前言

总体感觉测量平差这门课还是不是很容易，需要比较深刻的理解概念还要会相关的推导，比如 `<font>`精密度 `精确度` `准确度` `粗值` `观测值` `平差值` 等。

主体内容就是间接平差，条件平差。在这两者基础之上，间接平差参数选择比较多，就出现附有限制条件的间接平差。如果条件平差又有参数，就称作附有参数的条件平差 。然后是误差椭圆，分析误差分布规律的，哪里误差大，哪里误差小。最后为了评定平差结果或者精度的好坏，又有一部分参数检验和假设检验的内容，不过基本都是概率论的内容，比如U检验，T检验等，所以还是需要熟悉一些参数的构造。

第一章

观测误差的分类及其处理

给出误差分类的表达式，粗差、系统误差和偶然误差的定义。

- 系统误差：在相同的观测条件下作一系列的观测，如果误差在大小、符号上表现出系统性，或者在观测过程中按一定的规律变化，或者为某一常数，那么，这种误差称为系统误差。简言之，符合函数规律的误差称为系统误差。
- 偶然误差：在相同的观测条件下作一系列的观测，如果误差在大小和符号上都表现出偶然性，即从单个误差看，该列误差的大小和符号没有规律性，但就大量误差的总体而言，具有一定的统计规律，这种误差称为偶然误差。简言之，符合统计规律的误差称为偶然误差。

误差来源：来源于测量仪器，观测者，外界条件

精度，准确度，精确度

一、基本概念

精密度/精度（Precision）是随机误差的表征，表示观测值与其数学期望的密集或离散程度。$E\left\{\left(L-E(L)\right)^2\right\}$

准确度/准度（Accuracy）是系统误差的表征——表示观测值期望与其真值的密集或离散程度。

$$E\left\{\left(E(L)-X\right)^2\right\}$$

精确度（Mean Square Error, MSE）是总体误差的表征——表示观测值与其真值的密集或离散程度。

$$E\left\{\left(L-X\right)^2\right\}$$

误差传播定律和协因数传播定律

这部分其实很简单，就是将需要计算方差的量与已知协因数阵的量建立联系，然后根据公式求

$$D_{ZY}=KD_{XX}F^T$$

这个公式如果看不懂就没救了，赶紧复习吧。

定权

水准

$$\sigma_{h_{AB}}=\sqrt{n}\sigma_0\;(\sigma_0\text{为每一站的中误差})$$

$$\text{注意：地势平坦时}\sqrt{n}\text{换成}\sqrt{S}$$

同精度观测值的算数平均数的精度？？自己想想

常见的数学模型

1. 间接平差：将观测值的改正数用参数表示出来；方程总数：n；参数个数u=t;自由度f=r=n-t;
2. 条件平差: 根据已知图形的客观条件进行列些方程式；方程总数：r；参数个数u=0;自由度f=r=n-t;
3. 具有参数的条件平差: 以条件方程为主，结合相应选择的参数1进行列写方程；方程总数：r+u；参数个数u<t;自由度f=r=n-t;
4. 附有条件的参数平差:以选择的参数为主，客观条件为辅进行列些方程；方程总数：n+s；参数个数u>t;自由度f=r=n-t;s=u-t;

最小二乘原理

代数角度

$$V^TPV=\min$$

(其中，V为观测值的改正数向量）；

概率角度：结合正态分布的最大似然估计进行求解

条件平差原理

由于观测值个数多于必要观测数，产生了多余观测，因此会有额外的条件进行列立方程式。方程式个数即为多余观测数，r=n-t。

条件方程列立

水准网

有已知水准点的水准网中，必要观测数为未知点数；在没有已知水准点的水准网中，必要观测数为全部网点数减1。

测角网

基本条件：图形条件，圆周条件，极条件（固定角条件，固定边条件）；

- 图形条件：内角和的条件，如三角形内角和为180°等。
- 圆周条件：又称水平条件，即围绕一中心点的各角之和为360°。
- 极条件：从一已知边出发，经过不同路径到达另一已知边，理论上结果应该相同。

测边网

应用场景有大地四边形，中点多边形等；

具体方法：角度闭合法，即由测得的边长结合三角形的正余弦条件，推算出角度与边长的关系，进而求得角度改正数与边长改正数的联系，得到角度改正数方程：

$$V_a = \rho^{''}(V_{S_a} - \cos C V_{S_b} - \cos B V_{S_c})/h_a$$

导线网

对于单一附和导线，要测定一个未知点坐标，必须要测得一条导线边和一个水平角，则若有n-1个未知点，必要观测数t=2（n-1）；总观测值数为n条边长和n+1个水平角共2n+1个，则多余观测恒为3个，故单一附和导线中只有3个条件方程。

