

Aproksymacja profilu wysokościowego

Mikołaj Wirkijowski
166837
Metody Numeryczne

Wstęp

W projekcie realizowanym na potrzeby przedmiotu “Metody Numeryczne” napisałem aplikację która z wykorzystaniem Google Elevation API ściąga dane na temat profilu wysokościowego między dwoma dowolnymi miejscami na ziemi. Wystarczy wywołanie klasy z odpowiednimi parametrami oraz wywołanie metody rysującej.

```
samples = 128
delft_rotterdam = HeightDataFromPath("Delft", "Rotterdam",
                                     "Ścieżka płaska, Delft -> Rotterdam", samples, "delft_rotterdam")

delft_rotterdam.draw_elevation()
```

Dane zostają krok po kroku przedstawione na wykresie po czym wykonana jest interpolacja między punktami za pomocą dwóch metod. Pierwszą metodą jest interpolacja za pomocą wielomianu lagrange’a, drugą jest interpolacja za pomocą funkcji sklejanej stopnia trzeciego.

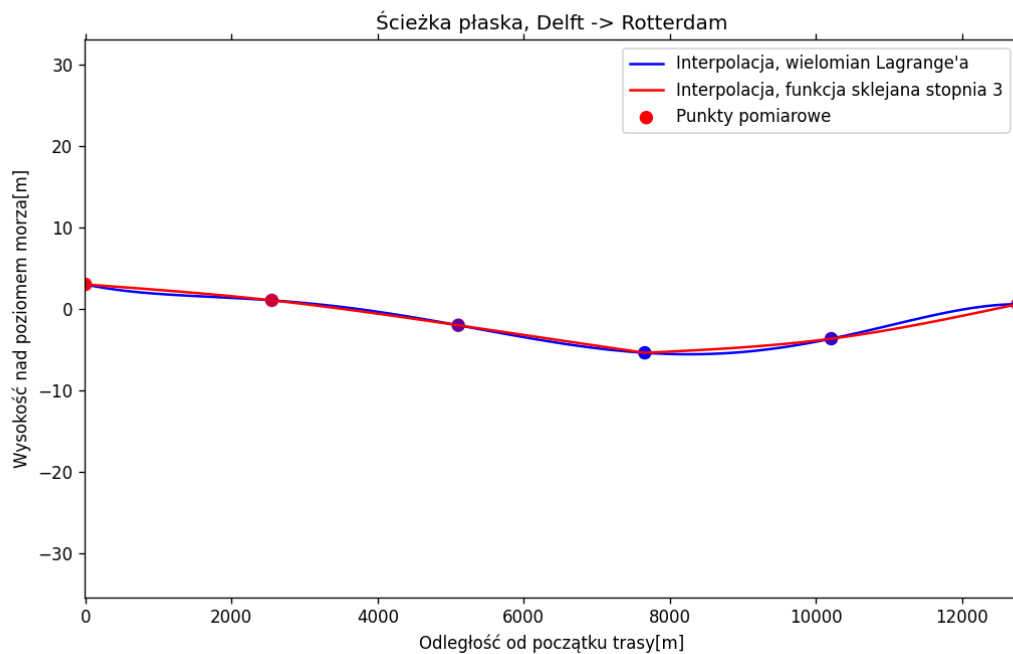
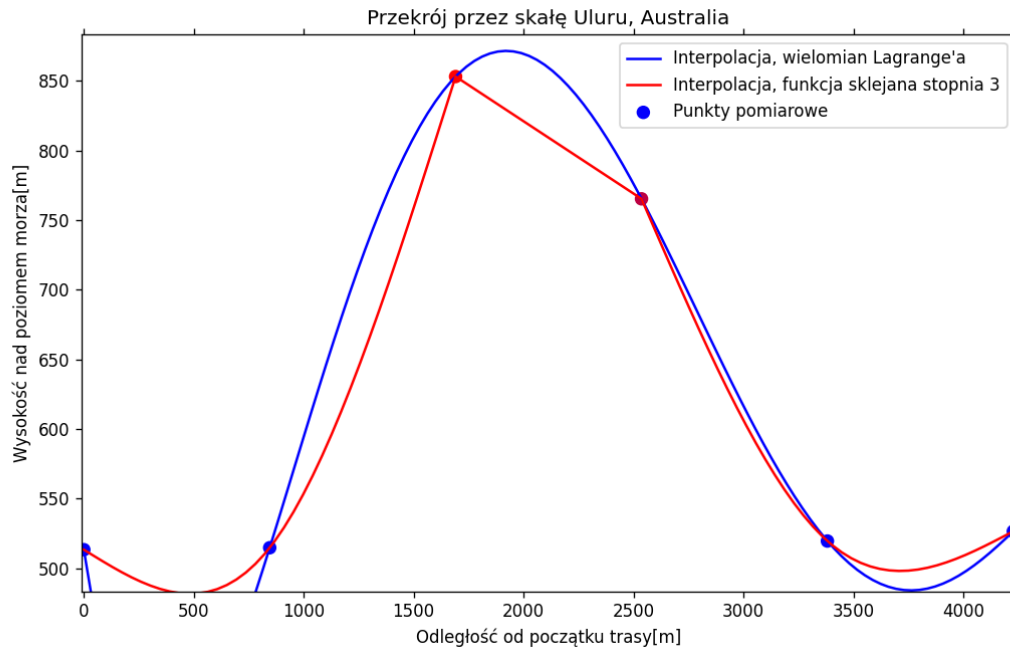
Do przedstawienia działania każdego z algorytmów wybrałem ścieżki które zarazem spełnią wymagania dotyczące różnorodności ich profili oraz będą interesujące do zobaczenia w formie wykresu ich wysokości w zależności od położenia.

