

Домашнее задание №5

Упражнения по заданию №5

1. Упражнение 9 (любые 6 пунктов).

2. Упражнение 10 (любые два пункта).

а) $[6, 3, 2] = 2^7 * 3^4 * 5^3 = 128 * 81 * 125 = 1296000$

б) $[1, 5, 2] = 2^2 * 3^6 * 5^3 = 4 * 729 * 125 = 364500$

3. Упражнение 11 (любые два пункта).

а) $97200 = 2^4 * 3^5 * 5^2$

$2^4 * 3^5 * 5^2 = [3, 4, 1]$

б) $72000 = 2^6 * 3^2 * 5^3$

$2^6 * 3^2 * 5^3 = [5, 1, 2]$

4. Упражнение 12 (любые три пункта).

а) $M_x = \lambda x. 2$

Нормализация: M_{x_1}

Реализация:

1 : $x_1 \leftarrow 2$

2 : stop

Кодирование:

1) $[1, 1, 1, 2]$

2) $[5, 2]$

1) $2^2 * 3^2 * 5^2 * 7^3 = 308700$

2) $2^6 * 3^3 = 1728$

Код машины : $2^{308701} * 3^{1729}$

в) $M_y^x = \lambda x. \overline{\text{sg}}(x), x = 0$

Нормализация: $M_{x_1}^{x_{11}}$

Реализация:

1 : if $x_{11} = 0$ then goto 2 else goto 3

2 : $x_1 \leftarrow 1$

3 : stop

Кодирование:

1) $[4, 1, 2, 2, 3]$

2) $[1, 2, 1, 1]$

3)[5, 3]

$$1) 2^5 * 3^2 * 5^3 * 7^3 * 11^4 = 180787068000$$

$$2) 2^2 * 3^3 * 5^2 * 7^2 = 132300$$

$$3) 2^6 * 3^4 = 5184$$

$$\text{Код машины : } 2^{180787068001} * 3^{132301} * 5^{5185}$$

при $x=0$:

$$1; 0, 0$$

$$2; 0, 1$$

$$3; 0, 1$$

Кодировка завершающегося вычисления:

$$[1, 0, 0] = 2^2 * 3^1 * 5^1 = 60$$

$$[2, 0, 1] = 2^3 * 3^1 * 5^2 = 600$$

$$[3, 0, 1] = 2^4 * 3^1 * 5^2 = 1200$$

$$\text{Код вычисления : } 2^{61} * 6^{601} * 5^{1201}$$

$$\text{г) } M_y^x = \lambda x . x + 1, x = 1$$

Нормализация: $M_{x_1}^{x_{11}}$

Реализация:

1 : if $x_{11} = 0$ then goto 5 else goto 2

2 : $x_1 \leftarrow x_1 + 1$

3 : $x_{11} \leftarrow x_{11} \div 1$

4 : if $x_{11} = 0$ then goto 5 else goto 1

5 : $x_1 \leftarrow x_1 + 1$

6 : stop

Кодирование:

$$1)[4, 1, 2, 5, 2]$$

$$2)[2, 2, 1]$$

$$3)[3, 3, 2]$$

$$4)[4, 4, 2, 5, 1]$$

$$5)[2, 5, 1]$$

$$)[5, 6]$$

$$1) 2^5 * 3^2 * 5^3 * 7^6 * 11^3 = 5637269484000$$

$$2) 2^3 * 3^3 * 5^2 = 5400$$

$$3) 2^4 * 3^4 * 5^3 = 162000$$

$$4) 2^5 * 3^5 * 5^3 * 7^6 * 11^2 = 13836934188000$$

$$5) 2^3 * 3^6 * 5^2 = 145800$$

$$6) 2^6 * 3^7 = 139968$$

Код машины : $2^{5637269484001} * 3^{5401} * 5^{162001} * 7^{13836934188001} * 11^{145801} * 13^{139969}$

при $x=1$:

