

第二章 纳什均衡与囚徒困境博弈



1

本章概览

- 2.1 博弈论的基本概念；
- 2.2 囚徒困境博弈；
- 2.3 理性化选择；
- 2.4 纳什均衡与一致预期；
- 2.5 混合战略纳什均衡。

2

2.1 博弈论的基本概念

- 博弈论是分析存在相互依赖情况下理性人如何决策的理论工具。本章我们将正式介绍博弈论的一些基本概念。
- 博弈论的基本概念包括参与人、行动、信息、战略、支付、均衡和结果。

3

博弈论的基本概念（1）

- 参与人 (players): 博弈中决策主体的集合：什么人参与博弈；每个人是什么角色。
- 行动 (actions): 每个人有些什么样行动可以选择；在什么时候行动。
- 信息 (information): 在博弈中的知识；每个人知道些什么（包括特征、行动等）。
- 战略 (strategies): 行动计划；每个人有什么战略可供选择；战略的完备性。

4

博弈论的基本概念（2）

- 支付（**payoffs**）：每个人在不同战略组合下得到些什么；依赖于所有参与人的选择。
- 均衡（**equilibrium**）：所有参与人最优战略的组合。
- 结果（**outcomes**）：我们所感兴趣的东西。

5

博弈的分类

	完全信息	不完全信息
静态博弈	完全信息静态博弈	不完全信息静态博弈
动态博弈	完全信息动态博弈	不完全信息动态博弈

6

静态博弈

- 最简单的博弈：所有参与人同时选择行动，并且只选择一次；
- “同时”是一个信息概念，而不一定与日历上的时间一致；（地球与太阳之间的距离大约是15,000万公里，太阳光照射到地球需要8分多钟；）

7

2.2 囚徒困境博弈

- 囚徒困境：个人理性与集体理性的矛盾
- 囚徒困境的一般形式

8

囚徒困境 (prisoners' dilemma)

囚徒困境

	坦白	不坦白
坦白	-8, -8	0, -10
不坦白	-10, 0	-1, -1

- 无论对方如何选择，每个人的最优选择：坦白。
所以，我们可以预测，结果将是（坦白，坦白）

9

占优均衡

- 一般来说，由于每个参与人的效用依赖于所有人的选择，因此每个人的最优战略也依赖于所有其他人的战略。但在上述例子中，一个人的最优选择并不依赖于他人的选择。这样的最优战略，被称为“占优战略” (dominant strategy)。由所有参与人的占优战略构成的战略组合被称为“占优战略均衡” (dominant-strategy equilibrium)。
- 占优战略均衡的出现只要求所有人都是理性的，但不要求每个参与人知道其他参与人是否理性。
- 囚徒困境博弈有占优均衡，所以其结果很容易预测。

10

个人理性与集体理性的冲突

- “囚徒困境”表明个人理性与集体理性的冲突。
- 这样的例子很多（寡头竞争，军备竞赛，团队生产中的劳动供给，公共产品的供给，等等）
- 许多的制度就是为解决“囚徒困境”而存在的。

11

example

公共产品 (public goods)

	提供	不提供
提供	4, 4	-1, 5
不提供	5, -1	0, 0

- 无论对方如何选择，每个人的最优选择：不提供。
- 所以，我们可以预测，结果将是（不提供，不提供）。

12

公共产品与税收制度

- 比较私人产品与公共产品的不同：使用上排他性；
- 私人产品是自愿购买的，但公共产品可能需要强制购买；
- 税收制度就是保证公共产品的生产，解决公共产品生产上的“囚徒困境”。

13

囚徒困境的一般表示

	合作	不合作
合作	T, T	S, R
不合作	R, S	P, P

满足： $R > T > P > S$; $(S+R) < T+T$

14

用法律解决囚徒困境

	合作	不合作
合作	T, T	S, R-X
不合作	R-X, S	P, P

满足： $X > R-T$

15

2.3 理性化选择

- 理性人不选择坏战略
- 理性共识

16

“智猪博弈”

- 有些博弈没有占优均衡，但通过剔除“坏”战略，我们可以预测博弈的结果。如“智猪博弈”。

	按	等待
按	3, 1	2, 4
等待	7, -1	0, 0

大猪的最优选择依赖于小猪的选择，但小猪的最优选择与大猪的选择无关。如果大猪知道小猪的理性的，大猪将选择“按”。
均衡是“大猪按，小猪等待”。
“劣”战略：无论对方选择什么，如果自己选择A得到的总是收益小于选择B得到的收益，A就是相对于B的劣战略。

17

重复剔除占优均衡

- “重复剔除严格劣战略”(iterated elimination of strictly dominated strategy)的思路：首先找出博弈参与人的劣战略(dominated strategy)，把劣战略剔除后，剩下的是一个不包含已剔除劣战略的新的博弈；然后在剔除这个新的博弈中的劣战略；继续这个过程，直到没有劣战略存在。如果剩下的战略组合是唯一的，这个唯一的战略组合就是“重复剔除占优均衡”。
- 如果这样的解存在，我们说该博弈是“重复剔除占优可解的”。

18

理性共识

(common knowledge of rationality)

- (1)零阶理性 (Zero-order CKR) :
 - 每个人都是理性的，但不知道其他人是否是理性的；
- (2)一阶理性 (first-order CKR) :
 - 每个人是理性的，并且知道其他每个人也都是理性的，但并不知道其他人是否知道自己是理性的；
- (3)二阶理性 (second-order CKR) :
 - (1)+(2)+每个人知道(2)