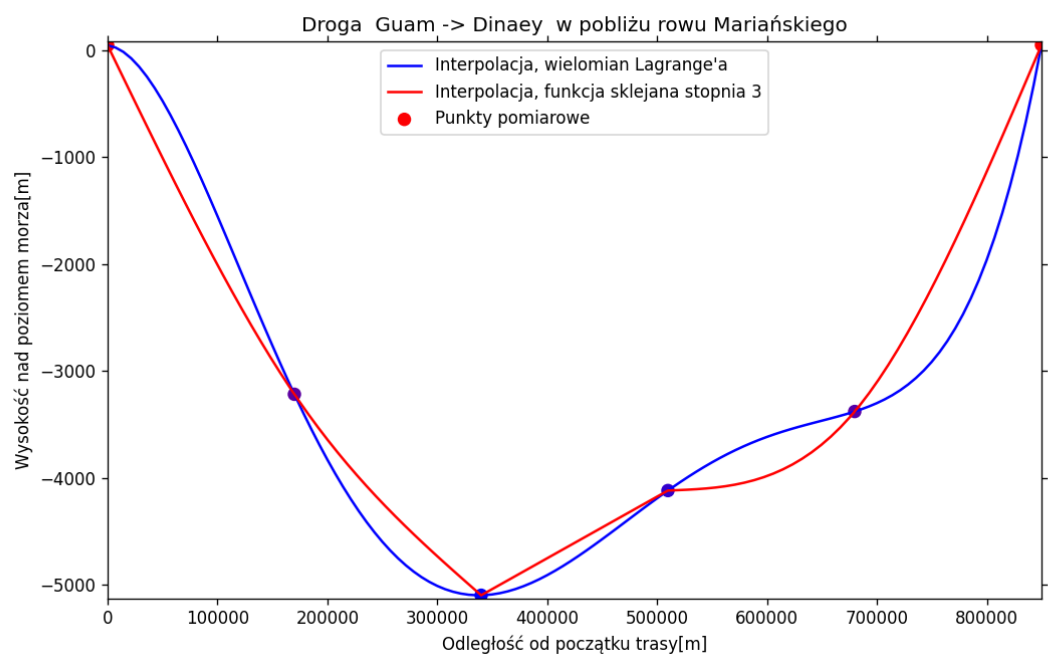
Ścieżki przedstawione w projekcie :

