

Домашнее задание №4

1. Упражнение 1.

 $M_{x_1}^{x_2}$ 1 : if $x_2 = 0$ then goto 6 else goto 22 : $x_1 \leftarrow x_1 + 1$ 3 : $x_2 \leftarrow x_2 \div 1$ 4 : $x_3 \leftarrow x_3 + 1$

5 : goto 1

6 : if $x_3 = 0$ then goto 10 else goto 77 : $x_2 \leftarrow x_2 + 1$ 8 : $x_3 \leftarrow x_3 \div 1$

9 : goto 6

10 : stop

2. Упражнение 2 (любые три пункта).

(a) $M_{x_1}^{x_2}$ 1 : if $x_2 = 0$ then goto 3 else goto 22 : $x_1 \leftarrow 1$

3 : stop

(б) M_c^{xy} 1 : $c \leftarrow x$ 2 : $i \leftarrow y$ 3 : if $i = 0$ then goto 7 else goto 44 : $c \leftarrow c + 1$ 5 : $i \leftarrow i \div 1$

6 : goto 3

7 : stop

(г) M_c^{xy} 1 : if $x = 0$ then goto 11 else goto 22 : $i \leftarrow y$ 3 : $i \leftarrow i \div 1$ 4 : if $i = 0$ then goto 9 else goto 55 : if $x = 0$ then goto 11 else goto 66 : $x \leftarrow x \div 1$ 7 : $i \leftarrow i \div 1$

8 : goto 4

9 : $c \leftarrow c + 1$

10 : goto 1

11 : stop

3. Упражнение 3 (в, г).

(в) $\text{comp}(\cdot, P_2^3, P_2^3)(7, 14, 8) = P_2^3(7, 14, 8) \cdot P_2^3(7, 14, 8) = 14 \cdot 14 = 196$ (г) $\text{prim}(S, h)(7, 2) = f(7, 2) =$

$$\begin{aligned}
&= 6 + 2 + f(6, 2) = 8 + 7 + f(5, 2) = 15 + 6 + f(4, 2) = \\
&= 21 + 5 + f(3, 2) = 26 + 4 + f(2, 2) = 30 + 3 + f(1, 2) = \\
&= 33 + 2 + f(0, 2) = 35 + 3 = 38
\end{aligned}$$

4. Упражнение 4 (в, е).

(в) $\varphi(x) = x!$ (здесь $0! = 1$)

$$\varphi(x) = \tilde{p}(x, y)$$

$$\tilde{p}(0, y) = 1 = S(Z(y)) = \text{comp}[S, Z](y)$$

$$\tilde{p}(x+1, y) = (x+1) \cdot \tilde{p}(x, y) = S(x) \cdot \tilde{p}(x, y) = \text{comp}[\cdot, \text{comp}[S, P_1^3], P_3^3](x, y, \tilde{p}(x, y))$$

$$\varphi(x) = \text{prim}[\text{comp}(S, Z), \text{comp}[\cdot, P_1^3, P_3^3]]$$

(е) $\overline{\text{sg}}(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x = 0, \\ 0, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

$$\overline{\text{sg}}(x) = \tilde{p}(x, y)$$

$$\tilde{p}(0, y) = 1 = S(Z(y)) = \text{comp}[S, Z](y)$$

$$\tilde{p}(x+1, y) = 0 = P_2^2(x, Z(y))$$

$$\overline{\text{sg}}(x) = \text{prim}[\text{comp}(S, Z), P_2^2(x, Z(y))]$$

5. Упражнение 6 (любые два пункта).

(а) $\varphi(x, y) = |x - y|$

$$\varphi(0, y) = y = P_1^1(y)$$

$$\varphi(x+1, y) = (x \dot{-} y) + (y \dot{-} x) = \text{comp}[+, \text{comp}[\dot{-}, P_1^3, P_2^3], \text{comp}[\dot{-}, P_2^3, P_1^3]](x, y, \varphi(x, y))$$

$$|x - y| = \text{prim}[P_1^1, \text{comp}[+, \text{comp}[\dot{-}, P_1^3, P_2^3], \text{comp}[\dot{-}, P_2^3, P_1^3]]]$$

(в) $\varphi(x, y) = \max(x, y)$

$$\varphi(0, y) = y = P_1^1(y)$$

$$\varphi(x+1, y) = x + (y \dot{-} x) = \text{comp}[+, P_1^2, \text{comp}[\dot{-}, P_1^2, P_2^2]](x, y)$$

$$\max(x, y) = \text{prim}[P_1^1, \text{comp}[+, P_1^2, \text{comp}[\dot{-}, P_1^2, P_2^2]]]$$

6. Упражнение 7 (один любой пункт) — символы надчёркивания над именами переменных можно игнорировать.

(в) $\lambda x y z u. f(x, y, z, y, u) = \text{comp}[f, P_1^5, P_2^5, P_3^5, P_2^5, P_5^5](x, y, z, w, u)$

7. Задание на 4 бонусных балла: упражнения 5 и 8.

Упражнение 5.

$$f(0) = 1; f(1) = 2; f(2) = 3; f(n) = 0, \text{ для } n > 2.$$

$$f(x) = \tilde{p}(x, y)$$

$$\tilde{p}(0, y) = 1 = S(Z(y)) = \text{comp}[S, Z](y)$$

$$\begin{aligned}
\tilde{p}(x+1, y) &= ((x+1) \dot{-} 1) \cdot (3 \dot{-} (x+1)) + (3 \dot{-} (x+1)) \cdot \tilde{p}(x, y) = \text{comp}[+, \text{comp}[\cdot, \text{comp}[\dot{-}, \\
&\quad \text{comp}[+, P_1^3, 1], 1], \text{comp}[\dot{-}, 3, \text{comp}[+, P_1^3, 1]]], \text{comp}[\cdot, \text{comp}[\dot{-}, 3, \text{comp}[+, P_1^3, 1]], P_3^3](x, y, \tilde{p}(x, y)) \\
\tilde{p} &= \text{prim}[\text{comp}[S, Z], \text{comp}[+, \text{comp}[\cdot, \text{comp}[\dot{-}, \text{comp}[+, P_1^3, 1], 1], \text{comp}[\dot{-}, 3, \text{comp}[+, P_1^3, 1]]], \text{comp}[\cdot, \\
&\quad \text{comp}[+, P_1^3, 1], P_3^3]
\end{aligned}$$

Упражнение 8.

Из определения композиции следует, что в аргумент первой функции мы подаем возвращаемое значение второй функции, которое всегда будет четным. Следовательно

аргумент первой функции четный и отсюда возвращаемое значение тоже будет чётным. ЧТД.