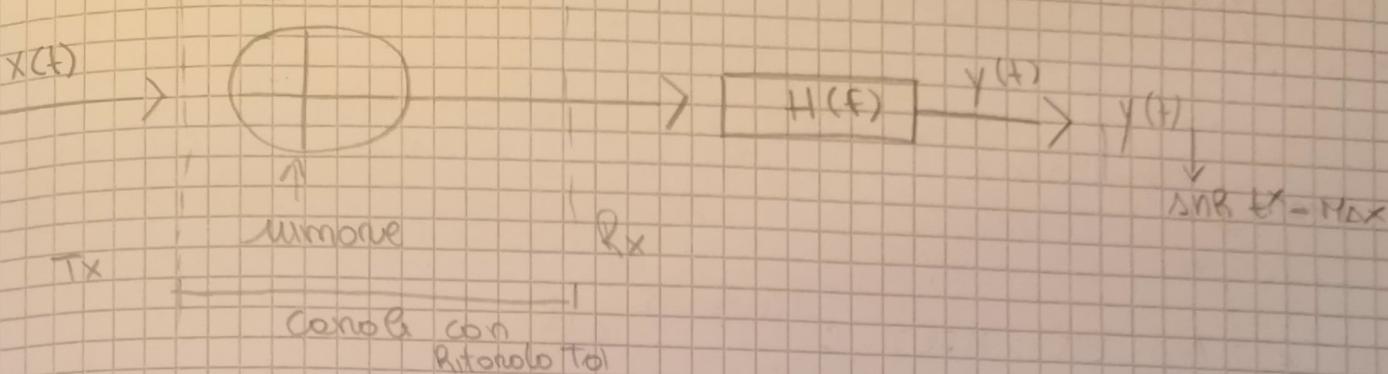


10/11/2020

Ricevitore ottimo

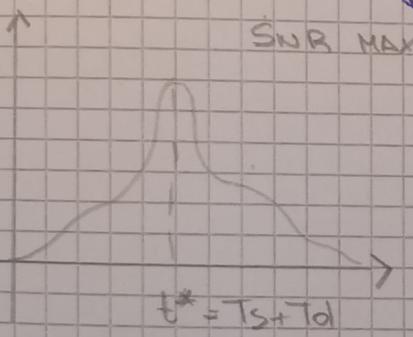


Segnale utile $x(t) = A_p P(t - T_s)$

incognite che dipendono dal sistema

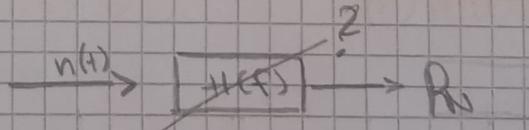
Il ricevitore ottimo deve, anche in presenza di rumore e distorsione, estrarre il segnale.

Progetta Rx in modo tale che in tutti i multipli interi dell'istante di comparsa l'SNR sia massimo



Poiché si chiede che il SNR sia massimo solo in kT^* allora si assume che è solo istante utile è quello di comparsa e i suoi multipli interi perché quello che succede tra un kT^* e il $k+1T^*$ successivo non mi interessa, il segnale può perciò essere anche distorto tra i vari kT^* .

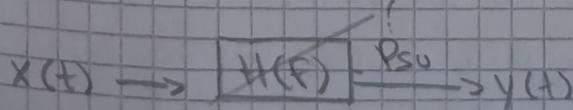
$$\text{SNR} = \frac{P_{\text{su}}}{P_N}$$



P_N = potenza rumore $\Rightarrow n(t)$ che non conosco per nessun istante di tempo, conosco però la sua densità spettrale

$$\tilde{C}_{nn}(f) = C_{nn}(f) \cdot |H(f)|^2$$

$$P(n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{C}_{nn}(f) df = \int_{-\infty}^{+\infty} C_{nn}(f) \cdot |H(f)|^2 df$$



$$P_{\text{su}} = |A|^2$$

$$A = y(t) / \sqrt{T^*} = x(t) * h(t)$$

$$Y_{su}(f) = x(f) \cdot h(f)$$

$$= \left[\int_{-\infty}^{\infty} x(f) \cdot h(f) e^{j2\pi f t} df \right]_{T_x}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} A_p \cdot P(f) e^{-j2\pi f T_s} \cdot H(f) e^{j2\pi f T_s} \cdot e^{j2\pi f t} df$$

