

第四章 复合假设检验

内容提要

- ✓ 4.1 概述;
- ✓ 4.2 复合假设检验;
- ✓ 4.3 随机相位信号的检测-非相参检测;
- ✓ 4.4 随机相位信号的最优接收机构成
- ✓ 4.5 随机相位和振幅信号的检测
- ✓ 4.6 随机频率信号的检测
- ✓ 4.7 随机到达时间信号的检测
- ✓ 4.8 随机频率和随机到达时间信号的检测
- ✓ 4.9 相参检测与非相参检测的比较

4.2 复合假设检验

以前假设是简单假设,即认为被检测的信号是确知的,或是存在或是不存在。若信号存在,则信号的有关参量如初相、频率、幅度、到达时间等都是确定值,也就是说观察信号中随机性只是由于干扰的随机性引起的。

然而,在许多实际情况中信号并不确知。

例如雷达的回波信号,不仅是信号有无的问题,而且在有信号存在的情况下,其初相角、幅度、频率、到达时间等参量一般说来也都是未知的,即取值是随机的。

对于这种情况,原则上可以给每个未知参量的所有可能取值规定一个假设。例如,当信号的初相未知时,我们可以规定: H_0 。

该似然比是以随机参量 θ_0 和 θ_1 为条件的。

我们知道,为了实现信号的最佳检测,似然比函数 $\lambda(X|\theta_0, \theta_1)$ 中不应含有随机参量,否则,检测性能会随随机参量的随机变化而变化

$$f(X|H_0) = \int_{(\theta_0)} f(X|\theta_0/H_0)p(\theta_0)d\theta_0$$

$$f(X|H_1) = \int_{(\theta_1)} f(X|\theta_1/H_1)p(\theta_1)d\theta_1$$

构造平均似然比:

4.1 概述

前面假定运载信息的信号在接收机中是已知的。

但实际上,除了噪声干扰引起观察信号的不确定性外,还有信号参量的随机性所引起的附加不确定性。

通常信号参量的随机性是由传输介质,即信道的畸变引起的。在雷达中,目标运动状态的随机变化也是引起信号参量随机性的主要原因,所以即使能够去掉相加性噪声,信号参量的随机性引起的不确定性也是依然存在的,所以有必要研究随机参量信号的检测

本章假设随机参量的先验概率密度函数是已知的,否则就变成更复杂的问题了。在随机参量的密度函数已知的条件下,随机参量信号的检测可以用复合假设检验理论来研究,前面介绍的理

表示无信号;其余假设 $H_i (i=1,2,\dots,M)$ 则表示信号存在,而且分别与相应的初相角 θ_i 对应。这样做的结果是在检测信号存在与否的同时,还估计信号的参量。

在许多实际情况中,假设的估计部分是无关紧要的,即我们只关心信号的有无的判断,并不关心信号存在时所具有的参量。

为了区分于前面介绍的简单假设,称这种含有随机参量的假设为复合假设。

复合假设的检测所采用的准则是贝叶斯准则,是从简单假设检验推广到复合假设检验。

下面介绍参量-相位、频率、幅度、到达时间等随机变化的信号检测。

$$\bar{\lambda}(X) = \frac{\int_{(\theta_1)} f(X|\theta_1/H_1)p(\theta_1)d\theta_1}{\int_{(\theta_0)} f(X|\theta_0/H_0)p(\theta_0)d\theta_0} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \lambda_0$$

对于先验概率密度未知或非随机的未知变量

先求得参量的最大似然估计,

然后用该估计量代替信号的随机参量

再构成广义似然比检验,完成信号的检测

论为简单假设理论。

本章将介绍参量-相位、频率、幅度、到达时间等随机变化的信号检测。

考虑一般二元信号波形检测的问题:

$$\begin{cases} H_1: x(t) = s_0(t, \theta_0) + n(t) \\ H_0: x(t) = s_1(t, \theta_1) + n(t) \end{cases} \quad (0 \leq t \leq T)$$

其中, θ_0 是与假设 H_0 有关的信号的随机参量,先验概率密度为 $p(\theta_0)$; θ_1 是与假设 H_1 有关的信号的随机参量,先验概率密度为 $p(\theta_1)$;

利用贝叶斯准则,构造似然比:

$$\lambda(X|\theta_0, \theta_1) = \frac{f(X|\theta_1/H_1)}{f(X|\theta_0/H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \lambda_0$$

4.3 随机相位信号的检测-非相参检测

常见的随机信号参量为相位,尤其是窄带信号更是如此,其典型的例子是雷达信号。雷达接收的信号,其初相位由目标的距离和运动状态等因素决定,而这些因素是不可预知的。此情况适合于假定相位为随机变量,且在 $(0, 2\pi)$ 区间上均匀分布。