1; 1, 0

2; 1, 1

3; 0, 1

4; 0, 1

5; 0, 2

6; 0, 2

Кодировка завершающегося вычисления:

$$[1, 1, 0] = 2^2 * 3^2 * 5^1 = 180$$

$$[2, 1, 1] = 2^3 * 3^2 * 5^2 = 1800$$

$$[3, 0, 1] = 2^4 * 3^1 * 5^2 = 1200$$

$$[4, 0, 1] = 2^5 * 3^1 * 5^2 = 2400$$

$$[5, 0, 2] = 2^6 * 3^1 * 5^3 = 24000$$

$$[6, 0, 2] = 2^7 * 3^1 * 5^3 = 48000$$

Код вычисления : $2^{181} * 3^{1801} * 5^{1201} * 7^{2401} * 11^{24001} * 13^{48001}$

5. Упражнение 13 (полностью).

$$6) 2^{308701} * 3^{26575698996001} * 5^{16201} * 7^{15553}$$

$$308700 = 2^2 * 3^2 * 5^2 * 7^3 = [1, 1, 1, 3]$$

$$26575698996000 = 2^5 * 3^3 * 5^3 * 7^5 * 11 = [4, 2, 2, 4, 3]$$

$$16200 = 2^3 * 3^4 * 5^2 = [2, 3, 1]$$

$$15552 = 2^6 * 3^5 = [5, 4]$$

Полученная регистровая машина:

1 : $x_1 \leftarrow 3$

2 : if $x_{11} = 0$ then goto 4 else goto 3

3 : $x_1 \leftarrow x_1 + 1$

4 : stop

Упражнения по заданию №6

1. Проблема соответствия Поста: любые четыре пункта.

$$1) A = (1, 10111, 10), B = (111, 10, 0)$$

Допустим, что экземпляр ПСП имеет решение i_1, i_2, \dots, i_m , при некотором m . При $i_1 = 3$ цепочка, начинающаяся с 10 должна равняться цепочке, начинающейся с 0.

Но это равенство невозможно, поскольку их первые символы 0 и 1, соответственно.

Если $i_1 = 1$, то две соответствующие цепочки из списков A и B должны начинаться так :

A : 1...

В : 111...

Рассмотрим теперь, каким может быть i_2 .

1. Вариант $i_2 = 2$ невозможен, поскольку никакая цепочка, начинающаяся с 110111 не может соответствовать цепочке, которая начинается с 11110; эти цепочки различаются в 3 позиции.

2. Вариант $i_2 = 3$ также невозможен, поскольку никакая цепочка, начинающаяся с 110 не может соответствовать цепочке, которая начинается с 1110; эти цепочки различаются в 3 позиции.

3. Возможен лишь вариант $i_2 = 1$.

При $i_2 = 1$ цепочки имеют следующий вид :

А : 11...

В : 111111...

Последовательность нельзя продолжить до решения, так как цепочка из списка В отличается от цепочки из списка А лишним символом 1 на конце. Чтобы избежать несовпадения, мы вынуждены выбирать $i_3 = 1, i_4 = 1$ и так далее. Таким образом, цепочка из списка А никогда не догонит цепочку из списка В, и решение никогда не будет получено.

Если $i_1 = 2$, то две соответствующие цепочки из списков А и В должны начинаться так :

А : 10111...

В : 10...

Рассмотрим теперь, каким может быть i_2 .

1. Вариант $i_2 = 2$ невозможен, поскольку никакая цепочка, начинающаяся с 1011110111 не может соответствовать цепочке, которая начинается с 1010; эти цепочки различаются в 4 позиции.

2. Вариант $i_2 = 3$ также невозможен, поскольку никакая цепочка, начинающаяся с 1011110 не может соответствовать цепочке, которая начинается с 100; эти цепочки различаются в 3 позиции.

3. Возможен лишь вариант $i_2 = 1$.

При $i_2 = 1$ цепочки имеют следующий вид :

А : 101111...

В : 10111...

Последовательность нельзя продолжить до решения, так как цепочка из списка А отличается от цепочки из списка В одним лишним символом 1 на конце. Чтобы избежать несовпадения, мы вынуждены выбирать $i_3 = 1, i_4 = 1$ и так далее. Таким образом, цепочка из списка В никогда не догонит цепочку из списка А, и решение никогда не будет получено.

Вывод : данный экземпляр ПСП не имеет решения.