$$\text{SNR: } \frac{|A|^2}{P_N} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} A_p \cdot P(f) \cdot H(f) e^{j2\pi f T_s} df}{\int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df}$$

$$|H(f)| \approx \text{SNR max}$$

Riscauro la formula di Swartz in frequenze

$$v(t), w(t)$$

$$C_{vw}(t) \leq \sqrt{C_{vv}(0) \cdot C_{ww}(0)}$$

$$C_{vw}(0) \leq \sqrt{C_v(0) \cdot C_w(0)}$$

$$|C_{vw}(0)|^2 \leq C_v(0) \cdot C_w(0) \quad \text{nel tempo}$$

$$\downarrow F \quad \left| \int_{-\infty}^{\infty} v^*(f) \cdot w(f) df \right|^2 \stackrel{\text{compl coniugato}}{\leq} \int_{-\infty}^{\infty} |V(f)|^2 df \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |W(f)|^2 df$$

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} v^*(f) \cdot w(f) df \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |V(f)|^2 df$$

\rightarrow è verificata come uguaglianza, ossia ha massimo valore, se i segnali sono proporzionali

Ricorda CIE

$$SNR = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} A_p \cdot P(f) \cdot H(f) e^{j2\pi f t_0} df \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |GNN(f) \cdot H(f)|^2 df}$$

$$|W(f)|^2 = GNN(f) \cdot |H(f)|^2 ?$$

$$\Downarrow$$
$$W(f) = \sqrt{GNN(f) \cdot H(f)}$$

$$V^*(f) \cdot W(f) = A_p \cdot P(f) \cdot H(f) e^{j2\pi f t}$$

$$\Downarrow$$
$$V^*(f) = \frac{A_p \cdot P(f) \cdot H(f) e^{j2\pi f t}}{\sqrt{GNN(f) \cdot H(f)}}$$

$$\Downarrow$$
$$V(f) = A_p \frac{P^*(f) e^{-j2\pi f T_s}}{\sqrt{GNN(f)}}$$

$$V(t) = \alpha w(t)$$

$$V(f) = \alpha W(f)$$

$$A_p \cdot \frac{P^*(f) e^{-j2\pi f T_s}}{\sqrt{GNN(f)}} = \alpha \sqrt{GNN(f)} \cdot H^{OPT}(f)$$

$$H^{OPT}(f) = \frac{A_p}{\alpha} \frac{P^*(f) e^{-j2\pi f T_s}}{GNN(f)}$$

$$GNN(f) = \text{No}$$

\uparrow CIE

umone buono

$$H^{OPT}(f) = \frac{A_p}{\alpha No} \cdot P^*(f) e^{-j2\pi f T_s}$$

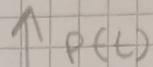
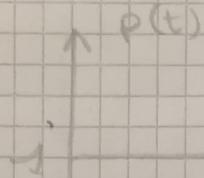
\downarrow
filtro
collettore (Matched
filter)

Filtro ottattivo

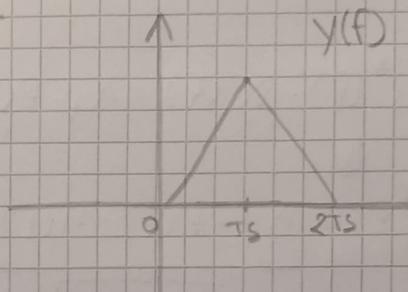
$$H(f) = K \cdot P^*(f) \cdot e^{-2\pi f T_s}$$

$$h(t) = K \cdot P^*(tT_s - t)$$

minimo utorolo affinche
h(t) sia causale \Rightarrow filtro sia realizzabile



$$P(t) \xrightarrow{H(f)} Y(f)$$



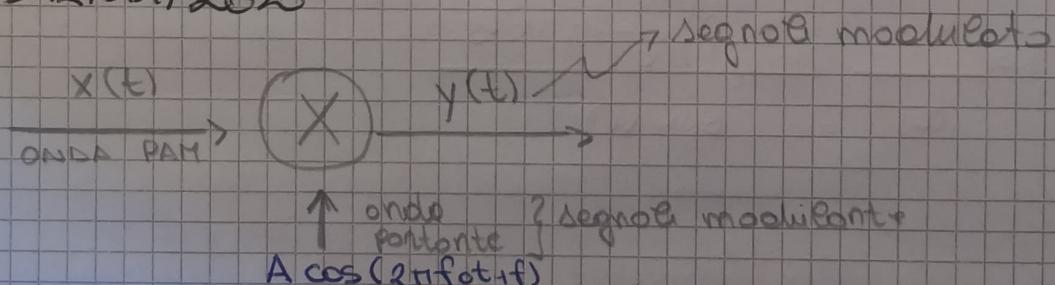
$$y(t) = P(t) * h(t) = P(t) * P^*(T_s - t)$$