现在的假设为复合假设,我们仍然研究双择一的检测问题。观察是在 $[0, T]$ 时间段上进行,相应两个假设(应该有无数个假设)为:

$$\begin{cases} H_1: x(t) = a_0 s(t) + n(t) = |a_0| e^{j\theta_0} e^{j2\pi f_0(t-\tau)} + n(t) \\ H_0: x(t) = n(t) \end{cases} \quad (0 \leq t \leq T) \quad (4.3.1)$$

其中,

$n(t)$ 是平稳白高斯噪声的复包络

$$E[n(t)] = 0, R(\tau) = E[n(t)n^*(t-\tau)] = 2N_0\delta(\tau);$$

a_0 是信号的复幅度; $a_0 = |a_0|e^{j\theta_0}$

$s(t)$ 是信号的归一化复包络; $\int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt = 1, \frac{1}{2}|a_0|^2 = E$

$\theta_0 = \arg a_0$ 是规定信号的初相位, 随机的, 其先验概率密度函数:

$$p_1(\theta_0) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & 0 \leq \theta_0 \leq 2\pi \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (4.3.2)$$

而信号的其他参量, 如幅度 $|a_0|$ 、频率 f_0 及到达时间 T 是确知的。

利用**相关接收机**中的推导过程, 得相应得似然函数为:

$$f(X/H_0) = F \exp\left(-\frac{1}{2N_0} \int_0^T |x(t)|^2 dt\right), \quad F \text{ 为常数} \quad (4.3.3)$$

$$f(X/H_1) = F \exp\left(-\frac{1}{2N_0} \int_0^T |x(t) - a_0 s(t)|^2 dt\right), \quad F \text{ 为常数} \quad (4.3.4)$$

故**平均似然函数**比为:

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}(X) &= \frac{\int_{H_0} f(X/H_1) p(\theta_0) d\theta_0}{f(X/H_0)} \\ &= \frac{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp\left(-\frac{1}{2N_0} \int_0^T |x(t) - a_0 s(t)|^2 dt\right) d\theta_0}{\exp\left(-\frac{1}{2N_0} \int_0^T |x(t)|^2 dt\right)} \\ &= \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{E}{N_0}\right) \int_0^{2\pi} \exp\left\{\frac{1}{N_0} \left|a_0 \int_0^T x(t)s^*(t)dt\right| \cos(-\theta_0 + \theta)\right\} d\theta_0 \end{aligned} \quad (4.3.5)$$

$$\text{其中假设 } \int_0^T |s(t)|^2 dt = 1, \frac{|a_0|^2}{2} = E, -\theta_0 + \theta = \arg\left[a_0 \int_0^T x(t)s^*(t)dt\right]$$

利用贝塞尔函数中的积分公式

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp\{x \cos(-\theta_0 + \theta)\} d\theta_0 = I_0(|x|) \quad (4.3.6)$$

其中 $I_0(\cdot)$ 为零阶虚宗量贝塞尔函数。此时**平均似然函数**比变成:

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}(X) &= \exp\left(-\frac{E}{N_0}\right) I_0\left(\frac{1}{N_0} \left|a_0 \int_0^T x(t)s^*(t)dt\right|\right) \\ &= \exp\left(-\frac{E}{N_0}\right) I_0\left(\frac{1}{N_0} |a_0| |y| \right) \end{aligned} \quad (4.3.7)$$

$I_0(\cdot)$ 为单调函数, 上式可以等效成:

$$|y| = \left| \int_0^T x(t)s^*(t)dt \right| \begin{matrix} > \lambda'_0 \\ < \lambda'_0 \end{matrix} \quad (4.3.8)$$

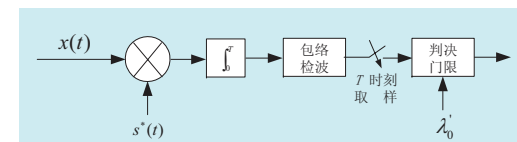
如果门限 λ'_0 (如 $\frac{P(H_0)(C_{10} - C_{00})}{P(H_0)(C_{01} - C_{11})}$) 已经选定, 则 λ'_0 可由下式求得:

$$\exp\left(-\frac{E}{N_0}\right) I_0\left(\frac{|a_0|}{N_0} \lambda'_0\right) = \lambda_0 \quad (4.3.9)$$

在雷达中, 一般采用 N-P 准则, 门限由虚警概率决定。

4.4 随机相位信号的最优接收机构成

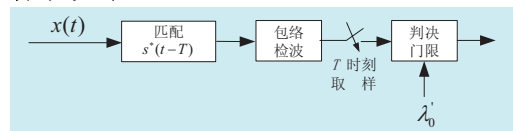
在平稳白高斯噪声干扰下, 随机相位信号的最优接收机构成如下, 它是一个非相参检测系统。