2) $A = (10, 011, 101), B = (101, 11, 011)$

Допустим, что экземпляр ПСП имеет решение i_1, i_2, \dots, i_m , при некотором m . При $i_1 = 2$ цепочка, начинающаяся с 011 должна равняться цепочке, начинающейся с 11. Но это равенство невозможно, поскольку их первые символы 0 и 1, соответственно. При $i_1 = 3$ цепочка, начинающаяся с 101 должна равняться цепочке, начинающейся

с 011. Но это равенство невозможно, поскольку их первые символы 0 и 1, соответственно.

Если $i_1 = 1$, то две соответствующие цепочки из списков А и В должны начинаться так :

А : 10...

В : 101...

Рассмотрим теперь, каким может быть i_2 .

1. Вариант $i_2 = 1$ невозможен, поскольку никакая цепочка, начинающаяся с 1010 не может соответствовать цепочке, которая начинается с 101101; эти цепочки различаются в 4 позиции.

2. Вариант $i_2 = 2$ также невозможен, поскольку никакая цепочка, начинающаяся с 10011 не может соответствовать цепочке, которая начинается с 10111; эти цепочки различаются в 3 позиции.

3. Возможен лишь вариант $i_2 = 3$.

При $i_2 = 3$ цепочки имеют следующий вид :

А : 10101...

В : 101011...

Последовательность нельзя продолжить до решения, так как цепочка из списка В отличается от цепочки из списка А одним лишним символом 1 на конце. Чтобы избежать несовпадения, мы вынуждены выбирать $i_3 = 3, i_4 = 3$ и так далее. Таким образом, цепочка из списка А никогда не догонит цепочку из списка В, и решение никогда не будет получено.

Вывод : данный экземпляр ПСП не имеет решения.

3) $A = (01, 001, 10), B = (011, 10, 00)$

Допустим, что экземпляр ПСП имеет решение i_1, i_2, \dots, i_m , при некотором m . При $i_1 = 2$ цепочка, начинающаяся с 001 должна равняться цепочке, начинающейся с 10. Но это равенство невозможно, поскольку их первые символы 0 и 1, соответственно. При $i_1 = 3$ цепочка, начинающаяся с 10 должна равняться цепочке, начинающейся с 00. Но это равенство невозможно, поскольку их первые символы 0 и 1, соответственно.

Если $i_1 = 1$, то две соответствующие цепочки из списков А и В должны начинаться так :

А : 01...

В : 011...

Рассмотрим теперь, каким может быть i_2 .

1. Вариант $i_2 = 1$ невозможен, поскольку никакая цепочка, начинающаяся с 0101 не может соответствовать цепочке, которая начинается с 011011; эти цепочки различаются в 3 позиции.

2. Вариант $i_2 = 2$ также невозможен, поскольку никакая цепочка, начинающаяся с 01001 не может соответствовать цепочке, которая начинается с 01110; эти цепочки различаются в 3 позиции.

3. Возможен лишь вариант $i_2 = 3$.

При $i_2 = 3$ цепочки имеют следующий вид :

А : 0110...

В : 01100...

Рассмотрим, каким может быть i_3 .

1. Вариант $i_3 = 1$ невозможен, поскольку никакая цепочка, начинающаяся с 011001 не может соответствовать цепочке, которая начинается с 01100011; эти цепочки различаются в 6 позиции.
2. Вариант $i_3 = 2$ также невозможен, поскольку никакая цепочка, начинающаяся с 0110001 не может соответствовать цепочке, которая начинается с 0110010; эти цепочки различаются в 6 позиции.
3. Вариант $i_3 = 3$ также невозможен, поскольку никакая цепочка, начинающаяся с 011010 не может соответствовать цепочке, которая начинается с 0110000; эти цепочки различаются в 5 позиции.

Вывод : данный экземпляр ПСП не имеет решения.

4) $A = (01, 001, 10)$, $B = (011, 01, 00)$

При $i_1 = 2$ цепочка, начинающаяся с 001 должна равняться цепочке, начинающейся с 01. Но это равенство невозможно, поскольку их вторые символы 0 и 1, соответственно.

При $i_1 = 3$ цепочка, начинающаяся с 10 должна равняться цепочке, начинающейся с 00. Но это равенство невозможно, поскольку их первые символы 0 и 1, соответственно.

Если $i_1 = 1$, то две соответствующие цепочки из списков А и В должны начинаться так :

А : 01...