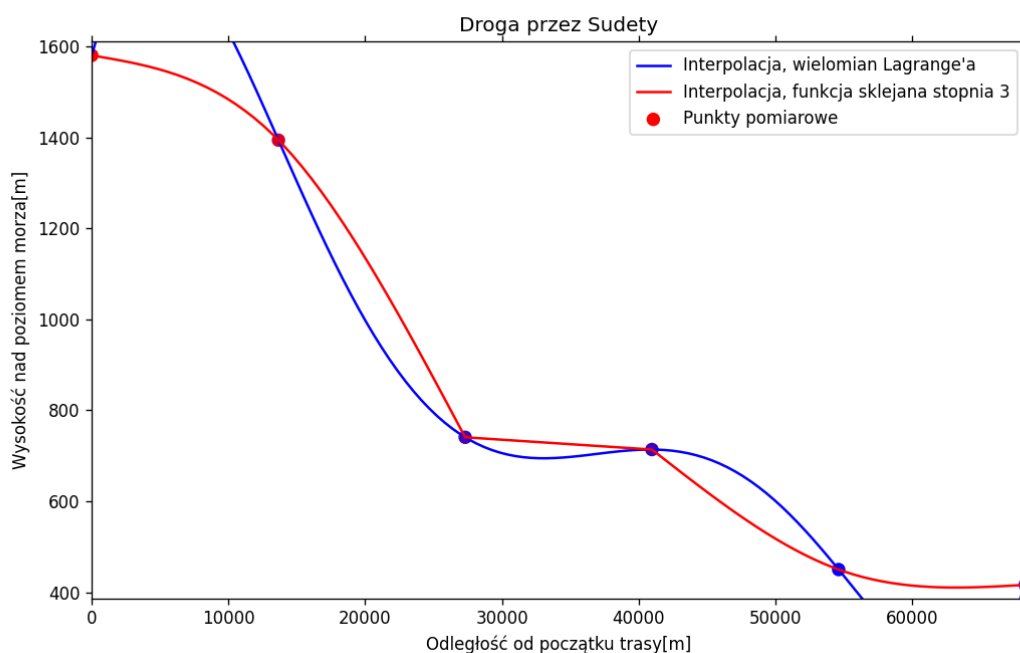
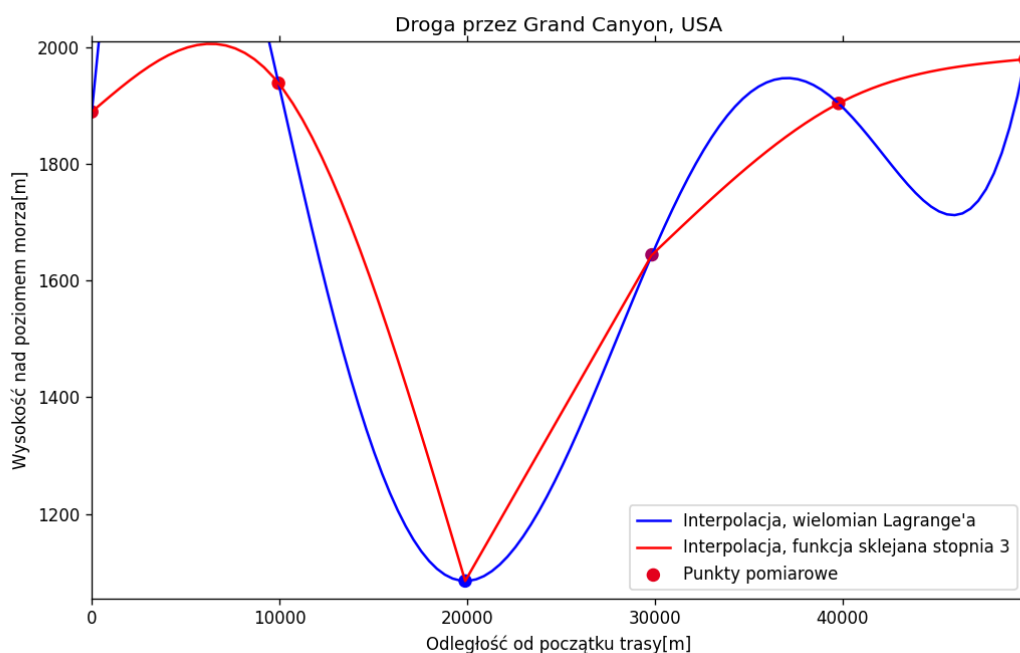
1. Trasa z Delft do Rotterdamu.
Holandia cechuje się nizinnyim krajobrazem który posiada bardzo mało wzniesień, jest więc świetnym przykładem “płaskiego” kształtu.
2. Trasa w poprzek skały “Uluru” w Australii.
Jest to olbrzymie wzniesienie po środku płaskiego pustkowia, idealnie przedstawia więc “jedno wyraźne wzniesienie”
3. Trasa przez polskie Sudety.
Jest to ścieżka o bardzo wielu stromych spadkach i wzniesieniach położona na południu polski.
4. Trasa w poprzek Grand Canyon w USA.
Zaczyna się ona na płaskim terenie po dotarciu do kanionu napotyka serię mocnych wahań wysokości po czym znów wypłaszcza się po jego opuszczeniu.
5. Trasa między wyspami Guam i Dinaey położonymi przy rowie Mariańskim.
Ciekawa trasa która łączy wiele wymaganych cech profilu wysokościowego. Zaczyna i kończy się na wyspie zawiera więc gwałtowne zmiany wysokości przy samych końcach przedziałów. Droga pod wodą zaś zawiera kilka płaskich “półek” oraz gwałtownych spadków i podmorskich “szczytów”

