



Ridge Detection

Индычко Олеся

<http://imaging.cs.msu.ru/>

Laboratory of Mathematics Methods of Image Processing
Department of Computational Mathematics and Cybernetics
Lomonosov Moscow State University

2021



Edges and ridges: определение

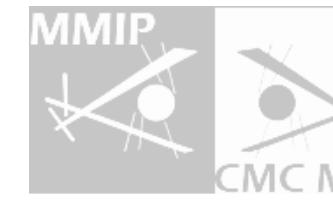
Edge = граница

- 1) Набор линий, образующий контуры изображения
- 2) Граница между областями разного цвета и/или текстуры
- 3) В ультразвуковых исследованиях — пики яркости

...

Ridge (or line) = хребет (линия)

- 1) Каждый контур изображения считается линией (хребтом)
 - 2) Границы между многогранными объектами
- ...



Edges and ridges: определение

Edge = граница

- 1) Набор линий, образующий контуры изображения
- 2) Граница между областями разного цвета и/или текстуры
- 3) В ультразвуковых исследованиях — пики яркости
- ...

Ridge (or line) = хребет (линия)

- 1) Каждый контур изображения считается линией (хребтом)
- 2) Границы между многогранными объектами
- ...

Выберем строгое определение:

Edge — максимум первых частных производных (градиента)

Ridge — максимум вторых частных производных (лапласиана)



Canny edge detection

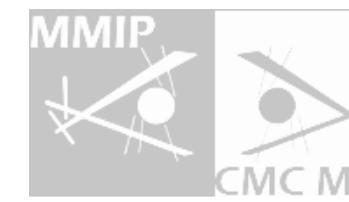
1. Размытие изображения фильтром Гаусса
2. Вычисление градиента интенсивности изображения
3. Подавление локальных «немаксимумов» градиента
4. Выделение потенциальных границ
5. Гистерезис



CMC MSU

Canny edge detection

1. Размытие изображения фильтром Гаусса
 2. Вычисление градиента интенсивности изображения
 3. Подавление локальных «немаксимумов» градиента
 4. Выделение потенциальных границ
 5. Гистерезис
- } Свертка изображения с производной ядра Гаусса



Canny edge detection

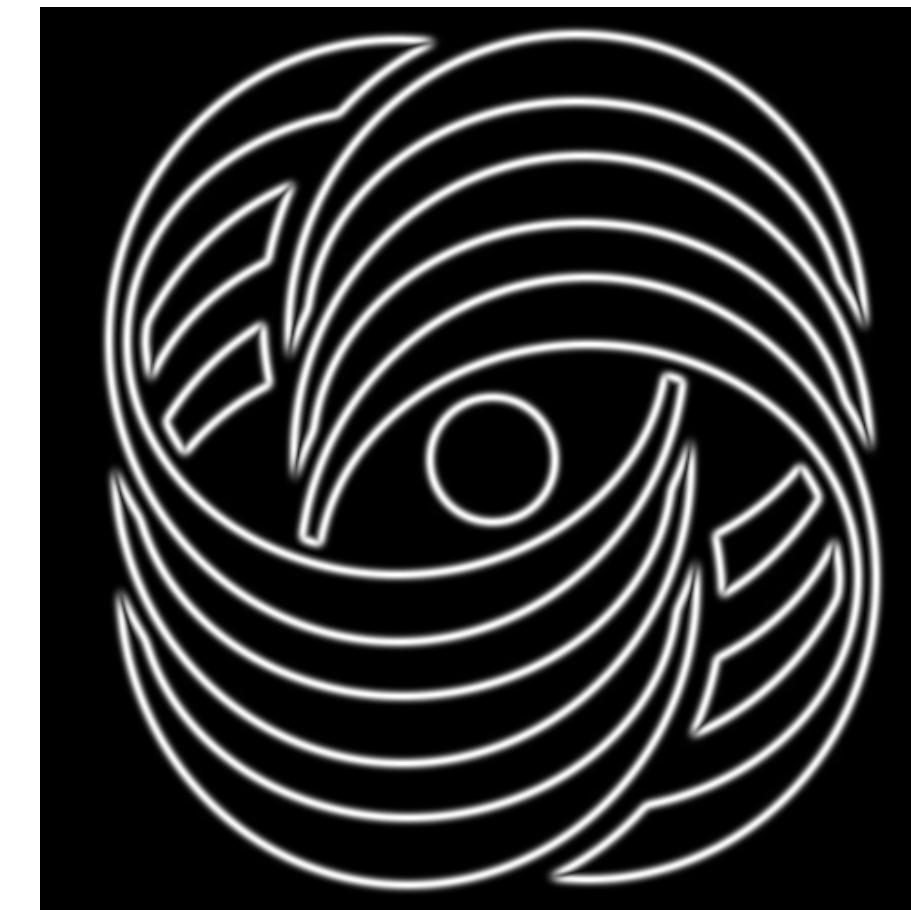
1. Свертка изображения с производной ядра Гаусса
2. Подавление локальных «немаксимумов» градиента
3. Выделение потенциальных границ
4. Гистерезис

$\sigma = 2$
high = 0.3
low = 0.1

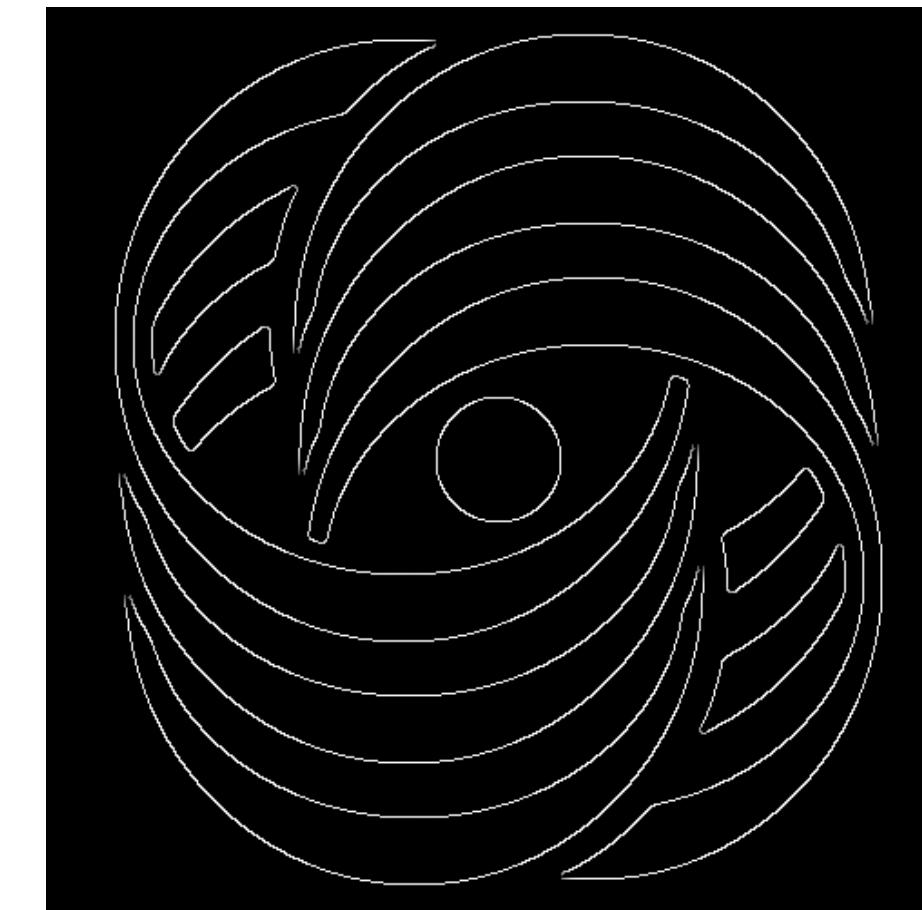
Входные данные:



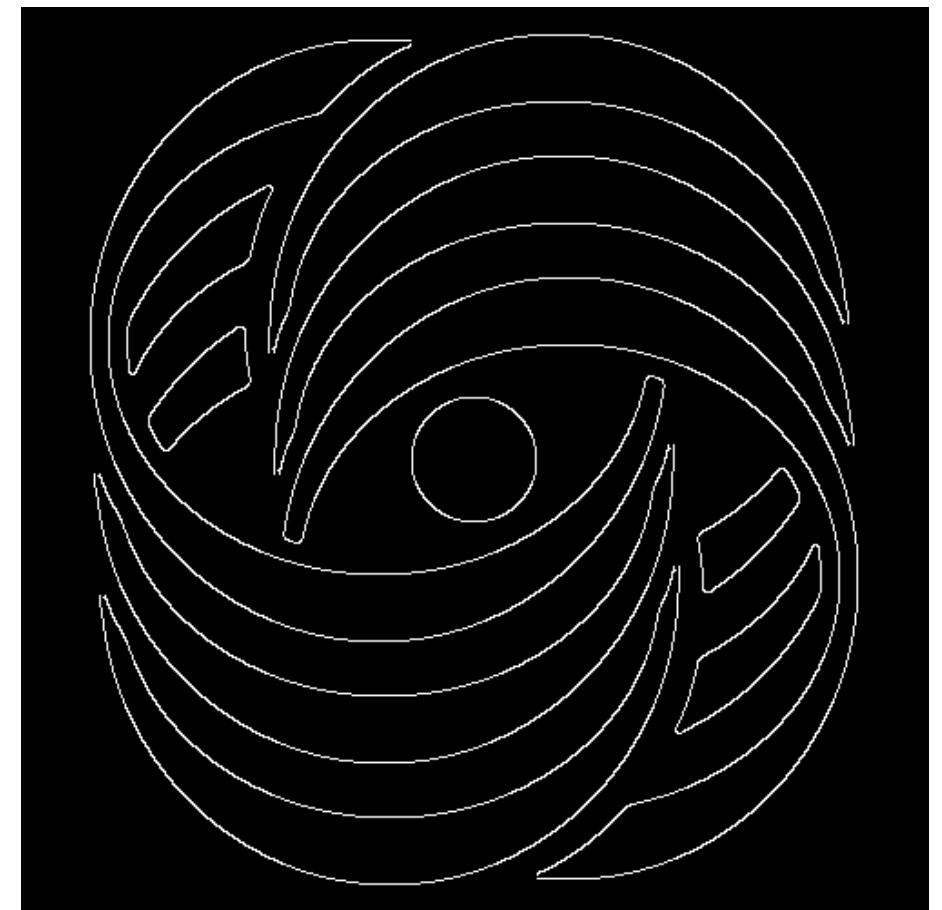
Модуль градиента:



Подавление
«немаксимумов»:



Результат:

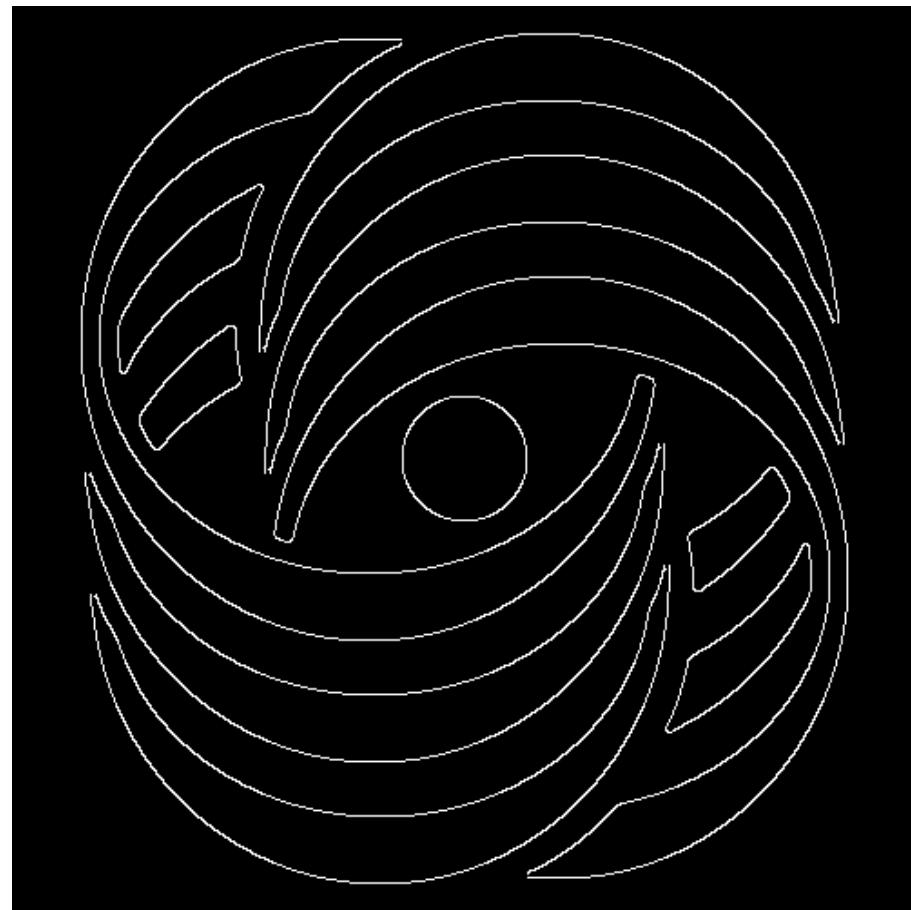




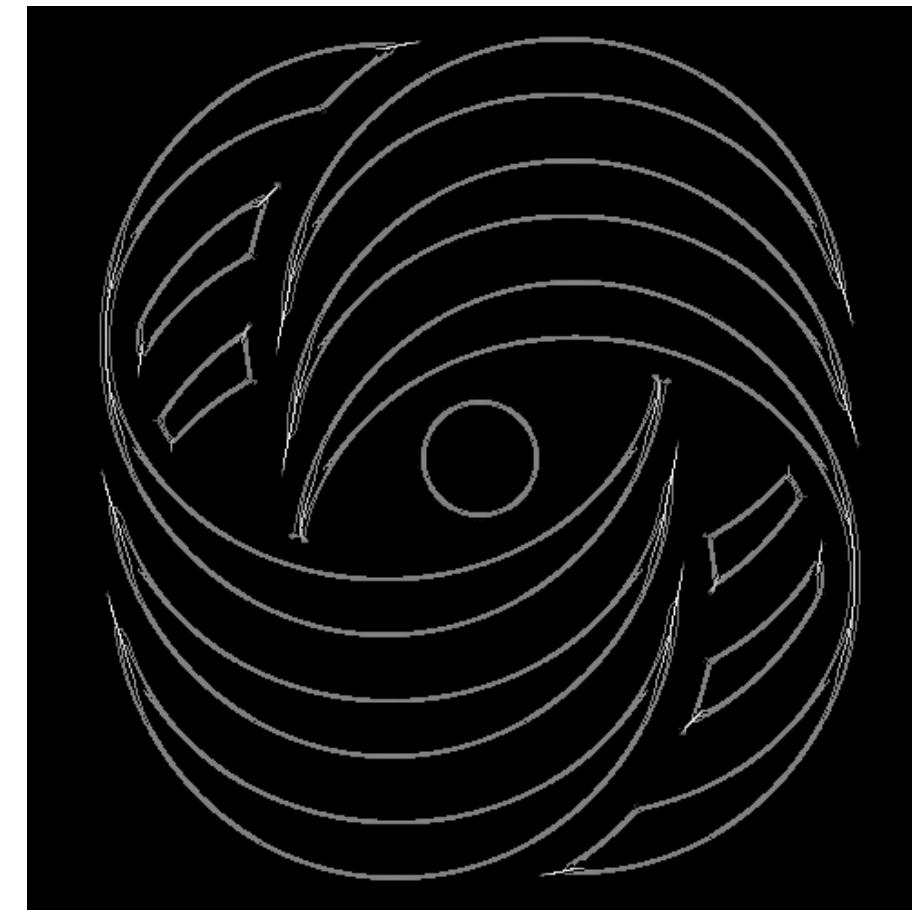
Canny edge detection vs Ridge detection

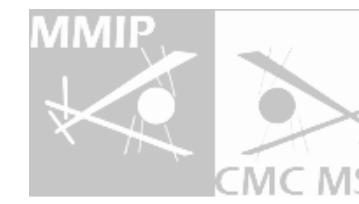


Canny edge detection:



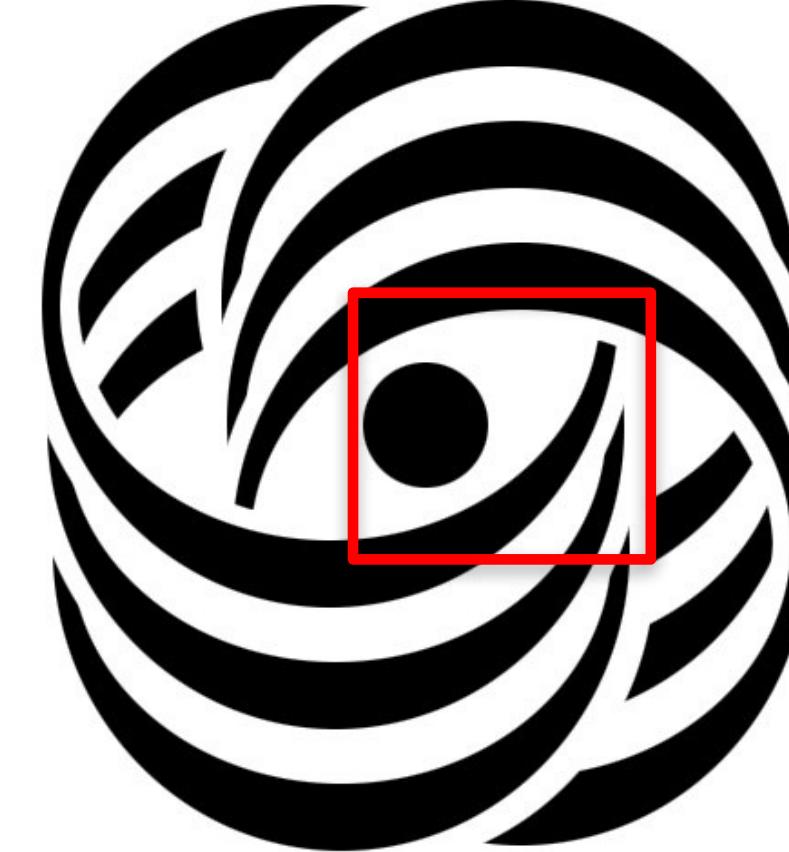
Ridge detection:



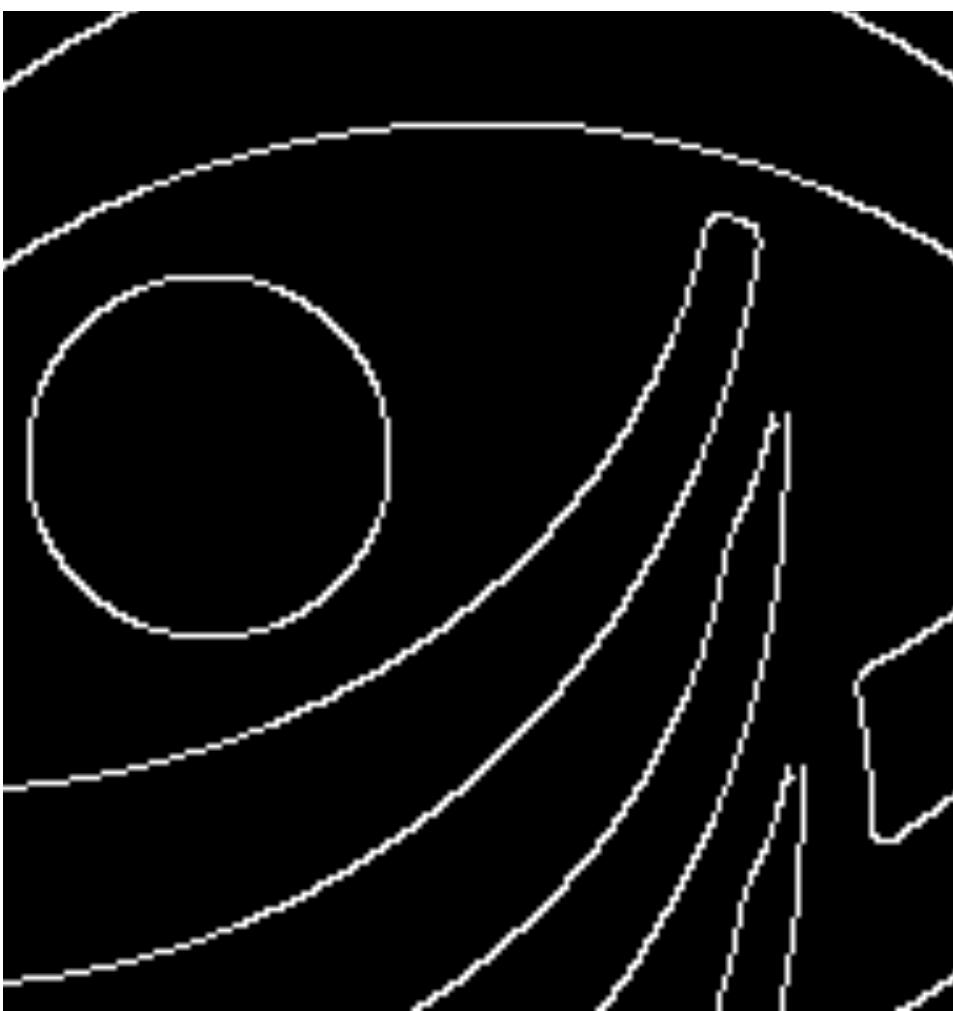


CMC MSU

Canny edge detection vs Ridge detection



Canny edge detection:



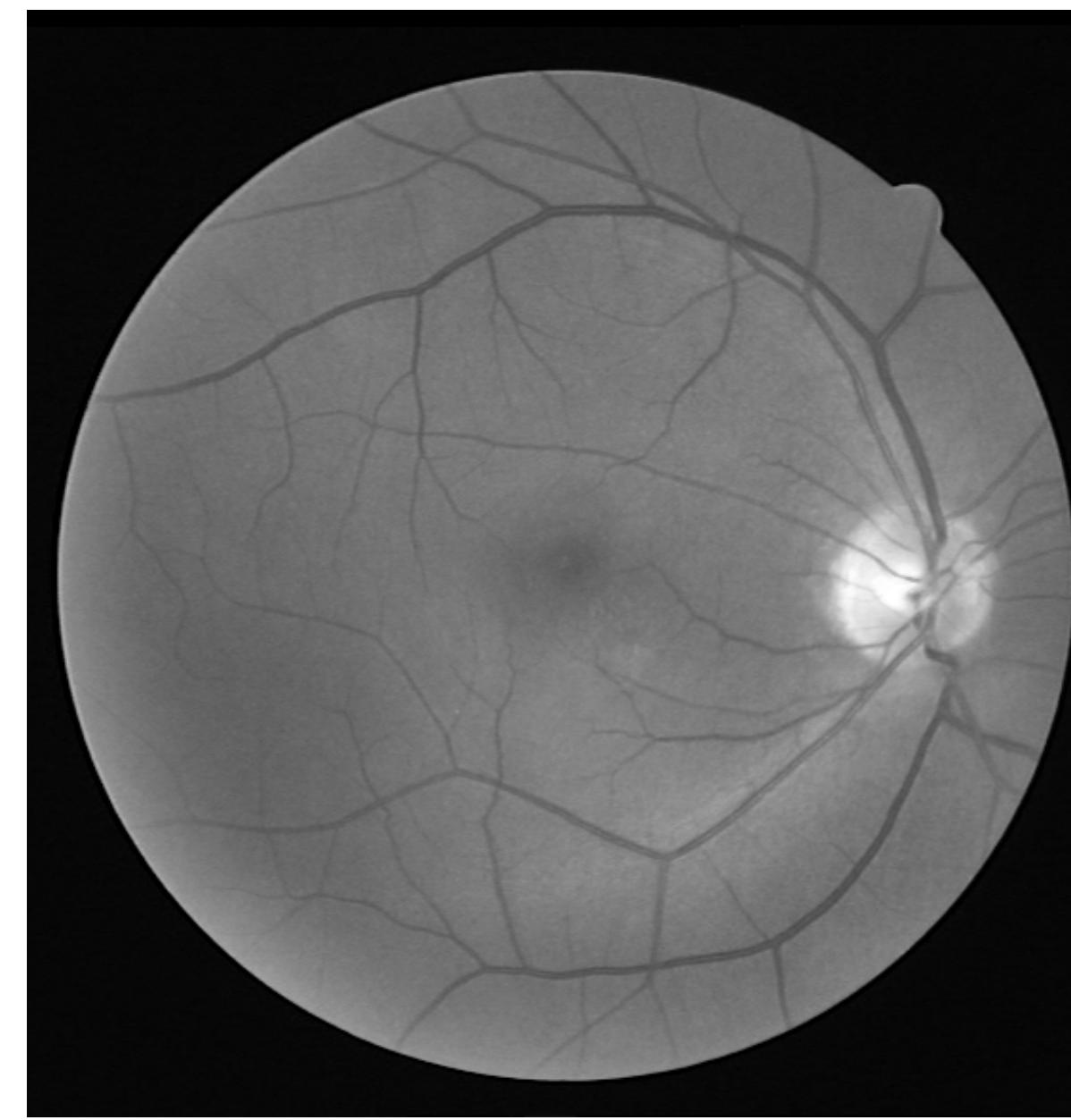
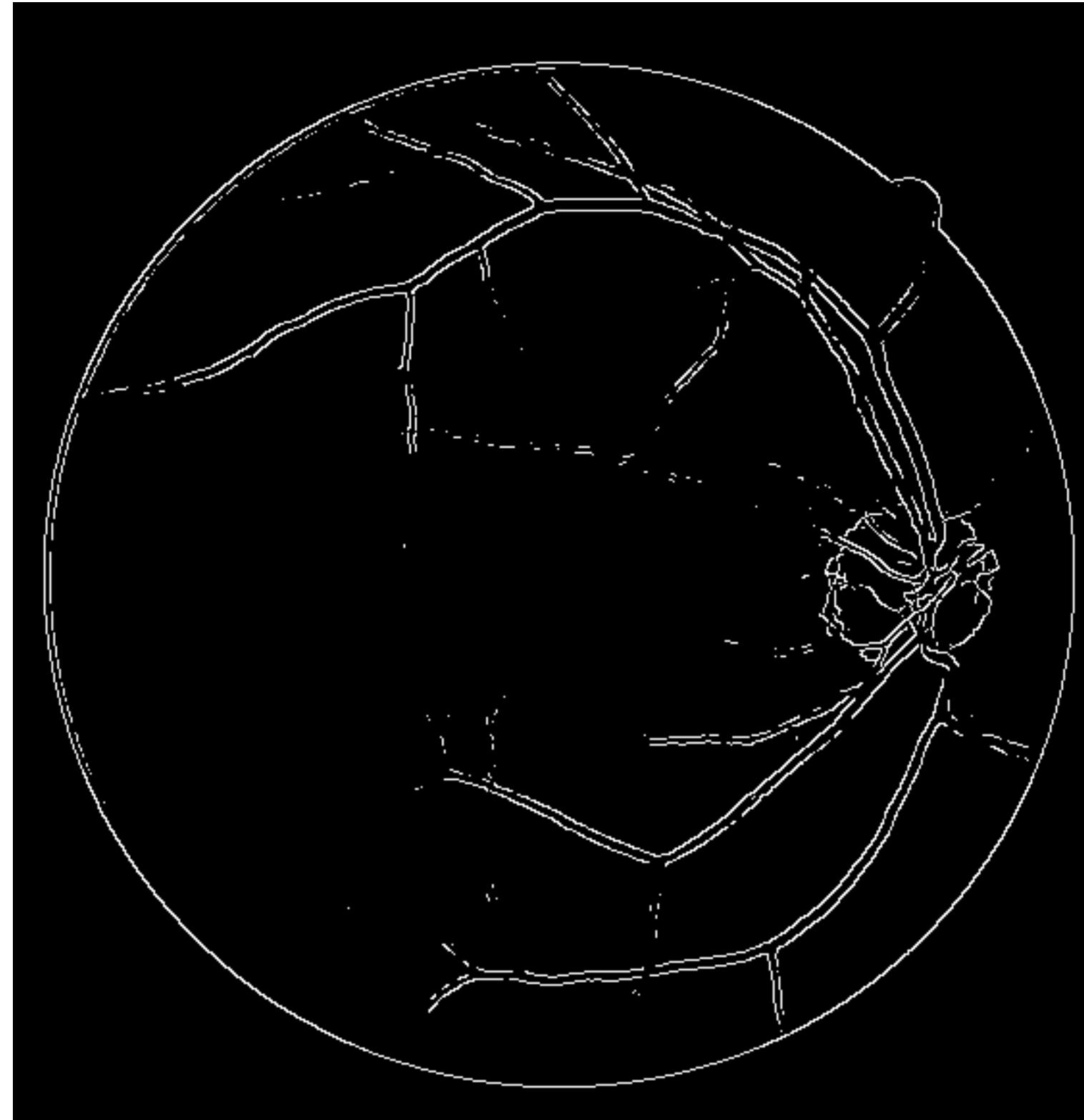
Ridge detection:



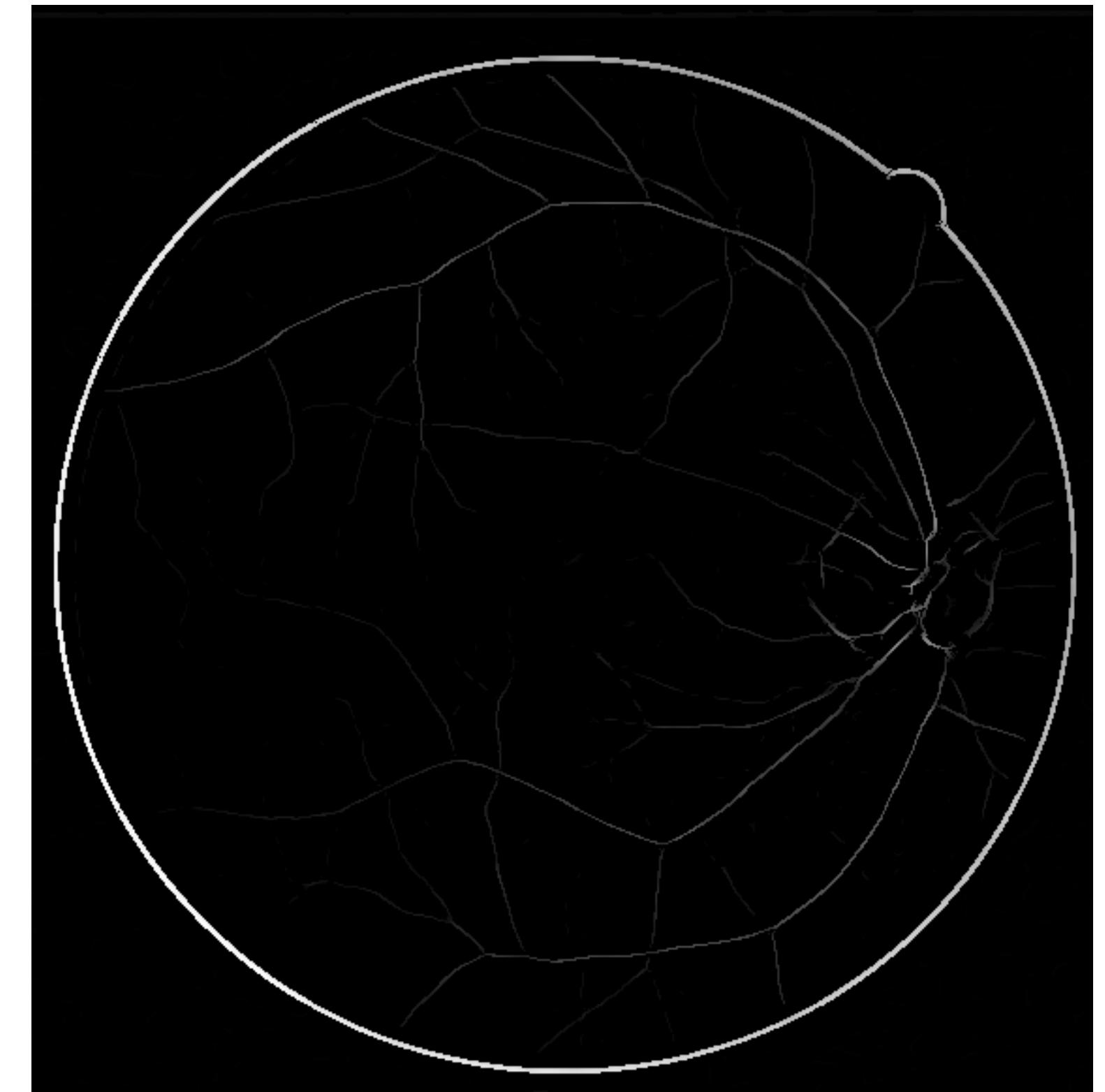


Canny edge detection vs Ridge detection

Canny edge detection:



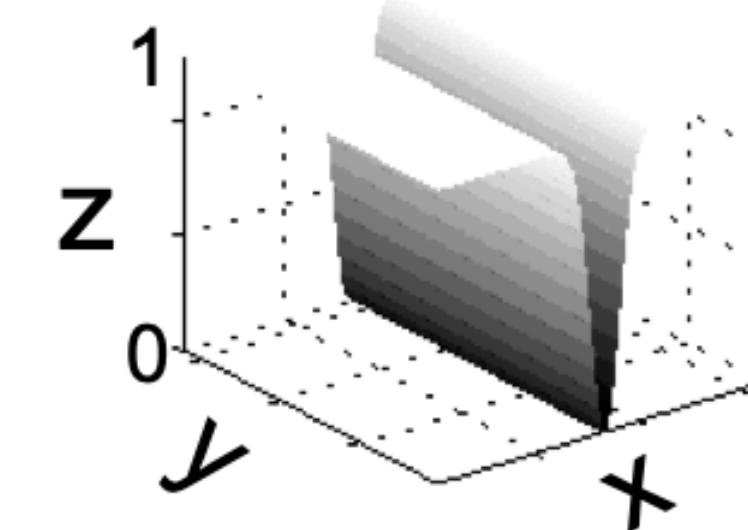
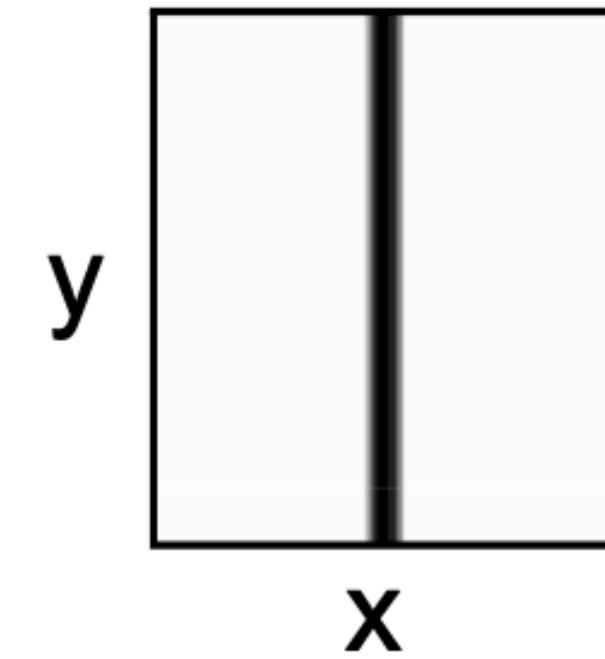
Ridge detection:



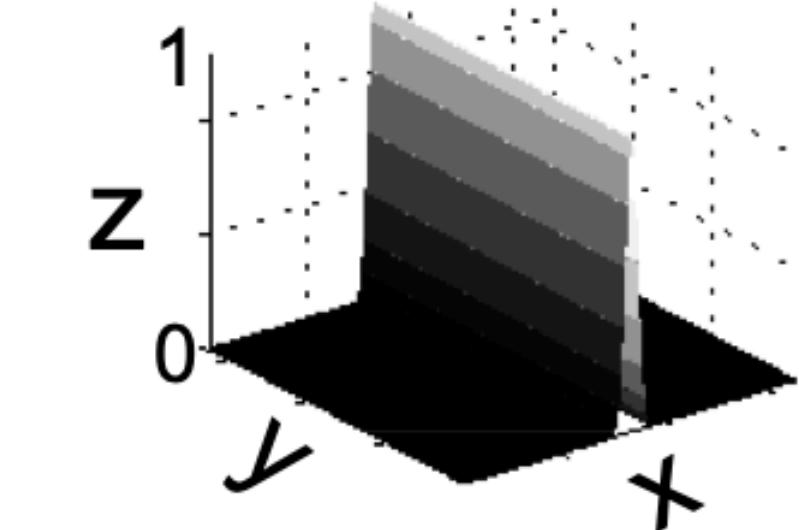
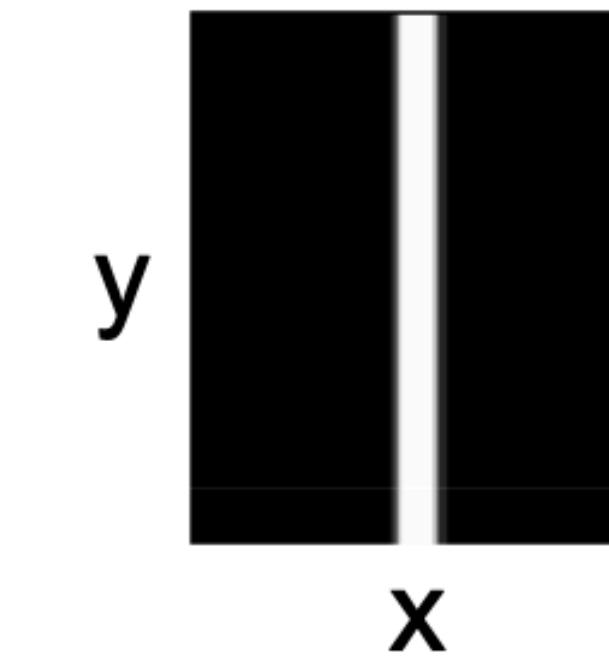


CMC MSU

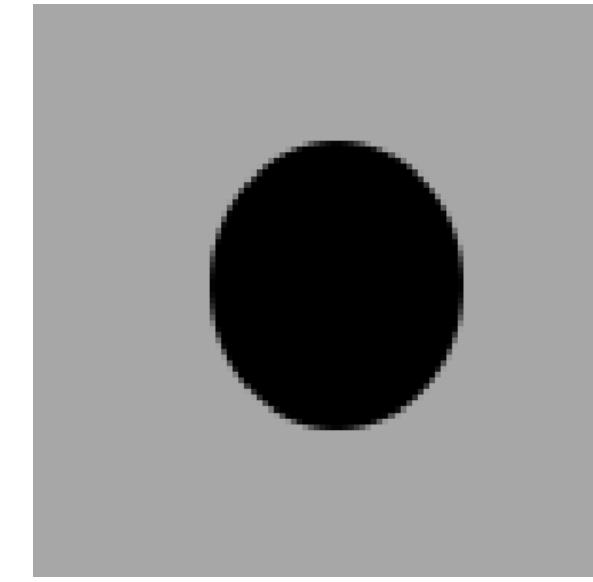
Ridges, blobs and valleys: классификация



Valley (долина)



Ridge (хребет)



Blob (пятно)



Canny edge detection

1. Размытие изображения фильтром Гаусса
 2. Вычисление градиента интенсивности изображения
 3. Подавление локальных «немаксимумов» градиента
 4. Выделение потенциальных границ
 5. Гистерезис
- } Свертка изображения с производной ядра Гаусса

Ridge detection: идея алгоритма

1. Размытие изображения фильтром Гаусса
2. Вычисление **характеристик матрицы Гессе**
3. Подавление локальных «немаксимумов» градиента
4. Выделение потенциальных границ
5. Гистерезис

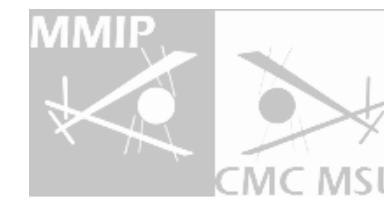


Ridge detection: идея алгоритма

Матрица Гессе:

$$H = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} \\ I_{xy} & I_{yy} \end{pmatrix}$$

1. Размытие изображения фильтром Гаусса
2. Вычисление **характеристик матрицы Гессе**
3. Подавление локальных «немаксимумов» градиента
4. Выделение потенциальных границ
5. Гистерезис



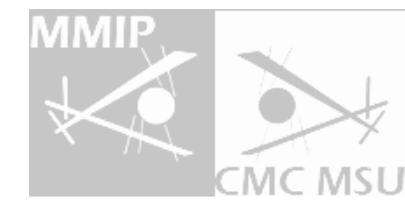
Матрица Гессе

Матрица Гессе:

$$H = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} \\ I_{xy} & I_{yy} \end{pmatrix}$$

Построение матрицы Гессе:

$$1) \quad I_{xy} = \frac{\partial^2 I}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (I \star G) = I \star \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial y}$$



Матрица Гессе

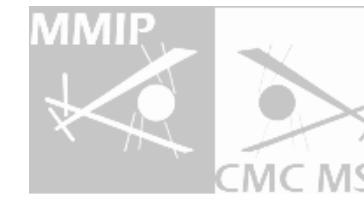
Матрица Гессе:

$$H = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} \\ I_{xy} & I_{yy} \end{pmatrix}$$

Построение матрицы Гессе:

$$1) \quad I_{xy} = \frac{\partial^2 I}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (I \star G) = I \star \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial y}$$

$$2) \quad H(x, y) = \begin{pmatrix} I_{xx}(x, y) & I_{xy}(x, y) \\ I_{xy}(x, y) & I_{yy}(x, y) \end{pmatrix}$$



Матрица Гессе

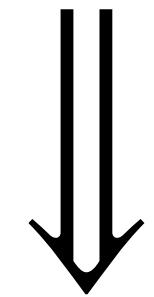
Матрица Гессе:

$$H = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} \\ I_{xy} & I_{yy} \end{pmatrix}$$

Построение матрицы Гессе:

$$1) \quad I_{xy} = \frac{\partial^2 I}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (I \star G) = I \star \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial y}$$

$$2) \quad H(x, y) = \begin{pmatrix} I_{xx}(x, y) & I_{xy}(x, y) \\ I_{xy}(x, y) & I_{yy}(x, y) \end{pmatrix}$$



В каждой точке изображения матрица Гессе – матрица размера 2×2 , содержащая значения вторых производных изображения в данной точке



ММФ
CMC MSU

Матрица Гессе и ее характеристики

Матрица Гессе:

$$H = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} \\ I_{xy} & I_{yy} \end{pmatrix}$$

Характеристики матрицы Гессе:

- 1) Собственные значения: λ_1, λ_2
- 2) Собственные векторы: \vec{v}_1, \vec{v}_2
- 3) След: $\text{tr}(H) = \lambda_1 + \lambda_2$



MMIP

CMC MSU

Матрица Гессе и ее характеристики

Матрица Гессе:

$$H = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} \\ I_{xy} & I_{yy} \end{pmatrix}$$

Характеристики матрицы Гессе:

- 1) Собственные значения: λ_1, λ_2
- 2) Собственные векторы: \vec{v}_1, \vec{v}_2
- 3) След: $\text{tr}(H) = \lambda_1 + \lambda_2$

По определению:

$$\text{tr}(H) = I_{xx} + I_{yy} = \Delta I$$

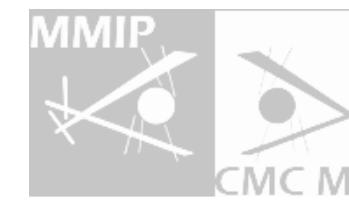


Анализ лапласиана изображения
сводится к анализу следа матрицы Гессе
и ее собственных значений

Ridge detection: идея алгоритма

1. Размытие изображения фильтром Гаусса
2. Вычисление **характеристик**
матрицы Гессе
3. Подавление локальных «немаксимумов»
градиента
4. Выделение потенциальных границ
5. Гистерезис

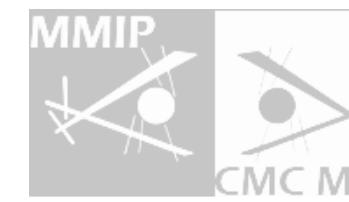
1. Свертка изображения с вторыми производными Гаусса
2. Составление матрицы Гессе из полученных сверток
3. Вычисление собственных значений и векторов матрицы Гессе



Ridge detection: идея алгоритма

1. Размытие изображения фильтром Гаусса
2. Вычисление характеристик матрицы Гессе
3. Подавление локальных «немаксимумов» **градиента**
4. Выделение потенциальных границ
5. Гистерезис

Что теперь является аналогом градиента?



Ridge detection: идея алгоритма

1. Размытие изображения фильтром Гаусса
2. Вычисление характеристик матрицы Гессе
3. Подавление локальных «немаксимумов» градиента
4. Выделение потенциальных границ
5. Гистерезис

Что теперь является аналогом градиента?

Варианты:

1. След матрицы Гессе (лапласиан изображения)

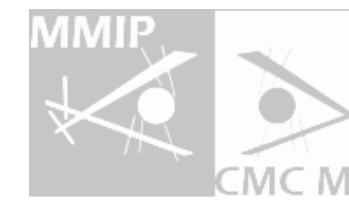
$$\text{tr}(H) = \lambda_1 + \lambda_2$$

2. Гессиан (определитель матрицы Гессе)

$$\det(H) = \lambda_1 \cdot \lambda_2$$

3. Максимальное (по модулю) собственное значение матрицы Гессе

$$\begin{cases} \lambda_1, & |\lambda_1| \geq |\lambda_2|, \\ \lambda_2, & |\lambda_1| < |\lambda_2|. \end{cases}$$



Ridge detection: идея алгоритма

1. Размытие изображения фильтром Гаусса
2. Вычисление характеристик матрицы Гессе
3. Подавление локальных «немаксимумов» градиента
4. Выделение потенциальных границ
5. Гистерезис

Что теперь является аналогом градиента?

След матрицы Гессе (лапласиан изображения)

$$\text{tr}(H) = \lambda_1 + \lambda_2$$

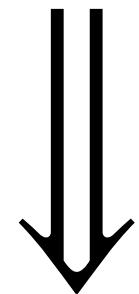
Ridge detection: идея алгоритма

1. Размытие изображения фильтром Гаусса
2. Вычисление характеристик матрицы Гессе
3. Подавление локальных «немаксимумов» градиента
4. Выделение потенциальных границ
5. Гистерезис

Что теперь является аналогом градиента?

След матрицы Гессе (лапласиан изображения)

$$\text{tr}(H) = \lambda_1 + \lambda_2$$



На втором шаге алгоритма получаем лапласиан изображения: матрицу такого же размера, как и изображение, элементами которой являются значения следа матрицы Гессе

$$\Delta I(x, y) = \text{tr}(H(x, y)),$$

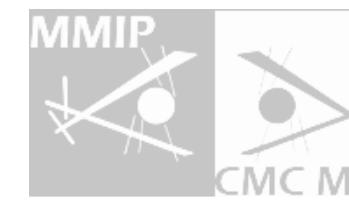
где $H(x, y) = \begin{pmatrix} I_{xx}(x, y) & I_{xy}(x, y) \\ I_{xy}(x, y) & I_{yy}(x, y) \end{pmatrix}$



Ridge detection: идея алгоритма

1. Размытие изображения фильтром Гаусса
2. Вычисление характеристик
матрицы Гессе
3. Подавление **локальных** «немаксимумов»
лапласиана изображения
4. Выделение потенциальных границ
5. Гистерезис

«Локальные» это какие?



Ridge detection: идея алгоритма

1. Размытие изображения фильтром Гаусса

«Локальные» это какие?