$$= P(t) * [P^*(-t) * \delta(t - T_s)]$$

$$= P(t) * P^*(-t) * \delta(t - T_s)$$

$C_{pp}(t)$

12/11/2020



CARATTERISTICHE SEGNALE MODULATO

Codifica binaria: 1 b \rightarrow 1 simbolo $T_s = T_b$
 ↳ 2 livelli

MULTILIVELLO

Come onde modulante usiamo il coseno ^{reale} pacchetti di un segnale ^{reale} puro e puri e cui corrisponde una trasformata ^{reale} puro e puri

è un segnale definito da 3 parametri:

Ampiezza (A)

frequenza (f)

fase (ϕ)

possiamo modellare perciò un qualsiasi segnale associandolo a 1 dei parametri variabili del coseno

• **Ampiezza:** $A = A(t)$ modulo $x(t)$ associandolo alle variazioni di ampiezza del coseno e mantenendo costanti fase e frequenza.

Esegue così una ASK: amplitude shift

Keying ossia una modulazione basata sullo spostamento in Amplitude

• **Frequenza:** $f_0 = f_0(t)$ modulo $x(t)$ associandolo alle variazioni di frequenza del coseno e mantenendolo costanti fase e ampiezza

Esegue così una modulazione FSK:

frequency shift Keying ossia una modulazione basata sullo spostamento in frequenze

• **Fase:** $\Phi = \Phi(t)$ modulo $x(t)$ associandolo alle variazioni di fase del coseno mantenendo costanti frequenza e ampiezza.

Esegue così una modulazione PSK:

phase shift Keying ossia una modulazione basata sullo spostamento in fase

Segnale digitale $\rightarrow x(t) = \text{onda pura}$

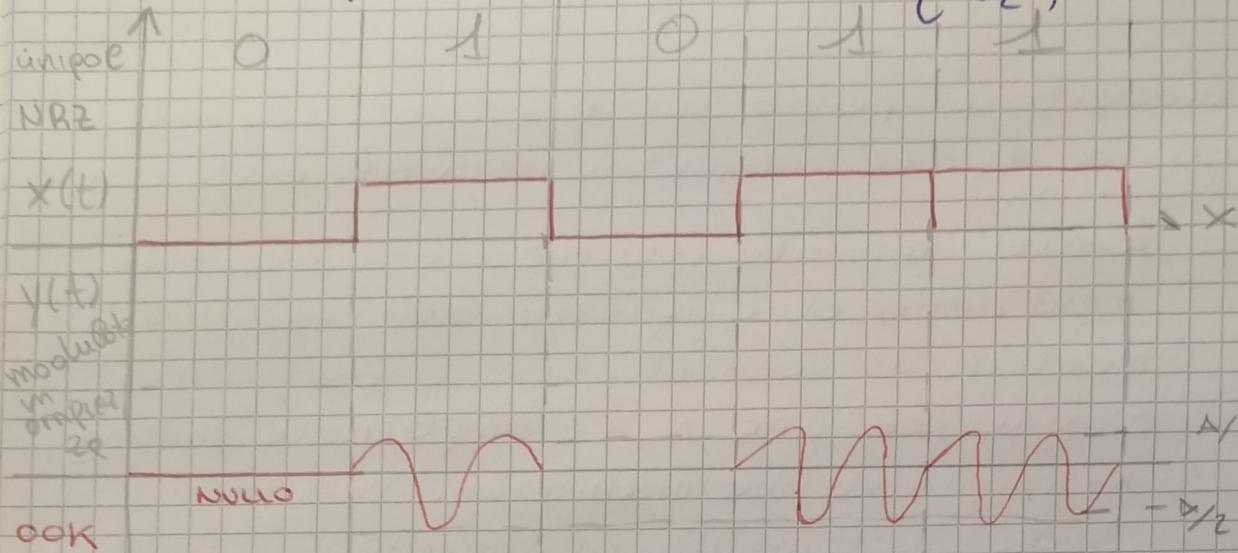
modulazione analogica $x(t) = \text{segn. analogico (AM, FM, PM)}$