Wyniki oraz wnioski

Wykresy dla liczby pomiarów $n = 6$



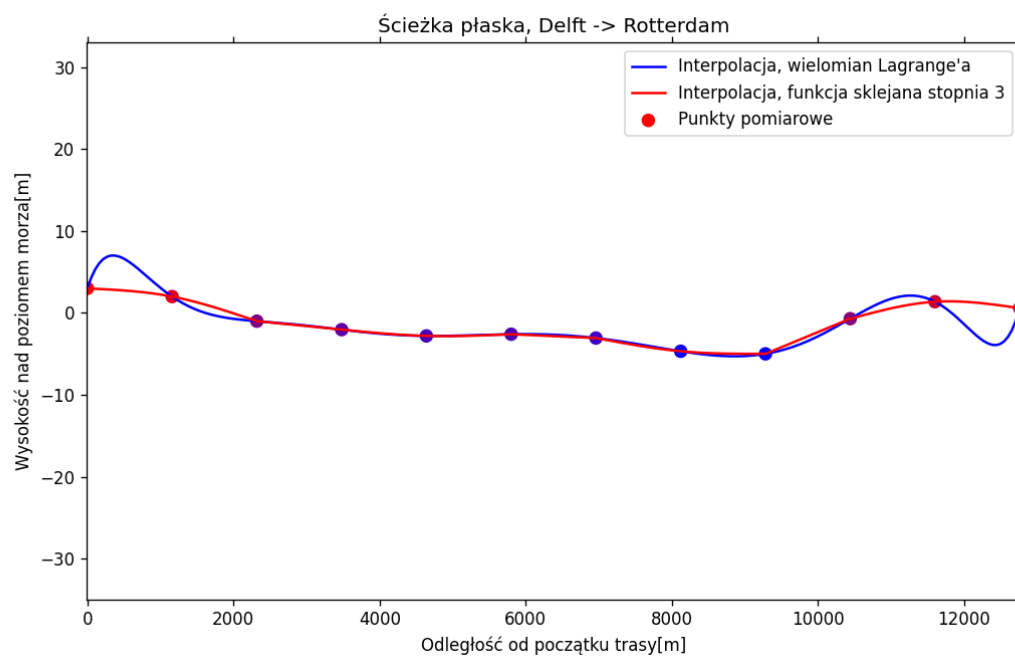


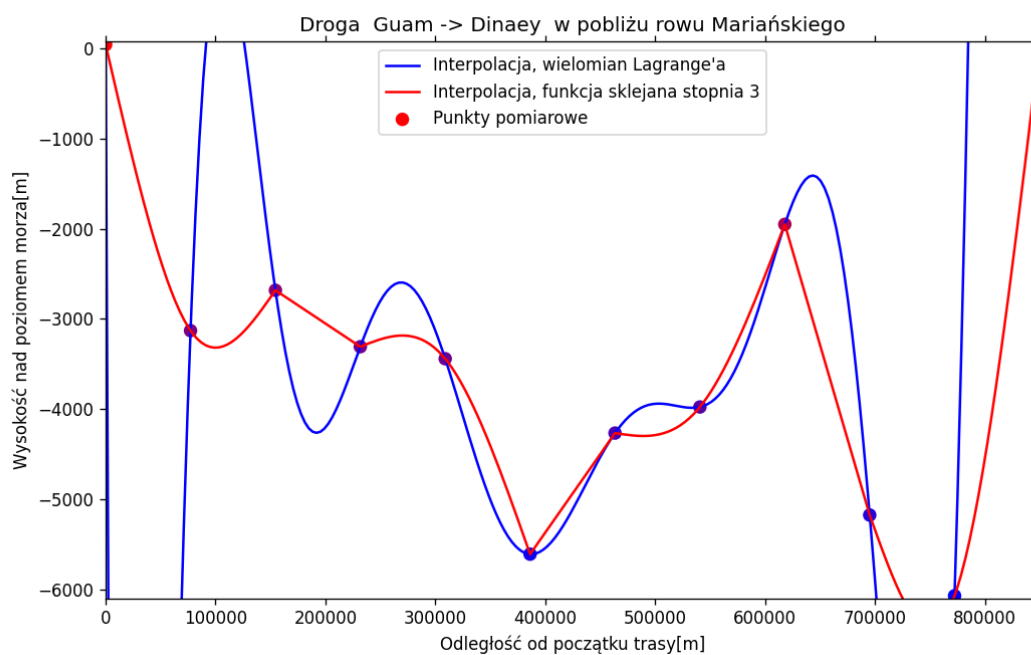
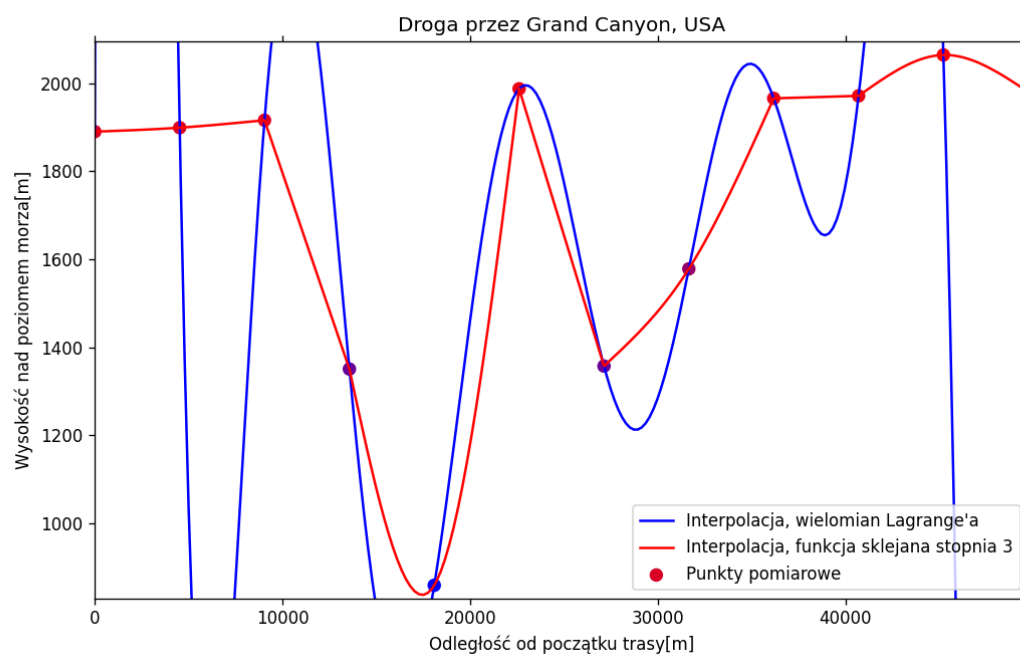