2. Вычисление характеристик
матрицы Гессе

Было: ближайшие пиксели в направлении градиента
и противоположно направлению градиента

3. Подавление **локальных** «немаксимумов»
лапласиана изображения

4. Выделение потенциальных границ

5. Гистерезис

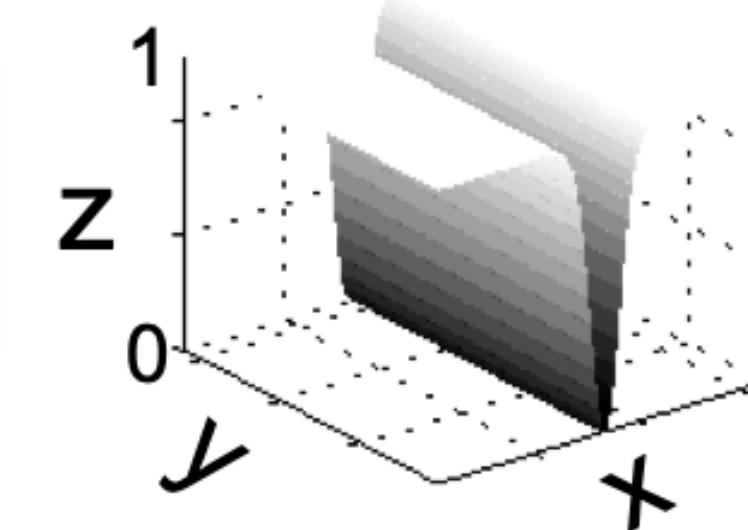
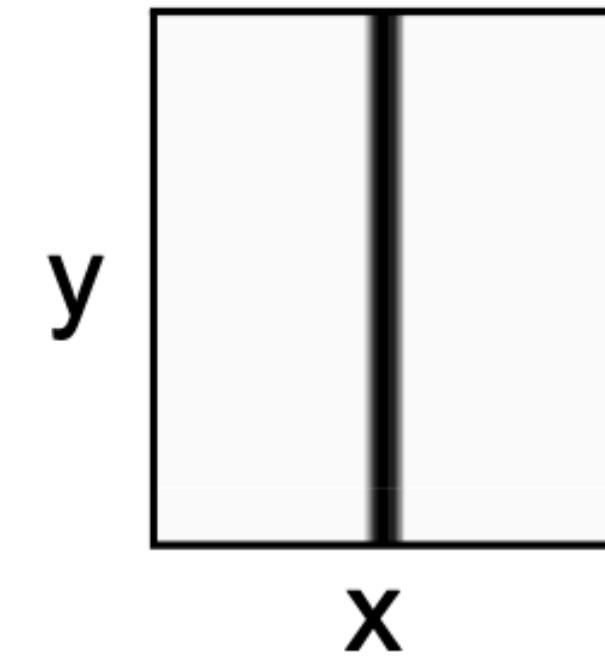


Направление подавления «немаксимумов»

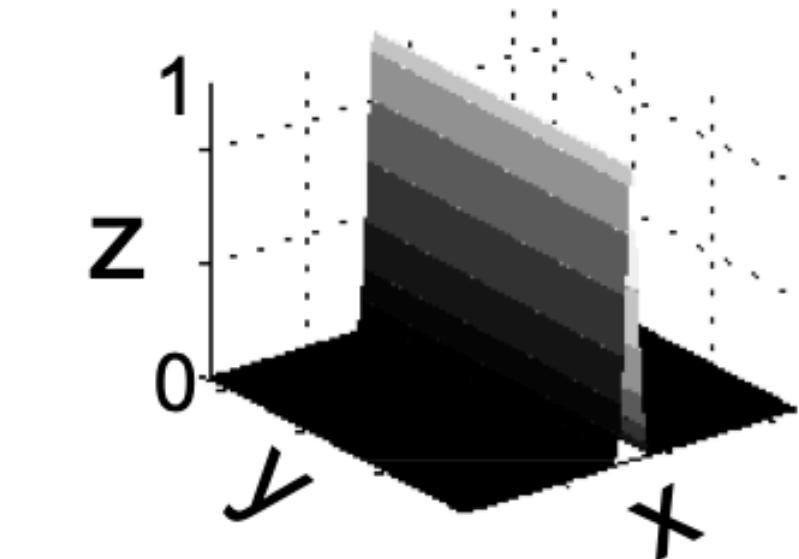
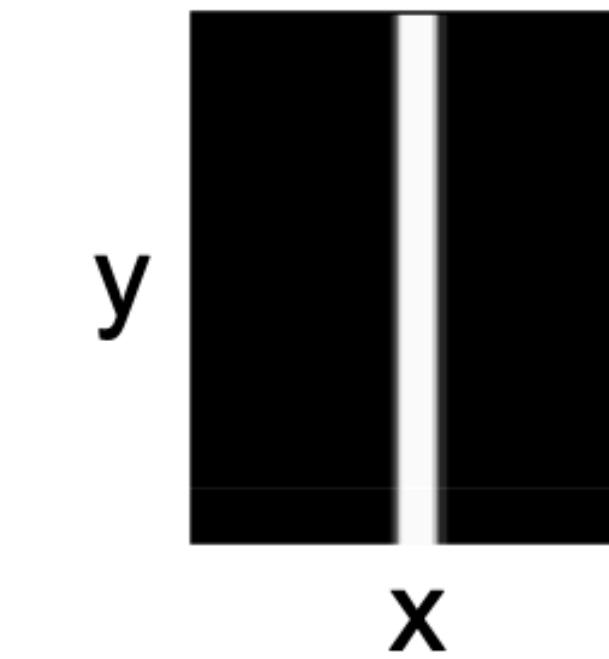
Вспомним, что мы на втором шаге вычислили **собственные векторы** матрицы Гессе. Куда они направлены?



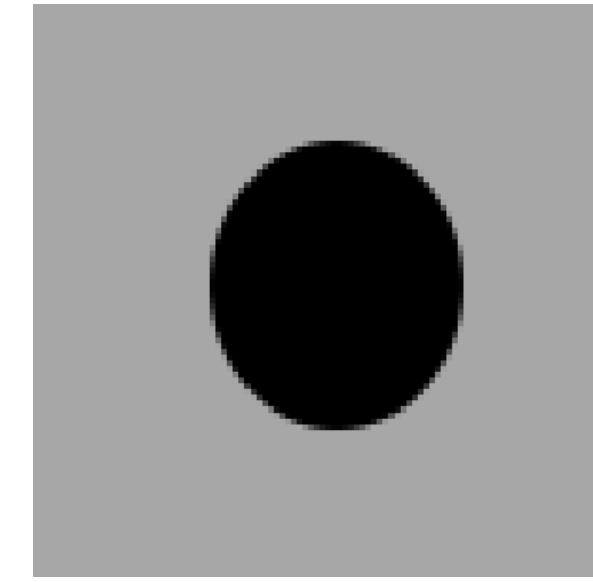
Ridges, blobs and valleys: напоминание



Valley (долина)



Ridge (хребет)

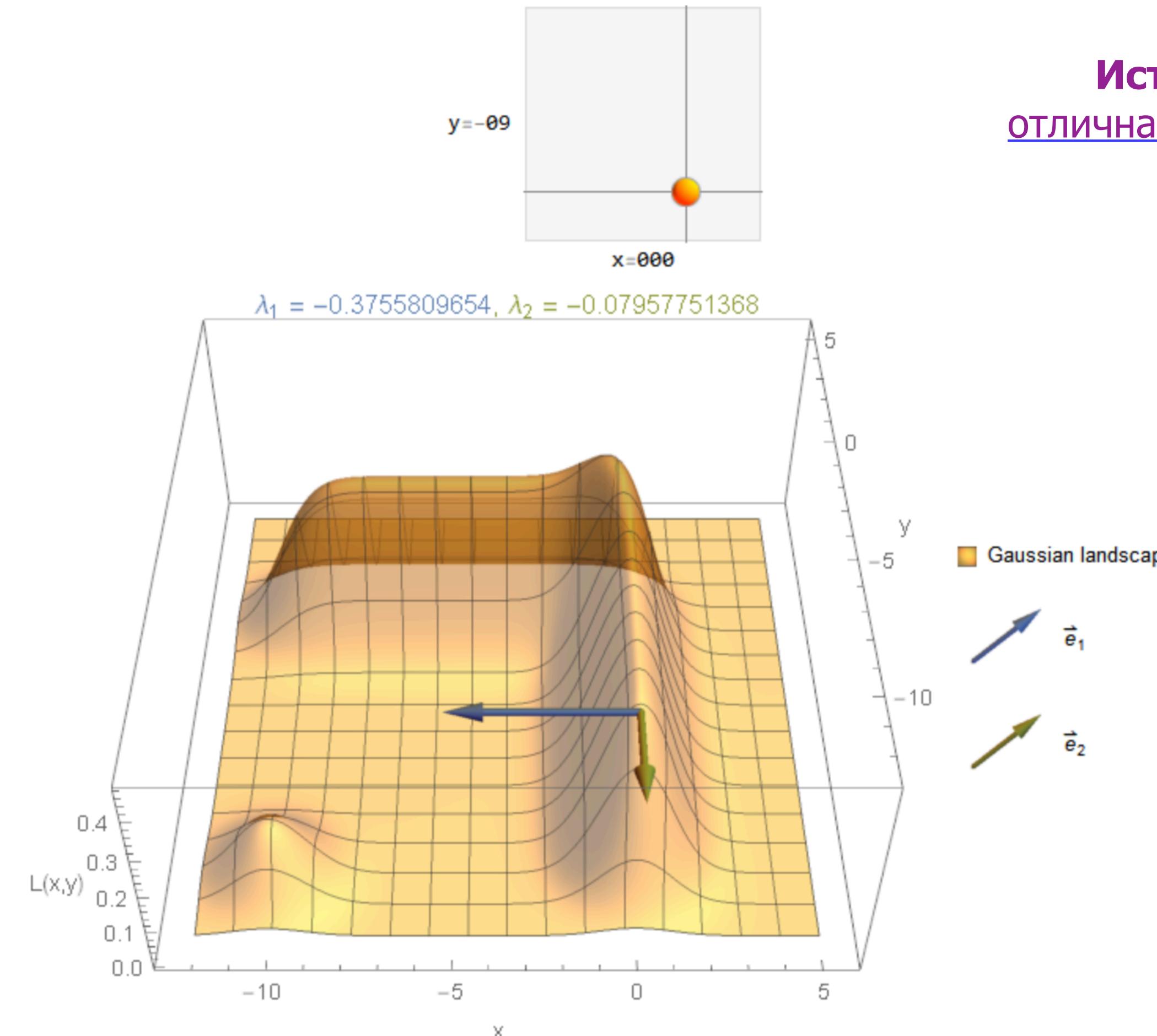


Blob (пятно)



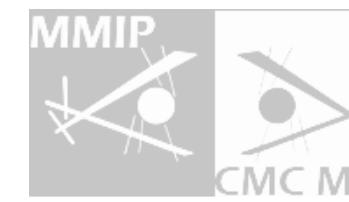
Направление подавления «немаксимумов»

Вспомним, что мы на втором шаге вычислили **собственные векторы** матрицы Гессе. Куда они направлены?



Источник красивых картинок:
[отличная статья про Hessian blobs detection](#)
(на English)

Рис. 1: Направление собственных векторов на хребте



Направление подавления «немаксимумов»

Вспомним, что мы на втором шаге вычислили **собственные векторы** матрицы Гессе. Куда они направлены?

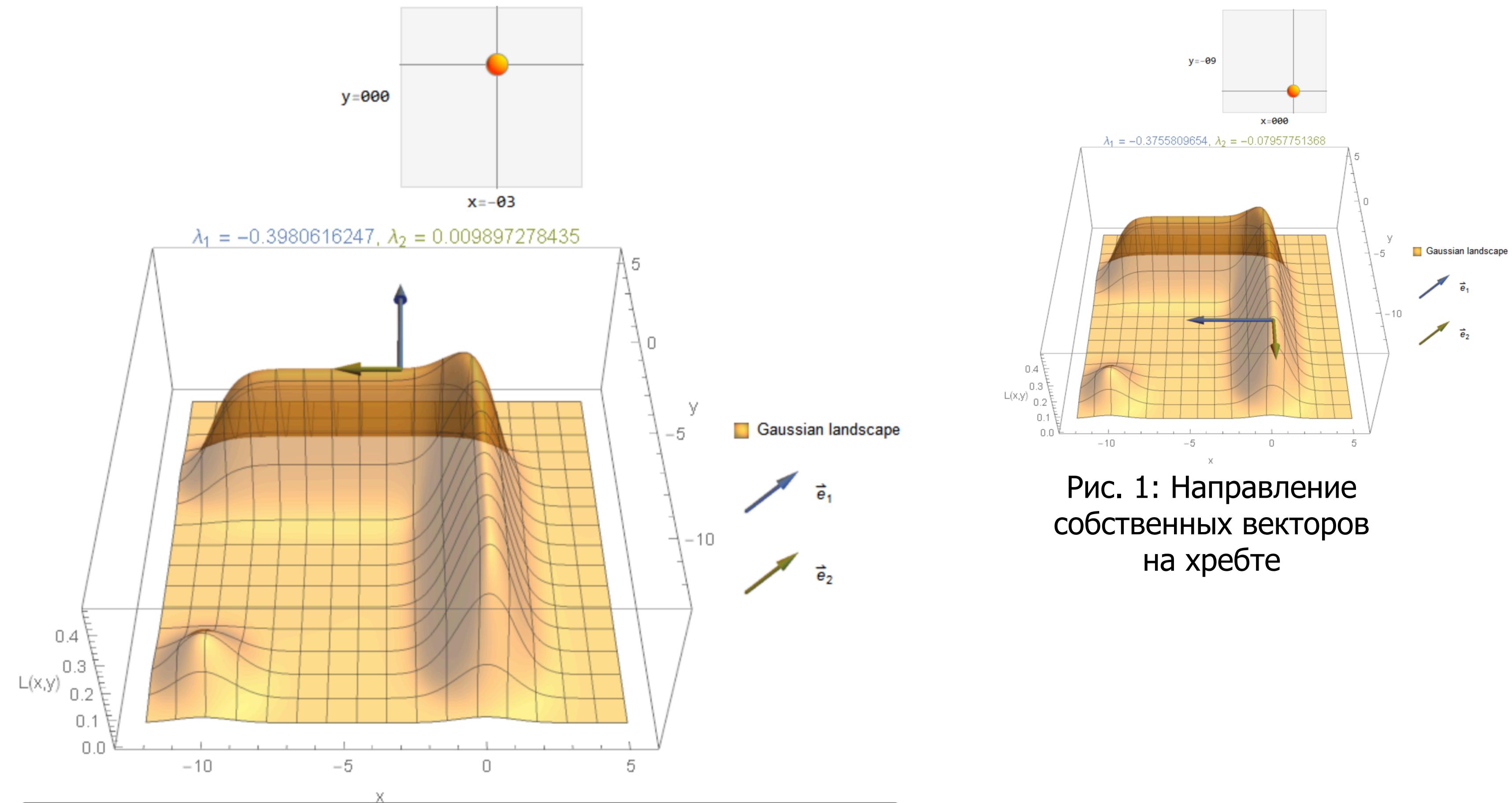
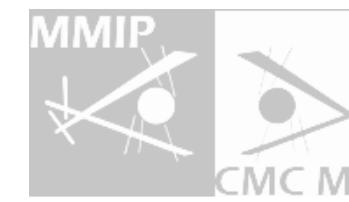


Рис. 1: Направление собственных векторов на хребте

Рис. 2: Направление собственных векторов на хребте



Направление подавления «немаксимумов»

Вспомним, что мы на втором шаге вычислили **собственные векторы** матрицы Гессе. Куда они направлены?

