

## 本课程体系结构

- **概述**: 介绍本课程的研究概况和内容
- **随机信号处理基础**: 介绍信号处理概述、随机变量和新的信号处理方法;
- **随机信号分析**: 随机过程、随机信号通过线性系统和非线性系统;

### 1.1 信号分类

确定信号与随机信号 (确定与非确定)

时间连续信号与时间离散信号

模拟信号与数字信号

周期信号与非周期信号

- ◆ 一个信号可以既不是能量型信号, 也不是功率型信号, 但不可能既是能量型信号又是功率型信号。

**【例】** 判断下列信号哪些属于能量型信号, 哪些属于功率型信号。

$$s_1(t) = \begin{cases} A, & 0 < t < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$
$$s_2(t) = A \cos(\omega_0 t + \theta), \quad -\infty < t < \infty$$
$$s_3(t) = \begin{cases} t^{-1/2}, & t \geq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

- **信号检测**: 噪声背景下信号有无的问题, 信号检测基本理论、基本方法;
- **信号估计**: 噪声背景下信号参数估计、波形估计、功率谱估计问题;

### 能量信号与功率信号

把信号  $s(t)$  看作加在  $1\Omega$  电阻上的电流, 或把信号  $s(t)$  看作加在  $1\Omega$  电阻两端的电压。

定义信号的能量为:

$$\text{连续时间信号 } W = E[s(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \|s(t)\|^2 dt$$

$$\text{离散时间信号 } W = E[s(n)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \|s(n)\|^2$$

**解:** 上述三个信号的  $W$  (能量)、 $P$  (功率) 分别可计算为

$$W_1 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T A^2 dt = A^2$$

$$P_1 = 0$$

$$W_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T A^2 \cos(\omega_0 t + \theta) dt = \infty$$

$$P_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T A^2 \cos(\omega_0 t + \theta) dt = \frac{A^2}{2}$$

$$W_3 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T t^{-1/2} dt = \infty$$

$$P_3 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T t^{-1/2} dt = 0$$

## 内容提要

- ✓ 1.1 信号分类;
- ✓ 1.2 信号的频谱分析;
- ✓ 1.3 高频限带信号与窄带信号;
- ✓ 1.4 零中频信号处理技术;

定义信号的功率为:

连续时间信号 (平均功率)

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \|s(t)\|^2 dt$$

离散时间信号 (平均功率)

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N \|s(n)\|^2$$

- ◆ 如果信号的 **能量是有限的**, 则称为 **能量信号**。能量信号的平均功率为零。客观存在的信号大多是 **持续时间有限** 的 **能量型信号**。
- ◆ 如果信号的 **功率是有限的**, 则称为 **功率信号**。一个 **幅度有限的周期信号或随机信号的能量均无限**, 但其功率有限, 称为 **功率型信号**。

