

Relazione di Laboratorio - C++/ROOT

Damiano Scevola

16/11/2021

1 Introduzione

Il programma descritto nella presente relazione ha lo scopo di simulare ed analizzare eventi fisici risultanti da collisioni di particelle elementari. Nello specifico, ci proponiamo di generare un numero statisticamente significativo di eventi in ognuno dei quali più particelle di diverso tipo e con impulsi diversi collidono tra loro. Alcune di queste particelle sono risonanze, e a causa della loro natura instabile decadono in altre particelle elementari. Analizzando le distribuzioni di massa invariante, si rileva il segnale delle risonanze, da cui si possono ricavare la massa e la larghezza che risultano compatibili con quelle imposte in fase di generazione.

2 Struttura del Codice

Il codice è strutturato in tre classi (`ParticleType`, `ResonanceType` e `Particle`), due macro (`GenerateParticles` e `AnalyzeData`) e un file di definizione delle costanti utilizzate per favorire la leggibilità del codice (`Parameters.h`). In appendice è riportato il listato del codice.

Come mostrato nella figura 1, che riporta il diagramma delle classi, `ResonanceType` eredita da `ParticleType` poichè legate concettualmente da una relazione “*is a*”, infatti ogni risonanza è una particella. La classe `Particle` è invece legata per composizione a `ParticleType` attraverso l'attributo statico `fParticleType`, che è un array di puntatori ad oggetti di tipo `ParticleType`. Poichè `ResonanceType` estende `ParticleType`, gli elementi all'interno di `fParticleType` possono essere anche di tipo `ResonanceType`, la relazione di composizione si estende anche a quest'ultima classe.

Le classi `ParticleType` e `ResonanceType` rappresentano un determinato tipo di particella, con nome (`fName`), massa (`fMass`), carica (`fCharge`) ed eventualmente larghezza (`fWidth`). I relativi attributi sono dichiarati `const` poichè una volta inizializzati non possono essere modificati durante l'esecuzione, essendo caratteristiche intrinseche del tipo di particella considerato. I metodi costruttori si occupano quindi di inizializzare tali attributi mediante liste di inizializzazione. Come di norma, gli attributi della classe padre sono dichiarati con visibilità `protected` per permettere alla classe figlia di accedervi, e quelli di quest'ultima `private`. Per ottenere o il valore di tali attributi sono presenti i metodi `getter`. Sono presenti inoltre i metodi `Print()` per stampare su terminale i vari attributi. Da notare infine che i metodi `GetWidth` e `Print` sono `virtual` per garantire il polimorfismo degli oggetti di tipo `ResonanceType` quando si accede agli elementi dell'array `fParticleType`, dichiarato di tipo `ParticleType*`.

La classe `Particle` rappresenta, invece, una particella vera e propria, infatti sono presenti gli attributi relativi alle tre componenti dell'impulso `fPx`, `fPy` e `fPz` con i relativi metodi `getter` e `setter`. Per definire i tipi delle particelle è presente il metodo `AddParticleType`, che aggiunge un elemento (di tipo `ResonanceType` se la larghezza non è nulla, `ParticleType` altrimenti)