由于信号的初相 θ_0 是随机的, 所以上图中的本地信号 $s^*(t)$ 的相位可任意确定, 不用也无法与信号的初相相关。**包络检波起取绝对值的作用。**

类似前面介绍, 关于匹配滤波器输出响应的讨论, 若选

$t = t_0 = T$, 式 (4.3.8) 右边的相关运算也可以由匹配滤波器完成, 其构成如图。

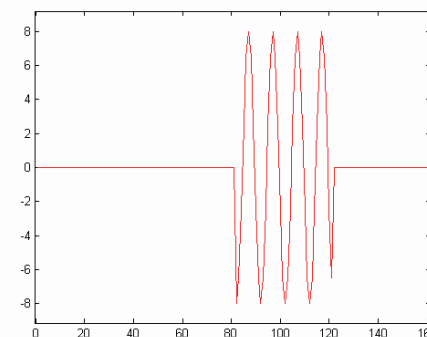


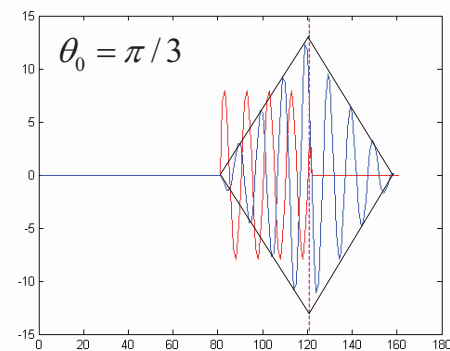
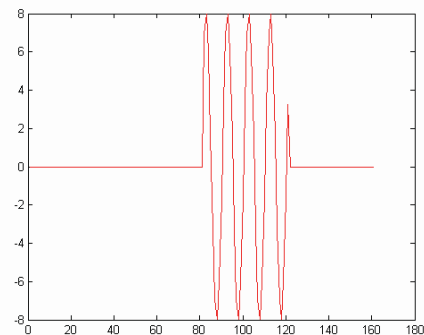
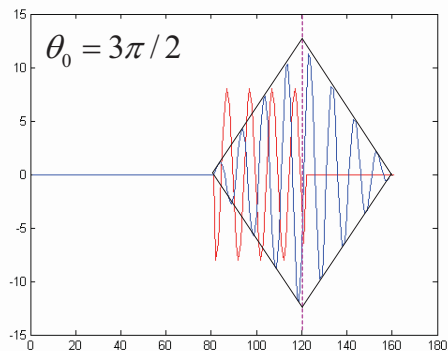
应当指出: 匹配滤波器是与 $s(t)$, 而不是与 $a_0 s(t)$ 匹配。

理由: 是信号的 θ_0 是随机的, 如考虑这一点, 匹配滤波器便无法构成。 $x(t)$ 通过匹配滤波器 $s^*(t-T)$, 由于**初相不匹配**, 故其输出**最大值不一定在 $t = T$ 时刻**, 但经包络检波后,

在 $t = T$ 时刻输出信号的包络值则一定是最大值。

假设有一个脉冲, 脉冲内的为正弦波, 频率为 100Hz, 采样率为 1000Hz, 其初相位随机, 实测数据中该脉冲出现在 82 点 - 121 点之间。检测该脉冲。





4.5 随机相位和振幅信号的检测

无线电通信中，存在信道衰落、多路径效应等因素影响使接收到的信号振幅使随机的。

雷达中，目标是由许多随机散射单元的集合所组成，因此反射的回波振幅本身就是服从瑞利分布的随机变量。

重要假设：尽管信号振幅和相位是随机的，但在一个观测时间 $(0, T)$ 内其取值是不变的。

现在讨论具有随机幅度和相位的信号检测问题。

现在的假设为复合假设，我们仍然研究双择一的检测问题。观察是在 $[0, T]$ 时间段上进行，相应的两个假设为：

$$\begin{cases} H_1: x(t) = a_0 s(t) + n(t) = |a_0| e^{j\theta_0} e^{j2\pi f_0(t-\tau)} + n(t) \\ H_0: x(t) = n(t) \end{cases} \quad (0 \leq t \leq T) \quad (4.5.1)$$

其中，

$n(t)$ 是平稳白高斯噪声的复包络；

$s(t)$ 是信号的归一化复包络； $\int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt = 1$, $\frac{1}{2} |a_0|^2 = E$

$a_0 = |a_0| e^{j\theta_0}$ ：与前面不同的是不仅 a_0 的相位 $\theta_0 = \arg a_0$ 是随机的，而且 $|a_0|$ 也是随机的，并且假定振幅 $|a_0|$ 和相位 θ_0 是统计独立的。由于这是一种最不利的情况，故通常认为这种假设是合理的。

