



# Construindo um Raio de Percy Jackson através do Efeito Termiônico

Márcio Vinicius Nascimento da Silva<sup>1</sup>, Gleison Cardoso Oliveira<sup>1</sup>,  
Matheus Andrade Carvalho<sup>1</sup> e Lucas F. Teodosio<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto de Física “Gleb Wataghin”  
Universidade Estadual de Campinas

2º Semestre de 2024

## 1 Resumo

Neste trabalho, realizamos um breve estudo experimental do efeito termiônico. Para isso, usamos um aparato experimental composto por um circuito elétrico de duas partes: uma responsável por aquecer o filamento de tungstênio e a outra responsável por acelerar os elétrons livres. Nos nossos resultados, obtivemos, para os valores entre 1850 K e 2640 K de temperaturas fixas, um gráfico de Corrente x Tensão para os pontos coletados; e o valor de  $1,39 \pm 0,08$  para o expoente de Child por meio de uma regressão ponderada. De modo geral, os resultados mostram que o nosso experimento condiz com a literatura científica.

## 2 Introdução

O Efeito Termoiônico corresponde a ejeção de elétrons de um metal quando aquecido. Um dos primeiros a observar esse fenômeno foi Frederick Guthrie em

1873. Guthrie observou um comportamento desconhecido ao trabalhar com esferas metálicas carregadas que, sujeitas a temperaturas elevadas, apresentavam descargas elétricas.

Em 1880 o efeito foi redescoberto por Thomas Edison, quando o mesmo tentava descobrir a razão para ruptura de filamentos de lâmpadas incandescentes. Edison, mesmo após montar um aparato experimental que confirmava o efeito, não viu utilidades para tal, embora o patenteasse em 1883.

Posteriormente o físico Britânico John Ambrose Fleming descobriu que tal efeito poderia ser aplicado para encontrar ondas de rádio, notando que o fluxo preferencial dos elétrons poderia produzir a retificação de sinal (AC para DC), e finalmente, em 1901 o efeito foi investigado pelo físico inglês Owen Willians Richardson, que demonstrou que o número de elétrons emitidos por um filamento aquecido depende da temperatura de acordo com uma equação conhecida como Equação de Richardson, que lhe concedeu o nobel de 1923. Atualmente, trabalhos buscam compreender tal efeito, desenvolvendo até mesmo um aparato experimental de custo acessível ([ANDRADE et al., 2013](#)).

Tal fenômeno, além de nos possibilitar entendimento mais profundo a respeito da matéria, possui aplicações como: geradores termoiônicos, válvulas termoiônicas (utilizadas como amplificadores de radiofrequência) entre muitos outros, que basicamente se beneficiam dos efeitos explorados nesse projeto.

A facilidade de ionização de algum material é caracterizada por sua função trabalho, que é a energia mínima necessária para ionizá-lo; para tungstênio, que tem 6 elétrons na camada de valência (camada mais externa do átomo), sua função trabalho é de  $4,6\text{eV}$ , o que significa que arrancar elétrons desse material exige uma energia maior ou igual a esse valor.

Diante de todo esse contexto, neste trabalho buscamos estudar experimentalmente o Efeito Termoiônico e para isso fizemos: 1) análise dos dados de corrente *vs* tensão para cada tensão fixa do arranjo experimental; e 2) aplicação da Lei de Child, que nos fornece uma relação entre corrente e tensão através de uma regressão ponderada.

### 3 Teoria

Quando um metal é aquecido suficientemente ele emite elétrons, esse fenômeno é denominado Efeito Termoiônico. Essa ejeção de elétrons que, em sua maioria das vezes é da camada mais externa dos átomos do metal, ocorre pois tal átomo recebe energia, no nosso caso energia térmica, maior do que o seu valor de função trabalho ( $\phi$ ).

A função trabalho determina a diferença de energia entre o nível de Fermi e o vácuo, assim

$$\phi \equiv E_{\text{vácuo}} - E_{\text{Fermi}}, \quad (1)$$

Elétrons em questão são entes de spin  $1/2$ , o que significa que seu espaço de Hilbert possui dimensão 2, logo ao medir alguma componente do spin de um elétron, pode-se obter apenas dois resultados possíveis:  $-\frac{\hbar}{2}$  ou  $\frac{\hbar}{2}$ . Tais sistemas (de spin  $1/2$ ) são chamados férmions e obedecem a estatística de Fermi, que diz que um estado quântico pode ser ocupado por no máximo 1 fermion ([FERMI, 1926](#)).