19

重复剔除与理性共识

- 重复剔除不仅要求每个人是理性的，而且要求每个人知道其他人是理性的，每个人知道每个人知道每个人是理性的，如此等等，即理性是“**共同知识**” (共识)

20

n阶理性

- 我们分析时，一般认为n足够大，可能保证我们往下走。所以，一般情况下不需要考虑几阶理性的问题。我们之所以给出分析，是为了让大家通过例子理解理性的共同知识，并且理性的共同知识很重要，是我们往下走的前提。
- 选择越多，对理性共识的要求越高。

21

好事变坏事？

在单人决策中，个人给定选择在所有情况下的收益都增加，一个人的状况不会变得更坏，但博弈中则不同。

	左	右
上	-1, 3	2, 1
下	0, 2	3, 4

	左	右
上	1, 3	4, 1
下	0, 2	3, 4

22

不能用重复剔除解的博弈

- 许多博弈没有占优均衡，也没有重复剔除的占优均衡。考虑如下博弈：

	C1	C2	C3
R1	0, <u>4</u>	4, 0	5, 3
R2	<u>4</u> , 0	0, <u>4</u>	5, 3
R3	3, 5	3, 5	<u>6</u> , <u>6</u>

23

可理性化的选择

- 不能被重复剔除的战略：或者说，可以被合理的信念(belief)所支持的行为。

24

风险决策

- 输赢的不对称：当人们面临风险决策时，他们更在乎的是成功与失败，赢和输，财富的变化，而不是最终的财富状态；比如说，100元损失导致的效用的减少远远大于100收益导致的效用的增加；
- 人们是损失规避型的(loss aversion)；
- 效用是“禀赋（占有）依存”的。

25

2.4 纳什均衡与一致预期

- 纳什均衡：所有参与人的最优战略的组合：给定该战略中别人的选择，没有人有积极性改变自己的选择。
- 一致预期：基于信念的选择是合理的；支持选择的信念是正确的；
- 混合策略下的纳什均衡。

26

哲学思考

- 如果参与人事前达成一个协议，在不存在外部强制的情况下，每个人都有积极性遵守这个协议，这个协议就是纳什均衡。

27

寻找纳什均衡

	C1	C2	C3
R1	<u>100</u> , 100	0, 0	50, <u>101</u>
R2	50, 0	1, 1	60, 0
R3	0, <u>300</u>	0, 0	<u>200</u> , 200

28

example

纳什均衡举例

- 广告博弈

		企业2	
		策略	
企业1	做广告	4, 4	15, 1
	不做广告	1, 15	10, 10

- 纳什均衡：（做广告，做广告）

29

example

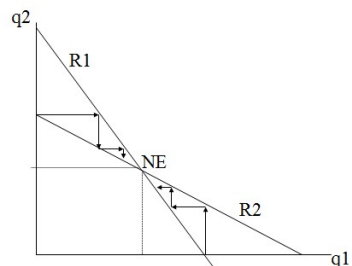
所有权配置与等级结构

- 考虑团队生产：让其中的一个人变成所有者

	工作	偷懒
工作	6, 6	0, 8
偷懒	8, 0	2, 2

30

纳什均衡与学习过程



31

example

双寡头竞争

- 企业最大化利润的一阶条件为：

$$q_1 = R_1(q_2) = \frac{a-c}{2} - \frac{q_2}{2}$$

$$q_2 = R_2(q_1) = \frac{a-c}{2} - \frac{q_1}{2}$$

- 纳什均衡产量： $q_1^{NE} = q_2^{NE} = \frac{a-c}{3}$

- 纳什均衡利润为： $\Pi_1^{NE} = \Pi_2^{NE} = \frac{(a-c)^2}{9}$

32

example

垄断产量和垄断利润

- 垄断企业的目标函数：

$$\Pi_M = QP(Q) - Qc = Q(a - Q - c)$$

- 垄断产量： $Q_M = \frac{a-c}{2}$

- 垄断利润： $\Pi_M = \frac{(a-c)^2}{4}$

33

example

划拳博弈

	老虎	鸡	虫	杠子
老虎	0, 0	1, -1	0, 0	-1, 1
鸡	-1, 1	0, 0	1, -1	0, 0
虫	0, 0	-1, 1	0, 0	1, -1
杠子	1, -1	0, 0	-1, 1	0, 0

34

2.5 混合战略纳什均衡

- 有些博弈没有“纯战略”纳什均衡，但有混合战略纳什均衡，如**监督博弈**。

	偷懒	不偷懒
监督	1, -1	-1, 2
不监督	-2, 3	2, 2

给定工人偷懒，老板的最优选择是监督；给定老板监督，工人的最优选择不偷懒；给定工人不偷懒，老板的最优选择不监督；给定老板不监督，工人的最优选择是偷懒；如此循环。

35

风险与均衡

由于纳什均衡要求理性共识和一致预期，当人们可能犯小小的错误时，纳什均衡不一定被选择。如下面这个博弈中，多数人将选择“下”而不是“上”。

	左	右
上	8, 10	-1000, 9
下	7, 6	6, 5

- 只要B有千分之一的概念错误地选择右，A将选择下；如果B怀疑A怀疑自己可能犯错误，B将选择左。所以，出现的不是纳什均衡。

36

有问题的纳什均衡？

	C1	C2	C3
R1	2, 2	3, 1	0, 2
R2	1, 3	2, 2	3, 2
R3	2, 0	2, 3	2, 2

37