min
segnali radio

Modulazione ASK a 2 livelli: B-ASK

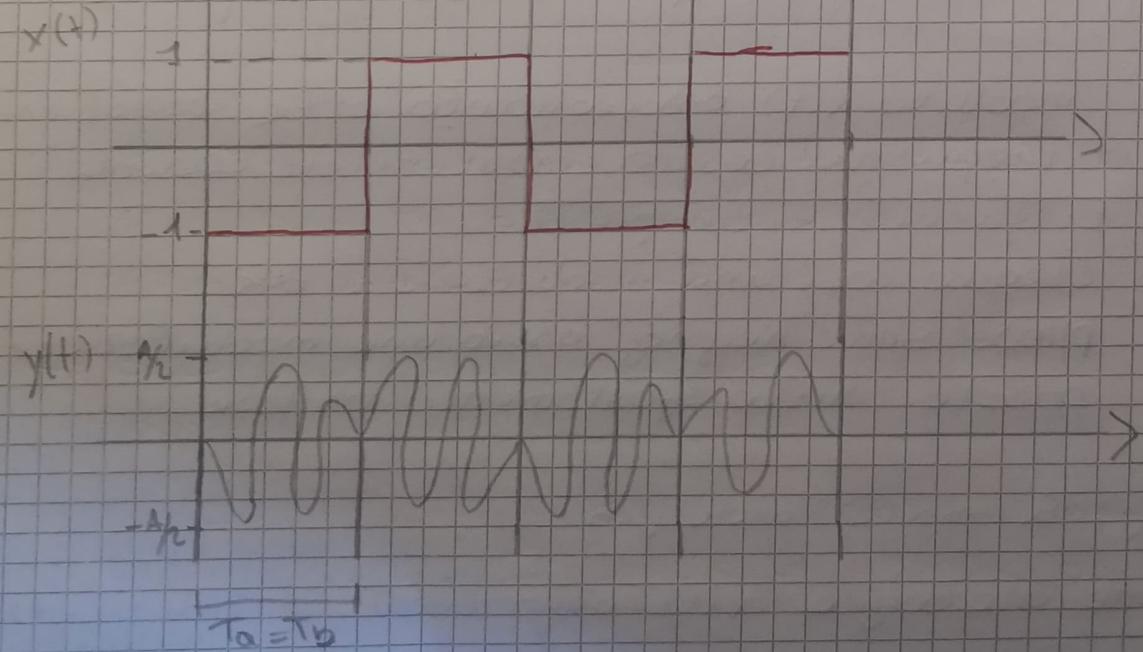
ho 2 ampiezze 1 per tensione

$$\begin{cases} a_1, 1 \\ a_2, 0 \end{cases}$$



→ Rappresentazione più semplice, perdo sincronismo dopo una lunga sequenza di 0, mentre sono in grado di recuperarla sempre nelle sequenze di 1 poiché la polarità cambia

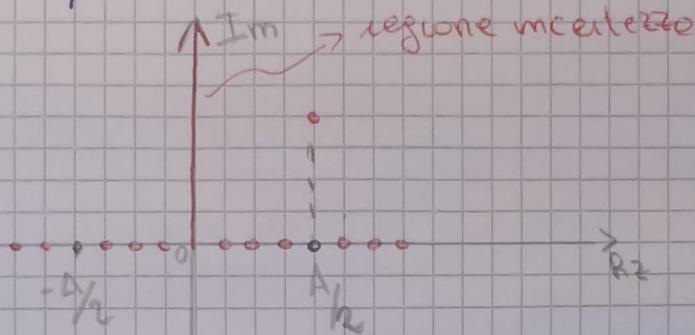
BIPOLARE 1 0 1 0 1



→ in questo caso il ricevitore estrae l'informazione sul segnale ondulando ed analizzando l'ampiezza dello stesso poiché $y(t)$ trasporta l'informazione sulla sua ampiezza.

→ Le scelte delle modulazioni varia in base al canale, in generale però viene maggiormente scatenata l'ampiezza

• simboli $y(t)$ sono (in assenza di rumore)



• costellazione: simboli che trasmettono e che vorrei ricevere

• simboli ricevuti con rumore

• in presenza di rumore i simboli ricevuti sono contenuti sull'asse reale.