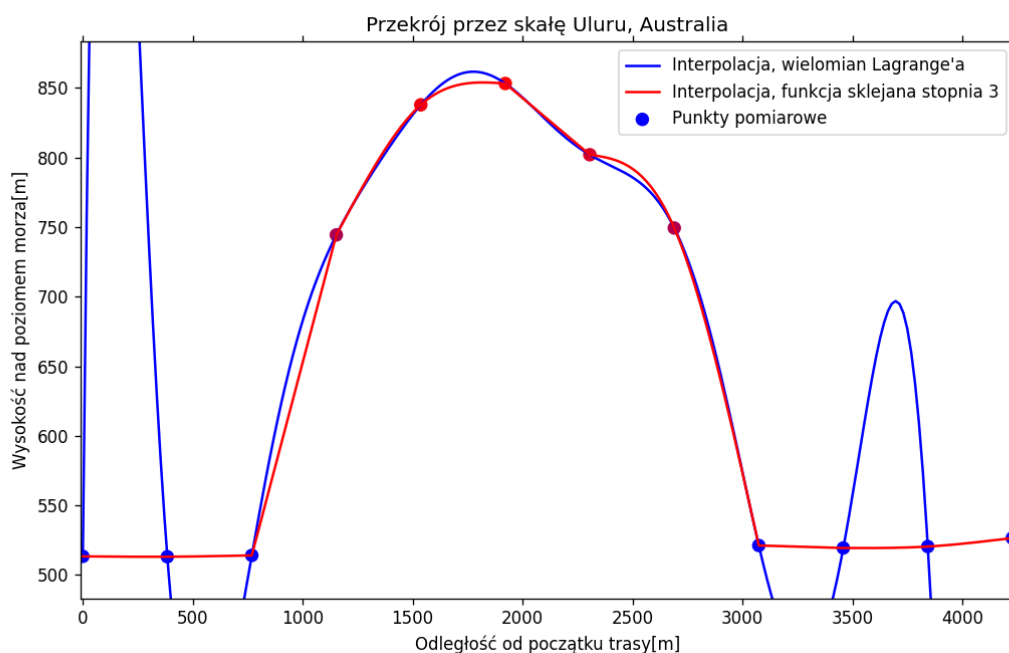
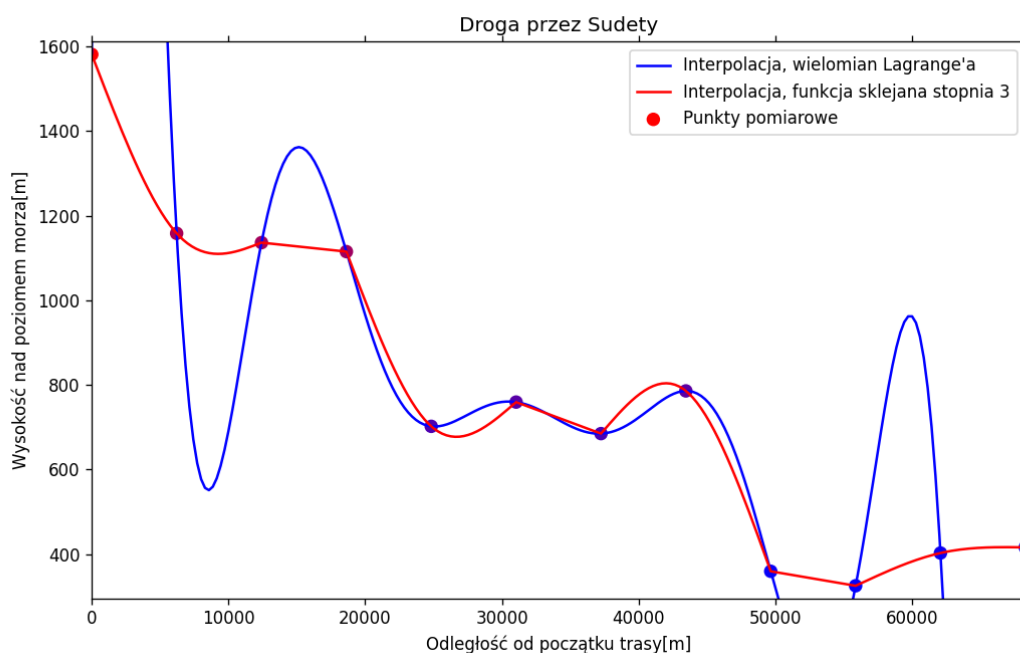
Wniosek:

Dla małej liczby punktów węzłowych obydwie metody sprawdziły się dobrze i uważam że można je uznać za przydatne w tego typu aproksymacji. Metoda wielomianowa szybko staje się niedokładna na krańcach przedziałów a zróżnicowanie kształtu terenu działa zdecydowanie na jej niekorzyść. Większe różnice między metodami zauważymy przy zwiększeniu ilości punktów węzłowych.