Como os elétrons estão ligados ao núcleo do átomo por uma interação coulombiana, então estão confinados ao potencial coulombiano e assim, de acordo com a mecânica quântica, possuem seus níveis de energia quantizados. O mesmo raciocínio é válido tomando um sistema de muitos átomos, no nosso caso, novamente, o filamento de tungstênio, pois os elétrons estão confinados pelos potenciais coulombianos, tanto de seus respectivos átomos, como dos íons e, assim, apresentam bandas de energia. Estas bandas são encaradas como locais possíveis para a existência dos elétrons nos sistemas (de muitos átomos) a qual possuem. A energia de Fermi é, então, definida como a energia da última banda não totalmente ocupada à temperatura zero absoluto. Em outras palavras, a probabilidade de encontrar o elétron abaixo desse nível é 1 e acima é 0. Entretanto, para temperaturas acima do zero absoluto, a estatística que rege a natureza é a estatística de Fermi-Dirac, que define a energia de fermi não mais como uma função que assume valores zero ou um, mas como uma função mais suave onde, à medida que a temperatura do sistema aumenta, as partículas nos estados ligeiramente abaixo do nível de fermi, com energias  $E = E_{\text{Fermi}} - K_b T$ , são excitadas até  $E = E_{\text{Fermi}} + K_b T$ , sempre

obedecendo o princípio de exclusão de Pauli (DIRAC, 1926).

Caso os elétrons recebam ainda mais energia, conseguem finalmente fugir dos potenciais que os confinam. No tungstênio, essa energia é de 4,5 eV, já que  $\phi_{\text{tungstênio}} = 4,5\text{eV}$  (MELISSINOS, 1968). Após a ionização dos átomos, seus elétrons são acelerados por um potencial externo, formando uma corrente que pode ser calculada, como veremos mais a frente.

A densidade de corrente emitida foi caracterizada por Richardson, através da equação de Richardson:

$$J = AT^2 e^{\frac{\phi}{K_b T}}, \quad (2)$$

onde  $T$  é temperatura do filamento,  $\phi$  é a função trabalho do metal,  $K_b$  é a constante de Boltzmann,  $A$  é uma constante e  $J$  a densidade de corrente emitida por uma superfície condutora plana.

Das limitações de tal equação, seguem que: a função trabalho é sempre a mesma independente da temperatura; não há reflexões quânticas na superfície do metal; os elétrons são tratados como partículas clássicas; não leva em consideração presença de potenciais externos; não considera a influência da Carga Espacial. (MELISSINOS, 1968)

Devido ao aquecimento, alguns elétrons “vazam” para o espaço de vácuo ao redor do condutor. Com a perda de elétrons o condutor fica com carga positiva e envolto por uma nuvem de elétrons (espaço de carga tridimensional). Se nenhum potencial externo for aplicado, essa nuvem limita o efeito termoiônico e a densidade de corrente é bem menor do que aquela prevista pela Equação de Richardson (2). Conforme o potencial externo é aumentado, essa nuvem se dissipa deixando o espaço de carga com cada vez menos elétrons, até que a taxa de ionização dos átomos se iguale à corrente elétrica medida, visto que, neste ponto, cada elétron emitido no cátodo é absorvido pelo ânodo. Neste instante, a corrente não varia mais com o aumento do potencial externo aplicado e, então, observa-se a corrente de saturação. (SMITH; HOLROYD, 1968).

Uma outra lei física que envolve o efeito termiônico é a Lei de Child, que relaciona a densidade de corrente elétrica no ânodo, antes da saturação, em função

da diferença de potencial aplicada (caso de um ânodo cilíndrico):

$$J = \frac{4\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e}{m_e}} \frac{V^{3/2}}{r_a} \beta^{-2}, \quad (3)$$

em que  $J$ : Densidade de corrente no anodo;  $\epsilon_0$ : Permissividade elétrica no vácuo;  $e$ : Carga do elétron;  $m_e$ : massa do Elétron;  $\beta$ : Constante de correção para o caso cilíndrico;

Veja que  $J = i/A$ , então multiplicando dos dois lados por  $A$  (área de seção que passa os elétrons) e, em seguida, fazendo o logaritmo natural dos dois lados, temos:

$$\ln i = \frac{3}{2} \ln V + \ln C, \quad (4)$$

em que  $C = \frac{4\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e}{m_e}} \frac{A}{\beta^{-2} r_a}$ .