• Se modulo in ampiezza, quando ricevessi un simbolo con una certa fase, (spostamento su asse I_m), vuole calcolare le sue proiezioni su I_m^2 .

Regole delle massime verosimiglianze (distanza minima):

Ricevo quando ricevo il simbolo rosso ed ottiene una di quelli neri, ossia è quello + probabile cioè a distanza minima dal simbolo rosso.

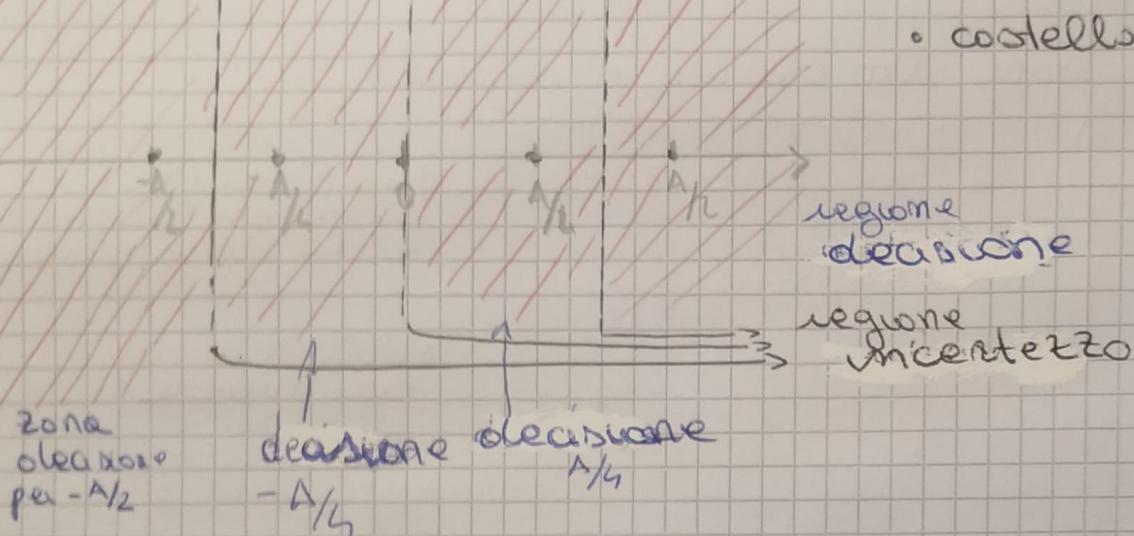
Sul piano si associa ad A_h , pieno ad $-A_h$
+ aumenta il rumore + l'errore aumenta

! I simboli che sono equidistanti dalla costellazione hanno la stessa probabilità di errore (possono appartenere sia a s sia all'altro), se ricevitore non sa a chi appartiene → Regione di incertezza

In presenza di un simbolo incerto il ricevitore posse di successivo di cui puo' decidere l'appartenente (regione \rightarrow)

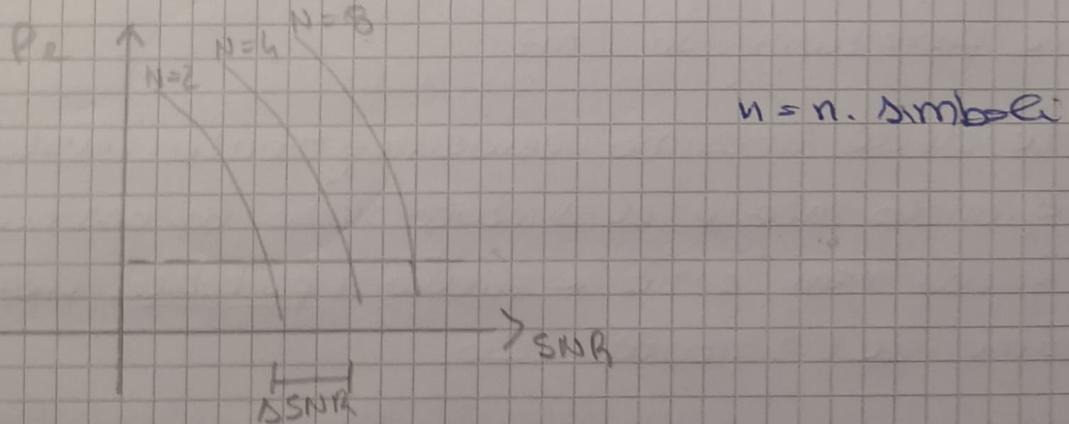
modulazione 4-ASK

↳ livelli = 4 bit = $\log_2 4 = 2 \text{ bit / symb}$



+ aumentano i livelli + aumentano regioni incertezza
e diminuisce le regioni di decisione in Amplitude.