假定它们的先验概率密度分布是已知的， θ_0 仍然是均匀分布：

$$p(\theta_0) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & 0 \leq \theta_0 \leq 2\pi \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (4.5.2)$$

而幅度 $|a_0|$ 假定具有瑞利分布：

$$f_2(|a_0|) = \frac{|a_0|}{\sigma_0^2} \exp\left[-\frac{|a_0|^2}{2\sigma_0^2}\right], \quad |a_0| \geq 0 \quad (4.5.3)$$

式中 $2\sigma_0^2 = E[|a_0|^2]$ 。实际上，这是一种慢瑞利衰落。

对于信号的其他参量，如频率 f_0 及到达时间 τ 是确知的。

平均似然函数比为：

$$\bar{\lambda}(X) = \frac{\int_{|a_0|} \int_{\theta_0} f(X/H_1, \theta_0, |a_0|) p(\theta_0) p(|a_0|) d\theta_0 d|a_0|}{f(X/H_0)} \quad (4.5.4)$$

以 $|a_0|$ 为条件的平均条件似然比 (仿上节式 (4.3.7) 得)：

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}(X|a_0) &= \frac{\int_{\theta_0} f(X/H_1, \theta_0, |a_0|) p(\theta_0) d\theta_0}{f(X/H_0)} \\ &= \exp\left(-\frac{|a_0|^2}{2N_0}\right) I_0\left(\frac{1}{N_0} |a_0| |y|\right) \end{aligned} \quad (4.5.4)$$

其中 \mathcal{Y} 由式 (4.3.8) 给出，

$$|y| = \left| \int_0^T x(t) s^*(t) dt \right|$$

平均似然比为：

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}(X) &= \int_{|a_0|} \bar{\lambda}(X|a_0) p(|a_0|) d|a_0| \\ &= \int_0^{\infty} \frac{|a_0|}{\sigma_0^2} \exp\left[-\frac{|a_0|^2}{2N_0} - \frac{|a_0|^2}{2\sigma_0^2}\right] I_0\left(\frac{1}{N_0} |a_0| |y|\right) d|a_0| \\ &= \frac{N_0}{N_0 + \sigma_0^2} \exp\left[\frac{|y|^2 \sigma_0^2}{2N_0(N_0 + \sigma_0^2)}\right] \end{aligned} \quad (4.5.5)$$

在完成最后一步积分时，利用等式：

$$\int_0^{\infty} I_0(\mu x) e^{-\nu x^2} x dx = \frac{1}{2\nu} e^{\frac{\mu^2}{4\nu}} \quad (4.5.6)$$

从式 (4.5.5) 可以看出，平均似然比 $\bar{\lambda}(X)$ 是 $|y|$ 的单调函数，故判决规则可以等效为：

$$|y| = \left| \int_0^T x(t) s^*(t) dt \right| \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \lambda_0' \quad (4.5.5)$$

如果门限 λ_0 已经选定，则 λ_0' 可由下式求得：

$$\frac{N_0}{N_0 + \sigma_0^2} \exp\left[\frac{(\lambda_0')^2 \sigma_0^2}{2N_0(N_0 + \sigma_0^2)}\right] = \lambda_0 \quad (4.5.8)$$

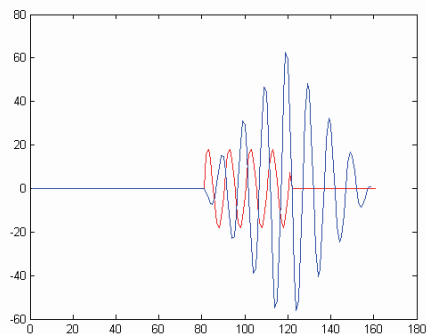
$$\lambda_0' = \left[2N_0 \left(1 + \frac{N_0}{\sigma_0^2} \right) \ln \left(\frac{N_0 + \sigma_0^2}{N_0} \lambda_0 \right) \right]^2 \quad (4.5.9)$$

注意：所以此时最优接收机仍然完成 $|y|$ 的计算，它的构成与随机相位信号检测时的最优接收机相同，如前图。**不同的是门限值改变了。**

直观看，得到这个结果并不意外，而且所得最优接收机的结构与振幅 $|a_0|$ 的先验分布无关。我们可以考查一下上面条件似然比式

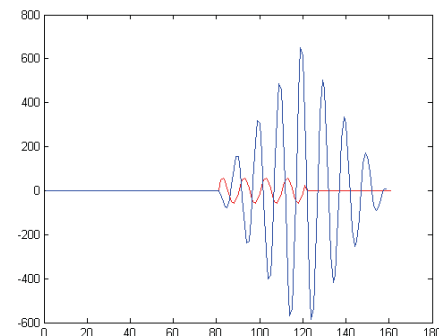
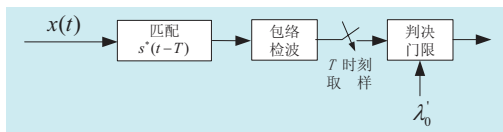
$$\begin{aligned}\bar{\lambda}(X|a_0) &= \frac{\int_{\theta_0} f(X/H_1, |a_0|) p(\theta_0) d\theta_0}{f(X/H_0)} \\ &= \exp\left(-\frac{|a_0|^2}{2N_0}\right) I_0\left(\frac{1}{N_0} |a_0| |y|\right)\end{aligned}\quad (4.5.10)$$