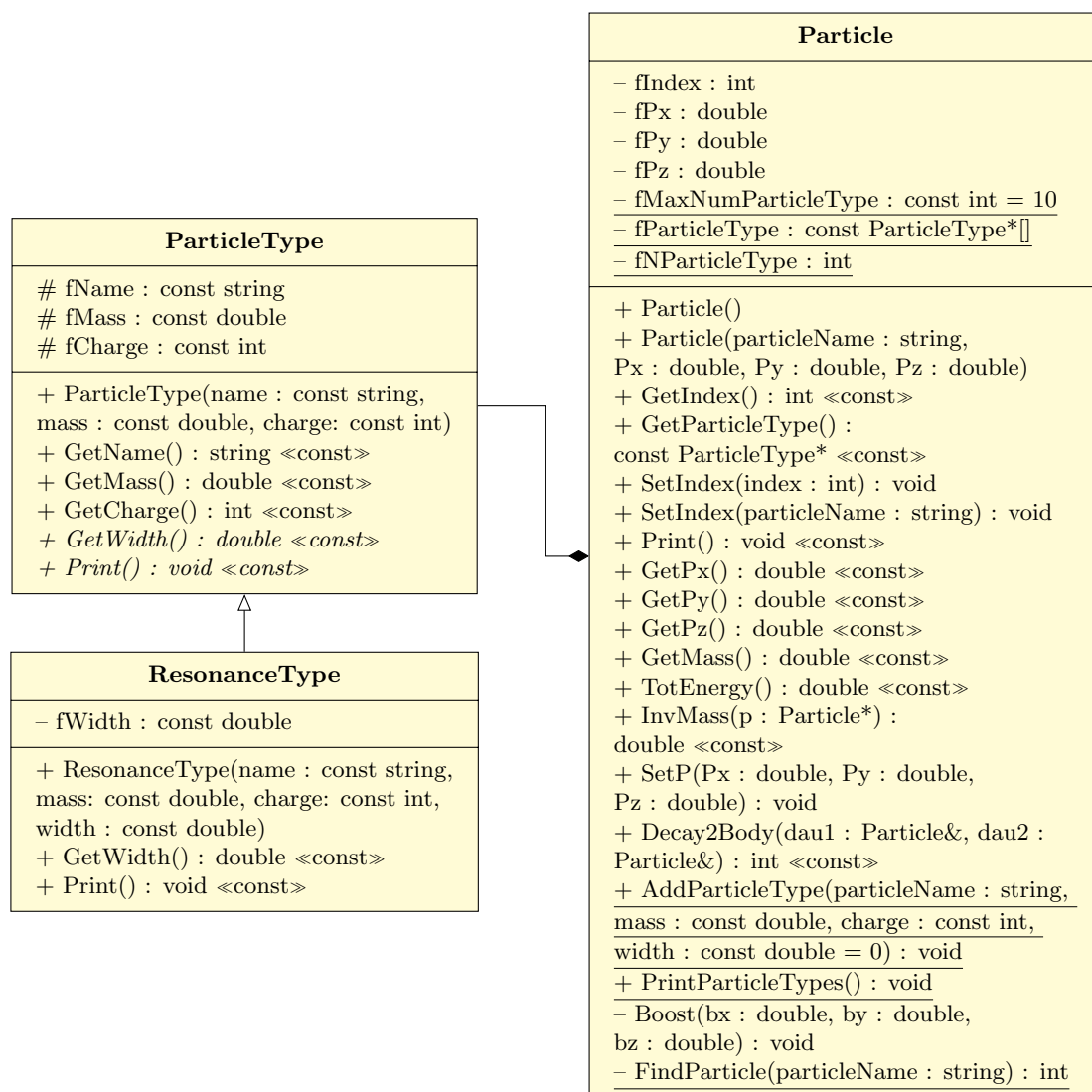


Figura 1: Diagramma UML delle classi: **ResonanceType** eredita da **ParticleType** e **Particle** ha un attributo statico che per composizione è un array contenente istanze delle due classi precedenti. Secondo la notazione UML, i membri contrassegnati con + sono *public*, quelli con - *private* e quelli con # *protected*. Il tipo è indicato dopo i due punti. I membri sottolineati sono *static* e quelli *corsivo* sono *virtual*.

all'array **fParticleType**. Il numero di elementi contenuti al suo interno è pari al valore di **fNParticleType**, che può arrivare al massimo a **fMaxNumParticleType**, e il contenuto dell'array può essere stampato su terminale con il metodo statico **PrintParticleTypes**. Ogni particella istanziata avrà un determinato tipo a seconda del valore dell'attributo **fIndex**, che rappresenta l'indice del tipo della particella nell'array **fParticleType** e che viene settato con il metodo **SetIndex**, di cui sono presenti due overload. Per ottenere l'indice di un tipo di particella a partire dalla stringa del suo nome è presente il metodo **FindParticle**.

Oltre al metodo **Print**, che serve per stampare su terminale il tipo e l'impulso della particella,

sono presenti i metodi **GetMass** e **TotEnergy**, che restituiscono rispettivamente la massa (data dal tipo) e l'energia relativistica della particella. Il metodo **InvMass**, invece, restituisce la massa invariante del sistema costituito dalla particella attuale e da quella passata come parametro. Il metodo **Decay2Body**, infine, presi come parametri per riferimento due oggetti di tipo **Particle**, simula il decadimento della particella e inserisce in essi i dati delle figlie, richiamando il metodo **Boost** durante la procedura.

3 Generazione

All'inizio della macro **GenerateParticles** viene chiamato il metodo **AddParticleType** una volta per ognuno dei 7 tipi di particelle considerati nella simulazione. Successivamente, dopo aver dichiarato e configurato gli istogrammi da riempire durante l'esecuzione, vengono simulati 10^5 eventi, in ognuno dei quali sono coinvolte 100 particelle iniziali, generate casualmente secondo definite proporzioni come segue:

- 40% Pioni positivi ($\pi+$)
- 40% Pioni negativi ($\pi-$)
- 5% Kaoni positivi ($K+$)
- 5% Kaoni negativi ($K-$)
- 4.5% Protoni positivi ($p+$)
- 4.5% Protoni negativi ($p-$)
- 1% Kaoni risonanza (K^*)

Per ogni particella vengono calcolate le tre componenti dell'impulso $\vec{P} = (P_x, P_y, P_z)$ a partire dalle coordinate polari ($|P|, \theta, \phi$) generate casualmente come segue:

- il modulo $|P|$ ha distribuzione esponenziale di valor medio 1 GeV/c
- l'angolo polare θ ha distribuzione uniforme in $[0, \pi]$
- l'angolo azimutale ϕ ha distribuzione uniforme in $[0, 2\pi]$

Per calcolare le componenti di \vec{P} si usano le consuete relazioni:

$$\begin{aligned} P_x &= |P| \sin\theta \cos\phi \\ P_y &= |P| \sin\theta \sin\phi \\ P_z &= |P| \cos\theta \end{aligned}$$

Una volta stabilito il tipo e l'impulso della particella, nel caso in cui si tratti di una K^* occorre farla decadere in una delle due coppie $\{\pi+, K-\}$ o $\{\pi-, K+\}$ con uguale probabilità.

Dopo aver simulato le interazioni calcolando i valori di massa invariante di tutte le possibili coppie di particelle presenti dopo i decadimenti, i dati vengono inseriti negli istogrammi e salvati in un file ROOT.

4 Analisi

La macro `AnalyzeData` si occupa di leggere ed elaborare il contenuto del file ROOT contenente i dati simulati mediante l'esecuzione di `GenerateParticles`. Osservando i grafici prodotti si possono effettuare le dovute considerazioni.

Innanzitutto verifichiamo, come mostrato qualitativamente nell'istogramma in alto a sx in figura 2 e quantitativamente nella tabella 1, che i tipi delle particelle generate nella simulazione rispettano le proporzioni definite precedentemente, in particolare tutti i valori attesi si trovano entro 2σ dal valore osservato.

Specie	Occ. Osservate	Occ. Attese
π^+	4001420 ± 2000	4000000
π^-	3998890 ± 2000	4000000
K^+	499229 ± 707	500000
K^-	499292 ± 707	500000
p^+	449712 ± 671	450000
p^-	450991 ± 672	450000
K^*	100466 ± 317	100000