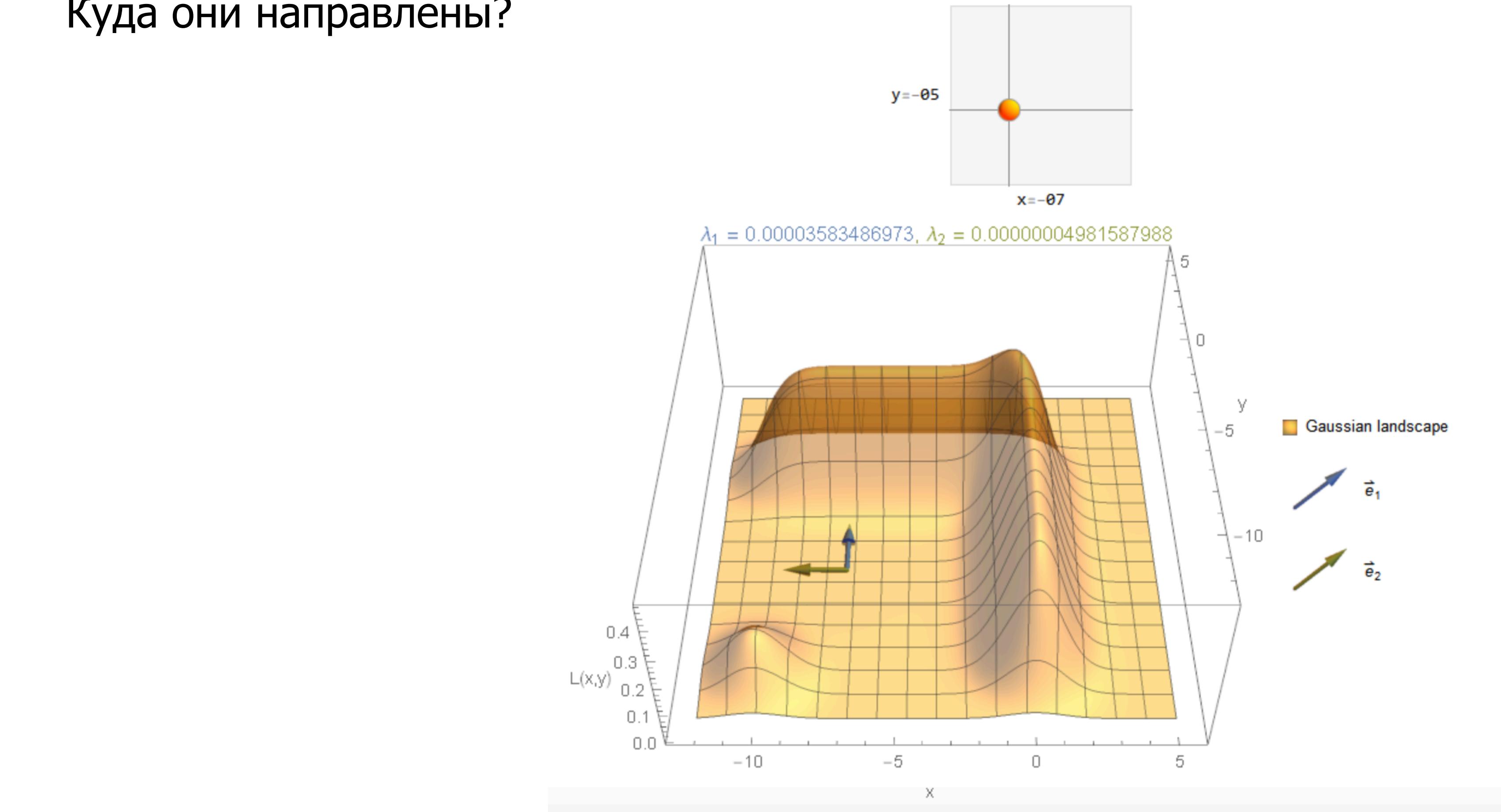


Рис. 3: Направление собственных векторов на плоском участке

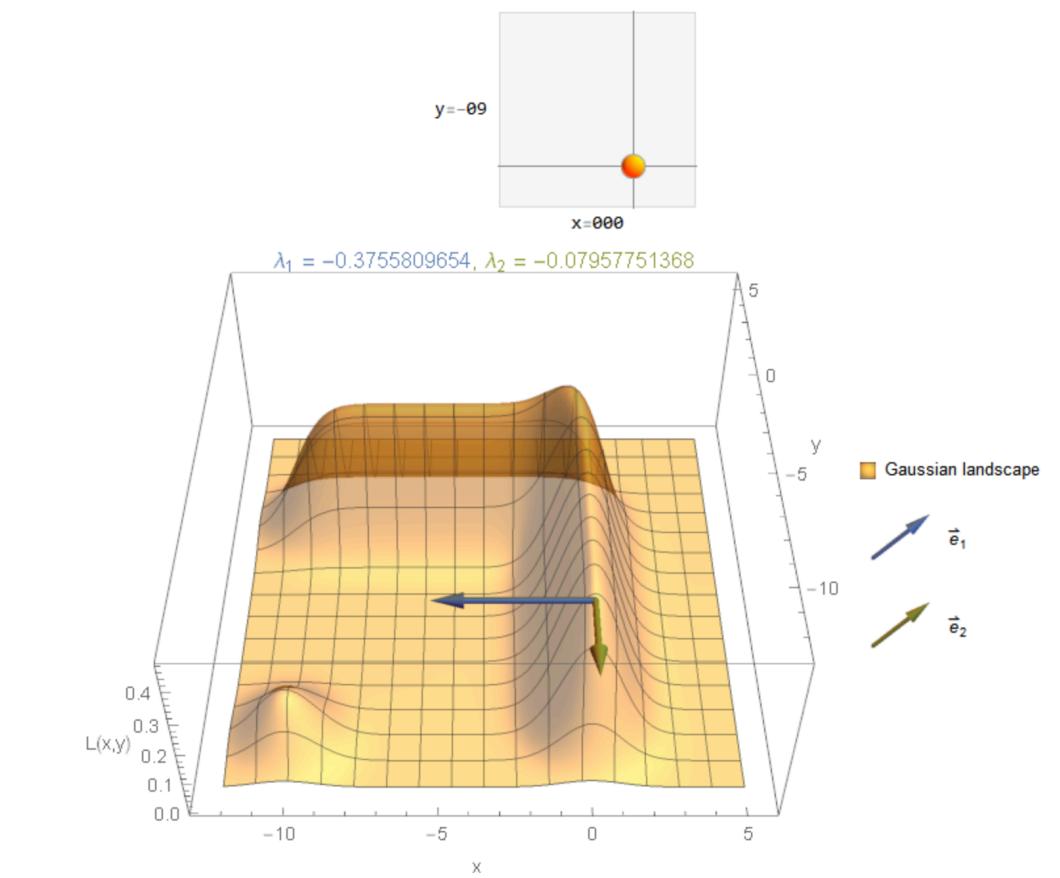
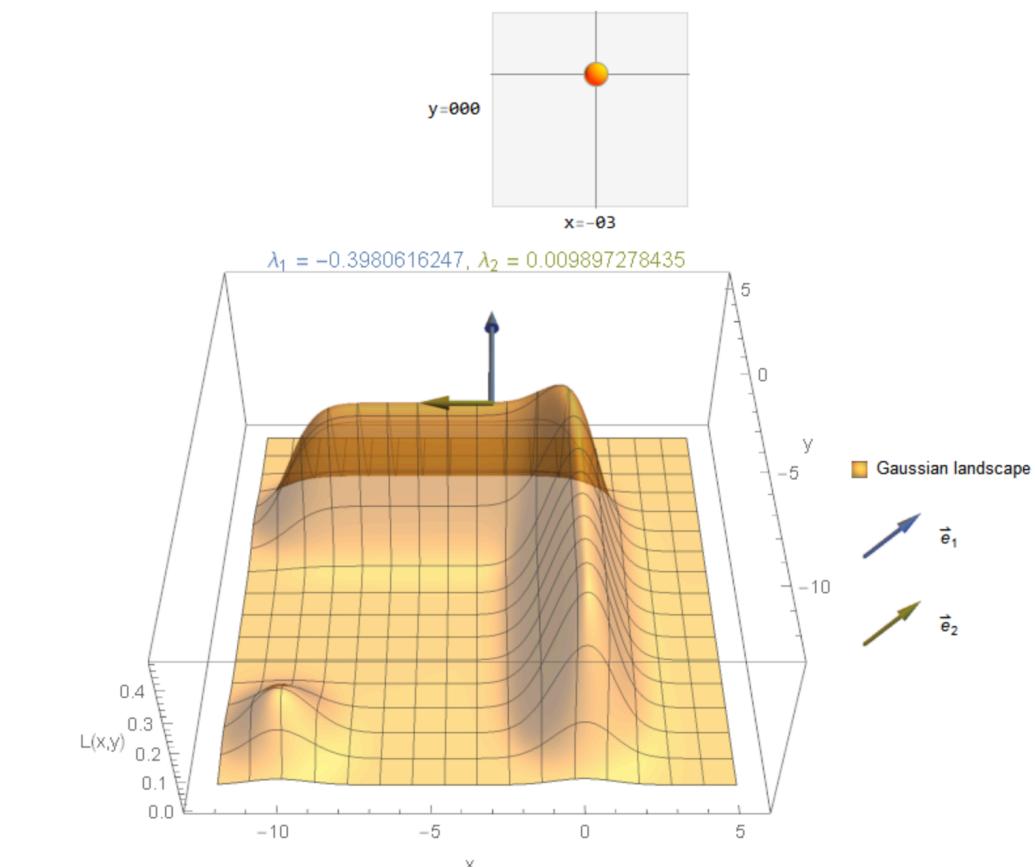
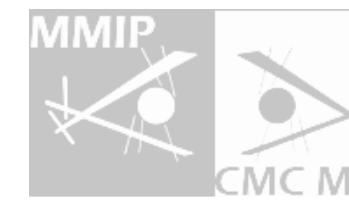


Рис. 1, Рис. 2: Направление собственных векторов на хребте





Ridge detection: идея алгоритма

1. Размытие изображения фильтром Гаусса

«Локальные» это какие?

2. Вычисление характеристик
матрицы Гессе

Было: ближайшие пиксели в направлении градиента
и противоположно направлению градиента

3. Подавление **локальных «немаксимумов»**
лапласиана изображения

Стало: ближайшие пиксели в **направлении**
собственного вектора, отвечающего наибольшему
по модулю собственному значению, и
противоположно этому направлению

4. Выделение потенциальных границ

5. Гистерезис



СМС MSU

Подавление локальных «немаксимумов» лапласиана

Что подавляем: $\Delta I(x, y) = \text{tr}(H(x, y)),$

Направление подавления: $\vec{v}_1,$ если λ_1 – максимальное по модулю с.з.

Как подавлять?



Подавление локальных «немаксимумов» лапласиана

Что подавляем: $\Delta I(x, y) = \text{tr}(H(x, y)),$

Направление подавления: $\vec{v}_1,$ если λ_1 – максимальное по модулю с.з.

Как подавлять?

Варианты:

1. Рассматриваемый пиксель меньше двух соседних:

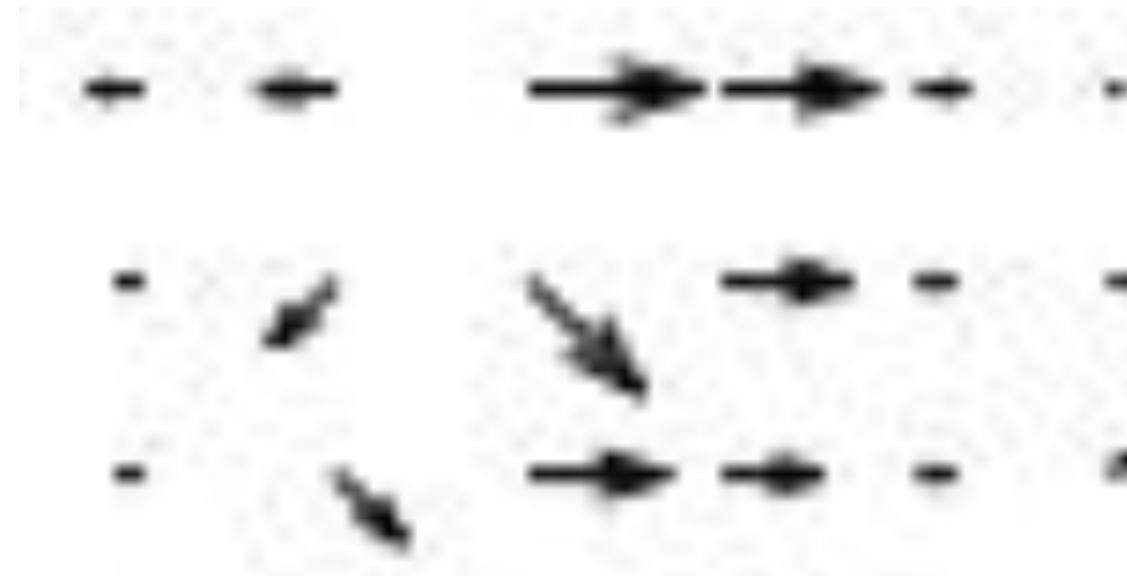
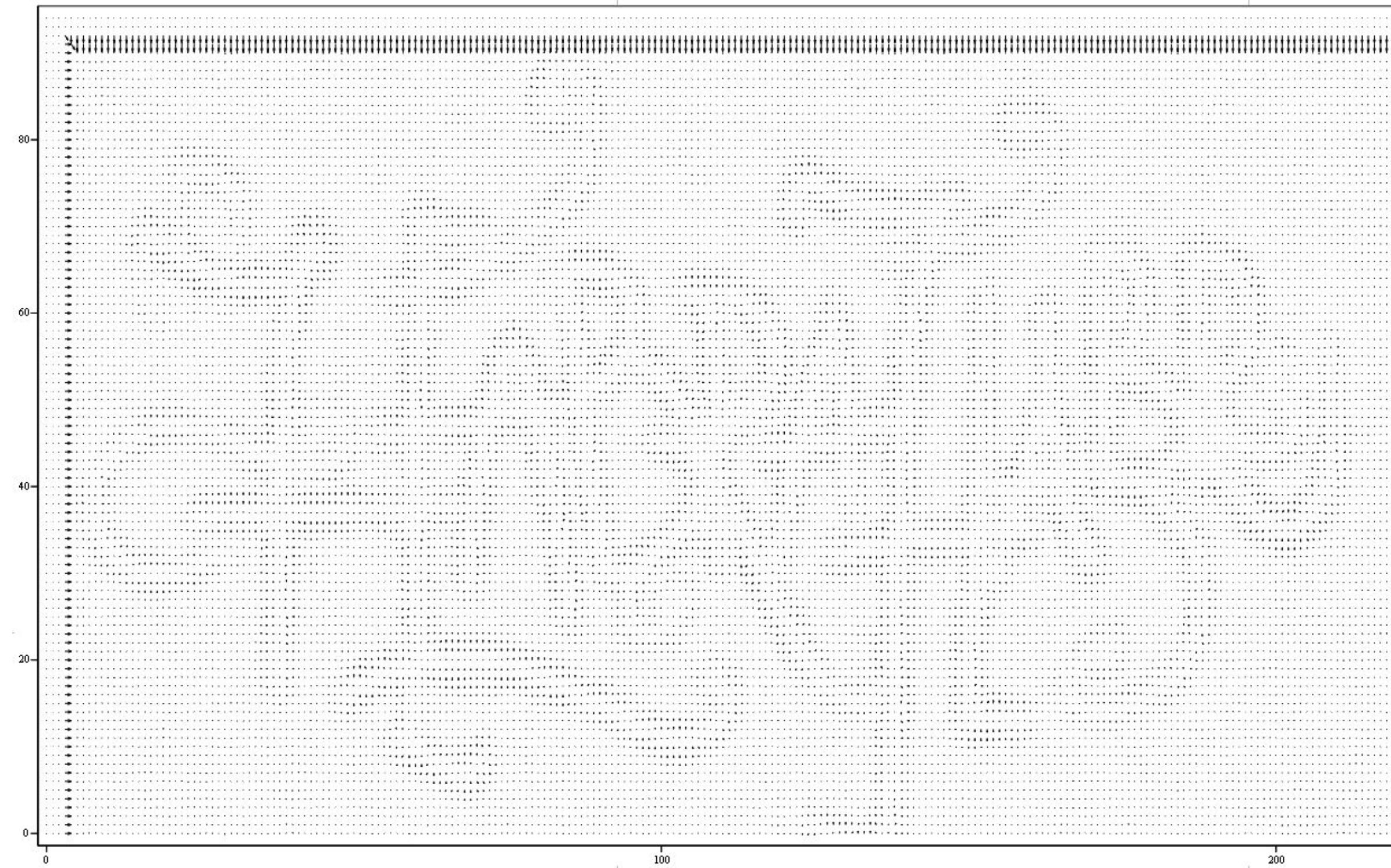
$$\Delta I(\vec{p}) < \max(\Delta I(\vec{p} + \vec{v}_1), \Delta I(\vec{p} - \vec{v}_1))$$

2. Изменение знака скалярного произведения направлений градиента в двух соседних точках:

$$\overrightarrow{grad}(\vec{p} + \vec{v}_1) \cdot \overrightarrow{grad}(\vec{p} - \vec{v}_1) < 0$$