В : 011...

Рассмотрим теперь, каким может быть i_2 .

1. Вариант $i_2 = 1$ невозможен, поскольку никакая цепочка, начинающаяся с 0101 не может соответствовать цепочке, которая начинается с 011011; эти цепочки различаются в 3 позиции.
2. Вариант $i_2 = 2$ также невозможен, поскольку никакая цепочка, начинающаяся с 01001 не может соответствовать цепочке, которая начинается с 01101; эти цепочки различаются в 3 позиции.
3. Возможен лишь вариант $i_2 = 3$.

При $i_2 = 3$ цепочки имеют следующий вид :

А : 0110...

В : 01100...

Рассмотрим, каким может быть i_3 .

1. Вариант $i_3 = 1$ невозможен, поскольку никакая цепочка, начинающаяся с 011001 не может соответствовать цепочке, которая начинается с 0110001; эти цепочки различаются в 6 позиции.
2. Вариант $i_3 = 3$ также невозможен, поскольку никакая цепочка, начинающаяся с 0110010 не может соответствовать цепочке, которая начинается с 0110000; эти цепочки различаются в 6 позиции.
3. При $i_3 = 2$ цепочки имеют следующий вид :

А : 0110001

В : 0110001

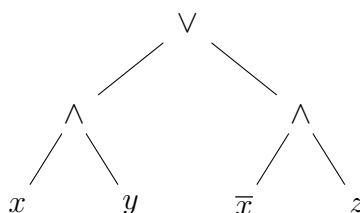
Вывод : полученные цепочки совпадают, данный экземпляр ПСП имеет решение 1,3,2.

2. Классы P и NP:

- упражнение 1 (любые два пункта);
- упражнение 3 (любой пункт);

3. Булевы формулы:

- упражнение 1 (любые четыре пункта);
 - $xy + \bar{x}z = (x \wedge y) \vee (\bar{x} \wedge z)$



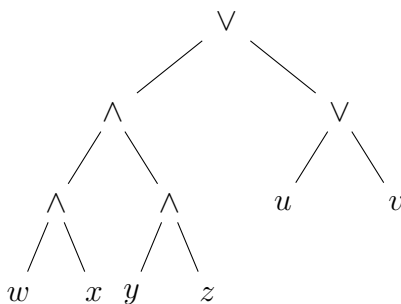
$$\text{КНФ} : (x \vee t)(y \vee t)(\bar{x} \vee \bar{t})(z \vee \bar{t})$$

$$\text{ЗКНФ} : (x \vee t \vee v)(x \vee t \vee \bar{v})(y \vee t \vee p)(y \vee t \vee \bar{p})(\bar{x} \vee \bar{t} \vee w)(\bar{x} \vee \bar{t} \vee \bar{w})(z \vee \bar{t} \vee q)(z \vee \bar{t} \vee \bar{q})$$

Удовлетворяющая подстановка для формулы : $x = 1, y = 1, z = 0$

Удовлетворяющая подстановка для ЗКНФ : $x = 1, y = 1, z = 0, t = 0, w = 0, p = 0, w = 0, q = 0$

$$\text{б) } wxyz + u + v = (w \wedge x) \wedge (y \wedge z) \vee (u \vee v)$$



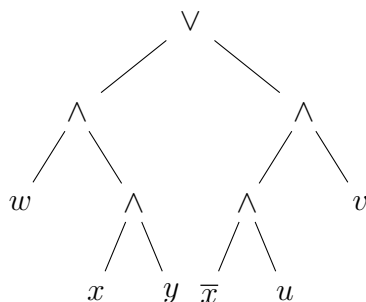
$$\text{КНФ} : (w \vee p)(x \vee p)(y \vee p)(z \vee p)(u \vee t \vee \bar{p})(v \vee \bar{t} \vee \bar{p})$$

$$\text{ЗКНФ} : (w \vee p \vee q)(w \vee p \vee \bar{q})(x \vee p \vee a)(x \vee p \vee \bar{a})(y \vee p \vee b)(y \vee p \vee \bar{b})(z \vee p \vee c)(z \vee p \vee \bar{c})(u \vee t \vee \bar{p})(v \vee \bar{t} \vee \bar{p})$$