Tabella 1: Occorrenze osservate e attese dei tipi di particelle

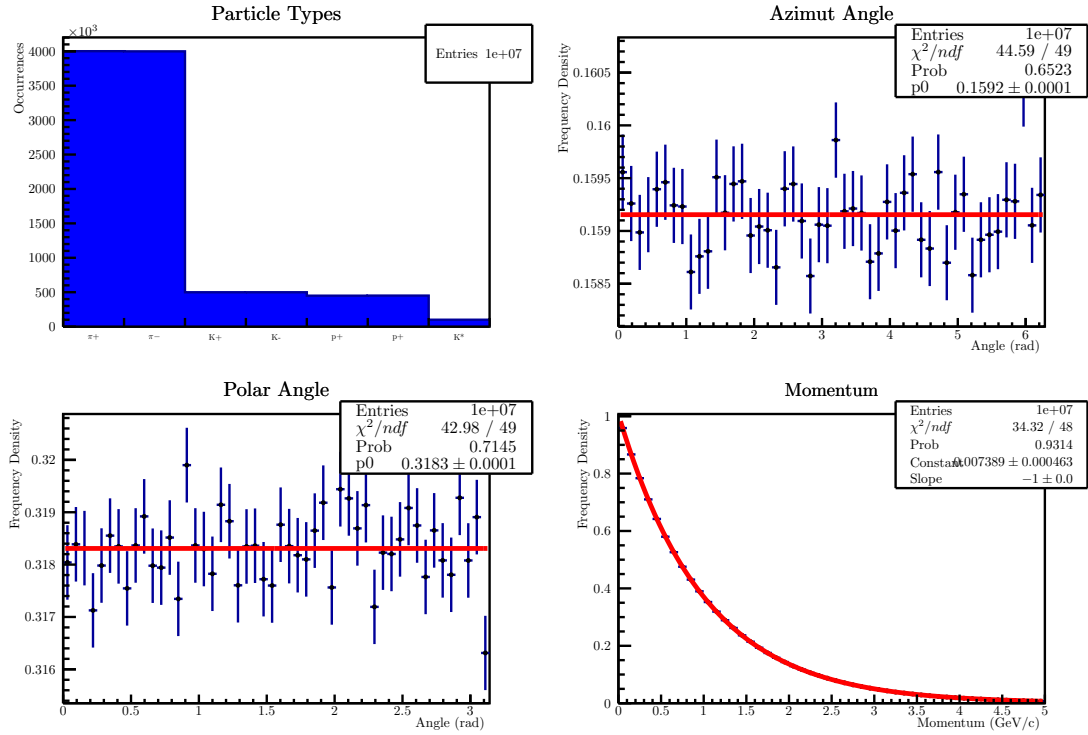


Figura 2: In alto a sx: istogramma dei tipi di particelle generati. I tre istogrammi rimanenti raffigurano le occorrenze delle coordinate polari dell'impulso. I fit sono rappresentati in rosso.

Analizzando, invece, i grafici delle coordinate polari dell'impulso (sempre in figura 2) e la relativa tabella 2, si nota come i fit delle distribuzioni siano visivamente e quantitativamente compatibili con esse, tenendo conto dei valori χ^2 rispetto ai gradi di libertà e delle probabilità. In particolare il parametro (media) del fit esponenziale sul modulo dell'impulso risulta compatibile, entro 1σ , con il valore impostato in fase di generazione di 1.0 GeV/c.

Distribuzione	Parametri Fit	χ^2	DOF	χ^2/DOF
Angolo Polare θ	$(0.3183 \pm 0.0001) \text{ rad}$	42.98	49	0.8771
Angolo Azimutale ϕ	$(0.1592 \pm 0.0001) \text{ rad}$	44.59	49	0.9100
Modulo Impulso $ P $	$(0.9998 \pm 0.0003) \text{ GeV}/c$	34.32	48	0.7150

Tabella 2: Dati relativi ai fit, uniformi per le distribuzioni degli angoli direzionali, ed esponenziale per quella del modulo dell'impulso.

Infine, passiamo ad analizzare i dati relativi ai valori di massa invariante. Per ottenere il segnale della risonanza K^* , il cui picco effettivo è rappresentato nel primo grafico in figura 3, si è fatto uso dei seguenti istogrammi:

1. massa invariante tra le particelle di carica opposta
2. massa invariante tra le particelle di carica uguale
3. massa invariante tra pioni e kaoni di carica opposta
4. massa invariante tra pioni e kaoni di carica uguale

Poichè la massa invariante tra particelle di carica concorde è composta solo da combinazioni accidentali, mentre quella tra particelle di carica discorde coinvolge sia combinazioni accidentali, che il segnale della risonanza (che infatti quando decade genera un pione e un kaone di carica discorde), sottraendo l'istogramma 2 dall'1 (grafico centrale in figura 3) otteniamo un picco proprio in corrispondenza della massa di K^* , e lo stesso vale a maggior ragione se teniamo conto solamente dei pioni e dei kaoni, come si osserva nel grafico in basso (figura 3). Osservando i dati nella tabella 3 relativi alle distribuzioni normali ottenute facendo fit sugli istogrammi di massa invariante, le considerazioni visive appena effettuate sono confermate, in particolare si può notare che i valori medi sono compatibili entro 1σ con la massa reale di K^* , pari a $0.89166 \text{ GeV}/c^2$, e i valori di σ sono compatibili con la larghezza della risonanza entro 3 deviazioni standard.

Distribuzione	Media (GeV/c^2)	σ (GeV/c^2)	Ampiezza (GeV/c^2)	χ^2/DOF
Massa inv. K^*	(0.8918 ± 0.0002)	(0.0501 ± 0.0001)	(0.1504 ± 0.0003)	0.6061
Discordi-Concordi	(0.8922 ± 0.0039)	(0.0417 ± 0.0038)	(0.1251 ± 0.0114)	0.9363
Disc.-Conc. (π , K)	(0.8853 ± 0.0027)	(0.0514 ± 0.0030)	(0.1541 ± 0.0090)	0.9811

Tabella 3: Dati relativi ai fit degli istogrammi di massa invariante, rappresentati nella figura 3.

