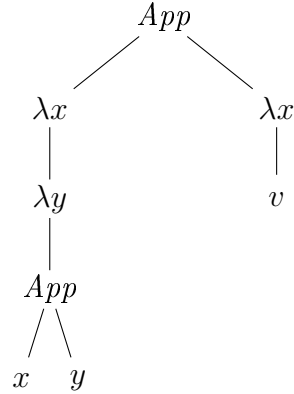


Пример дерева разбора λ -терма



Примеры вычисления нормальной формы

1.

$$\begin{aligned}
 (\lambda x . (\lambda y . yx) z) v &\rightarrow_{\beta} (\lambda x . [z/y](yx)) v = (\lambda x . zx) v \\
 &\rightarrow_{\beta} [v/x](zx) = zv; \\
 \underline{(\lambda x . (\lambda y . yx) z) v} &\rightarrow_{\beta} [v/x]((\lambda y . yx) z) = (\lambda y . yv) z \\
 &\rightarrow_{\beta} [z/y](yv) = zv.
 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}
 \text{is_zero? } 0 &= (\lambda n . n (\lambda x . \text{false}) \text{true}) (\lambda x . \lambda y . y) \\
 &= (\lambda x . \lambda y . y) (\lambda x . \text{false}) \text{true} \\
 &= (\lambda y . y) \text{true} \\
 &= \text{true}; \\
 \text{is_zero? } 1 &= (\lambda n . n (\lambda x . \text{false}) \text{true}) (\lambda x . \lambda y . xy) \\
 &= (\lambda x . \lambda y . xy) (\lambda x . \text{false}) \text{true} \\
 &= (\lambda y . (\lambda x . \text{false}) y) \text{true} \\
 &= (\lambda x . \text{false}) \text{true} \\
 &= \text{false}.
 \end{aligned}$$

Пример преобразования в комбинаторную форму

$$\begin{aligned}
 T[\lambda x . \lambda y . yx] &= \\
 &= T[\lambda x . T[\lambda y . (yx)]] \quad (\text{правило 5}) \\
 &= T[\lambda x . (\mathbf{ST}[\lambda y . y]T[\lambda y . x])] \quad (\text{правило 6}) \\
 &= T[\lambda x . (\mathbf{SIT}[\lambda y . x])] \quad (\text{правило 4}) \\
 &= T[\lambda x . (\mathbf{SI}(\mathbf{K}x))] \quad (\text{правила 3 и 1}) \\
 &= (\mathbf{ST}[\lambda x . (\mathbf{SI})]T[\lambda x . (\mathbf{K}x)]) \quad (\text{правило 6}) \\
 &= (\mathbf{S}(\mathbf{K}(\mathbf{SI}))T[\lambda x . (\mathbf{K}x)]) \quad (\text{правило 3}) \\
 &= (\mathbf{S}(\mathbf{K}(\mathbf{SI}))(\mathbf{ST}[\lambda x . \mathbf{K}]T[\lambda x . x])) \quad (\text{правило 6}) \\
 &= (\mathbf{S}(\mathbf{K}(\mathbf{SI}))(\mathbf{S}(\mathbf{KK})T[\lambda x . x])) \quad (\text{правило 3}) \\
 &= (\mathbf{S}(\mathbf{K}(\mathbf{SI}))(\mathbf{S}(\mathbf{KK})\mathbf{I})) \quad (\text{правило 4})
 \end{aligned}$$