

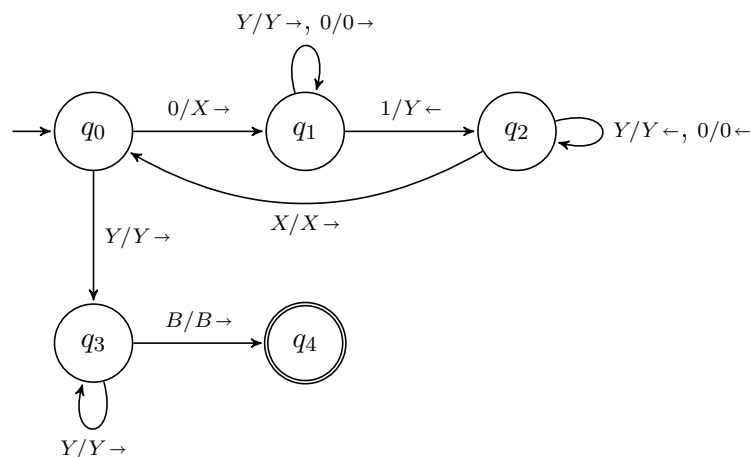
## Задание №3: машины Тьюринга

### Базовое определение, регистры и дорожки

1. Дана машина Тьюринга  $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{1, *\}, \{1, *, B\}, \delta, q_0, B, \{q_3\})$ , функция переходов  $\delta$  которой задана таблицей:

	$B$	$1$	$*$
$q_0$	—	$(q_1, B, R)$	$(q_3, B, R)$
$q_1$	$(q_2, 1, L)$	$(q_1, 1, R)$	$(q_1, *, R)$
$q_2$	$(q_0, B, R)$	$(q_2, 1, L)$	$(q_2, *, L)$
$q_3$	—	—	—

- (а) Нарисовать диаграмму переходов.
- (б) Выписать последовательности конфигураций для следующих слов:  
1)  $1 * 11$ ; 2)  $11 * 1$ ; 3)  $*111$ ; 4)  $11*$ .
- (в) Установить закономерность в работе машины и описать задачи, решаемые каждым из состояний.
- (г) Вычислить количество операций до останова машины в зависимости от размера исходных данных.
2. Функция переходов машины  $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{0, 1\}, \{0, 1, X, Y, B\}, \delta, q_0, B, \{q_4\})$  задана диаграммой:



- (а) Выписать последовательности конфигураций для следующих слов:  
1)  $0011$ ; 2)  $011$ ; 3)  $111$ ; 4)  $01$ .
- (б) Сформулировать алгоритм, в соответствии с которым эта машина действует.
- (в) Описать язык этой машины (то есть множество всех слов, на которых машина завершается в допускающем состоянии) и определить, является ли он рекурсивным (всегда ли эта машина завершается).

3. Написать программы для машины Тьюринга, распознающие следующие языки:
- (а) все слова над алфавитом  $\Sigma = \{1\}$  с чётным количеством единиц;
  - (б) все слова над алфавитом  $\Sigma = \{0, 1\}$  с чётным количеством единиц;
  - (в) все слова над алфавитом  $\Sigma = \{0, 1\}$ , которые заканчиваются на единицу;
  - (г) все слова над алфавитом  $\Sigma = \{0, 1\}$ , которые содержат в точности один ноль в начале слова и произвольное количество единиц;
  - (д) все слова над алфавитом  $\Sigma = \{0, 1\}$ , которые начинаются и заканчиваются нулями и имеют произвольное количество единиц между ними.

### Разновидности машин Тьюринга

1. Построить двухленточную машину Тьюринга, допускающую язык всех слов из 0 и 1, в которых этих символов поровну. Первая лента содержит вход и просматривается слева направо. Вторая лента используется для запоминания излишка нулей по отношению к единицам и наоборот в прочитанной части входа. Описать состояния и переходы, а также неформальное предназначение каждого состояния.
2. Описать идеи многоленточных машин Тьюринга, распознающих следующие языки:
  - (а)  $L(M) = \{ww^R \mid w \text{ — произвольное слово из символов } 0 \text{ и } 1\}$ , символом  $w^R$  обозначается слово, записанное теми же символами, что и  $w$ , но расположенными в обратном порядке;
  - (б)  $L(M) = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$ .
3. Машина Тьюринга, называемая  $k$ -головочной, имеет  $k$  головок, читающих клетки на одной ленте. Переход такой МТ зависит от состояния и символов, обозреваемых головками. За один переход эта МТ может изменить состояние, записать новый символ в клетку, обозреваемую каждой из головок, и сдвинуть каждую головку влево, вправо или оставить на месте. Поскольку несколько головок могут одновременно обозревать одну и ту же клетку, предполагается, что головки пронумерованы от 1 до  $k$ , и символ, который в действительности записывается в клетку, есть символ, записываемый головкой с наибольшим номером. Доказать, что множества языков, допускаемых  $k$ -головочными и обычными машинами Тьюринга, совпадают.
4. Преобразовать машину Тьюринга  $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \{0, 1, B\}, \delta, q_0, B, \{q_2\})$  к виду, в котором машина не перемещается левее начального положения:

(а)

$\delta$	$B$	1	0
$q_0$	—	$(q_1, 1, R)$	—
$q_1$	$(q_2, 0, L)$	—	—
$q_2$	—	—	—

(б)

$\delta$	$B$	1	0
$q_0$	—	$(q_1, 1, R)$	$(q_1, 0, L)$
$q_1$	$(q_2, 0, R)$	—	—
$q_2$	—	—	—

Привести примеры работы полученной машины на нескольких словах.