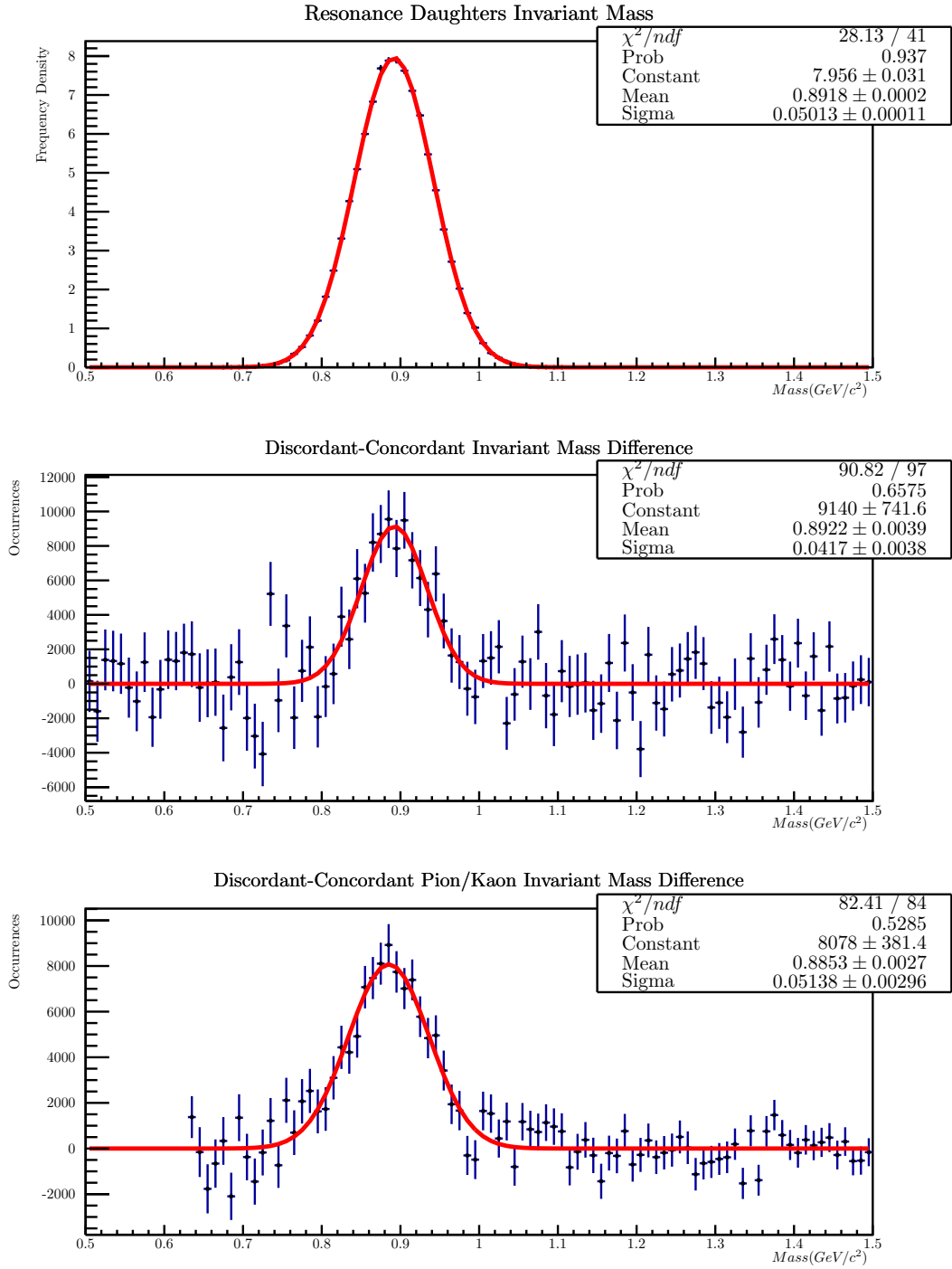


Figura 3: In alto: istogramma della massa invariante effettiva delle particelle K^* , ottenuta combinando le figlie del decadimento. Al centro: differenza tra massa invariante di particelle con carica discorde e quella di particelle di carica concorde. In basso: differenza come nel caso precedente, ma tenendo conto solo dei pioni e dei kaoni.

Appendice

Parameters.h

```
#include <string>

using namespace std;

#ifndef PARAMETERS_H
#define PARAMETERS_H

const int N_PARTICLE_TYPES = 7;
const int N_ITERATIONS = 1E5;
const int N_PARTICLES_PER_ITERATION = 100;
const int MAX_PRODUCTS = 200;
const double AVG_P = 1.0;
const int N_BINS = 50;
const int N_BINS_INV_MASS = 100;
const double MAX_MOMENTUM = 5.0;
const double MAX_ENERGY = 8.0;
const double MIN_INVARIANT_MASS = 0.5;
const double MAX_INVARIANT_MASS = 1.5;

const int PION_PLUS_BIN = 1;
const int PION_MINUS_BIN = 2;
const int KAON_PLUS_BIN = 3;
const int KAON_MINUS_BIN = 4;
const int PROTON_PLUS_BIN = 5;
const int PROTON_MINUS_BIN = 6;
const int KAON_STAR_BIN = 7;

const double PION_PLUS_PROB = 0.4;
const double PION_MINUS_PROB = 0.4;
const double KAON_PLUS_PROB = 0.05;
const double KAON_MINUS_PROB = 0.05;
const double PROTON_PLUS_PROB = 0.045;
const double PROTON_MINUS_PROB = 0.045;
const double KAON_STAR_PROB = 0.01;

const double PROBABILITIES[] = {
    PION_PLUS_PROB,
    PION_MINUS_PROB,
    KAON_PLUS_PROB,
    KAON_MINUS_PROB,
    PROTON_PLUS_PROB,
    PROTON_MINUS_PROB,
    KAON_STAR_PROB
};
```

```

const string PION_PLUS_LABEL = "π+";
const string PION_MINUS_LABEL = "π-";
const string KAON_PLUS_LABEL = "K+";
const string KAON_MINUS_LABEL = "K-";
const string PROTON_PLUS_LABEL = "p+";
const string PROTON_MINUS_LABEL = "p-";
const string KAON_STAR_LABEL = "K*";

const string LABELS[] = {
    PION_PLUS_LABEL,
    PION_MINUS_LABEL,
    KAON_PLUS_LABEL,
    KAON_MINUS_LABEL,
    PROTON_PLUS_LABEL,
    PROTON_MINUS_LABEL,
    KAON_STAR_LABEL
};

const double PION_PLUS_CUMULATIVE = PION_PLUS_PROB;
const double PION_MINUS_CUMULATIVE = PION_PLUS_CUMULATIVE + PION_MINUS_PROB;
const double KAON_PLUS_CUMULATIVE = PION_MINUS_CUMULATIVE + KAON_PLUS_PROB;
const double KAON_MINUS_CUMULATIVE = KAON_PLUS_CUMULATIVE + KAON_MINUS_PROB;
const double PROTON_PLUS_CUMULATIVE = KAON_MINUS_CUMULATIVE + PROTON_PLUS_PROB;
const double PROTON_MINUS_CUMULATIVE = PROTON_PLUS_CUMULATIVE +
↪ PROTON_MINUS_PROB;
const double KAON_STAR_CUMULATIVE = PROTON_MINUS_CUMULATIVE + KAON_STAR_PROB;

#endif

