

2023级高等数学A(1)期末考试试题

1 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x} \right)$

2 确定 a, b , 使 $f(x) = \begin{cases} 2e^x + a, & x < 0 \\ x^2 + bx + 1, & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 可导

3 求曲线 $\begin{cases} x = \cos t + \cos^2 t \\ y = 1 + \sin t \end{cases}$ 上对应于点 $t = \frac{\pi}{4}$ 处的切线斜率

4 利用微分近似计算 $\arctan 1.02$

5 计算 $\int e^{\sqrt{x}} dx$

6 计算 $\int_0^1 \frac{x+2}{\sqrt{2x+1}} dx$

7 求函数 $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 的带拉格朗日余项的 $2n$ 阶麦克劳林展开式

8 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} (1 - \sin 2t)^{\frac{1}{t}} dt}{x^2}$

9 设 $e^{x+y} - xy = 1$, 求 $y''(0)$

10 求曲线段 $x^2 + y^2 = 4$ ($y \geq 0, 0 \leq x \leq 1$) 与直线 $x = 0, x = 1$ 及 x 轴所围图形绕 y 轴旋转一周所成旋转体的体积

11 求方程 $(x^2 - 1)y' + 2xy - \cos x = 0$ 的通解

12 设函数 $y = y(x)$ 满足方程 $y'' - 3y' + 2y = 2e^x$, 且其图形在点 $(0, 1)$ 处与直线 $y = 1 - x$ 相切, 求函数 $y = y(x)$

13 过原点 O 引抛物线 $y = a(x+1)^2 + 3$ (其中 $a > 0$) 的两条切线, 设切点分别为 A, B

(1) 求两条切线 OA, OB 与该抛物线所围面积 $S(a)$

(2) 求 $S(a)$ 的最小值

14 设 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上可导, 上凸, 且 $f(0) = 2f(1) > 0$, 试证明

(1) 方程 $f(2-x) + 2x = 1$ 在 $(0, 1)$ 内至少有一实根

(2) 存在 $\xi \in (1, 2)$ 使得 $f'(2-\xi) + f(1) = 0$