Wykresy dla liczby pomiarów $n = 12$



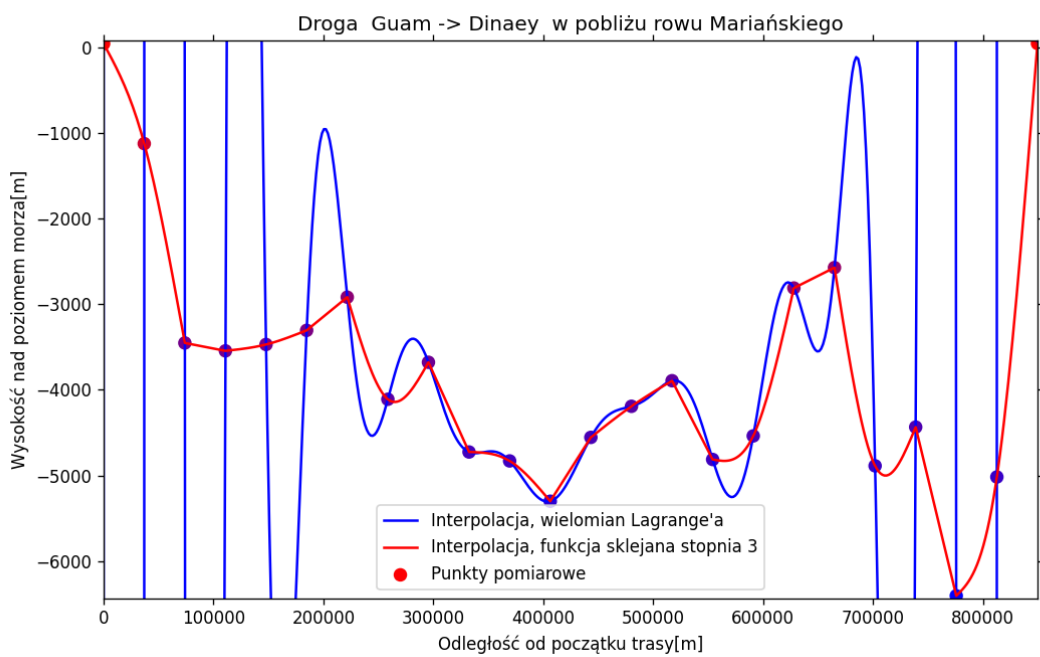
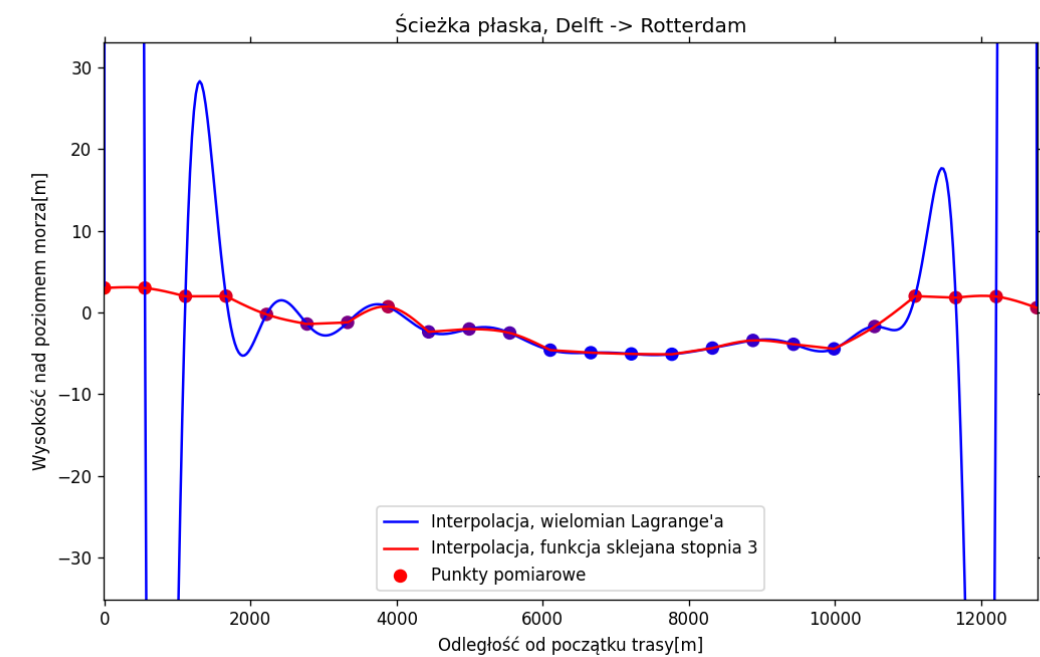


