Bài 1: BIẾN CỐ VÀ XÁC SUẤT

1.1. Qui tắc cộng, qui tắc nhân.

- ✓ Qui tắc cộng: $n = n_1 + n_2 + ... + n_k$
- ✓ Qui tắc nhân: $n = n_1 \times n_2 \times ... \times n_k$

1.2. Hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp.

1.3. Xác suất $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)}$.

Bài 2: CÔNG THỨC TÍNH XÁC SUẤT

2.1. Công thức cộng xác suất: $P(A+B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Hai biến cố A, B xung khắc:

- ✓ $P(A \cap B) = 0$
- ✓ $P(A+B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Chú ý: Trên đây là công thức cho 2 biến cố, ngoài ra còn có công thức cho 3 biến cố, 4 biến cố,…..

2.2. Xác suất có điều kiện: $P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{n(A \cap B)}{n(B)}$

2.3. Công thức nhân xác suất:

Công thức nhân xác suất: $P(A.B) = P(A \cap B) = P(A|B).P(B) = P(B|A).P(A)$

Hai biến cố A, B độc lập: $P(A.B) = P(A \cap B) = P(A).P(B)$

2.4. Công thức xác suất đầy đủ (toàn phần), công thức Bayes.

Hệ $\{A_1, A_2\}$ đầy đủ. Khi đó:

- ✓ Công thức xác suất đầy đủ: $P(B) = P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2)$

✓ Công thức Bayes: $P(A_i \mid B) = \dfrac{P(B \mid A_i).P(A_i)}{P(B)}, \quad i = 1, 2$.

Chú ý: Trên đây là công thức cho hệ 2 biến cố, ngoài ra còn có hệ 3 biến cố, 4 biến cố,…..

2.5. Công thức Bernulli.

$p_k = C_n^k p^k.(1-p)^{n-k}$: Xác suất biến cố A xảy ra k lần trong n lần thực hiện phép thử.

Trong đó: $P(A) = p$: xác suất xảy ra biến cố A.

Bài 3: BIẾN NGẪU NHIÊN.

<table>
<tr><th>STT</th><th>Biến ngẫu nhiên rời rạc</th><th>Biến ngẫu nhiên liên tục</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Hàm mật độ xác suất
✓ Dạng công thức:
$f(x_i) \ge 0; \quad \sum_{i=1}^{n} f(x_i) = 1; \ f(x_i) = P(X = x_i)$
✓ Dạng bảng:
<table>
<tr><td>X</td><td>x_1</td><td>x_2</td><td>.....</td><td>x_{n-1}</td><td>x_n</td></tr>
<tr><td>p</td><td>p_1</td><td>p_2</td><td>.....</td><td>p_{n-1}</td><td>p_n</td></tr>
</table>
$p_i \ge 0; \quad \sum_{i=1}^{n} p_i = 1; \ p_i = P(X = x_i)$</td><td>Hàm mật độ xác suất
$f(x) \ge 0; \ \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1; \ P(a \le X \le b) = \int_a^b f(x)dx$
$P(X = a) = 0$
$P(a \le X \le b) = P(a < X < b) = P(a \le X < b) = P(a < X \le b)$</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>2</td>
<td>Hàm phân phối xác suất

$F(x)=P(X\le x)=\sum_{x_i\le x} f(x_i)$

$0\le F(x)\le 1$;   Nếu $x\le y$ thì $F(x)\le F(y)$

Tính chất của hàm phân phối xác suất:

a/ $0\le F(x)\le 1$

b/ $F(x)$ không giảm.

c/ $P(a<X\le b)=F(b)-F(a)$</td>
<td>Hàm phân phối xác suất

$F(x)=P(X\le x)=\int_{-\infty}^{x} f(u)du,\ -\infty<x<\infty$

$f(x)=F'(x)$

Tính chất của hàm phân phối xác suất:

a/ $0\le F(x)\le 1$

b/ $F(x)$ không giảm.