因此,

$s_1(t)$  为能量型信号, 某些时间段内瞬时功率和峰值功率在该区间内还是有的

$s_2(t)$  为功率型信号,

$s_3(t)$  既不是能量型信号又不是功率型信号。

## 1.2 信号的频谱分析

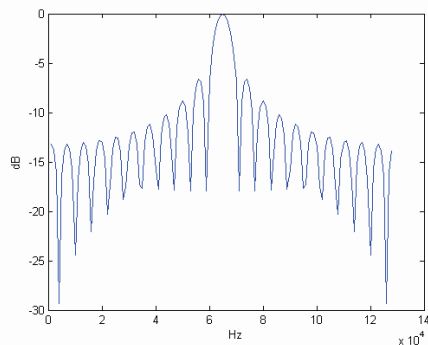
任何能量型信号都可表示成

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt$$

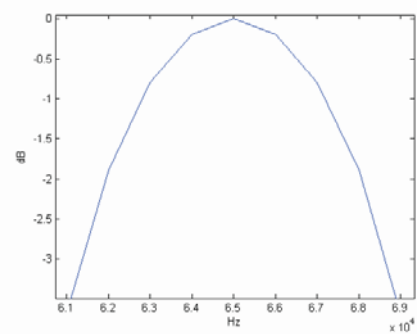
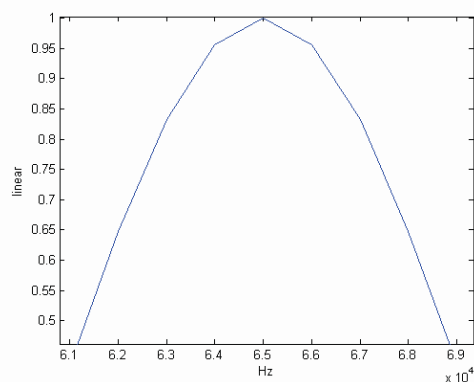
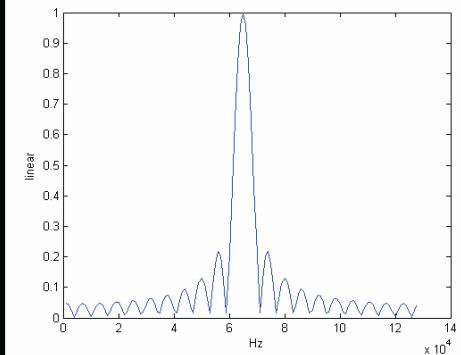
$$s(t) \leftrightarrow S(\omega)$$

一般来说, 信号的频谱是分布在整个频率轴 ( $-\infty \leq \omega \leq \infty$ ) 上的, 尤其是持续时间有限的信号必定如此。



但是在实际应用中, 重要的是这样一类信号, 它们的频谱的主要成分集中于频率轴上某一范围内, 而在这个范围以外的信号频谱分量强度很小, 可以忽略不计。信号频谱主要集中的频率范围用信号的带宽来度量。如果信号频谱在该范围内具有**单峰形状**, 则通常把峰值两侧下降到 **3dB (半功率) 点之间的宽度** 定义为信号的 **3dB 带宽**, 记为  $\Delta\omega = 2\pi\Delta f$ 。

如果信号频谱的主要成分集中在  $\omega = 0$  附近, 这样的信号称为**基带信号** (又称**视频信号**或**低频信号**)。



$$10 \times \log_{10}(0.5) = -3\text{dB}$$

## 1.3 高频限带信号与窄带信号析

**高频限带信号**是指信号频谱主要局限于某一频率  $f \pm f_0$  附近的信号, 该信号可表为

$$s(t) = a_s(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_s(t)] \\ = a_s(t) \cos[2\pi f_0 t + \varphi_s(t)]$$

其中,  $\omega_0 = 2\pi f_0$  称为载波频率, 简称载频。

$a_s(t)$  为限带信号的振幅调制波

$\varphi_s(t)$  为限带信号的相位调制波

在一般情况下, 它们都是时间的函数。在信息传输中, 就用这两部分来携带信息。

**窄带信号**: 如果信号  $s(t)$  频谱的主要成分局限于载频  $f_0$  附近一个很小的范围内, 即信号的带宽  $\Delta f = \Delta\omega / 2\pi$  满足条件

$$\Delta f \ll f_0$$

通信系统、雷达系统等无线电设备个所遇到的信号大部分情况下都属于窄带信号。

**宽带信号**:

$$\Delta f \geq 0.05 f_0$$

宽带信号系统抗干扰性能强, 信息量大

**超宽带信号**:

$$\Delta f \geq 0.2 f_0$$

探地雷达, 冲击雷达等

**上式的变化一: 正交分量表示:**

$$s(t) = a_s(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_s(t)] \\ = \{a_s(t) \cos[\varphi_s(t)]\} \cos(\omega_0 t) - \{a_s(t) \sin[\varphi_s(t)]\} \sin(\omega_0 t) \\ = s_I(t) \cos(\omega_0 t) - s_Q(t) \sin(\omega_0 t)$$

$$s_I(t) = a_s(t) \cos[\varphi_s(t)]$$

其中  $s_Q(t) = a_s(t) \sin[\varphi_s(t)]$ , 是两个正交分量。它们相对载频来说是低频慢变化信号, 携带信息。

## 上式的变化二：窄带信号的复数表示：

$$\begin{aligned}\text{相应的复信号: } \tilde{s}(t) &= \tilde{a}_s(t)e^{j\omega_0 t} \\ &= [s_I(t) + js_Q(t)]e^{j\omega_0 t} \\ &= [s_I(t) + js_Q(t)][\cos(\omega_0 t) + j\sin(\omega_0 t)]\end{aligned}$$