对一任何 $|a_0|$ 值，如果 $|y|$ 最大，则条件似然比也必然最大。



幅度刻度大小不同，门限不同

因此判决规则为：若 $|y|$ 大于某一门限值就选择 H_1 。即使是先验的振幅分布为未知，我们仍然确信统计量 $|y|$ 是最优的。



4.6 随机频率信号的检测

在雷达中，从运动目标发射反射回来的信号，其频率与发射信号的频率相差一个多卜勒频移 $f_d = \frac{2v}{\lambda}$ （其中 v 为目标相对雷达运动的径向速度， λ 为发射微波的波长）。由于 v 是未知的，多卜勒频移 f_d 是一个随机量，背离雷达时 f_d 为负，接近雷达时 f_d 为正。

因此接收机接收的观察信号也是随机的，本节就研究这种信号的最优检测。

假设信号的相位是均匀分布的，信号的幅度及到达时间是已知的，频率是随机变量，其概率密度为 $p(f_d)$ ， $f_l \leq f_d \leq f_h$ ，噪声仍然为平稳白高斯噪声，假定 f_d 、 θ_0 是统计独立的。

观察是在 $[0, T]$ 时间段上进行，相应的两个假设为：

$$\begin{cases} H_1: x(t) = a_0 s(t) e^{j2\pi f_d t} + n(t) \\ H_0: x(t) = n(t) \end{cases} \quad (0 \leq t \leq T)$$

(4.6.1)

$$\begin{cases} H_1: x(t) = |a_0| e^{j\theta_0} e^{j2\pi(f_0 + f_d)(t-\tau)} + n(t) \\ H_0: x(t) = n(t) \end{cases} \quad (0 \leq t \leq T)$$

平均似然函数比为：

$$\bar{\lambda}(X) = \frac{\int_{f_l} \int_{\theta_0} f(X/H_1, \theta_0, f_d) p(\theta_0) p(f_d) d\theta_0 df_d}{f(X/H_0)} \quad \begin{matrix} H_1 \\ > \lambda_0 \\ H_0 \end{matrix}$$

(4.6.2)

以 f_d 为条件的平均条件似然比（仿上节(4.3.7)式得到）

$$\begin{aligned}\bar{\lambda}(X/f_d) &= \frac{\int_{\theta_0} f(X/H_1, f_d) p(\theta_0) d\theta_0}{f(X/H_0)} \\ &= \exp\left(-\frac{E}{N_0}\right) I_0\left(\frac{1}{N_0} |a_0| |y|\right)\end{aligned}\quad (4.6.3)$$

$$\text{式中 } |y| = \left| \int_0^T x(t) s^*(t) e^{j2\pi f_d t} dt \right|,$$

平均似然比为：

$$\bar{\lambda}(X) = \int_{f_l}^{f_h} \bar{\lambda}(X/f_d) p(f_d) df_d \quad (4.6.4)$$

严格求出上式的积分是比较困难的，但只要 $\bar{\lambda}(X/f_d)$ 是 f_d 的连续函数，通常求解上式是有可能的。

现在我们是采用一种合理的近似办法来计算：将 f_l 到 f_h 间的频段上以间隔 Δf_d 分成M等分，即

$$M = \frac{f_h - f_l}{\Delta f_d} \quad (4.6.5)$$

任意间隔上的频率 f_{di} 可以写成

$$f_{di} = f_l + i\Delta f_d, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (4.6.6)$$

于是在每一间隔 Δf_d 上， f_{di} 出现的概率为：

$$P(f_{di}) = p(f_{di}) \Delta f_d \quad (4.6.7)$$

平均似然比式中的积分写成近似离散求和的形式

$$\begin{aligned}\bar{\lambda}(X) &= \sum_{i=1}^M \bar{\lambda}(X / f_{di}) p(f_{di}) \Delta f_d \\ &= \sum_{i=1}^M \bar{\lambda}(X / f_{di}) P(f_{di})\end{aligned}\quad (4.6.8)$$