c/ $P(a\le X\le b)=F(b)-F(a)$</td>
</tr>
<tr>
<td>3</td>
<td>Trung bình và phương sai

$\mu=E(X)=\sum_{x_i} x_i f(x_i)$

$\sigma^2=V(X)=E(X-\mu)^2=\sum_{x_i}(x_i-\mu)^2 f(x_i)$

$=\sum_{x_i} x_i^2 f(x_i)-\mu^2$</td>
<td>Trung bình và phương sai

$\mu=E(X)=\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$

$\sigma^2=V(X)=\int_{-\infty}^{\infty}(x-\mu)^2 f(x)dx=\int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx-\mu^2$</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td colspan="2">✓ Tính chất của trung bình:

a/ $E(C)=C$, C là hằng số.

b/ $E(aX)=aE(X), a$ là hằng số.</td>
</tr>
</table>

	c/ $E(aX+bY+c)=aE(X)+bE(Y), a,b$ là hằng số. d/ Nếu X,Y độc lập thì $E(XY)=E(X).E(Y)$. ✓ **Tính chất của phương sai:** a/ $\text{Var}(C)=0$, C là hằng số. b/ $\text{Var}(aX)=a^2\text{Var}(X), a$ là hằng số. c/ $\text{Var}(aX+bY+c)=a^2\text{Var}(X)+b^2\text{Var}(Y), a,b$ là hằng số. d/ Nếu X,Y độc lập thì $\text{Var}(X\pm Y)=\text{Var}(X)\pm\text{Var}(Y)$.	
4	**Mode (Yếu vị)** Mode(X) là giá trị của X có khả năng nhận được lớn nhất (giá trị có xác suất xảy ra lớn nhất)	**Mode (Yếu vị)** Mode(X) là giá trị của X làm hàm mật độ xác suất đạt giá trị lớn nhất.
5	**Median (Trung vị)** Median(X) là giá trị của X chia tập dữ liệu ra làm 2 phần bằng nhau. Med(X) $=x_i \Leftrightarrow F(x_{i-1})\le 0.5\le F(x_i)$	**Median (Trung vị)** Median(X) là giá trị của X chia tập dữ liệu ra làm 2 phần bằng nhau. Med(X) $=x_0 \Leftrightarrow P(X\le x_0)=P(X\ge x_0)=0.5 \Leftrightarrow F(x_0)=\int_{-\infty}^{x_0} f(x)dx=0.5$

Bài 4: CÁC PHÂN PHỐI XÁC SUẤT THÔNG DỤNG

4.1. Phân phối Nhị thức $X \sim B(n,p)$: $P(X=k)=C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$, $k=0,1,...,n$

Kỳ vọng và phương sai: $\mu = E(X) = np$; $\sigma^2 = V(X) = np(1-p)$

4.2. Phân phối Poisson $X \sim P(\lambda)$: Hàm mật độ xác suất $f(x) = P(X=x) = \dfrac{e^{-\lambda} \times \lambda^x}{x!}$, $x = 0,1,2,....; \lambda > 0$

λ là số biến cố trung bình xảy ra trên một đơn vị (chiều dài, diện tích, thể tích,…)

Kỳ vọng và phương sai: $E(X) = \lambda$; $\sigma^2 = V(X) = \lambda$

4.3. Phân phối chuẩn $X \sim N(\mu, \sigma^2)$: Hàm mật độ xác suất: $f(x) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$, $-\infty < x < +\infty$

Kỳ vọng và phương sai: $\mu = E(X)$, $-\infty < \mu < \infty$; $\sigma^2 = V(X)$, $\sigma > 0$.

Phân phối chuẩn tắc: Đặt $z = \dfrac{x-\mu}{\sigma}$. Ta có : $Z \sim N(0,1)$. Hàm mật độ xác suất: $f(z) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$, $-\infty < z < +\infty$

Kỳ vọng và phương sai: $\mu = 0,$; $\sigma^2 = 1$.