## 4 Metodologia

Para a realização do experimento, nosso equipamento consistiu em um filamento de tungstênio contido em um tubo fechado, acoplado a uma bomba de vácuo de difusão, de modo que a pressão dentro do tubo pudesse atingir valores inferiores a **30 micrômetros**. Além disso, havia um sistema de resfriamento que necessitava de um suprimento constante de nitrogênio líquido.

Dos três terminais que partiam do tubo, dois estavam diretamente conectados ao filamento de tungstênio, enquanto o terceiro estava ligado à “casca” do próprio tubo, que era circundado por uma bobina. Esta bobina produzia um campo magnético em seu interior por meio de uma tensão fornecida por uma fonte de alta tensão, que não poderia exceder 400 V.

Para observar o efeito e medir a corrente termoiônica, primeiramente aplicamos e fixamos uma tensão relativamente baixa nos terminais do filamento, a partir da qual estimamos que a temperatura atingiria facilmente valores acima de 2000 K.

Para encontrar os valores de temperatura, primeiro medimos a resistência do

filamento de forma geométrica utilizando  $R_{filamento} = \frac{\rho L}{A}$ . Após substituir todas as medidas geométricas de acordo com nosso aparato, encontramos  $R_{filamento} = 0,25\ ohm$  e descontamos dessa resistência a resistência da Figura 1. Para medirmos tal resistência ( $R'$ ) extrapolamos o gráfico de R por I desse circuito para corrente zero, achando  $R' = 0,47\ ohm$ . Assim, a resistência apenas do circuito ( $R$ ), é dada por:  $R = R_{filamento} - R' = 0,22\ ohm$ .

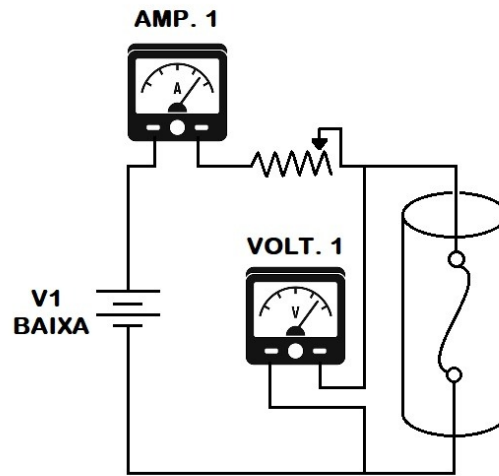


Figura 1: Circuito Inicial

Essa tensão, juntamente com a corrente que passava pelo filamento, era monitorada por um amperímetro e um voltímetro, conectados em série e paralelo, respectivamente, com o filamento, como mostra a Figura 2.

Os elétrons ejetados pelo efeito termoiônico eram acelerados pela fonte de alta tensão, que era cuidadosamente variada e monitorada com um segundo voltímetro, resultando em uma densidade de corrente através do tubo, monitorada pelo segundo amperímetro. Estas foram as principais medidas realizadas durante o experimento, que posteriormente revelaria uma corrente de saturação em certos intervalos de tensão.