```

ParticleType.h

```

#ifndef PARTICLE_TYPE_H
#define PARTICLE_TYPE_H

using namespace std;

class ParticleType {
public:
    ParticleType(const string name, const double mass, const int charge) :
        fName(name), fMass(mass), fCharge(charge) {}
    string GetName() const;
    double GetMass() const;
    int GetCharge() const;
    virtual double GetWidth() const;
    virtual void Print() const;

protected:
    const string fName;
    const double fMass;

```



```

        const int fCharge;
};

#endif

```

ParticleType.cpp

```

#include "ParticleType.h"

#include <iostream>

using namespace std;

string ParticleType::GetName() const {
    return fName;
}

double ParticleType::GetMass() const {
    return fMass;
}

int ParticleType::GetCharge() const {
    return fCharge;
}

double ParticleType::GetWidth() const {
    return 0;
}

void ParticleType::Print() const {
    std::cout << "Particle Type: " << fName << std::endl <<
        "\tMass = " << fMass << " MeV/c^2" << std::endl <<
        "\tCharge = " << fCharge << " e" << std::endl;
}

```

ResonanceType.h

```

#include "ParticleType.h"

#ifndef RESONANCE_TYPE_H
#define RESONANCE_TYPE_H

using namespace std;

class ResonanceType : public ParticleType {
public:
    ResonanceType(const string name, const double mass, const int charge,
        ↪ const double width) :
        ParticleType(name, mass, charge), fWidth(width) {}
}

```

```

        double GetWidth() const;
        void Print() const;

    private:
        const double fWidth;
};

#endif

```

ResonanceType.cpp

```

#include "ResonanceType.h"

#include "ParticleType.h"
#include <iostream>

double ResonanceType::GetWidth() const {
    return fWidth;
}

void ResonanceType::Print() const {
    ParticleType::Print();
    std::cout << "\tWidth = " << fWidth << " s-1" << std::endl;
}

```

Particle.h

```

#include "ParticleType.h"

#ifndef PARTICLE_H
#define PARTICLE_H

using namespace std;

class Particle {
public:
    Particle();
    Particle(string particleName, double Px, double Py, double Pz);
    int GetIndex() const;
    const ParticleType *GetParticleType() const;
    void SetIndex(int index);
    void SetIndex(string particleName);
    void Print() const;
    double GetPx() const;
    double GetPy() const;
    double GetPz() const;
    double GetMass() const;
    double TotEnergy() const;
    double InvMass(Particle *p) const;
}

```

```

void SetP(double Px, double Py, double Pz);
int Decay2Body(Particle &dau1, Particle &dau2) const;

static void AddParticleType(string particleName, const double mass,
    ↪ const int charge, const double width = 0);
static void PrintParticleTypes();

private:
    int fIndex;
    double fPx, fPy, fPz;

    static const int fMaxNumParticleType = 10;
    static const ParticleType *fParticleType[];
    static int fNParticleType;

    static int FindParticle(string particleName);

    void Boost(double bx, double by, double bz);
};

#endif

```

Particle.cpp

```

#include "Particle.h"

#include "ParticleType.h"
#include "ResonanceType.h"
#include <string>
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <cstdlib>

using namespace std;

int Particle::fNParticleType = 0;
const ParticleType *Particle::fParticleType[Particle::fMaxNumParticleType];

int Particle::FindParticle(string particleName) {
    for (int i = 0; i < fNParticleType; i++)
        if (fParticleType[i]->GetName() == particleName)
            return i;
    return -1;
}

Particle::Particle() {
    fIndex = -1;
}

```

```

Particle::Particle(string particleName, double Px = 0, double Py = 0, double Pz
↪ = 0) {
    fIndex = FindParticle(particleName);
    if (fIndex < 0)
        std::cout << "Particle " << particleName << " not found" << std::endl;
    fPx = Px;
    fPy = Py;
    fPz = Pz;
}

int Particle::GetIndex() const {
    return fIndex;
}

const ParticleType *Particle::GetParticleType() const {
    return fParticleType[fIndex];
}

void Particle::SetIndex(int index) {
    if (index >= fNParticleType) {
        std::cout << "Cannot set index " << index << ": out of bounds error" <<
↪ std::endl;
        return;
    }
    fIndex = index;
}

void Particle::SetIndex(string particleName) {
    int index = FindParticle(particleName);
    if (index < 0) {
        std::cout << "Cannot set index for searched particle " << particleName
↪ << ": particle not found" << std::endl;
        return;
    }
    fIndex = index;
}

void Particle::AddParticleType(const string particleName, const double mass,
↪ const int charge, const double width) {
    if (fNParticleType >= fMaxNumParticleType) {
        std::cout << "Maximum number of particle types reached: cannot add new
↪ particle type" << std::endl;
        return;
    }

    const int index = FindParticle(particleName);
    if (index >= 0) {
        std::cout << "Particle type " << particleName << " already exists:
↪ cannot add duplicate" << std::endl;
    }
}

```

```

        return;
    }

    fParticleType[fNParticleType] = width == 0 ? new ParticleType(particleName,
        ↪ mass, charge) : new ResonanceType(particleName, mass, charge, width);
    fNParticleType++;
}

void Particle::PrintParticleTypes() {
    for (int i = 0; i < fNParticleType; i++)
        fParticleType[i]->Print();
}

void Particle::Print() const {
    std::cout << fParticleType[fIndex]->GetName() << " [index = " << fIndex <<
        ↪ "]" << std::endl <<
        "\tP = (" << fPx << ", " << fPy << ", " << fPz << ")" <<
        ↪ std::endl;
}

double Particle::GetPx() const {
    return fPx;
}

double Particle::GetPy() const {
    return fPy;
}

double Particle::GetPz() const {
    return fPz;
}

double Particle::GetMass() const {
    return fParticleType[fIndex]->GetMass();
}

double Particle::TotEnergy() const {
    return sqrt(pow(GetMass(), 2) + pow(fPx, 2) + pow(fPy, 2) + pow(fPz, 2));
}

double Particle::InvMass(Particle *p) const {
    return sqrt(pow(TotEnergy() + p->TotEnergy(), 2) - (pow(fPx + p->GetPx(),
        ↪ 2) + pow(fPy + p->GetPy(), 2) + pow(fPz + p->GetPz(), 2)));
}

void Particle::SetP(double Px, double Py, double Pz) {
    fPx = Px;
    fPy = Py;
    fPz = Pz;
}

