

习题课 1

罗雁天

March 11, 2019

1. 考虑医疗诊断问题，假设对于某种疾病，诊断的正确率为 p 。也就是说，如果就诊者确实患有该病，则医生能够以概率 p 做出准确诊断；如果就诊者实际没有患该病，医生做出正确判断的概率也是 p 。假设疾病自身的发病率是 q 。现已知某就诊者被医生诊断为患病，则其实际患该病的概率是多少？从中能得到什么结论呢？
2. (匹配问题) n 个人随机地选取帽子，试问至少有一人戴上了自己帽子的概率是多少。
3. (匹配问题 2) 10 对夫妇坐一圈，计算所有的妻子都不坐在她丈夫旁边的概率
4. 重新考虑匹配问题。 n 个人随机地选取帽子，试问恰好有 k 人戴上了自己帽子的概率是多少。
5. 某罪犯在犯罪现场留下了一些 DNA，法医研究后注意到能够辨认的只有 5 对，而且每个无罪的人，与这 5 对相匹配的概率为 10^{-5} ，律师认为罪犯就是该城镇 1 000 000 个居民之一。在过去 10 年内，该城镇有 10000 人刑满释放，他们的 DNA 资料都记录在案，律师认为这 10000 个有犯罪前科的人犯此罪的概率为 α ，而其余 990000 个居民中每个人犯此罪的概率为 β ，其中 $\alpha = c\beta$ 。(即他认为最近 10 年内释放的有犯罪前科的人作案的可能性是其他人的 c 倍。) 将 DNA 分析结果同这 10000 个有犯罪前科的人的数据文档对比后，发现只有 AJ 琼斯的 DNA 符合。假设律师关于 α 和 β 的关系是准确的，AJ 作案的可能性有多大？
6. (选择题设置选项问题) 考试题目中有一道选择题，学生会做的概率是 p 。如果会做，那么做对的概率为 q ，如果不会做，那么学生将会在 n 个答案中随机选取。假如判卷时发现某学生给出的答案是正确的，那么该生的确会做这道题的概率是多少呢？从中可以得到什么结论呢？
7. 有 3 个付费公用电话，每次打电话需投币 1 元，但是投币后，A 电话始终正常工作，B 电话无法正常工作，C 电话以 $1/2$ 的概率正常工作。三部电话都不会退币。如果你只有 2 元，那么采用什么样的策略，能够让你成功打出电话的概率尽可能大呢？此时打通电话的概率为多少？