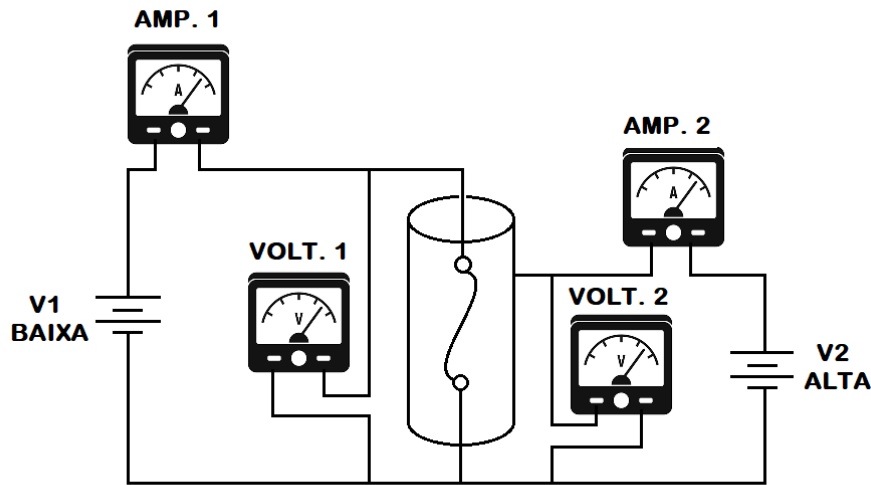


Figura 2: Circuito para medida do efeito termoiônico

## 5 Resultados e Discussão

Por meio da montagem experimental proposta pela Figura 2, obtivemos a curva de corrente termoiônica versus tensão para diferentes temperaturas do filamento. A partir da figura 3, verifica-se que, para cada temperatura do cátodo (controlada pela voltagem no filamento), há uma corrente no ânodo que evidencia o efeito termoiônico. Observa-se que essas correntes termoiônicas tendem a valores constantes, conhecidos como corrente de saturação.

Como já mencionado na seção 3, a corrente de saturação é alcançada quando o espaço de carga das emissões dos elétrons do tungstênio se esvai com o aumento do potencial elétrico, tornando taxa de coleta elétrica igual a taxa de ionização dos átomos. Em outras palavras, quando isso ocorre, a taxa de elétrons emitidos pelo cátodo (tungstênio) é igual à taxa em que são absorvidos pelo ânodo (coletor).

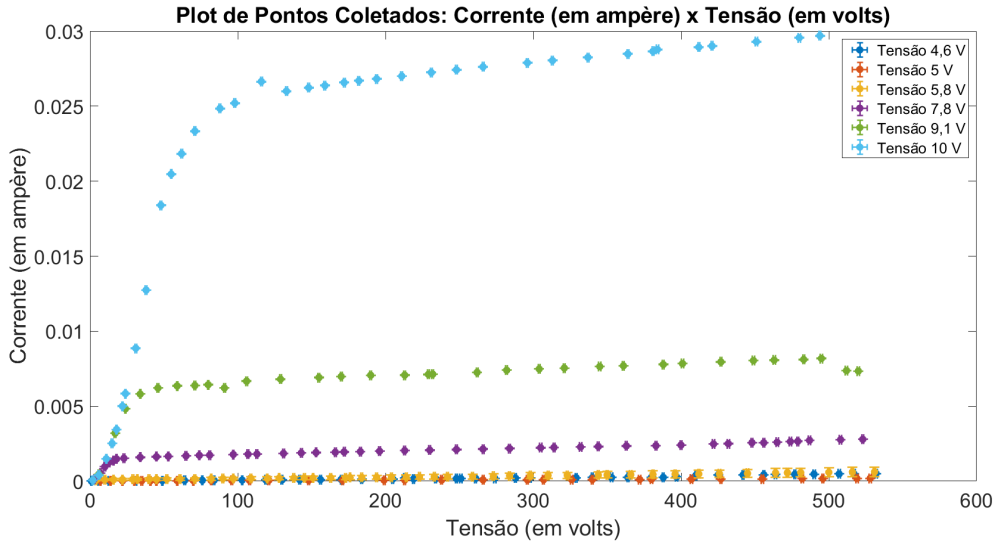


Figura 3: Pontos coletados de Corrente (em ampère) por Tensão (em volts)

Para descobrirmos quais temperaturas eram correspondentes aos potenciais fixos no ânodo, tabelamos o gráfico do livro Experiments in Modern Physics da página 76 (figura 3.13) (MELISSINOS, 1968). Obtemos a Tabela 1:

Tabela 1: Valores de Temperatura (em K) para cada valor de tensão fixa

V	T (K) *10	$\sigma$ (K) *10	R/R0
4,6	185	5	9,5
5,0	190	5	9,7
5,8	201	5	10,4
7,8	230	5	12,0
9,1	245	5	12,8
10,7	264	5	13,9

Ademais, para os dados referentes à tensão de 10 V no filamento, construímos um gráfico de  $\ln(i)$  vs  $\ln(V)$ . Usando a Equação (4), fizemos uma regressão linear ponderada, levando em consideração os erros das medidas, como é mostrado na Figura 4. Para um melhor ajuste linear, consideramos os pontos que precedem à corrente de saturação. O ajuste linear desses dados permitiu a obtenção do expoente da Lei de Child, resultando em um valor de  $1,39 \pm 0,08$  (com p-valor de



$3,4 \cdot 10^{-9}$ ), que está relativamente próximo do valor de referência de 1,5 (exponente da Lei de Child).