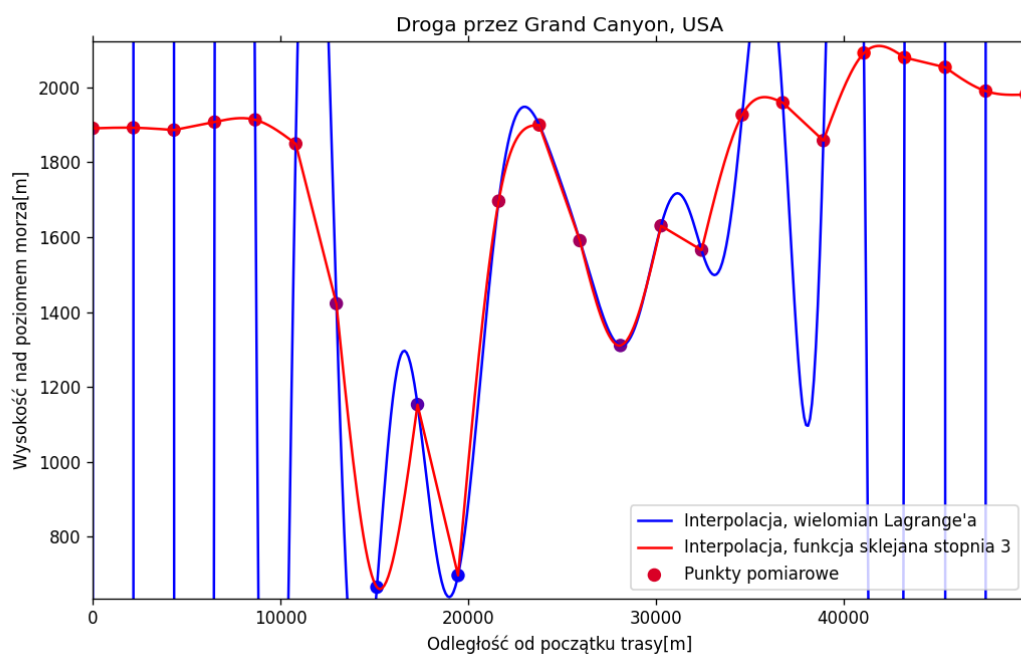


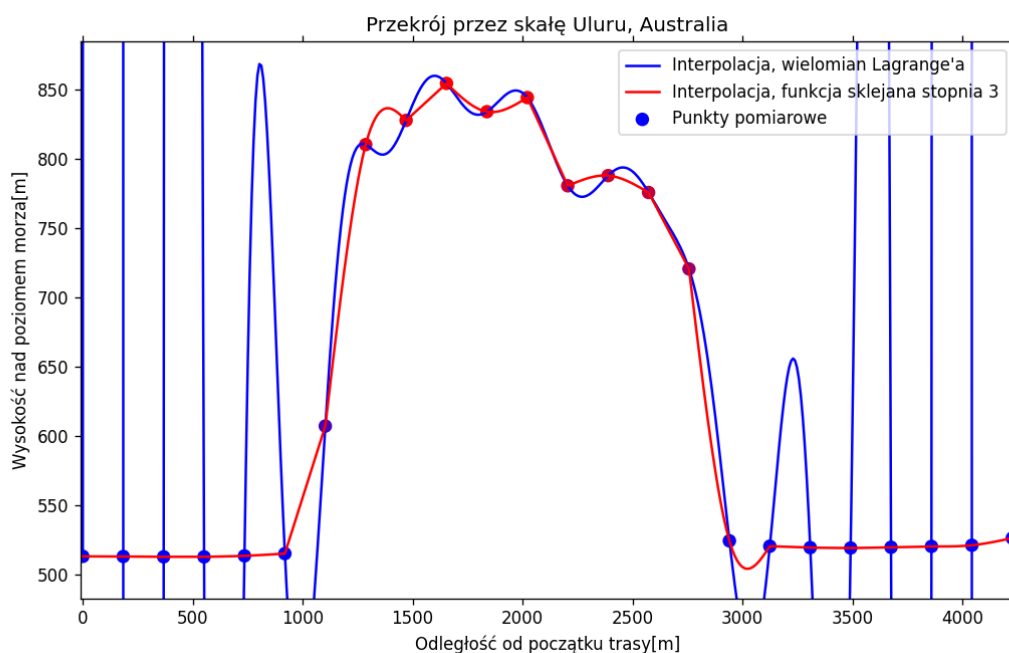
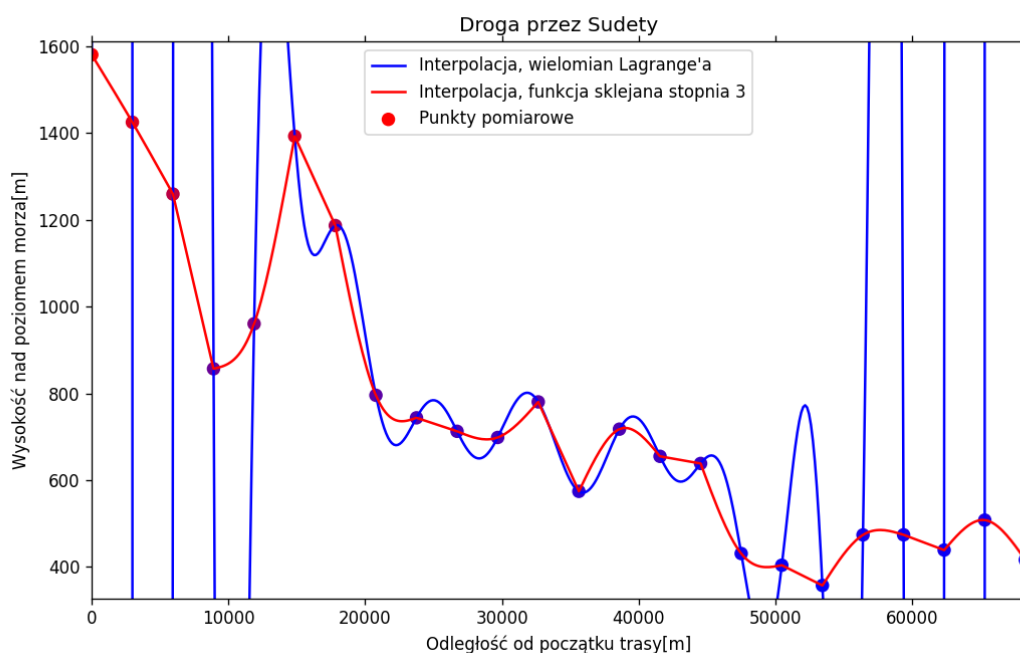
Wniosek:

Już dla 12 punktów widać że użycie pojedynczego wielomianu n -tego stopnia odbiega mocno od realnego położenia aproksymowanych punktów, jedyny profil wysokościowy który nie ucierpiał mocno z powodu Efektu Rungego jest płaski wykres holenderskiego krajobrazu. Pierwszym niepożądanym zjawiskiem które zauważyłem na tym etapie w metodzie interpolacji za pomocą "splajnów" są niektóre odcinki dla których funkcja zdaje się być bardzo liniowa. Nie udało mi się znaleźć odpowiedzi która pozwoliłaby mi wyjaśnić dobrze to zjawisko.

Wykresy dla liczby pomiarów $n = 24$



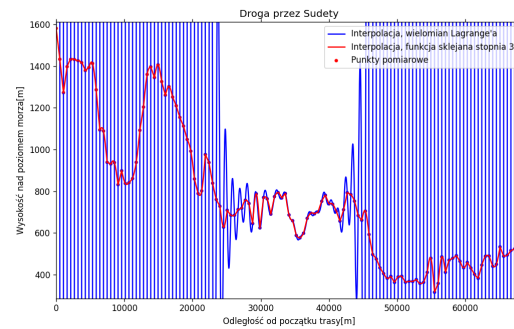
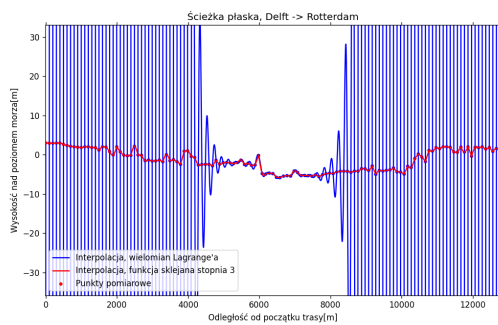




Wnioski:

Przy tej ilości pomiarów Efekt Rungego stał się jeszcze bardziej drastyczny a interpolacja za pomocą funkcji sklejonej wielomianów stopnia trzeciego zdaje się tylko zwiększać swoją dokładność. Nawet niemal płaska trasa przez Holandię po interpolacji metodą Lagrange'a staje się zbyt niedokładna by być uznana za użyteczną dla ponad 25% aproksymowanych punktów. Trendy te utrzymują się dalej wraz z kolejnymi interpolacjami dla jeszcze większych ilości punktów węzłowych.

Skrajne przypadki czyli Holandia i Sudety dla $n = 128$



Ostatnie dwa wykresy pokazują że wielomian stopnia $n = 128$ (niebieski) mimo że przecina wszystkie punkty węzłowe zgodnie z założeniem, większość uzyskanych aproksymacji nie jest w żaden sposób przydatna do czegokolwiek innego niż jako przykład Efektu Rungego. Dla tej ilości danych algorytm stał się również bardzo powolny podczas gdy metoda “splajnów” wykonywana była w czasie nieporównywalnie krótszym.

Podsumowanie.

Każda z dwóch metod jest użyteczna dla małej ilości punktów węzłowych.

Metoda wielomianowa sprawuje się lepiej przy mniejszych wahaniami wysokości terenu, optymalnym sposobem rozmieszczenia punktów byłoby wykonanie jednego pomiaru dla każdego “szczytu” oraz “dna”. Może być wykorzystana gdy priorytetem nie jest dokładność wykonanych pomiarów lecz gładkość uzyskanej funkcji.

Metoda funkcji sklepanych trzeciego stopnia sprawdzi się lepiej dla większej ilości danych oraz gdy priorytetem jest dla nas bardzo bliskie dopasowanie profilu do rzeczywistego nawet kosztem “gładkości”.