

诚信应考，考试违规将带来严重后果！

## 湖南大学课程考试试卷

课程名称：高等数学 A1；课程编码：ZJ001SX24AI；试卷编号：A；考试时间：120 分钟

姓名：\_\_\_\_\_；学号：\_\_\_\_\_；专业班级：\_\_\_\_\_。

### 一. 计算题I (每题 6 分，共 42 分)

1. 求曲线  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  的渐近线.
2. 求函数  $f(x) = \frac{\tan x}{x}$  的间断点，并判断间断点类型.
3. 求曲线  $\begin{cases} x = \cos \theta, \\ y = 2 \sin \theta \end{cases}$  在  $\theta = \frac{\pi}{4}$  对应的点处的切线方程.
4. 设函数  $y = y(x)$  是由方程  $\int_0^{xy} e^{t^2} dt + ye^x = 2$  所确定的隐函数，求  $dy|_{x=0}$ .
5. 求函数  $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$  的二阶导数  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ .
6. 求函数  $f(x) = \sqrt[3]{x(1-x)^2}$  的极值.
7. 已知函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内可导， $f'(0) = e$ ，且对任意的实数  $x$  和  $y$  满足

$$f(x+y) = e^x f(y) + e^y f(x),$$

求函数  $f(x)$ .

### 二. 计算题II (每题 8 分，共 32 分)

8. 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-\sin x} - \sqrt{1-x}}{x^2 - x \ln(1+x)}$ .
9. 求  $\int \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{x}} dx$ .
10. 计算定积分  $\int_0^1 \frac{\arctan x}{(1+x^2)^2} dx$ .
11. 求二阶微分方程  $y'' + y = \sin 2x$  的通解.

---

三. 应用题(第 12 题 12 分, 第 13 题 8 分, 共 20 分)

12. 设由曲线  $y = \sqrt{x-1}$ , 直线  $y = \frac{1}{2}x$  及  $x$  轴所围成的平面图形为  $D$ .

(1) 求平面图形  $D$  的面积  $A$ ;

(2) 求平面图形  $D$  绕直线  $x = 2$  旋转一周所得旋转体的体积  $V$ .

13. 一个人造地球卫星的质量为 200kg, 在高于地面 630km 处进入轨道. 问把这个卫星从地面送到 630km 的高空处, 克服地球引力要做多少功? 已知重力加速度  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ , 地球半径  $R = 6370 \text{ km}$ .

四. 证明题(6 分)

14. 设函数  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上二阶可导, 且  $f(0) = f(1)$ . 证明: 存在  $\xi \in (0, 1)$ , 使得

$$f''(\xi) = \frac{2f'(\xi)}{1-\xi}.$$