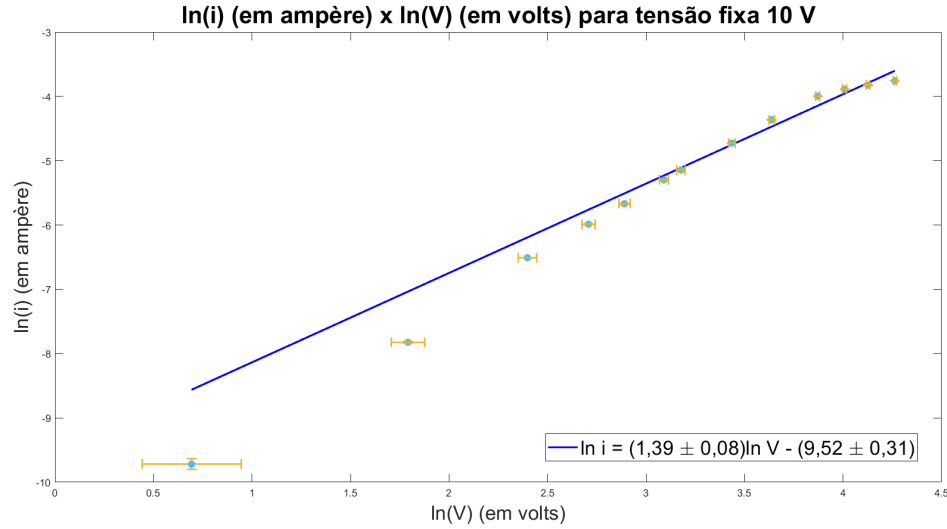


Figura 4:  $\ln(i)$  (em ampère) vs  $\ln(V)$  (em volts) para tensão fixa 10 V

Podemos observar que claramente os pontos iniciais divergem da reta de regressão linear. Isso ocorre devido a forma que tratamos os dados. Como as incertezas dos dados são distintas, então utilizamos uma regressão linear ponderada. Assim pontos que possuem grande incerteza relativa não são tão significativos para regressão linear.

De modo geral, as nossas Figuras 4 e 3, além da Tabela 1, são condizentes com a literatura científica da área (ANDRADE et al., 2013; MELISSINOS, 1968).

## 6 Conclusão

A análise dos dados referente ao efeito termoiônico indica que o experimento realizado foi bem-sucedido em demonstrar o fenômeno e fornecer uma validação experimental da Lei de Child. Os dados coletados permitiram a construção de gráficos de corrente versus tensão e a regressão linear ponderada, que resultou em

um valor experimental do expoente da Lei de Child  $1,39 \pm 0,08$ , próximo ao valor teórico de 1,5. Essa proximidade sugere uma boa concordância entre os resultados experimentais e a teoria, reforçando a validade das medições e das metodologias utilizadas no estudo.

Devido à sofisticação dos aparelhos e à quantidade de componentes envolvidos no experimento, reconhecemos que o sistema é altamente sensível a pequenas variações nas fontes e nos instrumentos de medição. Isso requer muito cuidado, atenção e várias tentativas, até a obtenção de dados que sejam condizentes com o fenômeno observado.

Melhores ajustes nos dados que nos levam ao expoente da Lei de Child requerem uma quantidade maior de pontos que antecede a corrente de saturação.

## Referências

ANDRADE, Nilson S de; ANDRADE-NETO, AV; LEMAIRE, Thierry; CRUZ, JA. Investigação teórica e experimental do efeito termiônico. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, SciELO Brasil, v. 35, p. 01–06, 2013.

DIRAC, Paul Adrien Maurice. On the theory of quantum mechanics. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character**, The Royal Society London, v. 112, n. 762, p. 661–677, 1926.

FERMI, Enrico. Sulla quantizzazione del gas perfetto monoatomico. **Rendiconti Lincei**, v. 145, 1926.

MELISSINOS. **Experiments in modern physics**. [S.l.]: Academic Press, 1968.

SMITH, K.M.; HOLROYD, P. Chapter 23 - thermionic emission. In: SMITH, K.M.; HOLROYD, P. (Ed.). **Engineering Principles for Electrical Technicians**. Pergamon, 1968, (The Commonwealth and International Library: Electrical Engineering Division). p. 371–376. ISBN 978-0-08-012985-3. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780080129853500285>>.