

Домашнее задание №2

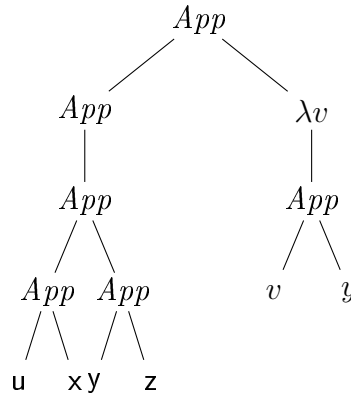
Задание №1: λ -исчисление

Задания по упражнению 1

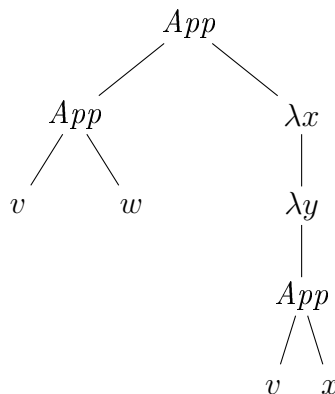
Выполните любые два пункта.

Решение.

$$1д) \quad ux(yz)(\lambda v.vy) = (((ux)(yz))(\lambda v.(vy)))$$



$$1з) \quad vw(\lambda xy.vx) = ((vw)(\lambda(xy).(vx)))$$



Задания по упражнению 2

Выполните любые три пункта.

Решение.

$$2а) \quad [uv/x](\lambda x.zy) = \lambda x.zy$$

$$\begin{aligned}
 2д) \quad [uy/x](x\lambda y.yx) &= \\
 &= (uy)([uy/x](\lambda y.yx)) = \\
 &= (uy)(\lambda z.[uy/x]([z/y](yx))) = \\
 &= (uy)(\lambda z.z(uy)).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2е) \quad [uv/x](\lambda y.x(\lambda w.vwx)) &= \\
 &= \lambda y.[uv/x](x(\lambda w.vwx)) = \\
 &= \lambda y.(uv)([uv/x](\lambda w.vwx)) = \\
 &= \lambda y.(uv)(\lambda w.[uv/x](vwx)) = \\
 &= \lambda y.(uv)(\lambda w.vw(uv)).
 \end{aligned}$$

Задания по упражнению 3

Выполните любые четыре пункта.

Решение.

1. (б)

$$\begin{aligned} \frac{(\lambda(xy).yx) uv}{\rightarrow_\beta [u/x](\lambda y . yx) v} &= \frac{(\lambda y . yu) v}{\rightarrow_\beta [v/y](yu) = vu}; \end{aligned}$$

2. (г)

$$\begin{aligned} \frac{(\lambda x . xxy) (\lambda y . yz)}{\rightarrow_\beta [\lambda y . yz/x](xxy) = (\lambda y . yz)(\lambda y . yz) y} &\rightarrow_\beta [\lambda y . yz](yz) y = \frac{(\lambda y . yz) z y}{\rightarrow_\beta [z/y](yz)y = zzy}; \end{aligned}$$

3. (з)

$$\begin{aligned} \frac{(\lambda(xy).yx) (uv) zw}{\rightarrow_\beta [uv/x](\lambda y . yx) zw} &= (\lambda y . [uv/x](yx)) zw = \frac{(\lambda y . y(uv))z w}{\rightarrow_\beta [z/y](y(uv))w = z(uv)w}; \end{aligned}$$

4. (к)

$$\begin{aligned} \frac{(\lambda(xyz).xz(yz))(\lambda(uv).u)}{\rightarrow_\beta [\lambda(uv).u/x](\lambda(yz).xz(yz))} &= \lambda(yz).[\lambda(uv).u/x](xz(yz)) = \\ = \lambda(yz). \frac{(\lambda(uv).u)z (yz)}{\rightarrow_\beta \lambda(yz).[z/u](\lambda v.u)(yz) = \lambda(yz).(\lambda v.z)(yz)} & \\ \rightarrow_\beta \lambda(yz).[yz/v](z) = \lambda(yz).z; \end{aligned}$$

Задания по упражнению 4

Выполните любые два пункта.

Решение.

1. (а) нормальный порядок

$$\begin{aligned} \frac{(\lambda x . x(x(yz))x) (\lambda u.uv)}{\rightarrow_\beta [\lambda u.uv/x](x(x(yz))x)} &= \frac{(\lambda u.uv) ((\lambda u.uv)(yz)) (\lambda u.uv)}{\rightarrow_\beta [(\lambda u.uv)(yz)/u](uv)(\lambda u.uv) = ((\lambda u.uv)(yz)v)(\lambda u.uv)} \\ \rightarrow_\beta ([yz/u](uv)v)(\lambda u.uv) &= yzvv\lambda u.uv; \end{aligned}$$

2. (а) аппликативный порядок

$$\begin{aligned} \frac{(\lambda x . x(x(yz))x) (\lambda u.uv)}{\rightarrow_\beta [\lambda u.uv/x](x(x(yz))x)} &= (\lambda u.uv) ((\lambda u.uv)(yz)) (\lambda u.uv) \\ \rightarrow_\beta (\lambda u.uv)([yz/u](uv))(\lambda u.uv) &= \frac{(\lambda u.uv)(yzv)(\lambda u.uv)}{\rightarrow_\beta [yzv/u](uv)(\lambda u.uv) = yzvv\lambda u.uv}; \end{aligned}$$

3. (в) нормальный порядок

$$\frac{(\lambda x . y)((\lambda y . yy)(\lambda y . yy))}{\rightarrow_\beta [(\lambda y . yy)(\lambda y . yy)/x](y)} = y;$$

4. (в) аппликативный порядок

$$(\lambda x . y) \frac{((\lambda y . yy)(\lambda y . yy))}{\rightarrow_\beta (\lambda x . y)([\lambda y . yy/y](yy))} = (\lambda x . y)((\lambda y . yy)(\lambda y . yy)) \dots$$

Задания по упражнению 5

Выполните любые два пункта.

Решение.

Задания по упражнению 7

Выполните любые два пункта.

Решение.

1. (а)

$$\begin{aligned} T[\lambda x . y] &= \\ &= \mathbf{K}(T[y]) \quad (\text{правило 4}) \\ &= \mathbf{K}y \quad (\text{правило 1}) \end{aligned}$$

2. (б)

$$\begin{aligned} T[\lambda y . \lambda x . xx] &= \\ &= \mathbf{K}(T[\lambda x . xx]) \quad (\text{правило 4}) \\ &= \mathbf{K}(\mathbf{S}(T[\lambda x . x])(\lambda x . x)) \quad (\text{правило 6}) \\ &= \mathbf{K}(\mathbf{SII}) \quad (\text{правило 3}) \end{aligned}$$