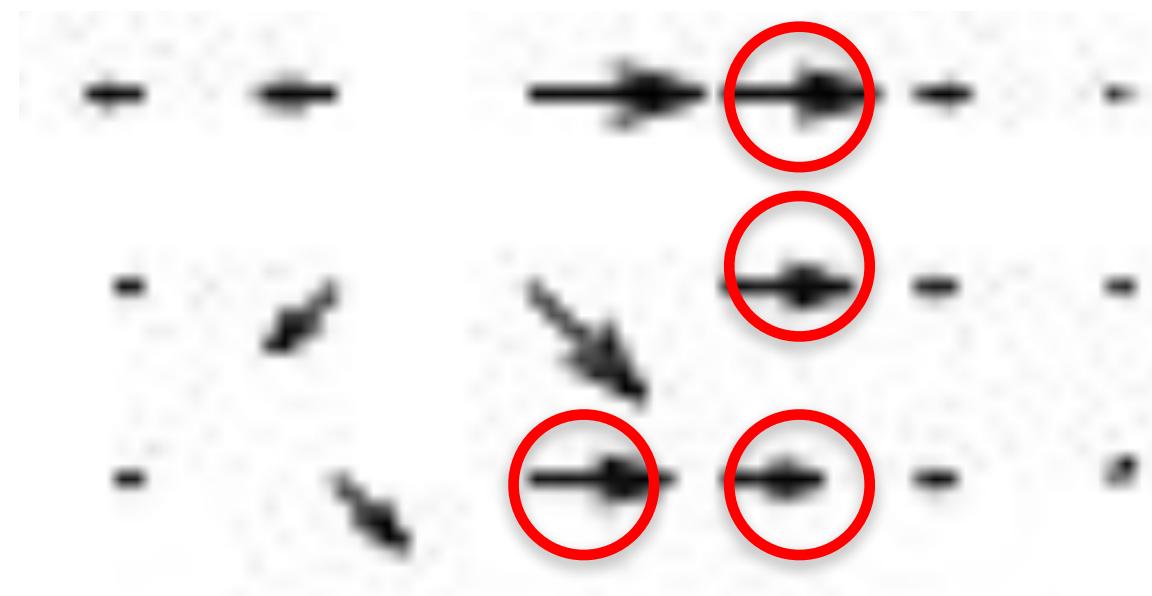
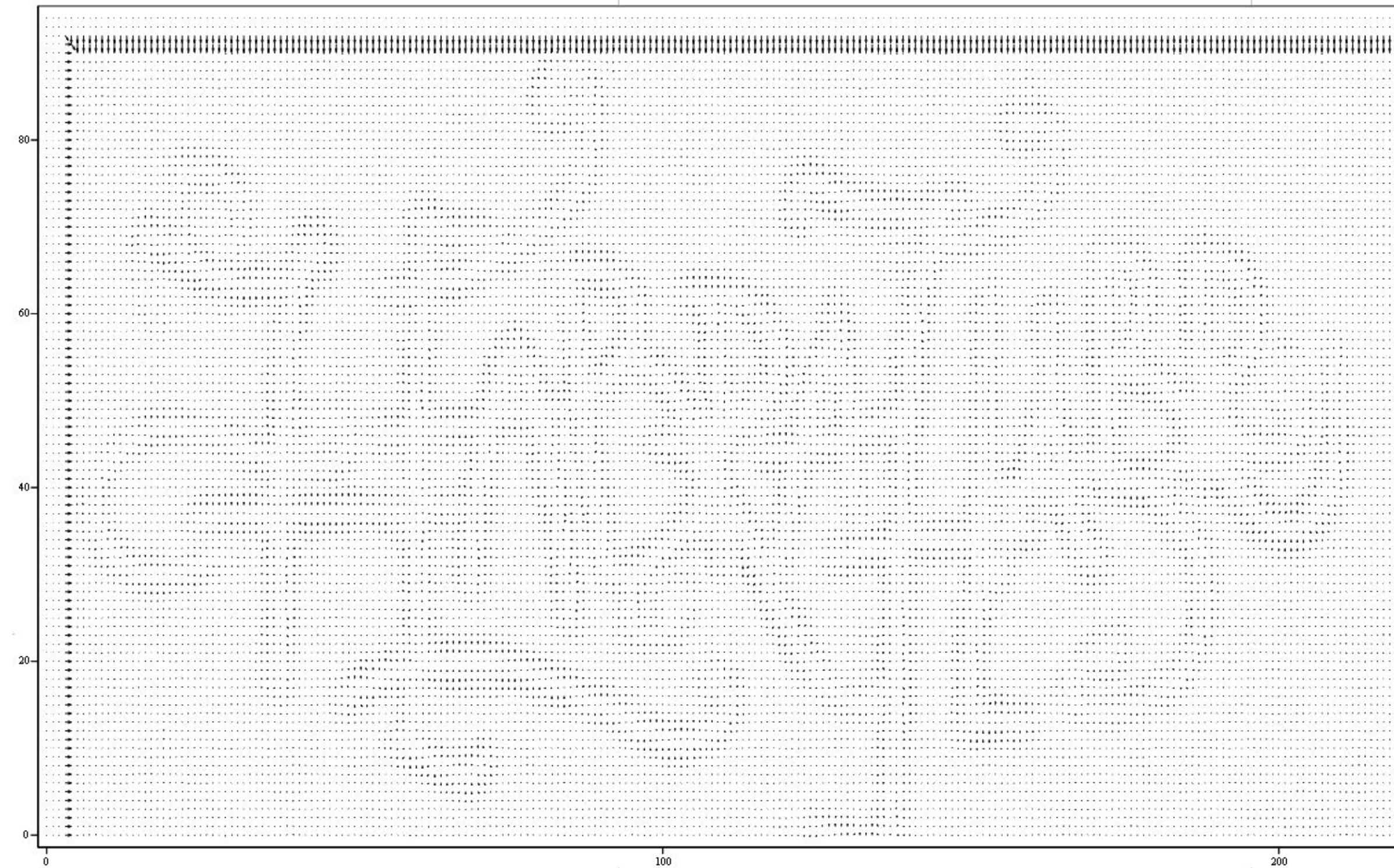


Изменение знака скалярного произведения направлений градиента





Изменение знака скалярного произведения направлений градиента



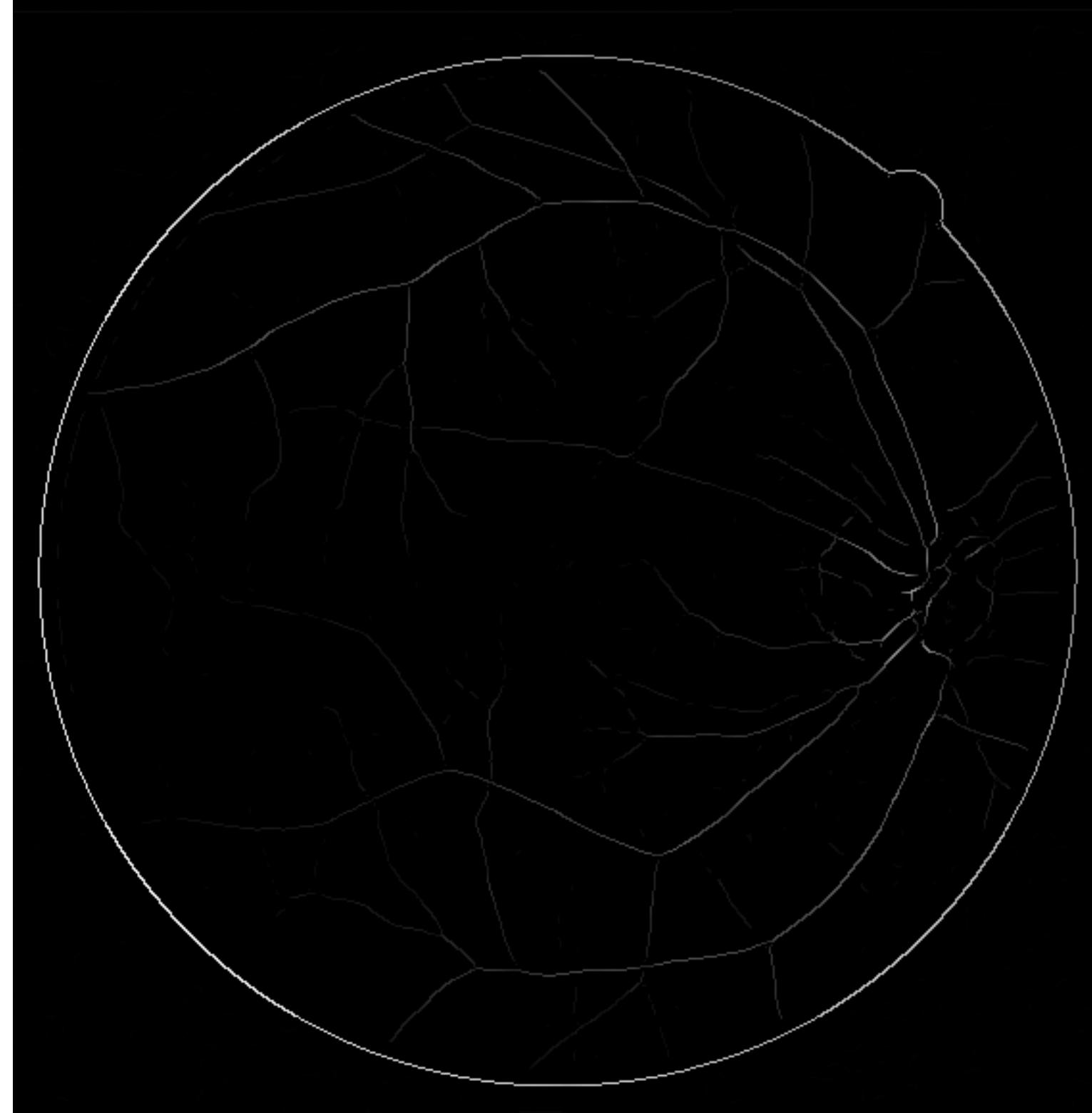
Ridge detection: идея алгоритма

1. Размытие изображения фильтром Гаусса
 2. Вычисление характеристик
матрицы Гессе
 3. Подавление локальных «немаксимумов»
лапласиана изображения в направлении
собственного вектора, отвечающего наибольшему
собственному значению
 4. Выделение потенциальных границ
 5. Гистерезис
- } А что делать с этими этапами?

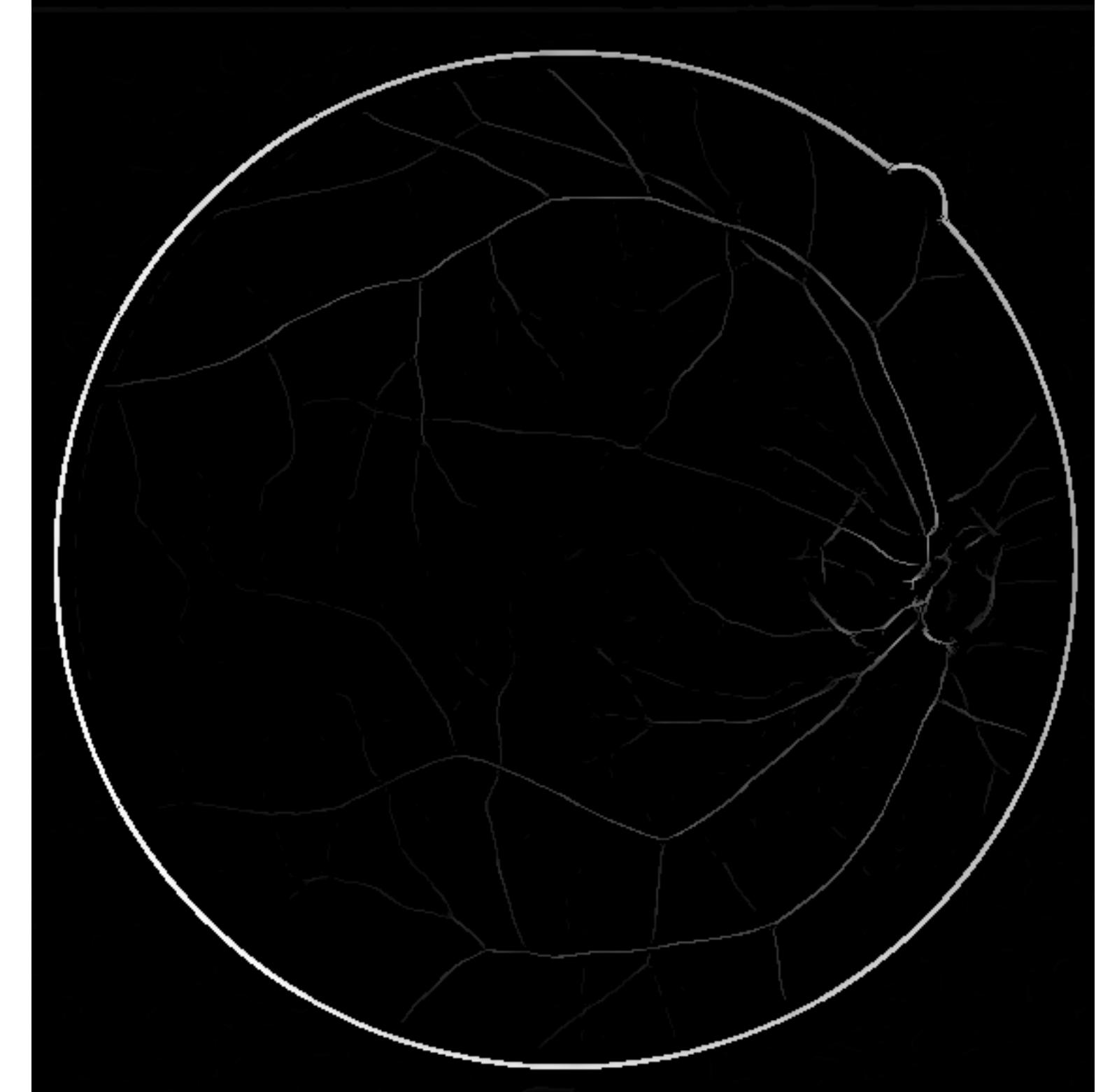


Ridge detection: лирическое отступление

Три шага нашего алгоритма с
 $\sigma = 2$:



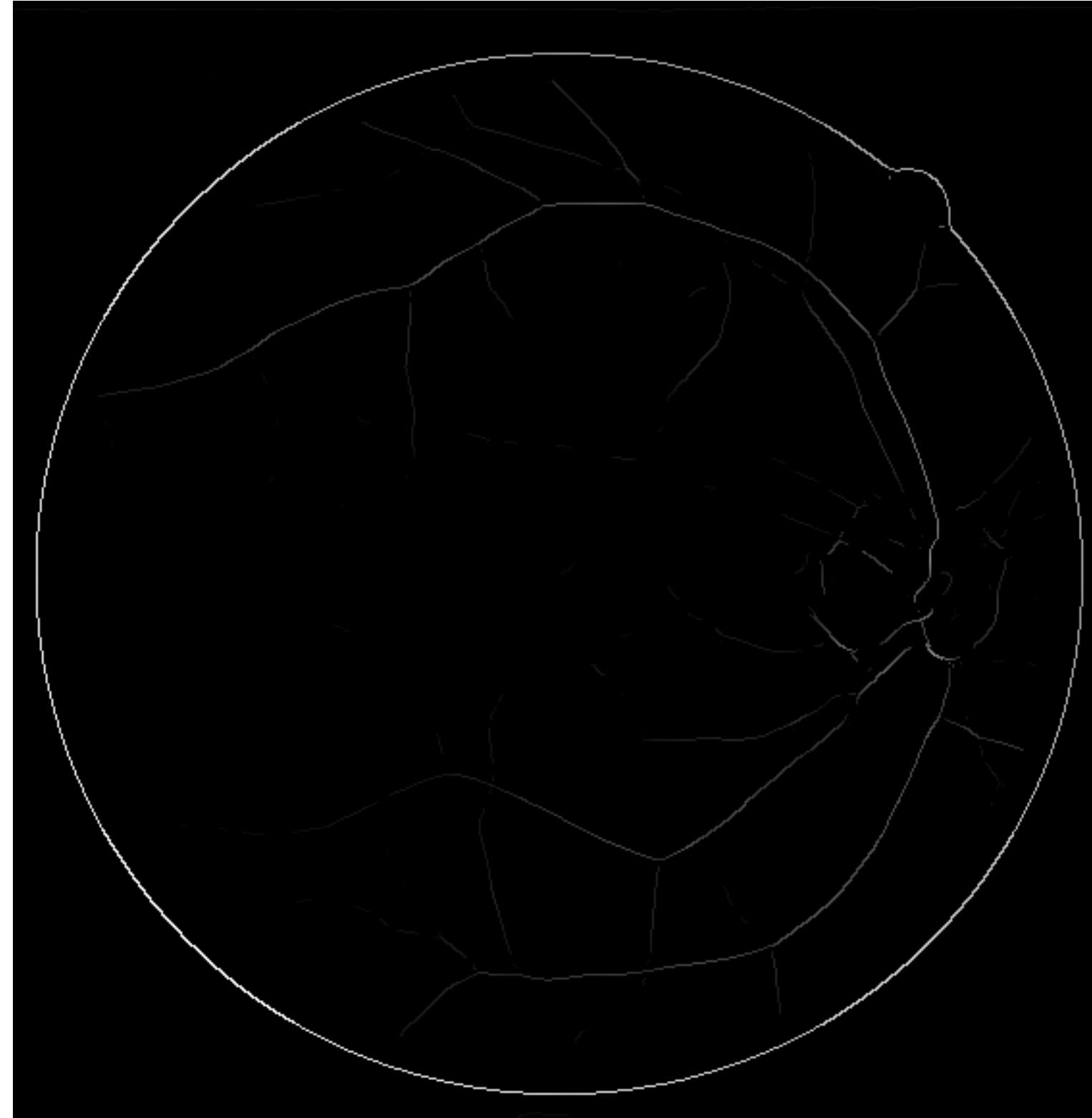
Ridge detection:



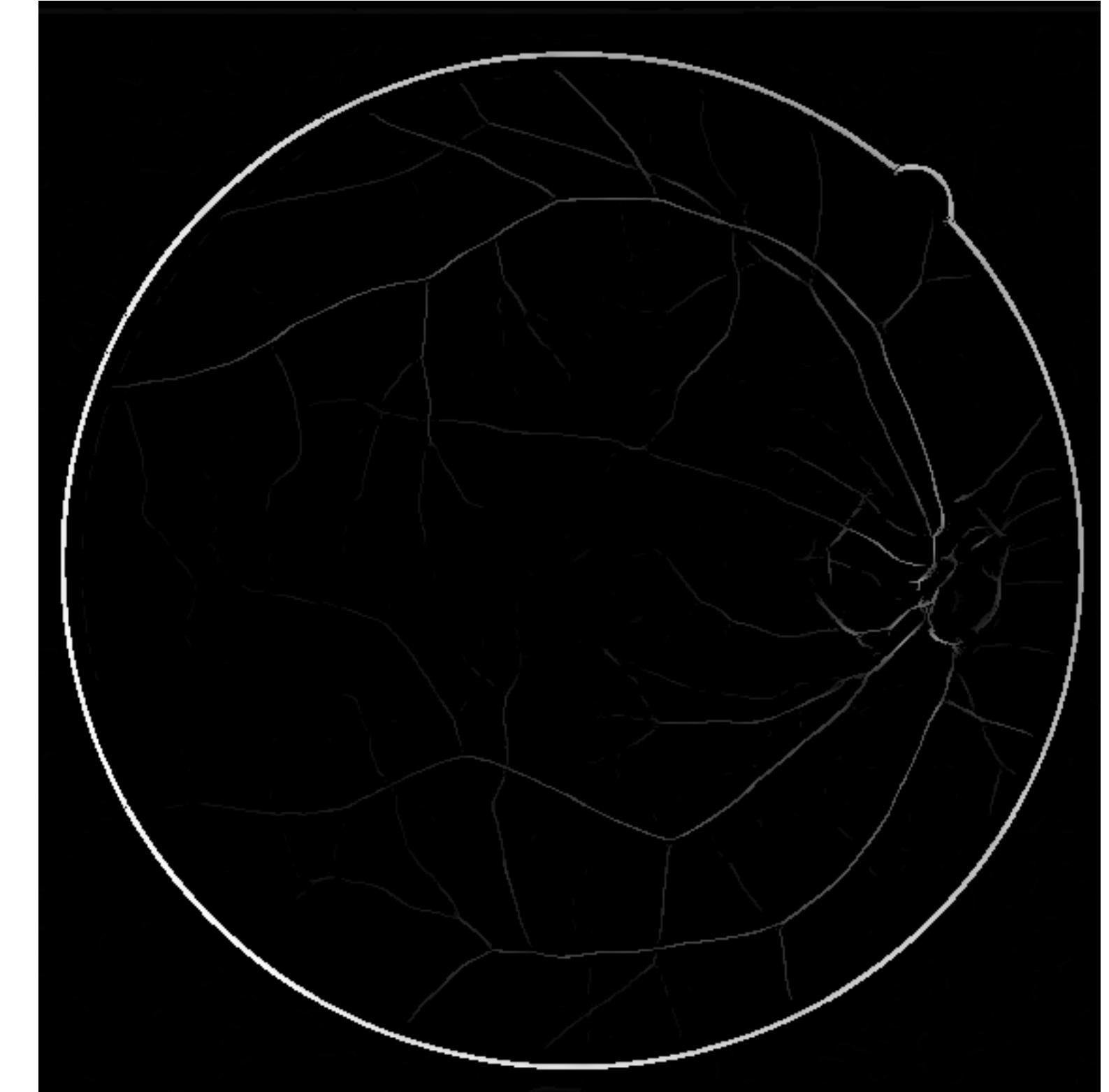


Ridge detection: лирическое отступление

Три шага нашего алгоритма с
 $\sigma = 4$:



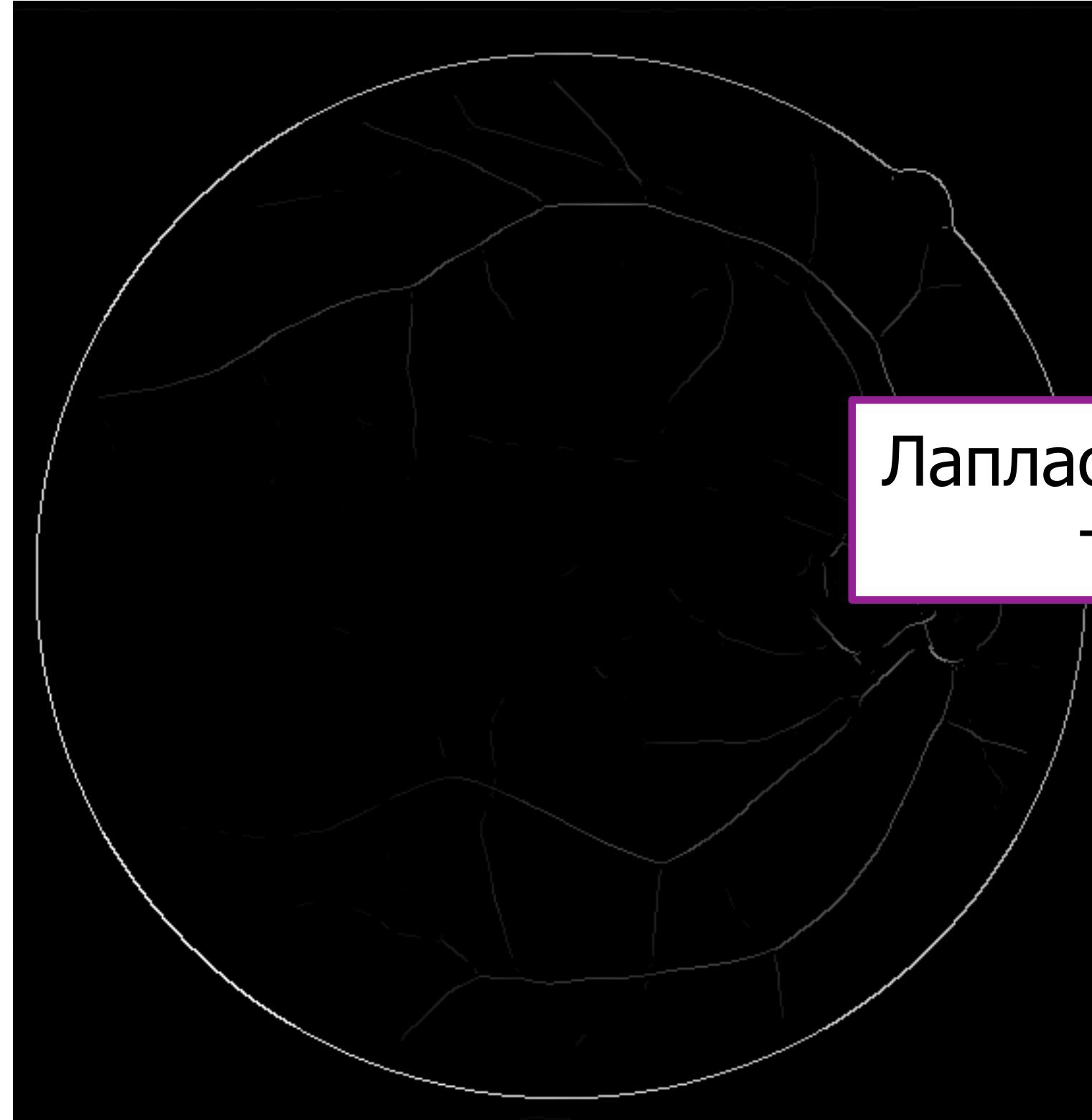
Ridge detection:





Ridge detection: лирическое отступление

Три шага нашего алгоритма с
 $\sigma = 4$:



Лапласиан будет иметь существенный отклик
только при ширине линии $\approx 2\sigma$.

Ridge detection:

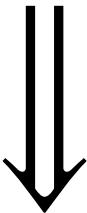




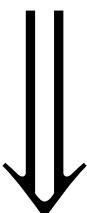
Многомасштабное детектирование хребтовых структур

Простейший способ:

Построение карт признаков на разных масштабах $\sigma_i = \sigma_0 \cdot s^i, i = 0, \dots, k$



Получаем k матриц (карт) одинакового размера



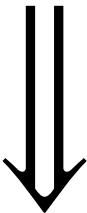
Объединяем получившиеся изображения путем попиксельного взятия максимума



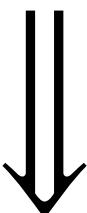
Многомасштабное детектирование хребтовых структур

Простейший способ:

Построение карт признаков на разных масштабах $\sigma_i = \sigma_0 \cdot s^i, i = 0, \dots, k$



Получаем k матриц (карт) одинакового размера



Объединяем получившиеся изображения путем попиксельного взятия максимума

Плюсы:

1. Простота реализации
2. Нет проблемы с вычислением положения точки, так как все карты вычислены на одном и том же изображении

Минусы:

1. Большие вычислительные затраты при росте σ
2. Возможность появления ложных локальных максимумов



Многомасштабное детектирование хребтовых структур

Другой способ:

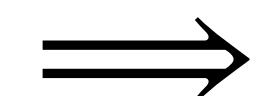
Постепенное уменьшение изображения на каждом уровне в S раз

Плюсы:

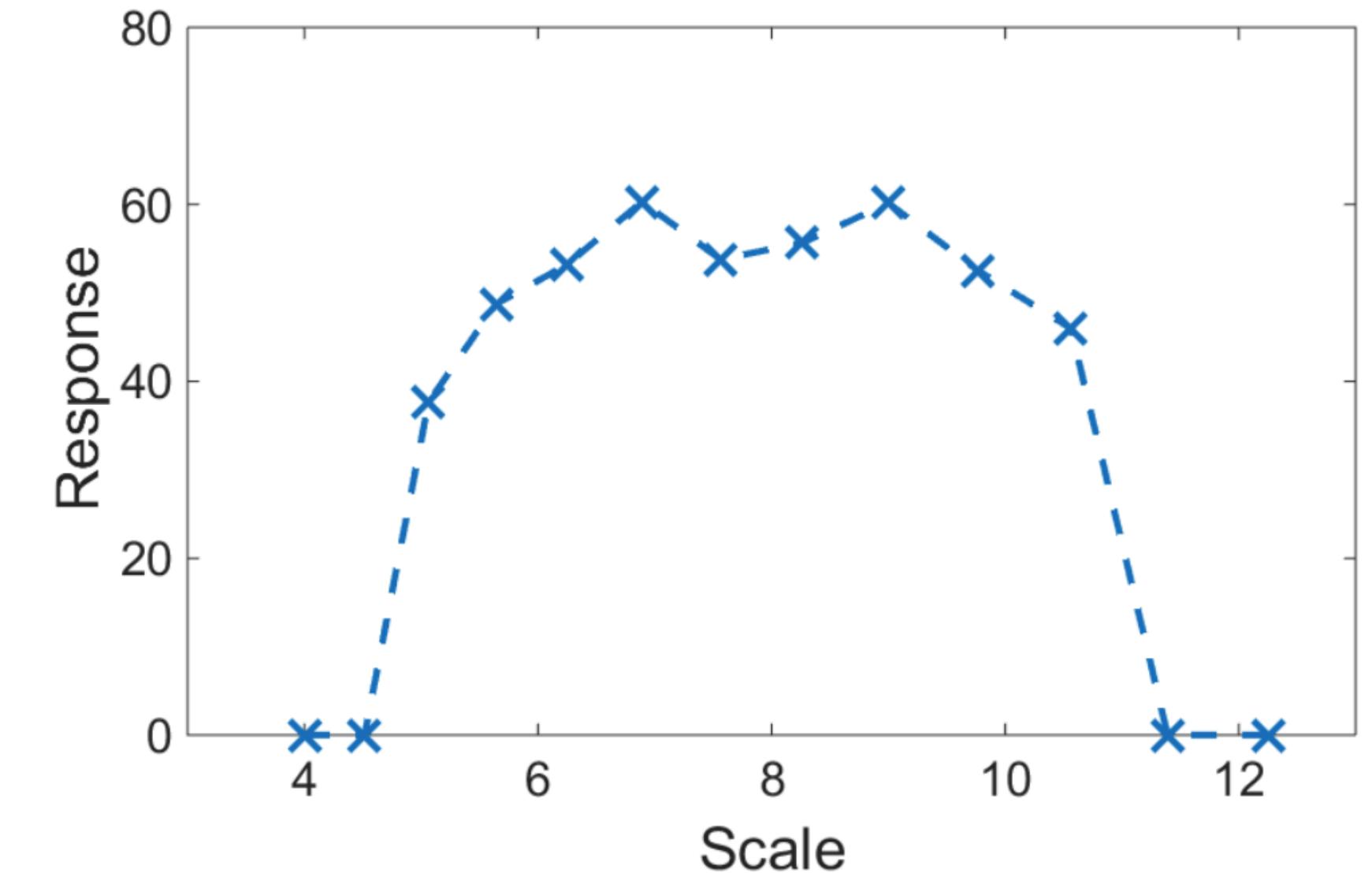
1. Не возникает ложных локальных максимумов

Минусы:

1. Проблема ресемплирования изображения: уменьшение в нецелое число раз вносит искажения, которые приводят к появлению ложных максимумов по шкале масштабов