4.4. Xấp xỉ phân phối nhị thức bởi phân phối Poission:

Nếu $X \sim B(n,p)$ với n khá lớn; p khá bé $(n > 50; p < 0,1)$ thì $X \sim P(\lambda), \lambda = np$.

4.5. Xấp xỉ phân phối nhị thức bởi phân phối Poission:

Nếu $X \sim B(n,p)$ với n khá lớn; p không quá lớn, cũng không quá bé $(np \geq 5; n(1-p) \geq 5)$ thì $X \sim N(np, npq), q = 1-p$.

a/ $P(X=k) \approx \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} f(x_k), x_k = \dfrac{k-\mu}{\sigma}, \mu = np, \sigma = \sqrt{npq}$.

b/ $P\left(k_1 \le X < k_2\right) \approx \varphi\left(\frac{k_2-\mu}{\sigma}\right) - \varphi\left(\frac{k_1-\mu}{\sigma}\right), \mu = np, \sigma = \sqrt{npq}$.

Bài 6: LÝ THUYẾT MẪU.

6.1. Trung bình mẫu.

6.2. Phương sai mẫu.

6.3. Tỉ lệ mẫu.

Bài 7:ƯỚC LƯỢNG THAM SỐ	**Bài 8: KIỂM ĐỊNH GIẢ THUYẾT THỐNG KÊ CHO THAM SỐ MỘT TỔNG THỂ**
Ước lượng khoảng cho trung bình	**Kiểm định giả thuyết thống kê cho trung bình**
Trường hợp 1: Phương sai σ đã biết **Khoảng ước lượng:** $\left(\overline{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}};\overline{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ **Độ chính xác của ước lượng:** $E=z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ **Cỡ mẫu:** $n=\left(\frac{z_{\alpha/2}\times\sigma}{E}\right)^2$ **Trường hợp 2: Phương sai σ chưa biết.** $\bullet n\geq 30:\ \left(\overline{x}-z_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}};\overline{x}+z_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}}\right)$ $\bullet n<30:\ \left(\overline{x}-t_{\alpha/2,n-1}\frac{s}{\sqrt{n}};\overline{x}+t_{\alpha/2,n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right)$	**Giả thuyết** $H_0:\mu=\mu_0$ **Trường hợp 1: Phương sai σ đã biết** **Giá trị kiểm định:** $z_0=\frac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ **Trường hợp 2: Phương sai σ chưa biết.** **Giá trị kiểm định:** $z_0=\frac{\overline{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$

Trường hợp 1 (Phương sai σ đã biết):

Đối giả thuyết H_1	**Điều kiện bác bỏ giả thuyết** H_0
$H_1:\mu\neq\mu_0$	$z_0>z_{\alpha/2}$ **or** $z_0<-z_{\alpha/2}$
$H_1:\mu>\mu_0$	$z_0>z_\alpha$
$H_1:\mu<\mu_0$	$z_0<-z_\alpha$

Trường hợp 2 (Phương sai σ chưa biết):

Đối giả thuyết H_1	**Điều kiện bác bỏ giả thuyết** H_0
$H_1:\mu\neq\mu_0$	$z_0>t_{\alpha/2,n-1}$ **or** $z_0<-t_{\alpha/2,n-1}$
$H_1:\mu>\mu_0$	$z_0>t_{\alpha,n-1}$
$H_1:\mu<\mu_0$	$z_0<-t_{\alpha,n-1}$

<table>
<tr>
<th>Ước lượng khoảng cho tỉ lệ</th>
<th>Kiểm định giả thuyết thống kê cho tỉ lệ</th>
</tr>
<tr>
<td>

Khoảng ước lượng:

$$\left(f - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}; f + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}\right)$$

</td>
<td>

Giả thuyết: $H_0 : p = p_0$

Giá trị kiểm định: $z_0 = \dfrac{f - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}}$, $f = \dfrac{m}{n}$

