04/12/2020

Potenza istantanea $\rightarrow P(t) = V(t) \cdot I(t)$

in regime perm. sinusoidale

$$P(t) = \frac{V_M I_M}{2} \cos(\varphi_v - \varphi_i) + \frac{V_M I_M}{2} \underbrace{\cos(2\omega t + \varphi_v + \varphi_i)}_{\text{frequenza doppia}}$$

Tutte le frequenze hanno le loro impedenze

Potenza complessa

$\bar{P} = \bar{V} \cdot \bar{I}$ ipotesi

$\bar{P} = V_M e^{j\varphi_v} \cdot I_M e^{j\varphi_i} = V_M I_M e^{j(\varphi_v + \varphi_i)}$

Sapendo che $e^{j\alpha} = \cos\alpha + j\sin\alpha$

$\bar{P} = V_M I_M \cos(\varphi_v + \varphi_i) + j V_M I_M \sin(\varphi_v + \varphi_i)$

questo la posso confrontare con

$$P(t) = \frac{V_M I_M}{2} \cos(\varphi_v - \varphi_i) + \frac{V_M I_M}{2} \cos(2\omega t + \varphi_v + \varphi_i)$$

Si nota che a meno di un segno la potenza assorbita/generata è identica $\Rightarrow$ cerco di uguagliarlo cambiando segni

Cambio segni calcolandomi il complesso coniugato di I

$\bar{P} = \bar{V} \cdot \bar{I}^* = V_M e^{j\varphi_v} I_M e^{-j\varphi_i} = V_M I_M \cdot e^{j(\varphi_v - \varphi_i)}$

Moltiplico per 1/2 e:

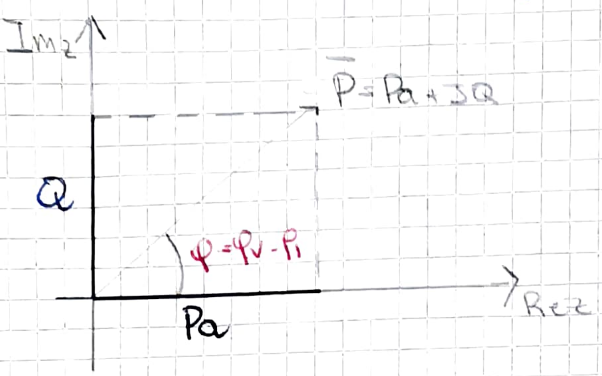
$$\bar{P} = \frac{1}{2} \bar{V} \cdot \bar{I}^* = \underbrace{\frac{1}{2} V_M I_M \cos\overbrace{(\varphi_v - \varphi_i)}^{\varphi \text{ sfasam}}}_{\text{potenza attiva}} + \underbrace{\frac{1}{2} V_M I_M j \sin\overbrace{(\varphi_v - \varphi_i)}^{\varphi \text{ sfasam}}}_{\text{potenza reattiva}}$$

Così la potenza attiva della potenza complessa è identica a quella attiva della potenza istantanea

$$\boxed{\bar{P} = \underset{\substack{\uparrow \\ W}}{P_a} + j\underset{\substack{\uparrow \\ [VAR]}}{Q}}$$

volt-ampere reattivi

Von è un numero complesso

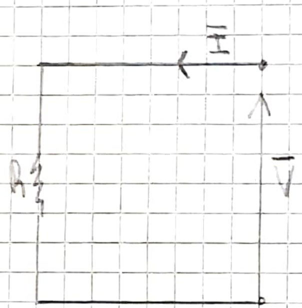


$$\underline{\bar{P} = A\, e^{j\varphi}}$$

A è la potenza apparente [V·A]

$A = \frac{1}{2} V_M I_M$ quindi A è la lunghezza del vettore

Potenza complessa su Resistore



$$\bar{P} = \frac{1}{2} \bar{V} \cdot \bar{I}^* = \frac{1}{2} V_M I_M [\cos(\varphi_V - \varphi_I) + \text{sen}(\varphi_V - \varphi_I)]$$

$$\varphi_V - \varphi_I = 0 \longrightarrow \begin{matrix} \cos 0 = 1 \\ \sin 0 = 0 \end{matrix}$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \bar{V} \cdot \bar{I}^* = \frac{1}{2} (\dot{z} \cdot \bar{I}) \bar{I}^*$$

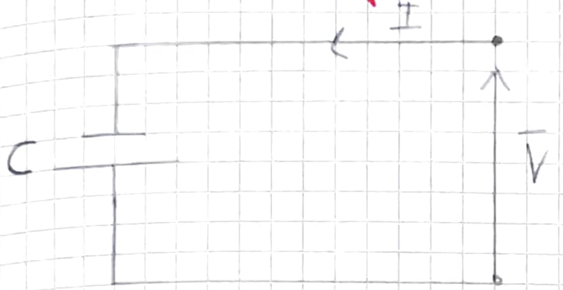
$$\boxed{\bar{P} = \frac{1}{2} R |\bar{I}|^2} \Rightarrow \frac{1}{2} R I_M^2$$ NUMERO REALE PURO