精度评定

闭合差的协因数阵？联系向量的协因数阵，改正数的协因数阵，观测值的平差值的谐因数阵，都记得吗？

间接平差原理

点击确定n，t，u。根据集合关系，列出

$$V = B\hat{x} - L$$

勇最小二乘原理求解

$$V^T P V = \min$$

间接平差的重要公式

$$B^T P V = 0$$

$$N_{BB}\hat{x} = W$$

$$\hat{x} = \left(B^T P B\right)^{-1} B^T P L$$

这些公式记得吗？

间接平差重点知识

1：间接平差的计算步骤

2：测方向的三角网模型

3：测角网的函数模型（尤其是反正切的线性化）

观测方程

$$L_i + v_i = \hat{\alpha}_{jk} - \hat{\alpha}_{jh} = \arctan\frac{\hat{Y}_k - \hat{Y}_j}{\hat{X}_k - \hat{X}_j} - \arctan\frac{\hat{Y}_h - \hat{Y}_j}{\hat{X}_h - \hat{X}_j}$$

误差方程

$$\begin{aligned} v_i = \delta\alpha_{jk} - \delta\alpha_{jh} - l_i = {} & \rho''\left[\frac{\Delta Y^0_{jk}}{(S^0_{jk})^2} - \frac{\Delta Y^0_{jh}}{(S^0_{jh})^2}\right]\hat{x}_j - \rho''\left[\frac{\Delta X^0_{jk}}{(S^0_{jk})^2} - \frac{\Delta X^0_{jh}}{(S^0_{jh})^2}\right]\hat{y}_j \\ & - \rho''\frac{\Delta Y^0_{jk}}{(S^0_{jk})^2}\hat{x}_k + \rho''\frac{\Delta X^0_{jk}}{(S^0_{jk})^2}\hat{y}_k + \rho''\frac{\Delta Y^0_{jh}}{(S^0_{jh})^2}\hat{x}_h - \rho''\frac{\Delta X^0_{jh}}{(S^0_{jh})^2}\hat{y}_h - l_i \end{aligned}$$

式中，$l_i = L_i - (\alpha^0_{jk} - \alpha^0_{jh}) = L_i - L^0_i$。

4：测边网的函数模型（根号的正向化）

观测方程

$$L_i+v_i=\sqrt{(\hat{X}_k-\hat{X}_j)^2+(\hat{Y}_k-\hat{Y}_j)^2}$$

误差方程

$$v_i=-\frac{\Delta X^0_{jk}}{S^0_{jk}}\hat{x}_j-\frac{\Delta Y^0_{jk}}{S^0_{jk}}\hat{y}_j+\frac{\Delta X^0_{jk}}{S^0_{jk}}\hat{x}_k+\frac{\Delta Y^0_{jk}}{S^0_{jk}}\hat{y}_k-l_i$$

式中，$l_i=L_i-S^0_{jk}$。

附有参数的条件平差

模型

$$AV+Bx-W=0$$

$$D=\sigma_0^2Q=\sigma_0^2P^{-1}$$

法方程

$$N_{aa}K+B\hat{x}-W=0$$

$$B^TK=0$$

解

$$K=N_{aa}^{-1}\left(W-B\hat{x}\right)$$

$$\hat{x}=N_{bb}^{-1}B^TN_{aa}^{-1}W$$

附有限制条件的间接平差

函数模型

$$V=B\hat{x}-L$$

$$C\hat{x}+W_x=0$$

法方程

$$N_{bb}\hat{x}+C^TK_s-W=0$$

$$C\hat{x}-W_x=0$$

联系向量

$$K_s=N_{cc}^{-1}\left(CN_{bb}^{-1}W+W_x\right)$$

$$N_{cc}=CN_{bb}^{-1}C^T$$

误差椭圆

误差椭圆的三个参数：长半轴，短半轴，长半轴或者短半轴的方向

点位误差曲线：以极大值方向与极小值方向的交点为极点，极大值方向为极轴，以坐标北为起算的角为极角变量，相应方向的中误差为极径变量。最后形成一个封闭曲线

点位方差计算公式

$$\sigma_P^2=\sigma_X^2+\sigma_Y^2$$

任意方向的位差公式

$$\sigma_\varphi^2=\sigma_0^2\left(Q_{xx}\cos^2\varphi+Q_{yy}\sin^2\varphi+Q_{xy}\sin 2\varphi\right)$$

极大值E，极小值F的判断方法

$$\tan 2\varphi_0=\frac{2Q_{xy}}{Q_{xx}-Q_{xy}},\quad (\varphi_0\text{为极值方向})$$

重要的计算公式

$$K=\sqrt{\left(Q_{xx}-Q_{xy}\right)^2+4Q_{xy}^2}$$

$$E^2=\frac{1}{2}\sigma_0^2\left[\left(Q_{xx}+Q_{yy}\right)+K\right]$$

$$F^2=\frac{1}{2}\sigma_0^2\left[\left(Q_{xx}+Q_{yy}\right)-K\right]$$

$$\sigma_p^2=E^2+F^2$$