<table>
<tr><th>Đối giả thuyết H_1</th><th>Điều kiện bác bỏ giả thuyết H_0</th></tr>
<tr><td>$H_1 : p \neq p_0$</td><td>$z_0 > z_{\alpha/2}$ or $z_0 < -z_{\alpha/2}$</td></tr>
<tr><td>$H_1 : p > p_0$</td><td>$z_0 > z_\alpha$</td></tr>
<tr><td>$H_1 : p < p_0$</td><td>$z_0 < -z_\alpha$</td></tr>
</table>

</td>
</tr>
</table>

Bài 9: KIỂM ĐỊNH GIẢ THUYẾT THỐNG KÊ CHO THAM SỐ CỦA HAI TỔNG THỂ

Kiểm định giả thuyết thống kê cho trung bình

Giả thuyết: $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \Delta_0$

Trường hợp 1: **Phương sai σ đã biết**

Giá trị kiểm định: $z_0 = \dfrac{\overline{x_1} - \overline{x_2} - \Delta_0}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}$

Đối giả thuyết H_1	Điều kiện bác bỏ giả thuyết H_0
$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \neq \Delta_0$	$z_0 > z_{\alpha/2}$ **or** $z_0 < -z_{\alpha/2}$
$H_0 : \mu_1 = \mu_2 > \Delta_0$	$z_0 > z_\alpha$
$H_0 : \mu_1 = \mu_2 < \Delta_0$	$z_0 < -z_\alpha$

Trường hợp 2: **Phương sai σ chưa biết.**

- $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma$

Giá trị kiểm định: $t_0 = \dfrac{\overline{x_1} - \overline{x_2} - \Delta_0}{s_p \times \sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}}, s_p^2 = \dfrac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$

Đối giả thuyết H_1	Điều kiện bác bỏ giả thuyết H_0
$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \neq \Delta_0$	$t_0 > t_{\alpha/2, n_1+n_2-2}$ **or** $t_0 < -t_{\alpha/2, n_1+n_2-2}$
$H_0 : \mu_1 = \mu_2 > \Delta_0$	$t_0 > t_{\alpha, n_1+n_2-2}$
$H_0 : \mu_1 = \mu_2 < \Delta_0$	$t_0 < -t_{\alpha, n_1+n_2-2}$

❖ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

Giá trị kiểm định: $t_0 = \dfrac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2 - \Delta_0}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}}, v = \dfrac{\left(\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\dfrac{1}{n_1 - 1}\left(\dfrac{s_1^2}{n_1}\right)^2 + \dfrac{1}{n_2 - 1}\left(\dfrac{s_2^2}{n_2}\right)^2}$

Đối giả thuyết H_1	**Điều kiện bác bỏ giả thuyết** H_0
$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \neq \Delta_0$	$t_0 > t_{\alpha/2,v}$ **or** $t_0 < -t_{\alpha/2,v}$
$H_0 : \mu_1 = \mu_2 > \Delta_0$	$t_0 > t_{\alpha,v}$
$H_0 : \mu_1 = \mu_2 < \Delta_0$	$t_0 < -t_{\alpha,v}$

Kiểm định giả thuyết thống kê cho tỉ lệ

Giả thuyết : $H_0 : p_1 = p_2$

Giá trị kiểm định: $z_0 = \dfrac{p_1 - p_2}{\sqrt{p\left(1 - p\right)\left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)}}, p = \dfrac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$

Đối giả thuyết H_1	**Điều kiện bác bỏ giả thuyết** H_0
$H_1 : p_1 \neq p_2$	$z_0 > z_{\alpha/2}$ **or** $z_0 < -z_{\alpha/2}$
$H_1 : p_1 > p_2$	$z_0 > z_\alpha$
$H_1 : p_1 < p_2$	$z_0 < -z_\alpha$