```

```

}

int Particle::Decay2Body(Particle &dau1, Particle &dau2) const {
    if (GetMass() == 0.0) {
        printf("Decayment cannot be preformed if mass is zero\n");
        return 1;
    }

    double massMot = GetMass();
    double massDau1 = dau1.GetMass();
    double massDau2 = dau2.GetMass();

    // add width effect
    if (fIndex > -1) {
        // gaussian random numbers
        float x1, x2, w, y1, y2;

        double invnum = 1. / RAND_MAX;
        do {
            x1 = 2.0 * rand() * invnum - 1.0;
            x2 = 2.0 * rand() * invnum - 1.0;
            w = x1 * x1 + x2 * x2;
        } while (w >= 1.0);

        w = sqrt((-2.0 * log(w)) / w);
        y1 = x1 * w;
        y2 = x2 * w;

        massMot += fParticleType[fIndex]->GetWidth() * y1;
    }

    if (massMot < massDau1 + massDau2) {
        printf("Decayment cannot be preformed because mass is too low in this
        ↪ channel\n");
        return 2;
    }

    double pout = sqrt((massMot * massMot - (massDau1 + massDau2) * (massDau1 +
    ↪ massDau2)) * (massMot * massMot - (massDau1 - massDau2) * (massDau1 -
    ↪ massDau2))) / massMot * 0.5;

    double norm = 2 * M_PI / RAND_MAX;

    double phi = rand() * norm;
    double theta = rand() * norm * 0.5 - M_PI / 2.;
    dau1.SetP(pout * sin(theta) * cos(phi), pout * sin(theta) * sin(phi), pout
    ↪ * cos(theta));
    dau2.SetP(-pout * sin(theta) * cos(phi), -pout * sin(theta) * sin(phi),
    ↪ -pout * cos(theta));

```

```

    double energy = sqrt(fPx * fPx + fPy * fPy + fPz * fPz + massMot *
        ↪ massMot);

    double bx = fPx / energy;
    double by = fPy / energy;
    double bz = fPz / energy;

    dau1.Boost(bx, by, bz);
    dau2.Boost(bx, by, bz);

    return 0;
}

void Particle::Boost(double bx, double by, double bz) {
    double energy = TotEnergy();

    // Boost this Lorentz vector
    double b2 = bx * bx + by * by + bz * bz;
    double gamma = 1.0 / sqrt(1.0 - b2);
    double bp = bx * fPx + by * fPy + bz * fPz;
    double gamma2 = b2 > 0 ? (gamma - 1.0) / b2 : 0.0;

    fPx += gamma2 * bp * bx + gamma * bx * energy;
    fPy += gamma2 * bp * by + gamma * by * energy;
    fPz += gamma2 * bp * bz + gamma * bz * energy;
}

```

GenerateParticles.cpp

```

#include "Particle.h"

#include "Parameters.h"
#include "ParticleType.h"
#include "ResonanceType.h"

#include <cmath>
#include <iostream>
#include <TH1D.h>
#include <TRandom3.h>
#include <TCanvas.h>
#include <TFile.h>
#include <TROOT.h>

void GenerateParticles() {
    // Initialization of particle types
    Particle::AddParticleType("π+", 0.13957, +1);
    Particle::AddParticleType("π-", 0.13957, -1);
    Particle::AddParticleType("K+", 0.49367, +1);
}

```

```

Particle::AddParticleType("K-", 0.49367, -1);
Particle::AddParticleType("p+", 0.93827, +1);
Particle::AddParticleType("p-", 0.93827, -1);
Particle::AddParticleType("K*", 0.89166, 0, 0.050);

// Save histograms in root file
TFile *file = new TFile("histograms.root", "RECREATE");

// Histograms definitions
TH1F *particleTypesH = new TH1F("particleTypesH", "Particle Types",
    ↪ N_PARTICLE_TYPES, 0, N_PARTICLE_TYPES);
TH1F *finalParticleTypesH = new TH1F("finalParticleTypesH", "Final Particle
    ↪ Types", N_PARTICLE_TYPES, 0, N_PARTICLE_TYPES);
TH1D *azimutAngleH = new TH1D("azimutAngleH", "Azimut Angle", N_BINS, 0, 2
    ↪ * M_PI);
TH1D *polarAngleH = new TH1D("polarAngleH", "Polar Angle", N_BINS, 0,
    ↪ M_PI);
TH1D *momentumH = new TH1D("momentumH", "Momentum", N_BINS, 0,
    ↪ MAX_MOMENTUM);
TH1D *transverseMomentumH = new TH1D("transverseMomentumH", "Transverse
    ↪ Momentum", N_BINS, 0, MAX_MOMENTUM);
TH1D *particleEnergyH = new TH1D("particleEnergyH", "Particle Energy",
    ↪ N_BINS, 0, MAX_ENERGY);
TH1D *invMassH = new TH1D("invMassH", "Invariant Mass", N_BINS_INV_MASS,
    ↪ MIN_INVARIANT_MASS, MAX_INVARIANT_MASS);
TH1D *discordantInvMassH = new TH1D("discordantInvMassH", "Discordant
    ↪ Invariant Mass", N_BINS_INV_MASS, MIN_INVARIANT_MASS,
    ↪ MAX_INVARIANT_MASS);
TH1D *concordantInvMassH = new TH1D("concordantInvMassH", "Concordant
    ↪ Invariant Mass", N_BINS_INV_MASS, MIN_INVARIANT_MASS,
    ↪ MAX_INVARIANT_MASS);
TH1D *discordantPionKaonInvMassH = new TH1D("discordantPionKaonInvMassH",
    ↪ "Discordant Pion/Kaon Invariant Mass", N_BINS_INV_MASS,
    ↪ MIN_INVARIANT_MASS, MAX_INVARIANT_MASS);
TH1D *concordantPionKaonInvMassH = new TH1D("concordantPionKaonInvMassH",
    ↪ "Concordant Pion/Kaon Invariant Mass", N_BINS_INV_MASS,
    ↪ MIN_INVARIANT_MASS, MAX_INVARIANT_MASS);
TH1D *daughtersInvMassH = new TH1D("daughtersInvMassH", "Resonance
    ↪ Daughters Invariant Mass", N_BINS_INV_MASS, MIN_INVARIANT_MASS,
    ↪ MAX_INVARIANT_MASS);

invMassH->Sumw2();
discordantInvMassH->Sumw2();
concordantInvMassH->Sumw2();
discordantPionKaonInvMassH->Sumw2();
concordantPionKaonInvMassH->Sumw2();
daughtersInvMassH->Sumw2();