Удовлетворяющая подстановка для формулы : $w = 1, x = 1, y = 1, z = 0, u = 1, v = 1$

Удовлетворяющая подстановка для ЗКНФ : $w = 1, x = 1, y = 1, z = 0, u = 1, v = 1, p = 1, \text{ост.} = 0$

$$\text{в) } wxy + \bar{x}uv = (w \wedge (x \wedge y)) \vee ((\bar{x} \wedge u) \wedge v)$$



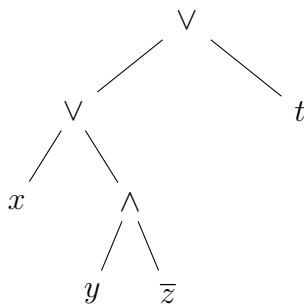
$$\text{КНФ} : (w \vee p)(x \vee p)(y \vee p)(\bar{x} \vee \bar{p})(u \vee \bar{p})(v \vee \bar{p})$$

$$\text{ЗКНФ} : (w \vee p \vee t)(w \vee p \vee \bar{t})(x \vee p \vee q)(x \vee p \vee \bar{q})(y \vee p \vee z)(y \vee p \vee \bar{z})(\bar{x} \vee \bar{p} \vee a)(\bar{x} \vee \bar{p} \vee \bar{a})(u \vee \bar{p} \vee b)(u \vee \bar{p} \vee \bar{b})(v \vee \bar{p} \vee c)(v \vee \bar{p} \vee \bar{c})$$

Удовлетворяющая подстановка для формулы : $w = 1, x = 1, y = 1, u = 1, v = 1$

Удовлетворяющая подстановка для ЗКНФ : $w = 1, x = 1, y = 1, u = 1, v = 1, p = 1$, ост. = 1

$$\text{г) } x + \neg(\bar{y} + z) + t = (x \vee (y \wedge \bar{z})) \vee t$$



$$\text{КНФ} : (x \vee p \vee q)(y \vee \bar{p} \vee q)(\bar{z} \vee \bar{p} \vee q)(t \vee \bar{q})$$

$$\text{ЗКНФ} : (x \vee p \vee q)(y \vee \bar{p} \vee q)(\bar{z} \vee \bar{p} \vee q)(t \vee \bar{q} \vee v)(t \vee \bar{q} \vee \bar{v})$$

Удовлетворяющая подстановка для формулы : $x = 1$, ост. = 0

Удовлетворяющая подстановка для ЗКНФ : $x = 1, q = 1, t = 1$, ост. = 1

- упражнение 2 (любые четыре пункта).

$$\text{а) } x \wedge (\bar{x} \vee y)$$

$$\text{З-КНФ: } (x \vee a \vee \bar{b}) \wedge (x \vee a \vee b) \wedge (x \vee \bar{a} \vee \bar{b}) \wedge (\bar{x} \vee y \vee c) \wedge (x \vee \bar{a} \vee b) \wedge (\bar{x} \vee y \vee \bar{c})$$

Подстановка : $y = 1, x = 1, a = 0, b = 0, c = 0$;

$$\text{б) } \bar{x} \vee \bar{y} \vee z \vee \bar{u}$$

$$\text{З-КНФ: } (x \vee \bar{y} \vee a) \wedge (z \vee \bar{u} \vee \bar{a})$$

Подстановка: $x = 1, z = 1, a = 0$;

$$\text{в) } (x \vee \bar{u}) \wedge (\bar{y} \vee z)$$

$$\text{З-КНФ: } (x \vee \bar{u} \vee a) \wedge (x \vee \bar{u} \vee \bar{a}) \wedge (\bar{y} \vee z \vee b) \wedge (\bar{y} \vee z \vee \bar{b})$$

Подстановка: $x = 1, y = 0, a = 0, b = 0$;

$$\Gamma) (\bar{x} \vee \bar{s}) \wedge (x \vee z \vee y \vee s)$$

$$3\text{-КНФ: } (\bar{x} \vee \bar{s} \vee \bar{a}) \wedge (\bar{x} \vee \bar{s} \vee a) \wedge (x \vee z \vee b) \wedge (y \vee s \vee \bar{b})$$

Подстановка: $x = 0, z = 1, s = 1, a = 0, b = 0, y = 0$.