

Analisi Statica delle Risorse in QASM

Stima del Numero di Qubit

Damiano Scevola

Alma Mater Studiorum - Università di Bologna

14 luglio 2021

- 1 Nozioni di base sulla Computazione Quantistica
- 2 Circuiti Quantistici e OpenQASM
- 3 Analizzatore Statico
- 4 Conclusioni

Qubit

Considerando i valori 0 e 1 di un bit classico si possono definire i seguenti vettori di base (usando la *ket notation*)

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Qubit

Un *qubit* $|\psi\rangle$ è una combinazione lineare di $|0\rangle$ e $|1\rangle$ nel campo dei numeri complessi, ovvero, dati $c_0, c_1 \in \mathbb{C}$:

$$|\psi\rangle = c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle = c_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \end{bmatrix}, \quad \text{con } |c_0|^2 + |c_1|^2 = 1$$

Misurazione

Misurando $|\psi\rangle$, la probabilità di ottenere $|0\rangle$ è $|c_0|^2$, mentre la probabilità di ottenere $|1\rangle$ è $|c_1|^2$. Una volta misurato il qubit, il suo stato collassa sul valore osservato, e si perde l'informazione relativa ai valori c_0 e c_1 .

Registri e Entanglement

Registri Quantistici

Un registro quantistico di dimensione n è dato dal *prodotto tensoriale* di n qubit, ad esempio $|\psi\rangle = c_{00}|00\rangle + c_{01}|01\rangle + c_{10}|10\rangle + c_{11}|11\rangle$. Il numero massimo di stati classici sovrapponibili in un registro quantistico è 2^n (*speedup esponenziale* rispetto alla computazione classica).

Entanglement

Dato un registro quantistico di dimensione almeno 2, si ha un entanglement quando la misurazione di un qubit determina il valore di altri qubit senza misurarli direttamente. Esempio:

$$|\psi\rangle = \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}}$$

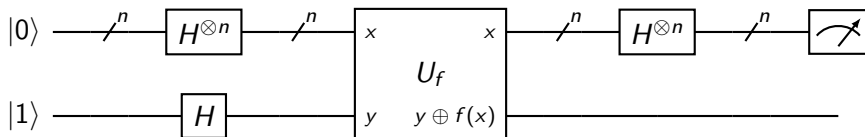
Circuiti Quantistici

Porte Logiche Quantistiche

Lo stato dei qubit può essere modificato applicando le porte logiche quantistiche, rappresentabili attraverso matrici unitarie. Porte logiche a più qubit possono introdurre entanglement.

Circuiti Quantistici

Un circuito quantistico è una sequenza ordinata di porte logiche quantistiche, misurazioni e reset di qubit, che possono interagire con dati relativi ad una computazione classica parallela. Esempio (circuito di Deutsch-Jozsa per funzioni booleane costanti o bilanciate):



Algoritmo di Deutsch-Jozsa in OpenQASM

```
OpenQASM 3.0;
include "stdgates.inc"; // Porte X e H
include "oracle.qasm"; // Oracolo  $U_f$  della funzione  $f$ 
const n = 4; // Dimensione dell'input della funzione  $f$ 
qreg[n] x; // Input della funzione  $f$ 
qubit y; // Qubit ausiliario
reset x[0:n-1]; //  $|x\rangle = |0\rangle$ 
creg[n] c; // Output della misurazione
reset y; //  $|y\rangle = |0\rangle$ 
X y; //  $|y\rangle = |1\rangle$ 
for i in [0 : n-1] {
    H x[i]; //  $x[i]$ 
} // Tutti i qubit di  $x$  sono in sovrapposizione
U_f(n) x[0:n-1], y; // Applicazione di  $f$ 
for i in [0 : n-1] {
    H x[i];
} // Si riporta  $x$  alla base canonica
c[0 : n-1] = measure x[0 : n-1];
```