复包络（复调制波）      复载波

$$\text{因而有: } s(t) = \text{Re}[\tilde{s}(t)] = \text{Re}\{\tilde{a}_s(t)e^{j\omega_0 t}\}$$

$$\text{复包络（复调制波）: } \tilde{a}_s(t) = a_s(t)e^{j\varphi_s(t)} = s_I(t) + js_Q(t)$$

$$\text{振幅调制波: } a_s(t) = |\tilde{a}_s(t)| = \sqrt{s_I^2(t) + s_Q^2(t)}$$

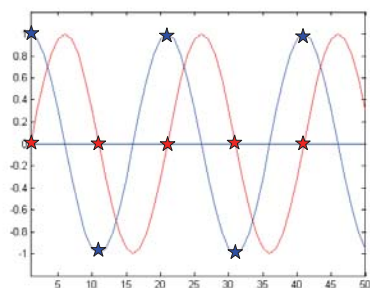
$$\text{相位调制波: } \varphi_s(t) = \arctan \frac{s_Q(t)}{s_I(t)}$$

- 复数表示在理论分析推导时可简化推导过程

## 同相支路

$$\begin{aligned}s(t) \times 2\cos(\omega_0 t) \\ &= 2a_s(t)\cos[\omega_0 t + \varphi_s(t)]\cos(\omega_0 t) \\ &= 2a_s(t)\left\{\frac{1}{2}[1 + \cos(2\omega_0 t)]\cos(\varphi_s(t)) - \frac{1}{2}\sin(2\omega_0 t)\sin(\varphi_s(t))\right\} \\ &= a_s(t)\cos(\varphi_s(t)) + a_s(t)\{\cos(2\omega_0 t)\cos(\varphi_s(t)) - \sin(2\omega_0 t)\sin(\varphi_s(t))\}\end{aligned}$$

$$s_I(t) = a_s(t)\cos(\varphi_s(t))$$



解决采样过程中的盲相问题

## 1.4 零中频处理技术

雷达和通信中，

高频限带信号（接收到）

$$\begin{aligned}s(t) &= a_s(t)\cos[\omega_0 t + \varphi_s(t)] \\ &= s_I(t)\cos(\omega_0 t) - s_Q(t)\sin(\omega_0 t)\end{aligned}$$

高频放大—高放，混频

中频限带信号—中频信号

中放，避免视频放大时的低频噪声

正交双路相位检波器处理

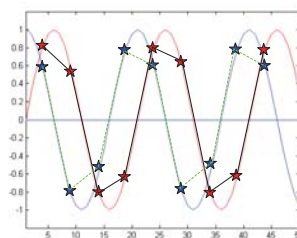
零中频正交视频信号

$$\begin{aligned}s_I(t) &= a_s(t)\cos[\varphi_s(t)] \\ s_Q(t) &= a_s(t)\sin[\varphi_s(t)]\end{aligned}$$

## 正交支路

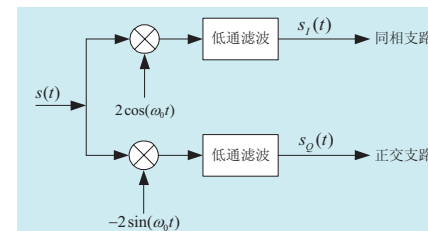
$$\begin{aligned}s(t) \times [-2\sin(\omega_0 t)] \\ &= -2a_s(t)\cos[\omega_0 t + \varphi_s(t)]\sin(\omega_0 t) \\ &= -2a_s(t)\left\{\frac{1}{2}\sin(2\omega_0 t)\cos(\varphi_s(t)) - \frac{1}{2}[1 - \cos(2\omega_0 t)]\sin(\varphi_s(t))\right\} \\ &= a_s(t)\sin(\varphi_s(t)) - a_s(t)\{\sin(2\omega_0 t)\cos(\varphi_s(t)) - \cos(2\omega_0 t)\sin(\varphi_s(t))\}\end{aligned}$$

$$s_I(t) = a_s(t)\sin(\varphi_s(t))$$



一路正弦信号平均功率  $\frac{A^2}{2}$  ; 另一路余弦信号平均功率  $\frac{A^2}{2}$  , 合起来平均功率  $A^2$  , 3dB