```



```

// Variable definitions
Particle particles[N_PARTICLE_TYPES + MAX_PRODUCTS];
double phi, theta, P, rndm;
double Px, Py, Pz;
double invMass;

int nDecayedParticles; // Counter of decayed particles

// Iterations
for (int i = 0; i < N_ITERATIONS; i++) {

    // Reset decayed particles counter from previous iterations
    nDecayedParticles = 0;

    // Fill particles array
    for (int j = 0; j < N_PARTICLES_PER_ITERATION; j++) {

        // Random generation of momentum
        phi = gRandom->Uniform(0, 2*M_PI);
        theta = gRandom->Uniform(0, M_PI);
        P = gRandom->Exp(AVG_P);

        Px = P * sin(theta) * cos(phi);
        Py = P * sin(theta) * sin(phi);
        Pz = P * cos(theta);
        particles[j].SetP(Px, Py, Pz);

        // Random generate particle type and fill correspondent histogram
        rndm = gRandom->Rndm();
        if (rndm < PION_PLUS_CUMULATIVE) {
            particles[j].SetIndex("π+");

            ↪ particleTypesH->Fill(particleTypesH->GetBinCenter(PION_PLUS_BIN));

            ↪ finalParticleTypesH->Fill(finalParticleTypesH->GetBinCenter(PION_PLUS_BIN));
        } else if (rndm < PION_MINUS_CUMULATIVE) {
            particles[j].SetIndex("π-");

            ↪ particleTypesH->Fill(particleTypesH->GetBinCenter(PION_MINUS_BIN));

            ↪ finalParticleTypesH->Fill(finalParticleTypesH->GetBinCenter(PION_MINUS_BIN));
        } else if (rndm < KAON_PLUS_CUMULATIVE) {
            particles[j].SetIndex("K+");

            ↪ particleTypesH->Fill(particleTypesH->GetBinCenter(KAON_PLUS_BIN));

            ↪ finalParticleTypesH->Fill(finalParticleTypesH->GetBinCenter(KAON_PLUS_BIN));
        } else if (rndm < KAON_MINUS_CUMULATIVE) {
            particles[j].SetIndex("K-");
        }
    }
}

```

```

        ↪ particleTypesH->Fill(particleTypesH->GetBinCenter(KAON_MINUS_BIN));

        ↪ finalParticleTypesH->Fill(finalParticleTypesH->GetBinCenter(KAON_MINUS_BIN));
    } else if (rndm < PROTON_PLUS_CUMULATIVE) {
        particles[j].SetIndex("p+");

        ↪ particleTypesH->Fill(particleTypesH->GetBinCenter(PROTON_PLUS_BIN));

        ↪ finalParticleTypesH->Fill(finalParticleTypesH->GetBinCenter(PROTON_PLUS_BIN));
    } else if (rndm < PROTON_MINUS_CUMULATIVE) {
        particles[j].SetIndex("p-");

        ↪ particleTypesH->Fill(particleTypesH->GetBinCenter(PROTON_MINUS_BIN));

        ↪ finalParticleTypesH->Fill(finalParticleTypesH->GetBinCenter(PROTON_MINUS_BIN));
    } else {
        particles[j].SetIndex("K*");

        ↪ particleTypesH->Fill(particleTypesH->GetBinCenter(KAON_STAR_BIN));

        ↪ finalParticleTypesH->Fill(finalParticleTypesH->GetBinCenter(KAON_STAR_BIN));

        // Decayment of K* in random pair ( $\pi^+$ ,  $K^-$ ) or ( $\pi^-$ ,  $K^+$ )
        rndm = gRandom->Rndm();
        if (rndm < 0.5) {
            particles[N_PARTICLES_PER_ITERATION + 2 *
                ↪ nDecayedParticles].SetIndex(" $\pi^+$ ");
            particles[N_PARTICLES_PER_ITERATION + 2 * nDecayedParticles
                ↪ + 1].SetIndex("K-");

            ↪ finalParticleTypesH->Fill(finalParticleTypesH->GetBinCenter(PION_PLUS_BIN));

            ↪ finalParticleTypesH->Fill(finalParticleTypesH->GetBinCenter(KAON_MINUS_BIN));
        } else {
            particles[N_PARTICLES_PER_ITERATION + 2 *
                ↪ nDecayedParticles].SetIndex(" $\pi^-$ ");
            particles[N_PARTICLES_PER_ITERATION + 2 * nDecayedParticles
                ↪ + 1].SetIndex("K+");

            ↪ finalParticleTypesH->Fill(finalParticleTypesH->GetBinCenter(PION_MINUS_BIN));

            ↪ finalParticleTypesH->Fill(finalParticleTypesH->GetBinCenter(KAON_PLUS_BIN));
        }
        particles[j].Decay2Body(particles[N_PARTICLES_PER_ITERATION + 2
            ↪ * nDecayedParticles], particles[N_PARTICLES_PER_ITERATION +
            ↪ 2 * nDecayedParticles + 1]);
        nDecayedParticles++;
    }
}

