0.0413	-0.0295	0.0126	-0.0066	-0.0314	-0.0340	-0.0046	-0.0595
20	0.0210	0.0124	0.0150	0.0056	0.0514	0.0463	0.0137	0.0029	0.0146	-0.0235
21	-0.0075	-0.0137	-0.0164	-0.0094	-0.0167	-0.0032	0.0156	-0.0044	-0.0137	0.0566

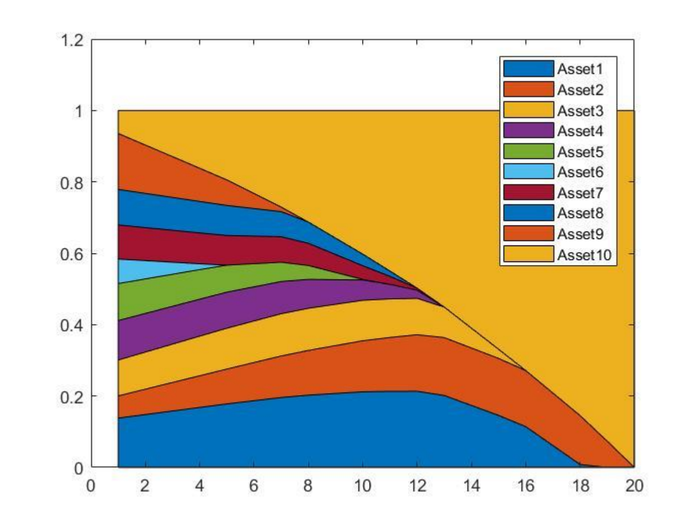
收益率

4-3 Financial Toolbox

MATLAB中的Portfolio类，支持马科维茨投资组合理论的均值-方差分析方法和投资组合有效边界模型。运行南开大学马文辉博士的代码后，我得到了以下的有效前沿和投资比例：



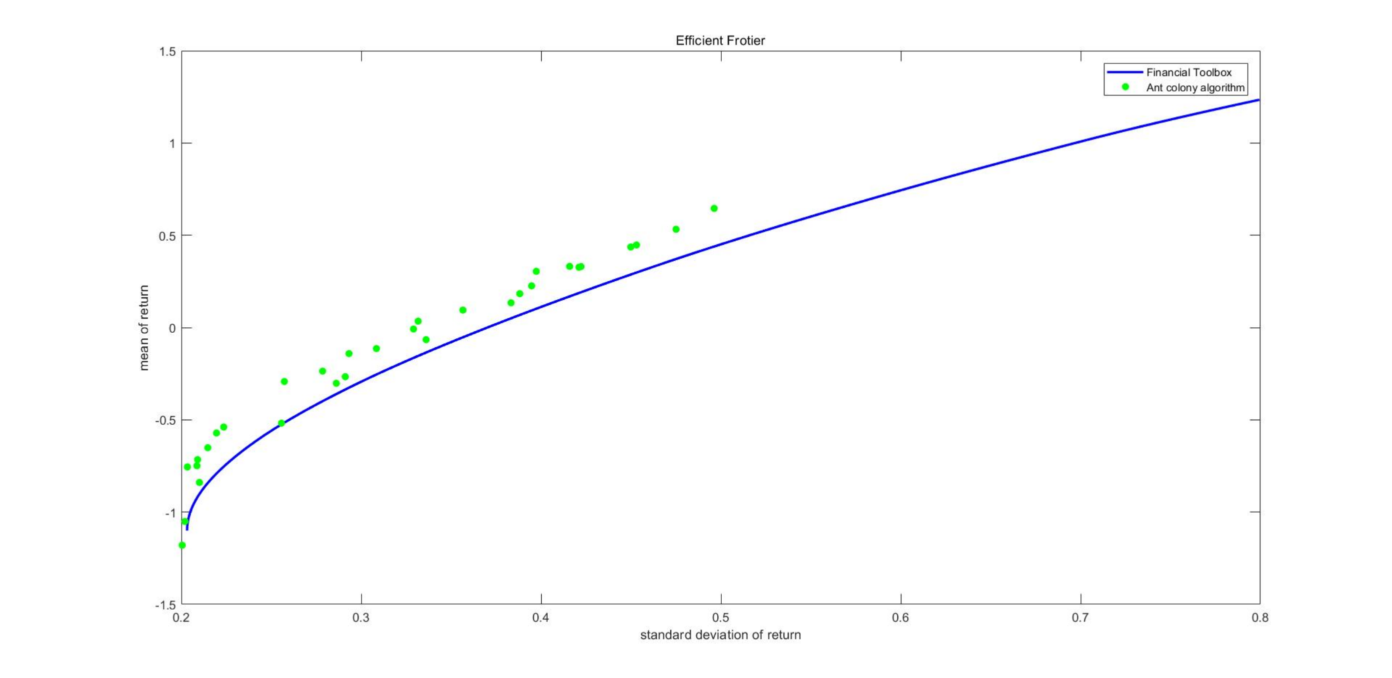
有效前沿



投资比例

4-4 算法结果

从图中可以看出，蚁群算法的解形成了清晰的Pateto有效前沿。而且解的分布范围广，说明该算法具有良好的搜索能力，能保证结果的多样性。



4-5 系数选取

各项系数的设置如下：

变量名	符号	值
股票数量	n	10
蚂蚁数量	Ant	300
迭代次数	Times	80
信息素挥发系数	Rou	0.9
转移概率常数	P0	0.2
衡量收益重要程度的系数	a	1
衡量风险重要程度的系数	b	3

1. **信息素**浓度是协助蚂蚁寻优的关键，本文中信息素浓度设为$Tau = ar - b\sigma$。其中，a是衡量收益重要程度的系数，b是衡量风险重要程度的系数。若a的数值越大，则蚂蚁对收益变化越敏感；若b的数值越大，则蚂蚁对风险变化越敏感。

2. **转移概率常数**是本算法中重要的衡量指标。它决定了算法的寻优方式。通常来说，转移概率常数$P0$越大，进入局部寻优的门槛就越低，收敛速度就越快；$P0$越小，进入局部寻优的门槛就越高，收敛速度就越慢。

北京郵電大學
Beijing University of Posts and Telecommunications

演示完毕 谢谢观看

Research on portfolio optimization problem based on ant colony optimization algorithm

小组成员：罗畅

指导老师：赵新超