A potere di Potente se aumenta livelli, aumenta P. erroe



per mantenere costante la probabilità di errore aumentare il numero di livelli devo avere un incremento di SNR pari a $\Delta SNR \approx (3 \text{ dB})$

→ 3db vuol dire raddoppio di Potenza segnale o dimezza il rumore sul canale

→ più aumentano i livelli meno ci vuole banda per trasmetterli. In banda si strunge di un $\log_2 N$

Sorgente trasmette R bit/s throughput

$$B^R = R \text{ (idealmente)}$$

per rendere tutto reale il filtro non può essere un rettangolo ma deve andare a zero come un coseno modulato.

$$B^R = R(1+\gamma)$$

la banda in realtà è più grande di $1 + \text{roll off}$

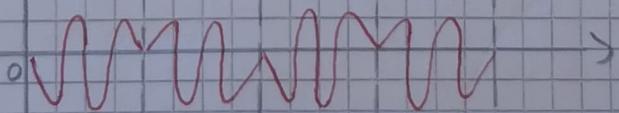
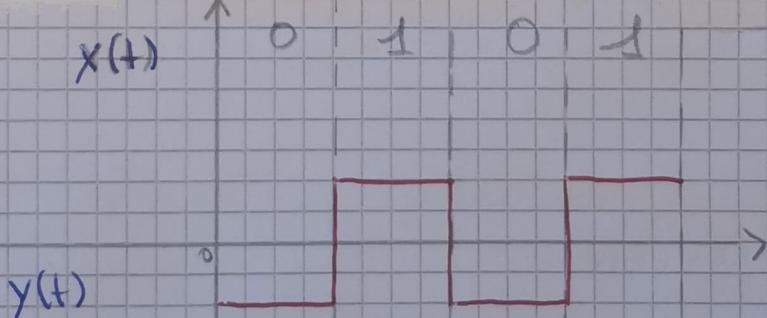
Cosa know $\Rightarrow N=2$

$$B^R = \frac{R(1+\gamma)}{\log_2 N}$$

banda richiesta per N livelli
↳ multilivello

Se conosco B di modulazione e N livelli e il Roll off, posso conoscere le bit-rate di frequenze

MODULAZIONE DI FASE BINARIA (B-PSK)



ϕ_1, ϕ_2 . Sceglio 2 fasi

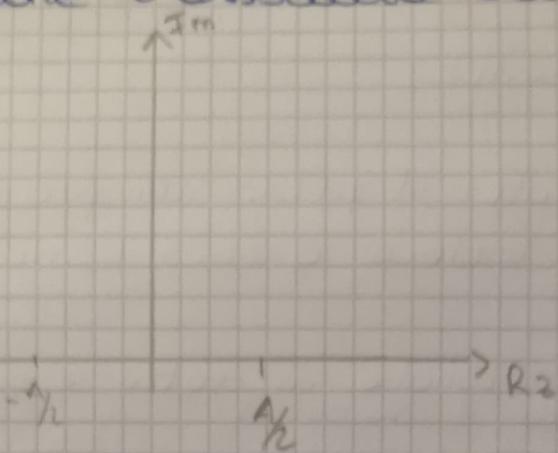
$$\phi_1 = 0 = e^{j\phi_1} = 1 \rightsquigarrow A = A_{\mu}$$