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \bar{V} |\bar{I}|^* = \frac{1}{2} \bar{V} \cdot \left(\frac{V}{z}\right)^* = \frac{1}{2} \bar{V} \cdot \frac{\bar{V}^*}{z^*}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{|\bar{V}|^2}{R} = \boxed{\frac{1}{2} \frac{V_M^2}{R}}$$

Il fatto che la potenza reattiva sia nulla non significa che lo sia anche la potenza fluttuante
$\Rightarrow$ non c'è alcun legame fra potenza attiva e potenza fluttuante

Potenza Complessa in un Condensatore



$$\bar{P} = \cancel{\tfrac{1}{2} V_M I \cos(\underbrace{\varphi_V - \varphi_I}_{-\pi/2})} + j\,\tfrac{1}{2} V_M I_M \,\mathrm{sen}(\underbrace{\varphi_V - \varphi_I}_{-\pi/2})$$

$$\bar{P} = j\,\tfrac{1}{2} V_M I_M \underbrace{\mathrm{sen}(\varphi_V - \varphi_I)}_{-1}$$

$$\boxed{\bar{P} = j\left(-\tfrac{1}{2} V_M I_M\right)}$$

La potenza reattiva Q è negativa

$$\bar{P} = \frac{1}{2}\bar{V}\cdot\bar{I}^* = \frac{1}{2}(\dot{Z}\cdot\bar{I})\bar{I}^* = \frac{1}{2}\frac{1}{j\omega C} I_M^2$$

$$\bar{P} = j\underbrace{\left(-\frac{1}{2}\frac{I_M^2}{\omega C}\right)}_{Q}$$ con I NOTA

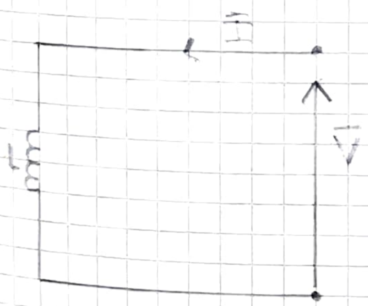
La potenza attiva è nulla (il condensatore è trasparente alla potenza)

alternativamente:

$$\bar{P} = \frac{1}{2}\bar{V}\cdot\bar{I}^* = \frac{1}{2}\bar{V}\cdot\frac{\bar{V}^*}{\dot{Z}^*} = \frac{1}{2}\frac{V_M^2}{\left(-\frac{j}{\omega C}\right)^*} =$$

$$\bar{P} = j\left(-\frac{1}{2} V_M^2\,\omega C\right)$$ con V nota

Potenza Complessa in un Induttore



$$\bar{P} = \frac{1}{2} V_M I_M \cos(\overbrace{\varphi_V - \varphi_I}^{+\pi/2}) + j\frac{1}{2} V_M I_M \sin(\overbrace{\varphi_V - \varphi_I}^{+\pi/2})$$

$$\bar{P} = j\,\frac{1}{2} V_M I_M$$

Cioè la reattiva è positiva e l'attiva è nulla, è trasparente alla potenza

$$\bar{P} = \frac{1}{2}\bar{V}\cdot\bar{I}^* = \frac{1}{2}(\dot{Z}\cdot\dot{I}) = \frac{1}{2} j\omega L \cdot I_M^2$$

$$\bar{P} = j\,\frac{1}{2}\omega L I_m^2$$ I nota

$$\bar{P} = j\,\frac{1}{2}\frac{V_M^2}{\omega L}$$ V nota

Valore efficace

Per definizione il valore efficace di un fasore $\bar{V}$ o $\bar{I}$, $V_M e^{j\varphi_V}$ o $I_M e^{j\varphi}$

$$V_{EFF} = \frac{V_M}{\sqrt{2}} \quad o \quad I_{EFF} = \frac{I_M}{\sqrt{2}}$$

Cioè semplifica molte formule:

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \bar{V} \cdot \bar{I}^* = \frac{V_M I_M}{2} \cos(\varphi) + j \frac{V_M I_M}{2} \sin(\varphi)$$

però

$$\frac{V_M I_M}{2} = \frac{V}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_M}{\sqrt{2}} = V_{EFF} \cdot I_{EFF}$$

Quindi se si usano V_{EFF} e I_{EFF} la $\bar{P}$ la si può riscrivere

$$\bar{P} = \bar{V} \cdot \bar{I}^*$$

$$\bar{V} = V_{eff} e^{j\varphi_V} \quad \bar{I} = I_{eff} e^{j\varphi_I}$$

$$\bar{V} = 2 e^{j0,1} \quad \bar{I} = 3 e^{j0,2}$$

solo per valori massimi

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \bar{V} \cdot \bar{I}^*$$

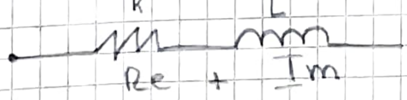
se ho valori effici:

$$\bar{P} = \bar{V} \cdot \bar{I}$$

Negli utilizzatori si hanno 2 ulteriori casi:

1) $P_a \geq 0$ e $Q > 0$

Questo bipolo si dice OHMICO o induttivo: la parte attiva è presente a causa di 1 o più resistori.



2) $P_a > 0$ e $Q < 0$

BIPOLO OHMICO CAPACITIVO