Сложно определить реально положение линий





MMIP

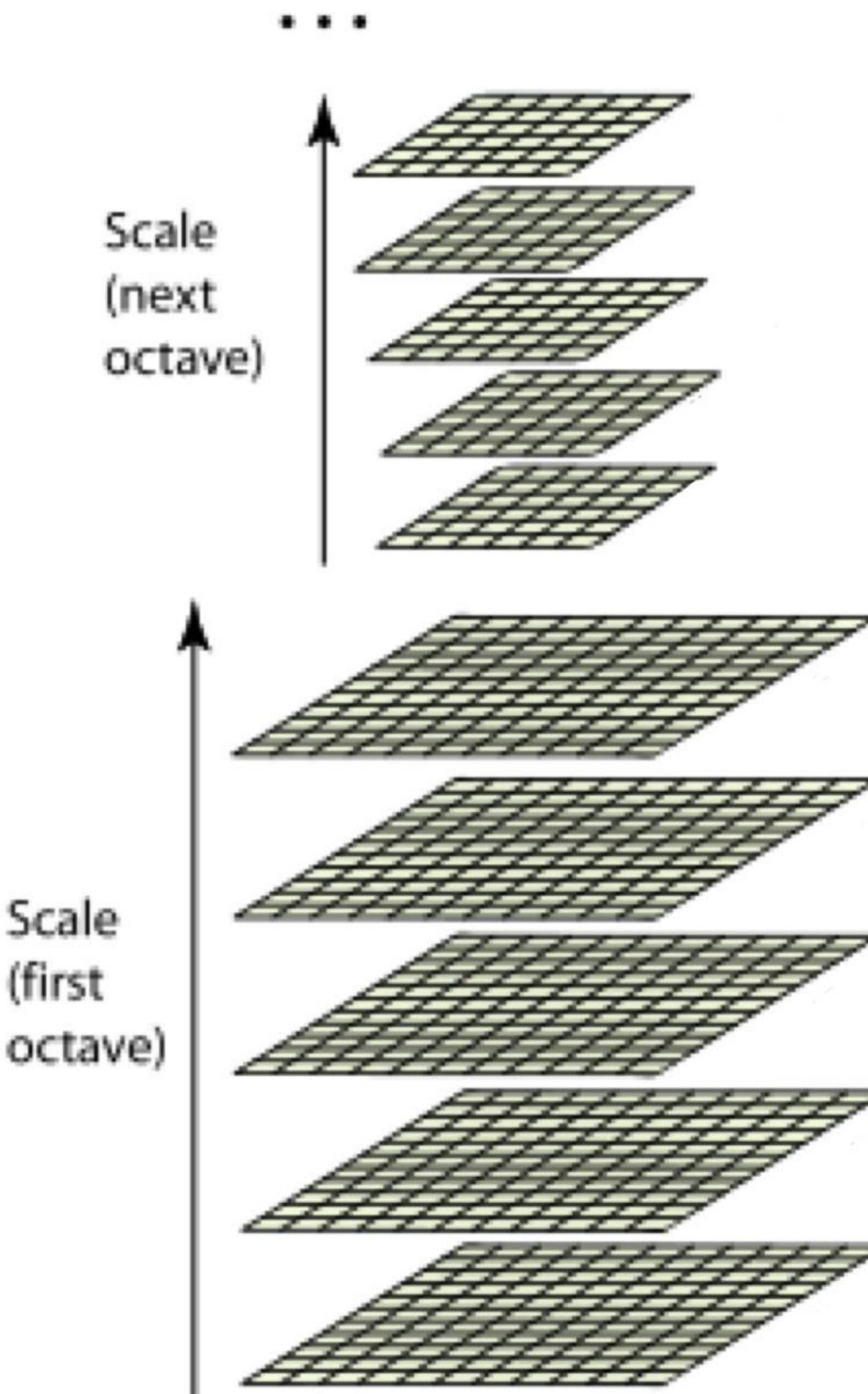


CMC MSU

Многомасштабное детектирование хребтовых структур

Хороший способ:

Изменение размера изображения только раз в октаву





Многомасштабное детектирование хребтовых структур

Хороший способ:

Изменение размера изображения только раз в октаву

Краткий алгоритм:

1. Для изображения I_0 ищем на масштабах:

$$\sigma_i = \sigma_0 \cdot 2^{\frac{i}{l}}, \quad i = 0, \dots, l-1$$

2. Изображение I_k получаем уменьшением I_{k-1} ровно в 2 раза.

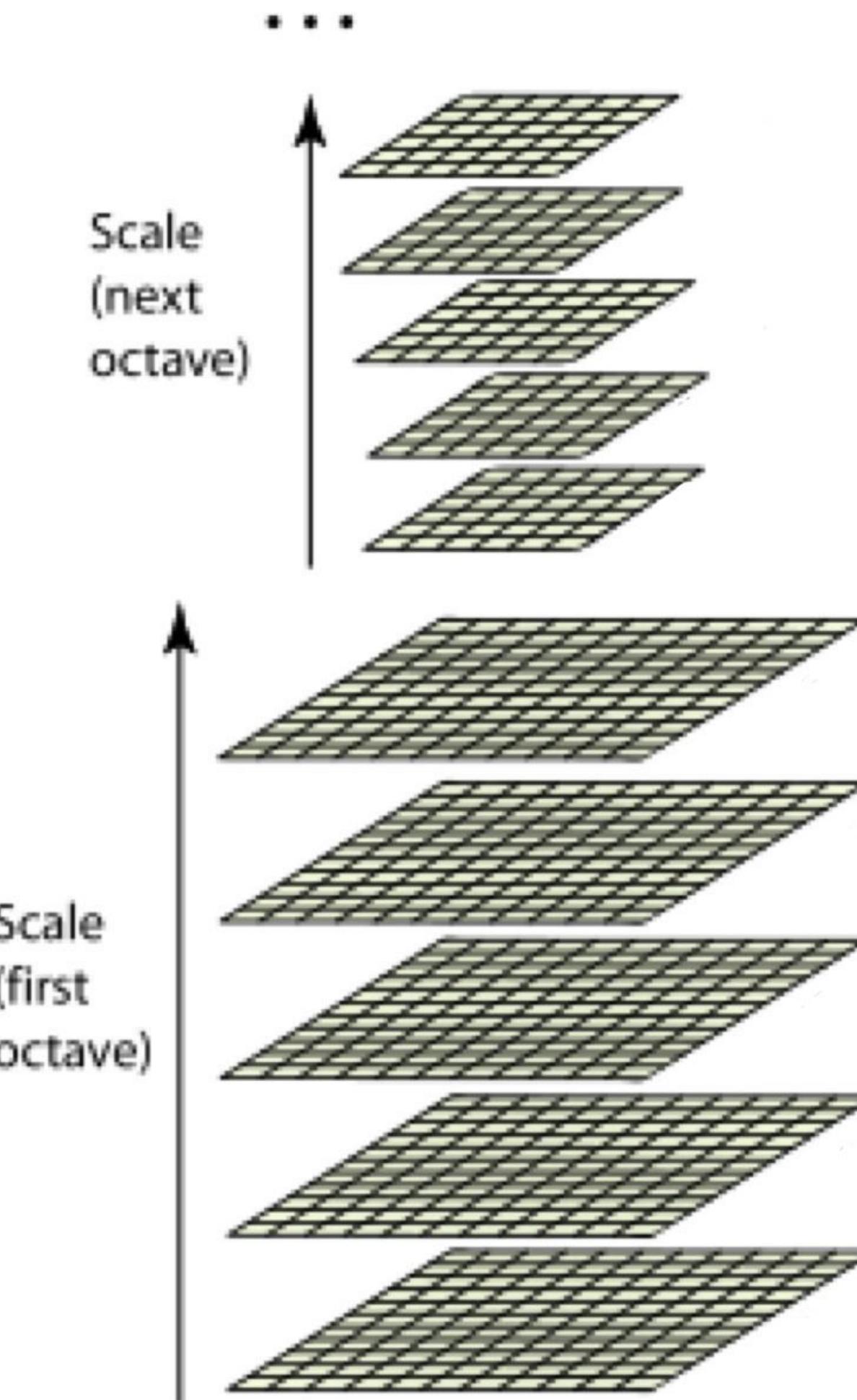
Ищем хребтовые структуры на масштабах:

$$\sigma_i, \quad i = -k, \dots, l-(1+k)$$

3. Тогда линии, найденной на масштабе σ_i на изображении соответствует линия на изображении I_k , найденная на масштабе:

$$\sigma_{i,k} = \sigma_0 \cdot 2^{\frac{i+kl}{l}}$$

4. Для объединения найденных на разных масштабах линий используется метод, основанный на математической морфологии





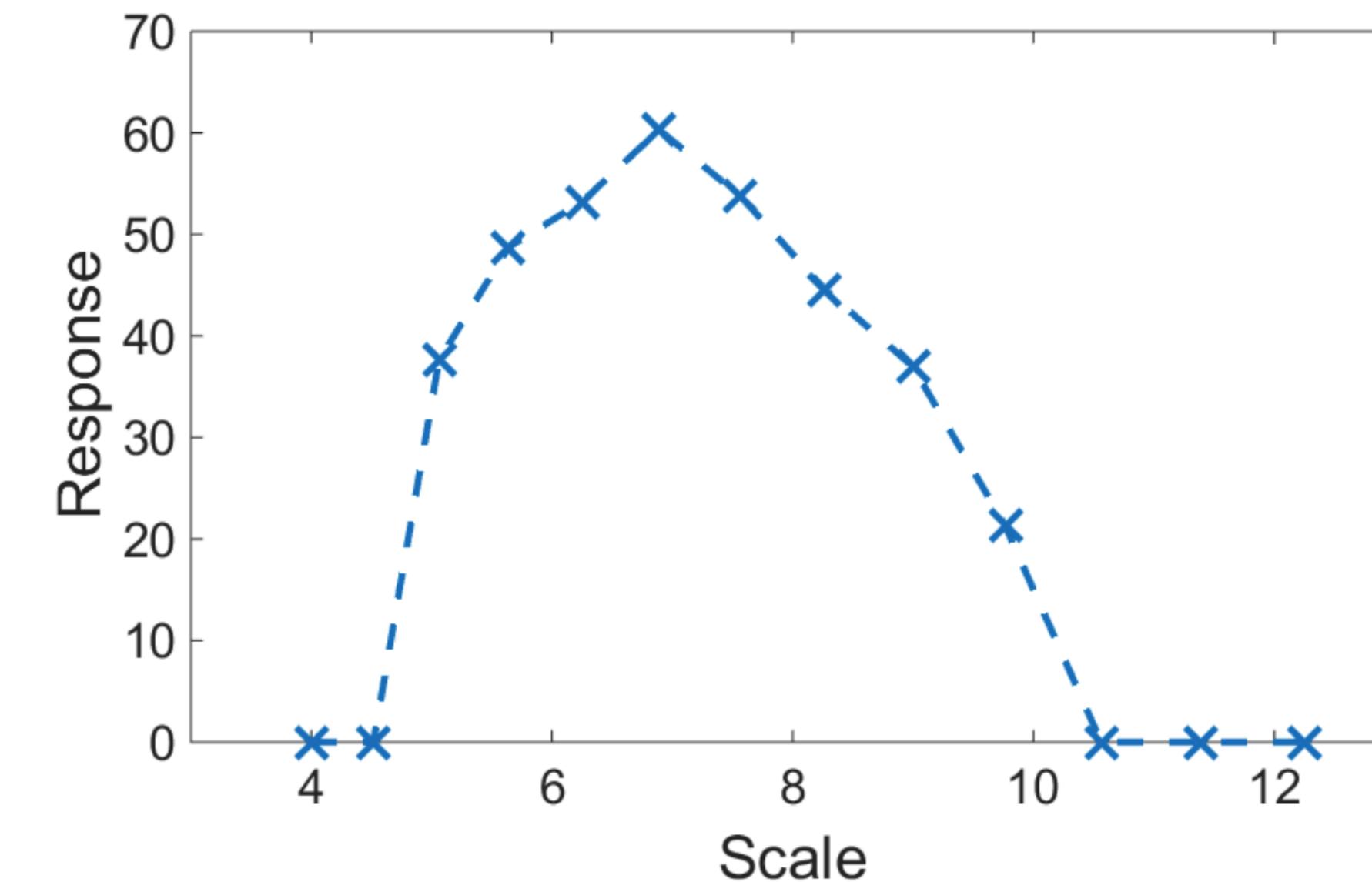
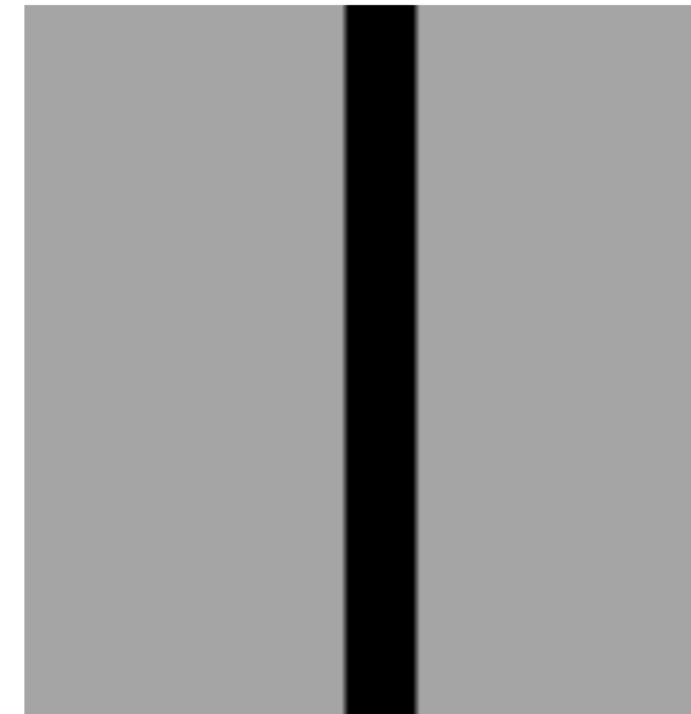
Многомасштабное детектирование хребтовых структур

Хороший способ:

Изменение размера изображения только раз в октаву

Плюсы:

1. Отсутствие необходимости пересчета координат точек
2. Легкие вычисления локальных максимумов
3. Отсутствие ложных локальных максимумов





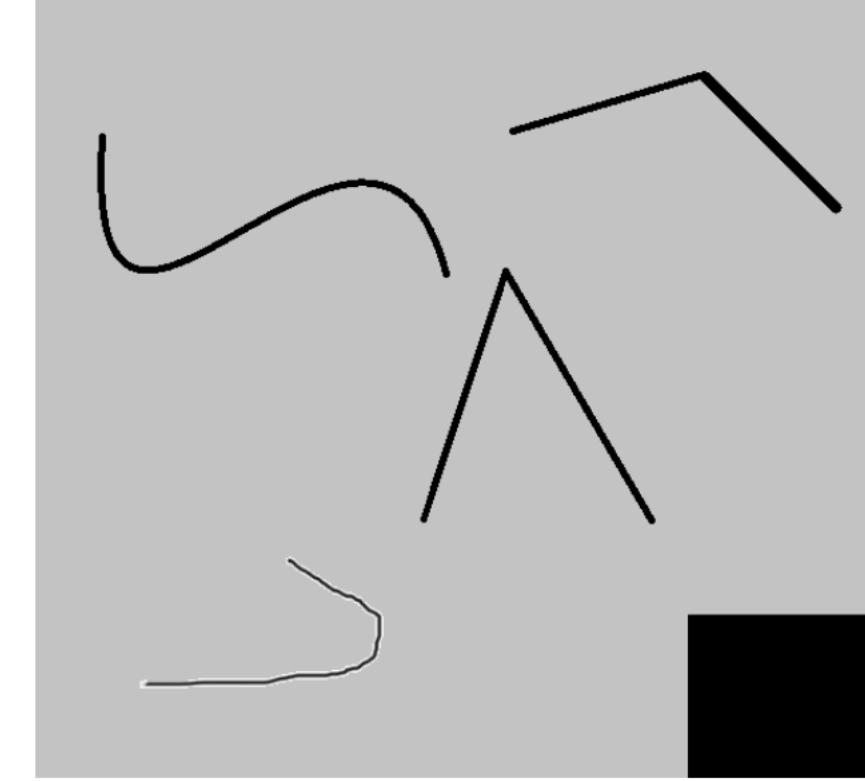
Многомасштабное детектирование хребтовых структур

Хороший способ:

Изменение размера изображения только раз в октаву

Плюсы:

1. Отсутствие необходимости пересчета координат точек
2. Легкие вычисления локальных максимумов
3. Отсутствие ложных локальных максимумов



Исходное изображение



Многомасштабное
детектирование



Детектирование с
 $\sigma = 2$

Ridge detection: идея алгоритма

1. Размытие изображения фильтром Гаусса
2. Вычисление характеристик
матрицы Гессе
3. Подавление локальных «немаксимумов» лапласиана
изображения в направлении собственного вектора,
отвечающего наибольшему собственному значению
4. Многомасштабное детектирование хребтов



Спасибо за внимание!