$$B_{PSK} = \frac{R(1+\gamma)}{\log_2 N}$$

$$\phi_2 = 180^\circ = e^{j\phi_2} = -1 \rightsquigarrow A = -A_{\mu}$$

$$\Rightarrow B-PSK = 2-ASK$$

l'informazione è associata alla fase



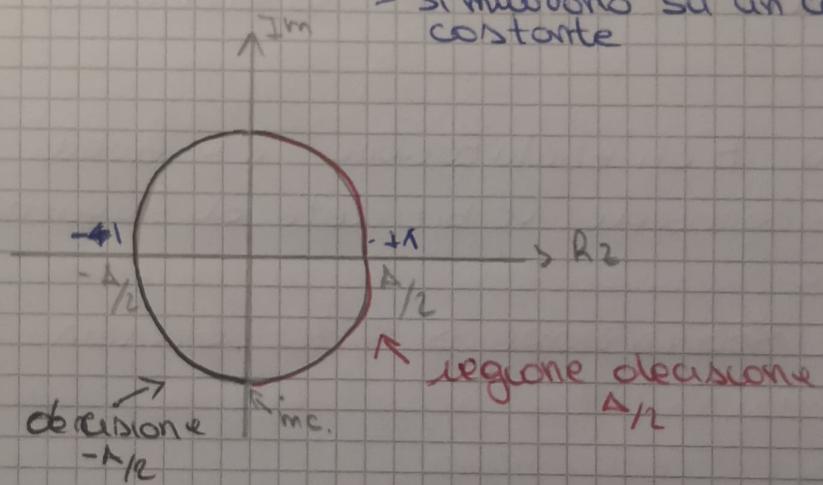
I simboli si muovono sul piano

$$\phi = \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{Im} z}{\operatorname{Re} z} \right)$$

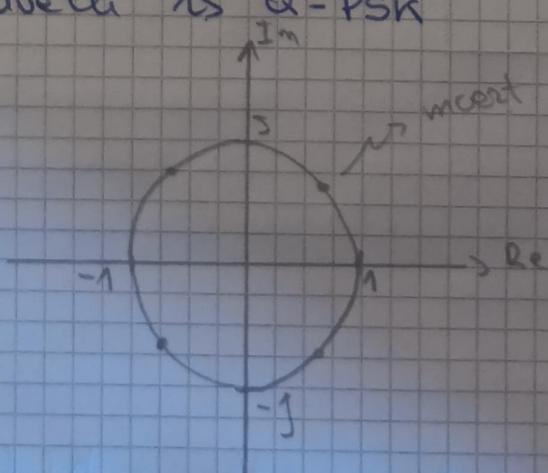
vale la fase non omogenea
o frequente

\Rightarrow si muovono su un cerchio
costante

BSK



Con i livelli $\rightarrow Q \sim$ quaternari
 \rightarrow Q-PSK



insieme a $\phi = 1, -1$
muovo $\phi = \pm j$

Combina in complessità il Rx

\Rightarrow 2 ricevitori uno per fase uno per rese
↓
quadratura

Stesse Pe / SNR

in UMTS \Rightarrow in downlink uso QPSK
in up link uso BPSK

Modulazione FSK

$$x(t) \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1$$



Ottiene 2 frequenze

j

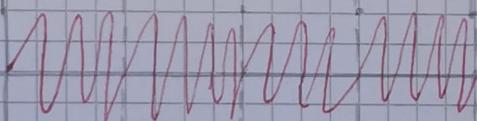
deve ottenere spazio per 2 freq.

+ aumentano

- guasti -

B aumenta

$$y(t)$$



$$\rightarrow x$$

$$\rightarrow y$$

$$\Delta f = f_2 - f_1$$

$$B = R(1+\gamma) + AF$$

Le probabilità di errore costante per N che aumenta
 \Rightarrow ogni segnale ha una freq. diversa \Rightarrow - interferenze

Binaria Δf minima = $R/2$

\nearrow minimum

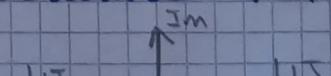
$$B = R(1+\gamma) + R/2 \rightarrow \text{MSK}$$

\nwarrow banda minima (+ veloce)

Modulazione QAM (quadrature amplitude modulation)

• modulazione complessa e quadratura (bidimensionale)

A: A(t) varia ampiezza

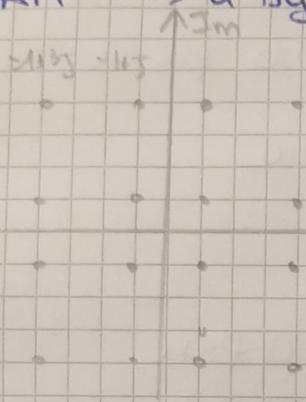


φ : $\varphi(t)$ varia quadratura



S muove su tutto il piano non + sui cerchi

16 QAM \rightsquigarrow 4 symboli × quadriante



- Le modulazioni QAM rettangolari non sono buone perché non sono simmetriche \Rightarrow + P. errore

digital video broadcasting - Terrestrial

- Si usano in ADSL, DVB-T, LTE

digital
terrestrial