

1. 不完整数据的补充方法

一个部分数据缺失的矩阵表示为 $V = v_{ij} \text{ }_{m \times n}$ ，其中 $v_{ij} (i=1,2,\dots,m, j=1,2,\dots,n)$ 代表矩阵中的每一个数据，可能是已知值也可能是缺失值。则第 i 行的缺失数据计算公式为

$$v_{il} = (1-\lambda)a_i + \lambda b_l \quad (1)$$

其中 $a_i = \min v_{ij}$ ， $b_l = \max v_{lj}$ ， λ 表示决策者的态度， $\lambda \in [0,1]$ ， λ 的值越大表示决策者态度越积极，并且 $i=1,2,\dots,m, l=1,2,\dots,n$ 。

特别地，当 $\lambda=0$ 时， $v_{il} = \min v_{ij}$ ；当 $\lambda=1$ 时， $v_{il} = \max v_{lj}$ 。

相似地，第 j 列的缺失数据计算公式为

$$v_{pj} = (1-\lambda)c_j + \lambda d_p \quad (2)$$

其中 $c_j = \min v_{pj}$ ， $d_p = \max v_{pj}$ ， λ 取值和含义与上文相同，并且 $p=1,2,\dots,m, j=1,2,\dots,n$ 。

算法一. 考虑决策者态度的不完整数据补充算法

输入：部分数据缺失的矩阵 $V = v_{ij} \text{ }_{m \times n}$

输出：数据补充完整的矩阵 $V^* = v_{ij}^* \text{ }_{m \times n}$

步骤一：确定表示决策者态度 λ 的值，其中 $\lambda \in [0,1]$ 。

步骤二：对第 $i (i=1,2,\dots,m)$ 行数据依次查询，如果数据已知，则 $v_{ij}^* = v_{ij}$ ；如果数据缺失，则利用公式(1)计算出缺失值为 v_{ij}^* ，且 $j=1,2,\dots,n$ 。

步骤三：对第 $j (j=1,2,\dots,n)$ 列数据依次查询，如果数据已知，则跳过；如果数据缺失，则利用公式(2)计算出缺失值为 v_{ij}^* ，且 $i=1,2,\dots,m$ 。

步骤四：如果矩阵数据完整，转到步骤五；如果数据不完整，转到步骤二。

步骤五：输出数据补充完整的矩阵 $V^* = v_{ij}^* \text{ }_{m \times n}$ 。

2. 混合指标权重的计算方法

求解指标权重首先需要对各指标下的数据进行归一化处理，由于每种指标都包含多种可再生资源类型、多省份、多年份的数据，则指标 $f (f=1,2,\dots,t)$ 下的数据的归一化公式为：

$$x_{fkij} = \begin{cases} \frac{v_{fkij} - \min_{k,i,j}(v_{fkij})}{\max_{k,i,j}(v_{fkij}) - \min_{k,i,j}(v_{fkij})}, & \text{positive index} \\ \frac{\max_{k,i,j}(v_{fkij}) - v_{fkij}}{\max_{k,i,j}(v_{fkij}) - \min_{k,i,j}(v_{fkij})}, & \text{negative index} \end{cases} \quad (3)$$

其中 v_{fkij} 代表第 $f(f=1,2,\dots,t)$ 个指标下, 第 $k(k=1,2,\dots,s)$ 种可再生能源在省份 $i(i=1,2,\dots,m)$ 的第 $j(j=1,2,\dots,n)$ 年的数据, x_{fkij} 是 v_{fkij} 归一化后得到的值。

根据熵权法, 指标 $f(f=1,2,\dots,t)$ 的信息熵为

$$E_f = -\frac{1}{\ln smn} \sum_{k=1}^s \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (P_{fkij} \ln P_{fkij}) \quad (4)$$

其中 $P_{fkij} = \frac{x_{fkij}}{\sum_{k=1}^s \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{fkij}}$ 表示指标 $f(f=1,2,\dots,t)$ 在第 k 种可再生能源在省份 i 的第 j 年的特征比例。

则指标 $f(f=1,2,\dots,t)$ 的熵权重为

$$w_f^E = \frac{(1 - E_f)}{\sum_{f=1}^t (1 - E_f)} \quad (5)$$

由于原始数据是部分缺失的, 不同指标缺失的数据数量不同, 则信息的可信度也不同, 因此提出基于可信度的指标权重。指标 $f(f=1,2,\dots,t)$ 的可信度权重为

$$w_f^C = \frac{\text{num}_f(c)/smn}{\sum_{f=1}^t \text{num}_f(c)/smn} \quad (6)$$

其中 $\text{num}_f(c)$ 表示指标 $f(f=1,2,\dots,t)$ 中完整数据的个数, s 表示可再生能源种类数量, m 表示省份数量, n 表示年数。

则指标 $f(f=1,2,\dots,t)$ 的混合权重为

$$w_f = (1 - \theta)w_f^E + \theta w_f^C \quad (7)$$

其中 θ 表示决策者对指标可信度的偏好程度, $\theta \in [0,1]$ 。特别地, 当 $\theta=0$ 时, $w_f = w_f^E$;