由此式可见，随机频率信号的最优处理器可由下图形式构成。各路中的匹配滤波器的冲激响应应为

$$|y| = \left| \int_0^T x(t) s^*(t) e^{j2\pi f_d t} dt \right| \quad \text{构造}$$

如果振幅具有瑞利衰落的情况。我们作与前面同样的假设，但振幅 $|a_0|$ 除外。现在假定在观察时间 $[0, T]$ 内，信号的幅度 $|a_0|$ 式随机变化的，并且假定它是瑞利分布如式(4.5.3)。

$$f_2(|a_0|) = \frac{|a_0|}{\sigma_0^2} \exp\left[-\frac{|a_0|^2}{2\sigma_0^2}\right], \quad |a_0| \geq 0$$

至此，对于给定的 f_d ，根据式(4.5.5)，可得 f_d 为条件的条件似然比

$$\bar{\lambda}(X / f_d) = \frac{N_0}{N_0 + \sigma_0^2} \exp\left[-\frac{|y|^2 \sigma_0^2}{2N_0(N_0 + \sigma_0^2)}\right] \quad (4.6.10)$$

此时，式中 $|y|$ 为

$$h_i(t) = s^*(T-t) e^{-j2\pi f_{di}(T-t)} \quad (4.6.8)$$

$$|y| = \left| \int_0^T x(t) s^*(t) e^{j2\pi f_d t} dt \right| \quad (4.6.11)$$

与前面的处理相似，平均似然比

$$\bar{\lambda}(X) = \int_{f_l}^{f_h} \bar{\lambda}(X / f_d) p(f_d) df_d \quad (4.6.12)$$

仿式(4.6.8)用离散值求和近似代替上式的积分得

$$\bar{\lambda}(X) = \sum_{i=1}^M \bar{\lambda}(X / f_{di}) P(f_{di}) = \frac{N_0}{N_0 + \sigma_0^2} \sum_{i=1}^M \exp\left[-\frac{|y_i|^2 \sigma_0^2}{2N_0(N_0 + \sigma_0^2)}\right] P(f_{di}) \quad (4.6.13)$$

式中符号含义同前。根据这个公式，接收机构成如下图。

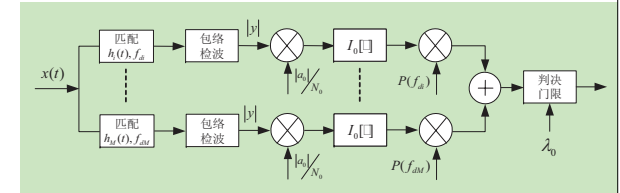


图 4.6.1 随机频率、相位而振幅恒定的信号最优接收机

$$\begin{aligned}\bar{\lambda}(X) &= \sum_{i=1}^M \bar{\lambda}(X / f_{di}) p(f_{di}) \Delta f_d \\ &= \sum_{i=1}^M \bar{\lambda}(X / f_{di}) P(f_{di}) >_{H_0} \lambda_0 \\ \bar{\lambda}(X / f_d) &= \frac{\int_{\theta_0} f(X / H_1, f_d) p(\theta_0) d\theta_0}{f(X / H_0)} \\ &= \exp\left(-\frac{E}{N_0}\right) I_0\left(\frac{|a_0|}{N_0} |y|\right)\end{aligned}$$

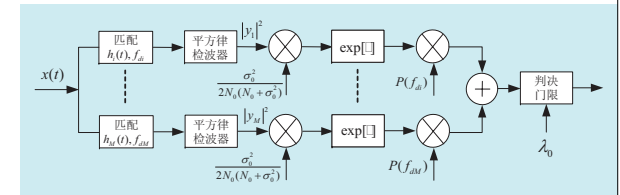


图 4.6.2 频率、相位和振幅均随机的信号最优接收机

4.7 随机到达时间信号的检测

上面研究的问题，都限于信号的到达时间为已知的情況。当信号在时间到达时间未知时，可以类似按随机频率信号检测来处理。

当采用双择一复合假设检验时，假设为

$$\begin{cases} H_1: x(t) = a_0 s(t-\tau) + n(t) \\ H_0: x(t) = n(t) \end{cases} \quad (\tau \leq t \leq T+\tau) \quad (4.7.1)$$

$$\begin{cases} H_1: x(t) = |a_0| e^{j\theta_0} e^{j2\pi(f_0 + f_d)(t-\tau)} + n(t) \\ H_0: x(t) = n(t) \end{cases} \quad (0 \leq t \leq T) \quad (4.7.2)$$

到达时间 τ 的概率密度定义在 $0 \leq t \leq \tau_m$ 区间， $\theta_0 = \arg a_0$

为均匀分布， f_d 和 $|a_0|$ 恒定为已知，

以 τ 为条件的条件似然比

$$\bar{\lambda}(X / \tau) = \exp\left(-\frac{E}{N_0}\right) I_0\left(\frac{|a_0|}{N_0} |y(\tau+T)|\right) \quad (4.7.2)$$

