

第三次编程作业 Report

罗华坤 软件02 2019011799

1 无线广播

思路

根据题意，当距离20km以内的小镇就无法使用同一频段，因此可以将此问题抽象成2染色问题。

即将村庄视为节点，而小于20km的村庄之间连边，判断该图能否2染色。

图的储存采用邻接表的形式

实现方法

具体实现可以采用 *BFS*，逐层上色。为了防止出现多个联通支的情况，对每个未访问过的节点BFS。

若遍历时发现下层节点已被上色而与该层相同，则说明无法2染色。

而若队列为空（*BFS* 用队列实现）成功染色，则说明可以2染色。

时间复杂度

由于BFS过程中，每个节点都被放入队列一次，而遍历其邻接点的复杂度为 $O(|e_i|)$

总时间复杂度为 $T(n) = O(|V|) + \sum_{i=1}^{|V|} O(|e_i|) = O(|V| + |E|)$

2 旅行商

思路

由于要求最长道路经过的村庄数，可以采用拓扑排序的解决。

拓扑排序用于有向无环图中，若 $A \rightarrow B$ ，则拓扑排序后， B 仍在 A 后。

我们可以利用此性质，对于每一个村庄，取上一层村庄路径的最大值加1，不断递归至算法结束。

实现方法

采用邻接表的方式储存，同 **1**。每个节点储存经过该村庄后的最大经过村庄数，入度。

遍历得到入度为0的节点，入队。将相邻节点的入度均减1，该节点的路径取上层路径的最大值加1。

若中间队列为空，则算法结束，输出变量 *length* 储存迄今位置的最大路径长度。

时间复杂度

搜索入度为0的节点时间复杂度为 $O(|V|)$ ，入度减一的次数与边数相当为 $O(|E|)$

总的时间复杂度为 $T(n) = O(|V| + |E|)$

3 平均气温

思路

建树

采用二维 $RangeTree$ 的数据结构, 先对 x 进行归并排序, 构建 $AVLTree$ 。

再在每个节点内部按照 y 构建另一棵树 $yTree$ 。

查找

首先根据 x 查找到两个叶子节点, 再寻找两个结点的公共祖先。

然后从该公共祖先分别向下, 逐层查询 $yTree$, 再 $yTree$ 内用二分查找符合范围的值。

在这个过程中记录气温和 sum 与记录数 cnt , 最后输出 sum/cnt

实现方法

利用书上的代码构建 $AVLTree$, 实现旋转等平衡功能, 然后再在每个非叶节点上递归地构建 $yTree$

接下来查询前首先查找公共祖先, 从公共祖先开始向下逐节点二分查找 $yTree$ 。

输出结果, 后重置便可。

时间复杂度

构建 $yTree$ 过程利用主定理 $T_1(n) = 2T_1(\frac{n}{2}) + O(n) = O(n \log n)$ // $a=1, b=1$, 符合 case 2

而每次查询部分可以理解成 $T_2(n) = 2 * Height_{Tree} * T_{binSearch} = O(\log^2 n)$

此外 $AVLTree$ 的建树耗时同样为 $O(n \log n)$

因此总的时间复杂度为 $T(n) = T_1(n) + m \times T_2(n) = O(n \log n + m \log^2 n)$