

Homework 3

罗华坤 软件02 2019011799

1 a

2 $n - 1$

3 n

4 $F(h + 2) - 1$, F 为斐波那契函数

证明：一棵树的结点数为 $N(n) = N(n_{left}) + N(n_{right}) + 1$, 其中n为根节点的高度。

而对于平衡树，左右两侧的树高差必然不超过1，因此上式又可改写为

$N(n) = N(n - 1) + N(n - 2) + 1$ 。

由于高度较低时易得平衡树的最小节点数，因此可以推出递推公式为 $N(h) = F(h + 2) - 1$, h 为树的高度。

5 3

6 B

7 A

8 (b) (c)

9 B

10 按照ppt的代码，首先加入0号点，选边依次如下

始顶点号	终顶点号	权值
0	3	1
3	5	4
5	2	2
3	1	5
1	4	3

11

A. 错误，有向图的邻接矩阵可能是对称的，当有向图每个连边的两个节点之间有两条相反的边时，有向图的邻接矩阵与无向图的邻接矩阵相同。

B. 错误，能生成树必先联通，因此先得是一颗联通的无向图。

C. 正确，采用反证法，若存在两个不同的最小生成树 $T_1 = \{e_1, \dots, e_k\}$, $T_2 = \{e'_1, \dots, e'_k\}$

边的权值由小到大排序，取最小的不同边为 e_i, e'_i ，将第一条边加入 T_2 ，则在 T_2 内部必存在一条回路。

这条回路的最大权边一定不是 e_i ，否则说明 T_1 内部存在环路，矛盾。若相同权边则与题干矛盾。

在 T_2 中便可删去最大权边，加入 e_i ，所得权值比 T_2 更小，与 T_2 是最小生成树矛盾。

因此，边权值各不相同的联通图，最小生成树必唯一

12

(1) ADCBABABDABDA

(2) 统计A出现5次，B出现4次，C出现1次，D出现3次。

因此 $WPL = 5 \times 1 + 4 \times 2 + 1 \times 3 + 3 \times 3 = 25$