零中频处理技术：两个正交视频信号，保留幅度和相位信息，便于后续信号处理

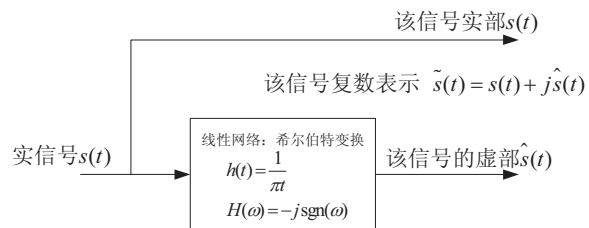


- 1) 复信号是为了理论研究方便而引入的  
E指数要比三角函数分析推导简单
- 2) 雷达中解决盲相
- 3) 3dB增益

在工程中严格意义上的复数是不存在的，  
但我们可以进行构造—正交处理

正交处理：正交解调和希尔伯特变换

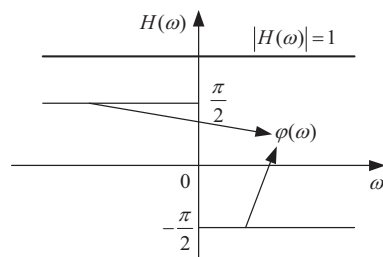
正交处理的另一种方法:



希尔伯特变换 (Hilbert):

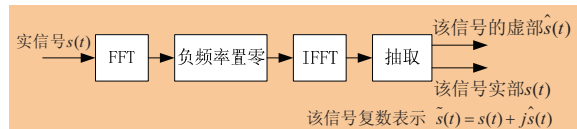
$$\hat{s}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(\tau)}{t - \tau} d\tau$$

$$s(t) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{s}(\tau)}{t - \tau} d\tau$$



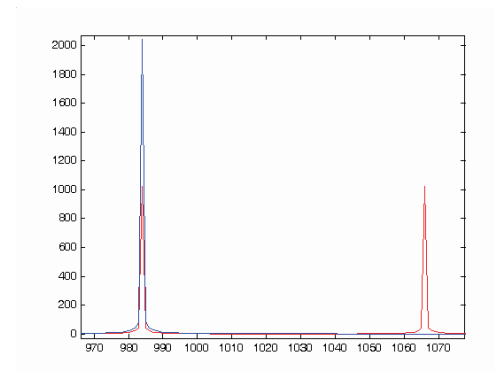
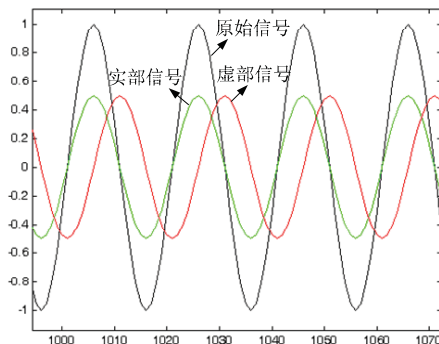
希尔伯特变换为实函数  $s(t)$  与  $\hat{s}(t)$  之间的一种线性变换, 在信号分析中占有重要地位。

希尔伯特正变换在整个正频率内相当于一个滞后  $90^\circ$  的移相器



```
st = sin(2*pi*f0.*t);
stfft = fft(st);
stfft(N/2+1:N) = 0;
xt = ifft(stfft);
xt_real = real(xt);
xt_imag = imag(xt);
```

注意: 解析信号的频谱正频率部分是原信号正频域频谱幅度的两倍, 负频域部分为零。



例: 已知实信号  $s(t) = \cos(\omega_0 t)$ , 求其复信号  $\tilde{s}(t)$

解:

$$\hat{s}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(\omega_0 \tau)}{t - \tau} d\tau = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(t + \tau) \cos(\omega_0 \tau)}{t^2 - \tau^2} d\tau$$

$$\stackrel{\tau=tx, d\tau=tdx}{=} \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos(\omega_0 tx)}{1 - x^2} dx = \sin(\omega_0 t)$$

(一个滞后  $90^\circ$  的移相器)

$$\tilde{s}(t) = s(t) + j\hat{s}(t)$$

$$= \cos(\omega_0 t) + j \sin(\omega_0 t) = e^{j\omega_0 t}$$