

要点:

内容 (n 走向无穷大)

1. 极限: 无限接近

① $(\varepsilon-N)$ 数列极限

概念: 对 $\forall \varepsilon > 0, \exists N > 0$, 若 $n > N$ 时
(任意性)

Notes:

$$\textcircled{1} x \rightarrow a \begin{cases} x \neq a \\ x \rightarrow a^- \\ x \rightarrow a^+ \end{cases}$$

$$|a_n - A| < \varepsilon \text{ (因为任意, 所以 } \varepsilon \text{ 代表无限接近)}$$

② $\frac{1}{x-a} f(x)$ 与 $f(a)$ 无关

③ $0 < x-a < \delta$ $x-a$ 叫空心邻域

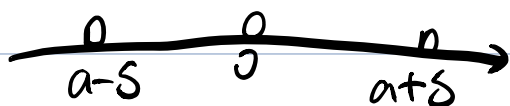
(x 与 a 的距离大于 0)

(δ 反映 x 与 a 有-定距离)

(区间无限接近) (任意性)

(表示空心邻域)

④ case 2: $(\varepsilon-\delta)$ 对 $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$ 当 $0 < x-a < \delta$



$$|f(x) - A| < \varepsilon, \text{ 表示无限接近 } A$$

Notes:

① $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \triangleq f(a-\Delta)$ (如果 x 从 a 的左边无限趋近于 a ($a \neq x$),

如果有一个无限接近的值, 它就叫左极限)

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \triangleq f(a+\Delta)$$

如果右侧无限接近 a , 这时候无限接近的值
($x \neq a$)

叫右极限

极限存在

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) \exists \iff f(a-0) \text{ 和 } f(a+0)$$

\in , 且相等

② $f(x)$ 最好含 $\frac{1}{x^2}$ 或 $\frac{1}{6x}$

当 $x \rightarrow b$ 时, 分左右.

→ (自变量走向无穷大)

Case 3: $(\varepsilon - x) \begin{cases} x \rightarrow \infty \\ x \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow -\infty \end{cases}$, $\forall \varepsilon > 0, \exists X > 0$,
当 $x > X$ 有 $|f(x) - A| < \varepsilon$

(当 x 越大, $f(x)$ 与 A 越来越接近)

则 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$

不考虑符号, 即最小

2. 无穷小: 计算 $\alpha(x) \rightarrow 0$ 和
 $\alpha(x)$ 当 $x \rightarrow a$ 时为无穷小.

以零为极限就是无穷小

无穷小向 0 有速度上的不同

Case 1: $\alpha' \frac{\beta}{\alpha} = 0$ $\beta = o(\alpha)$ (β 为高阶无穷小)
(β 向零跑得快)

(同是次, 但有快) (非零非无穷)

Case 2: $\alpha' \frac{\beta}{\alpha} = k (\neq 0, \infty)$ $\beta = O(\alpha)$
 β 是 α 的同阶无穷小

特别的 $\alpha' \frac{\beta}{\alpha} = 1$, $\alpha \sim \beta$ (α 等价于 β)