当 $\theta=1$ 时, $w_f = w_f^C$ 。

3. 基于混合权重的改进 TOPSIS 决策模型

在多属性决策问题中，有 l 个备选 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_g, \dots, A_l\}$ ， t 个评价属性 $C = \{C_1, C_2, \dots, C_f, \dots, C_t\}$ ，属性权重为 $W = \{w_1, w_2, \dots, w_f, \dots, w_t\}$ ，第 g 个备选在属性 f 下的值表示为 $v_{gf} (g=1, 2, \dots, l, f=1, 2, \dots, t)$ 。共有 s 种可再生能源参与决策，则基于混合权重的改进 TOPSIS 决策模型算法如下：

算法 2. 基于混合权重的改进 TOPSIS 决策模型

输入：一些原始数据矩阵 $V^e = (v_{ij}^e)_{m \times n} (e=1, 2, \dots, ts)$

输出：备选的排序

步骤一：确定决策者态度 $\lambda (\lambda \in [0, 1])$ 的值，根据算法一对 ts 个原始数据矩阵 $V^e = (v_{ij}^e)_{m \times n} (e=1, 2, \dots, ts)$ 进行补充，得到数据完整的矩阵 $V^{e*} = (v_{ij}^{e*})_{m \times n} (e=1, 2, \dots, ts)$ 。

步骤二：假设有 l 个备选 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_g, \dots, A_l\}$ ， t 个评价属性 $C = \{C_1, C_2, \dots, C_f, \dots, C_t\}$ ，决策矩阵表示为 $V = (v_{gf})_{l \times t}$ ，其中 $v_{gf} (g=1, 2, \dots, l, f=1, 2, \dots, t)$ 为第 g 个备选在属性 f 下的值。

步骤三：利用以下公式对指标 $f (f=1, 2, \dots, t)$ 的数据做归一化处理：

$$v'_{gf} = \begin{cases} \frac{v_{gf} - \min_g(v_{gf})}{\max_g(v_{gf}) - \min_g(v_{gf})}, & \text{positive index} \\ \frac{\max_g(v_{gf}) - v_{gf}}{\max_g(v_{gf}) - \min_g(v_{gf})}, & \text{negative index} \end{cases} \quad (8)$$

步骤四：确定决策者对指标可信度的偏好程度 $\theta (\theta \in [0, 1])$ ，根据公式(3)-(7)求出属性混合权重 $W = \{w_1, w_2, \dots, w_f, \dots, w_t\}$ 。

步骤五：构建加权归一化决策矩阵 $R = (r_{gf})_{l \times t}$ 。

$$R = (r_{gf})_{l \times t} = \begin{pmatrix} w_1 v'_{11} & \dots & w_f v'_{1f} & \dots & w_t v'_{1t} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_1 v'_{g1} & \dots & w_f v'_{gf} & \dots & w_t v'_{gt} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_1 v'_{l1} & \dots & w_f v'_{lf} & \dots & w_t v'_{lt} \end{pmatrix} \quad (9)$$

步骤六：确定正理想解 R^+ 和负理想解 R^- 。

$$R^+ = (r_1^+, r_2^+, \dots, r_t^+) = \max_g(r_{gf} \mid f=1, 2, \dots, t) \quad (10)$$

$$R^- = (r_1^-, r_2^-, \dots, r_t^-) = \min_g(r_{gf} \mid f=1, 2, \dots, t) \quad (11)$$

步骤七：求解备选 $A_g (g=1, 2, \dots, l)$ 与正负理想解间的距离。

$$D_g^+ = \sqrt{\sum_f^t (r_f^+ - r_{gf})^2} \quad (12)$$

$$D_g^- = \sqrt{\sum_f^t (r_{gf} - r_f^-)^2} \quad (13)$$

步骤八：求解备选 $A_g (g=1, 2, \dots, l)$ 的与理想解的相对贴近度。

$$S_g = \frac{D_g^-}{D_g^+ + D_g^-} \quad (14)$$

步骤九：根据 $S_g (g=1, 2, \dots, l)$ 的值对备选排序， S_g 越大，则排名越靠前。

4. 阻碍因素求解模型

对全国 31 个省份阻碍其各种可再生能源发展的阻碍指标进行探索。在利用公式(3)进行指标数据归一化后，指标 $f (f=1, 2, \dots, t)$ 在可再生能源 $k (k=1, 2, \dots, s)$ 下的数据归一化公式为

$$x_{fkij} = \begin{cases} \frac{v_{fkij} - \min_{i,j}(v_{fkij})}{\max_{i,j}(v_{fkij}) - \min_{i,j}(v_{fkij})}, & \text{positive index} \\ \frac{\max_{i,j}(v_{fkij}) - v_{fkij}}{\max_{i,j}(v_{fkij}) - \min_{i,j}(v_{fkij})}, & \text{negative index} \end{cases} \quad (15)$$

其中 v_{fkij} 代表第 $f (f=1, 2, \dots, t)$ 个指标下，第 $k (k=1, 2, \dots, s)$ 种可再生能源在省份 $i (i=1, 2, \dots, m)$ 的第 $j (j=1, 2, \dots, n)$ 年的数据， x_{fkij} 是 v_{fkij} 归一化后得到的值。

则第 f 个指标在第 k 种可再生能源的第 i 个省份的第 j 年的偏差度为

$$I_{fkij} = 1 - x_{fkij} \quad (16)$$

其阻碍系数为

$$O_{fkij} = \frac{w_f I_{fkij}}{\sum_{f=1}^t w_f I_{fkij}} \quad (17)$$

其中 w_f 是由公式(3)-(7)求出属性混合权重。