

# 2020级高等数学A(1)期末考试试题

1. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$
2. 设  $x \rightarrow 0$  时,  $\tan x - \sin x$  与  $Ax^n$  是等价无穷小, 求常数  $A$  和  $n$
3. 利用微分计算  $\ln 0.99$  的近似值
4. 计算摆线  $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$  ( $a > 0$ ) —拱 ( $0 \leq t \leq 2\pi$ ) 与  $x$  轴围成的面积
5. 求抛物线  $\Gamma : y = 1 - 2x^2$  与  $x$  轴所围图形绕  $y$  轴旋转一周所得旋转体的体积
6. 求不定积分  $\int \frac{xe^x}{\sqrt{e^x - 2}} dx$
7. 求定积分  $\int_0^{2\pi} e^x \sin x dx$  ( $n$  为正整数)
8. 求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sqrt{(n+1)(n+2)\cdots(2n)}$
9. 设函数  $f(x) = e^{x^2+2x}$ , 求  $f^{(10)}(-1)$
10. 求微分方程  $y'' - 3y' + 2y = xe^{2x}$  的通解
11. 讨论关于未知数  $x$  的方程  $\int_0^{x^2} e^{-\sqrt{t}} dt = ae^{-x}$  的非负实根个数 ( $a$  为实参数)
12. 设  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2 e^{n(x-1)} + ax + b}{1 + e^{n(x-1)}}$ , 讨论该函数的连续性与可导性
13. 长为 6m 的均匀链条自水平桌面上向下滑动, 链条与桌面的摩擦系数  $k = 0.1$ , 假定在运动起始时, 链条自桌上垂下部分已有 1m。试问需多长时间链条才能全部滑过桌面 (最后结果用重力加速度  $g$  表示)
14. 设  $f(x)$  在  $[-1, 1]$  上具有三阶连续导数, 证明存在实数  $\xi \in (-1, 1)$ , 使得
$$\frac{f''(\xi)}{6} = \frac{f(1) - f(-1)}{2} - f'(0)$$