式中

$$|y(\tau+T)| = \left| \int_{\tau}^{\tau+T} x(t) s^*(T-\tau) dt \right| \quad (4.7.3)$$

故平均似然比

$$\begin{aligned}\bar{\lambda}(X) &= \int_0^{\tau_m} \bar{\lambda}(X / \tau) p(\tau) d\tau \\ &= \int_0^{\tau_m} \exp\left(-\frac{E}{N_0}\right) I_0\left(\frac{|a_0|}{N_0} |y(\tau+T)|\right) p(\tau) d\tau \\ &= \int_0^{\tau+T} \exp\left(-\frac{E}{N_0}\right) I_0\left(\frac{|a_0|}{N_0} |y(u)|\right) p(u-T) du\end{aligned} \quad (4.7.4)$$

由此式所得的接收机如下图

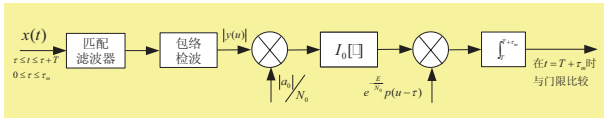


图 4.7.1

也可得到与随机频率情况相似的接收机框图。设随机到达时间被量化为一组等概率的离散延时 $\tau_i, i=1,2,\dots,m$ 。则接收机可按下图组成。

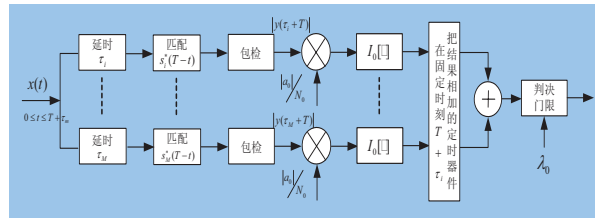


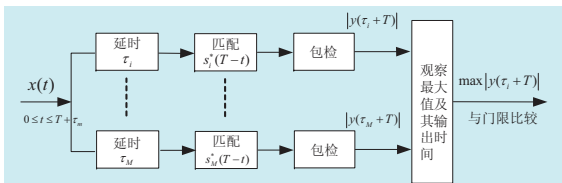
图 4.7.2 离散随机到达时间信号最优接收机的一种实现

我们也可以采用 M 择一的备择假设的方法，来确定信号的存在。如果信号存在，便确定出它的到达时间（这是 τ 的估计问题）。M 元假设为：

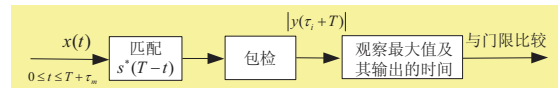
$$\begin{cases} H_0 : x(t) = n(t) \\ H_1 : x(t) = a_0 s(t - \tau_1) + n(t) \\ H_2 : x(t) = a_0 s(t - \tau_2) + n(t) \\ \vdots \\ H_M : x(t) = a_0 s(t - \tau_M) + n(t) \end{cases} \quad (0 \leq t \leq T + \tau_M)$$

对于信号 $a_0 s(t), 0 \leq t \leq T$ 和等概率到达时间的情况，接收机可以这样实现：首先选择上图所示包络检波输出

$|y(\tau_i + T)|$ 的最大值，然后将该值与门限相比较，若小于门限，选择 H_0 ，否则选择对应 $|y(\tau_i + T)|$ 的假设 H_i ，为下图。



由于上述方案比较复杂，考虑到匹配滤波器对时间的适应性，即信号到达时间延时 τ ，则匹配滤波器的输出信号峰值也相应地延时 τ 。可把上面多通道系统简化为单通道系统，如下图。



对于信号幅度呈瑞利衰落的情况，可得到同样结果，只是门限有所不同。

4.8 随机频率和随机到达时间信号的检测

这种情况和前面所述的情况相似，这里就简单介绍一下其检测的步骤。应用离散频率及到达时间的 M 择一的备择假设检验的方法，假设为

$$\begin{cases} H_0 : x(t) = n(t) \\ H_{ij} : x(t) = a_0 s(t - \tau_i) e^{-j2\pi f_{dj} t} + n(t) \end{cases} \quad (0 \leq t \leq T + \tau_m)$$

$$0 \leq \tau \leq \tau_m, \quad f_{d1} \leq f_{dj} \leq f_{dM}$$

其中信号区间 $x(t), 0 \leq t \leq T$ 。假设频率和到达时间被量化，并且都是均匀分布和统计独立的，

则条件似然比

$$\bar{\lambda}(X / \tau_i, f_{dj}) = \exp\left(-\frac{E}{N_0}\right) I_0\left(\frac{|a_0|}{N_0} |y_j(\tau_i + T)|\right) \quad (4.8.1)$$