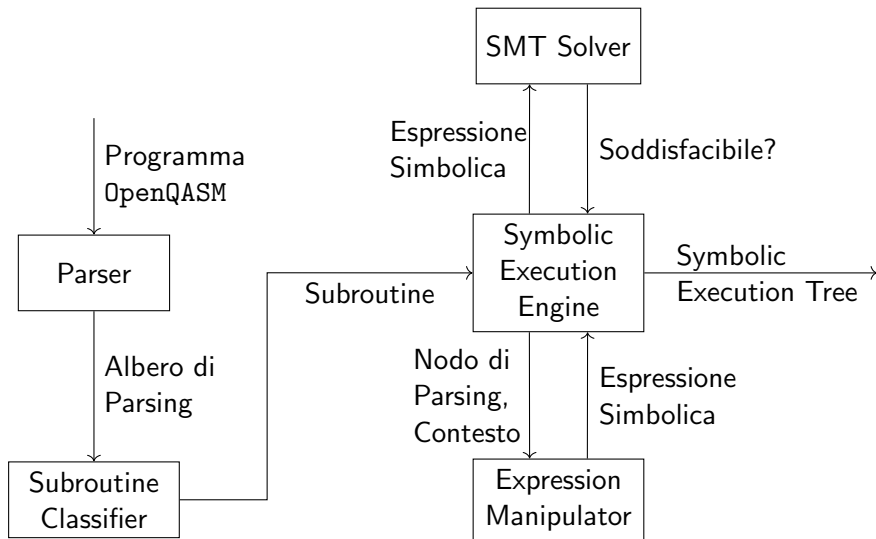
Esecuzione Simbolica di una Subroutine

- Si **inizializza** lo *store* assegnando ai parametri formali valori simbolici.
- I valori simbolici compaiono nelle **espressioni** come letterali, ad esempio $1+2*($0- $1)$, dove $\$0$ e $\$1$ sono simboli.
- Per le **dichiarazioni** di variabili classiche si prepara un *item* nello *store* contenente metadati sul tipo e sulla dimensione della variabile.
- Per gli **assegnamenti** si valuta l'espressione *simbolica* di destra e la si inserisce nell'*item* dello *store* corrispondente alla variabile di sinistra.
- Per le **misurazioni** di qubit si segue la procedura dell'assegnamento classico, dove però il valore assegnato è un simbolo fresco.
- Per le istruzioni di **selezione** (*if-then-else*), si invoca l'SMT solver per verificare se la condizione è soddisfacibile, poi si crea un ramo di esecuzione per ogni porzione di codice da simulare, tenendo traccia delle condizioni sui simboli che valgono in ognuna.
- Per i **cicli definiti** (*for*), si aggiungono sullo *stack di esecuzione* n blocchi, ognuno contenente le istruzioni del corpo del ciclo, separati da meta-istruzioni per modificare il valore dell'iteratore nello *store*.

Stima del Numero di Qubit durante l'Esecuzione Simbolica

- Si utilizzano un array *potentialEntanglements* e un insieme *actualQubits*, entrambi **inizialmente vuoti**.
- Quando si simula l'applicazione di una **porta logica quantistica** G a più qubit, si crea un insieme X che contiene tutti i qubit coinvolti in G . X viene inserito in *potentialEntanglements* e fuso con tutti gli altri insiemi in cui compare almeno un qubit già presente in X .
- Gli insiemi presenti in *potentialEntanglements* sono **disgiunti**.
- Quando un qubit q viene **misurato**, si individua, se presente, l'insieme \bar{X} contenente q in *potentialEntanglements*. \bar{X} viene rimosso dall'array e tutti i qubit in esso presenti vengono inseriti nell'insieme *actualQubits*.
- Il **numero di qubit** massimo stimato è pari alla cardinalità di *actualQubits*.

Architettura dell'Analizzatore



Conclusioni

- Implementare fisicamente i qubit è altamente costoso, quindi i dispositivi quantistici attualmente esistenti ne hanno un numero limitato: l'analizzatore presentato si propone come strumento per ottimizzare le risorse disponibili.
- La stima del numero di qubit *effettivamente* utilizzati viene effettuata contando i qubit che sono (potenzialmente) *entangled* con qubit misurati, o sono misurati essi stessi.
- Quella presentata è una prima versione dell'analizzatore: le limitazioni e le potenzialità di sviluppo sono numerose.