式中

$$|y_j(\tau_i + T)| = \left| \int_{\tau_i}^{T+\tau_i} x(t) s^*(t - \tau_i) e^{j2\pi f_{dj} t} dt \right| \quad (4.8.2)$$

考虑到匹配滤波器对信号时延的适应性，相应接收机为：

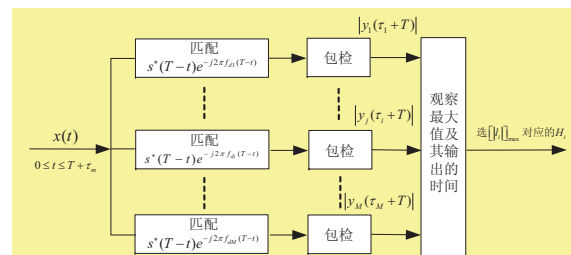


图 4.8.1 既检测信号又估计频率和时延的最优接收机

4.9 相参检测与非相参检测的比较

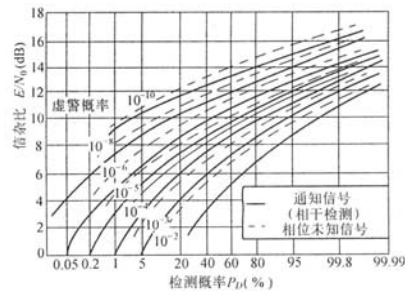
相参检测: 利用信号相位知识的检测是信号的相参检测。在理想的相参检测系统中，利用信号的初相位知识体现为在接收端对于可能收到的信号能够精确地重现高频相位。

组成: 最优相参检测系统是由一个计算相关积分地相关器和匹配滤波器加上一个门限比较器组成。



非相参检测: 由于得不到信号相位的知识, 从而不能利用它, 或者虽然具有信号的相位知识, 但不去利用它, 这种检测方法是非相参检测。

组成: 最优非相参检测系统是由一个除相位外匹配信号的匹配滤波器, 包络检波器和一个门限比较器组成



对于几种不同的 P_f 值绘出的 $P_D \propto E/N_0$ 曲线如图。

在 $P_f > 10^{-10}$ 的情况下, 对于给定的 P_D 和 P_f 值, 进行相参检测所要求的输入信噪比进行非相参检测时的小;

最优相参检测系统的性能 由检测确知信号的错误概率或检测概率来表示;

最优非相参检测系统的性能 则由检测只有随机相位信号的错误概率或检测概率表示。为了便于比较, 将列出如下:

相参检测:

$$P_f = P(D_1 / H_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{V_T}{\sqrt{2E N_0}}}^{\infty} e^{-t^2} dt = 1 - \phi\left(\frac{V_T}{\sqrt{2E N_0}}\right)$$

$$P_D = P(D_1 / H_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{V_T}{\sqrt{2E N_0}}}^{\infty} \sqrt{\frac{2E}{N_0}} e^{-t^2} dt = 1 - \phi\left(\frac{V_T}{\sqrt{2E N_0}} - \sqrt{\frac{2E}{N_0}}\right)$$

非相参检测:

$$P_f = P(D_1 / H_0) = e^{-\frac{\lambda_0^2}{2N_0}}$$

在 $P_f < 10^{-10}$ 的情况下, 对于给定的 P_D 和 P_f 值, 相参检测与非相参检测所要求的输入信噪比几乎相同。

换言之, 在**小信噪比**的情况下, 相参检测系统的工作特性要比非相参检测系统好得多;

而在**大信噪比**情况下, 两者性能相差不多, 即相位的未知性在检测中不起主要作用, 检测中不考虑相位引起得损失也关系不大。

$$P_D = P(D_1 / H_1) = \int_{\ln P_f}^{\infty} e^{-x-\rho} I_0(2\sqrt{\rho x}) dx$$

式中 $x = \frac{|y|^2}{2N_0}, \rho = \frac{E}{N_0}$

将相参检测系统与非相参检测系统相比, 可得出如下结论:

- 1、对于给定信噪比, 非相参检测时, 检测概率要比相参检测时差;
- 2、在一定的范围内, 对于给定的检测概率, 两种检测所需的信号比仅差 1dB;
- 3、当 $P_f \leq 10^{-2}$, $P_D \geq 0.9$ 时, 即大信噪比 (小错误概率) 时, 非相参检测与相参检测所需信号能量大致相同;
- 4、非相参检测性能变坏是由于检波输出噪声强度增加的缘故。噪声分布由高斯分布变为瑞利分布, 瑞利分布使“大”的噪声“尖头”起伏有较大的出现概率, 从而虚警增加使非相参检测系统性能变坏。