```

```

// Fill generation histograms
azimutAngleH->Fill(phi);
polarAngleH->Fill(theta);
momentumH->Fill(P);
transverseMomentumH->Fill(P * sin(theta));
particleEnergyH->Fill(particles[j].TotEnergy());
}

// Compute invariant masses and fill histograms
for (int j = 0; j < N_PARTICLES_PER_ITERATION + 2 * nDecayedParticles;
    j++) {

    // Alias particles[j] as p1
    const ParticleType *p1 = particles[j].GetParticleType();

    // Ignore K* particles for invariant mass histograms (charge == 0)
    if (p1->GetCharge() != 0) {

        // Iterate over all previous particles in the array
        for (int k = 0; k < j; k++) {

            // Alias particles[k] as p2
            const ParticleType *p2 = particles[k].GetParticleType();

            // Ignore K* particles
            if (p2->GetCharge() != 0) {

                // Compute invariant mass and fill histogram
                invMass = particles[j].InvMass(&particles[k]);
                invMassH->Fill(invMass);

                // Fill discordant or concordant charge histogram
                if (p1->GetCharge() != p2->GetCharge())
                    discordantInvMassH->Fill(invMass);
                else
                    concordantInvMassH->Fill(invMass);

                // Fill discordant or concordant pion-kaon histogram
                if ( (p1->GetName() == "π+" && p2->GetName() ==
                    ↪ "K-") ||
                    (p1->GetName() == "π-" && p2->GetName() ==
                    ↪ "K+") ||
                    (p1->GetName() == "K+" && p2->GetName() ==
                    ↪ "π-") ||
                    (p1->GetName() == "K-" && p2->GetName() ==
                    ↪ "π+"))
                    discordantPionKaonInvMassH->Fill(invMass);
            }
        }
    }
}

```

```

else if ((p1->GetName() == "π+" && p2->GetName() ==
↪ "K+") ||
        (p1->GetName() == "π-" && p2->GetName() ==
↪ "K-") ||
        (p1->GetName() == "K+" && p2->GetName() ==
↪ "π+") ||
        (p1->GetName() == "K-" && p2->GetName() ==
↪ "π-"))
    concordantPionKaonInvMassH->Fill(invMass);

    }
}

// Fill histogram with invariant masses of K* daughters
if (j >= N_PARTICLES_PER_ITERATION && j % 2 == 0)
    daughtersInvMassH->Fill(particles[j].InvMass(&particles[j +
↪ 1]));
}

}

file->Write();
file->Close();
}

```

AnalyzeData.cpp

```

#include "Parameters.h"

#include <TFile.h>
#include <TH1D.h>
#include <TF1.h>
#include <TMath.h>
#include <TFitResultPtr.h>
#include <TFitResult.h>
#include <TObject.h>
#include <TROOT.h>
#include <TStyle.h>
#include <TCanvas.h>
#include <iostream>
#include <cmath>

using namespace std;

void AnalyzeData() {
    gROOT->SetBatch();

    // Open root file and retrieve histograms
    TFile *file = new TFile("histograms.root", "READ");

```

```

TH1D *particleTypesH = (TH1D*) file->Get("particleTypesH");
TH1D *azimutAngleH = (TH1D*) file->Get("azimutAngleH");
TH1D *polarAngleH = (TH1D*) file->Get("polarAngleH");
TH1D *momentumH = (TH1D*) file->Get("momentumH");
TH1D *discordantInvMassH = (TH1D*) file->Get("discordantInvMassH");
TH1D *concordantInvMassH = (TH1D*) file->Get("concordantInvMassH");
TH1D *discordantPionKaonInvMassH = (TH1D*)
    ↪ file->Get("discordantPionKaonInvMassH");
TH1D *concordantPionKaonInvMassH = (TH1D*)
    ↪ file->Get("concordantPionKaonInvMassH");
TH1D *daughtersInvMassH = (TH1D*) file->Get("daughtersInvMassH");

// Set styles for histograms
gStyle->SetOptStat("e");
gStyle->SetOptFit(1111);
particleTypesH->SetFillColor(kBlue);

// Set axes labels
particleTypesH->GetXaxis()->SetBinLabel(PION_PLUS_BIN, "#pi+");
particleTypesH->GetXaxis()->SetBinLabel(PION_MINUS_BIN, "#pi-");
particleTypesH->GetXaxis()->SetBinLabel(KAON_PLUS_BIN, "K+");
particleTypesH->GetXaxis()->SetBinLabel(KAON_MINUS_BIN, "K-");
particleTypesH->GetXaxis()->SetBinLabel(PROTON_PLUS_BIN, "p+");
particleTypesH->GetXaxis()->SetBinLabel(PROTON_MINUS_BIN, "p-");
particleTypesH->GetXaxis()->SetBinLabel(KAON_STAR_BIN, "K*");
particleTypesH->GetYaxis()->SetTitle("Occurrences");

azimutAngleH->GetXaxis()->SetTitle("Angle (rad)");
polarAngleH->GetXaxis()->SetTitle("Angle (rad)");
momentumH->GetXaxis()->SetTitle("Momentum (GeV/c)");
discordantInvMassH->GetXaxis()->SetTitle("Mass (GeV/c^{2})");
concordantInvMassH->GetXaxis()->SetTitle("Mass (GeV/c^{2})");
discordantPionKaonInvMassH->GetXaxis()->SetTitle("Mass (GeV/c^{2})");
concordantPionKaonInvMassH->GetXaxis()->SetTitle("Mass (GeV/c^{2})");
daughtersInvMassH->GetXaxis()->SetTitle("Mass (GeV/c^{2})");

azimutAngleH->GetYaxis()->SetTitle("Frequency Density");
polarAngleH->GetYaxis()->SetTitle("Frequency Density");
momentumH->GetYaxis()->SetTitle("Frequency Density");
discordantInvMassH->GetYaxis()->SetTitle("Occurrences");
concordantInvMassH->GetYaxis()->SetTitle("Occurrences");
discordantPionKaonInvMassH->GetYaxis()->SetTitle("Occurrences");
concordantPionKaonInvMassH->GetYaxis()->SetTitle("Occurrences");
daughtersInvMassH->GetYaxis()->SetTitle("Frequency Density");

// Output partile type occurrences for the report table
cout << "Particle type occurrences:" << endl;
for (int i = 1; i <= N_PARTICLE_TYPES; i++)

```

```

    cout << "\t" << LABELS[i - 1] << " " <<
    ↪ particleTypesH->GetBinContent(i) << " +/- " <<
    ↪ particleTypesH->GetBinError(i) << endl;

    // Convert occurrences into frequency density
    azimuthAngleH->Scale(1.0 / azimuthAngleH->Integral("width"));
    polarAngleH->Scale(1.0 / polarAngleH->Integral("width"));
    momentumH->Scale(1.0 / momentumH->Integral("width"));
    daughtersInvMassH->Scale(1.0 / daughtersInvMassH->Integral("width"));

    // Fit histograms with the right distribution
    azimuthAngleH->Fit("pol0", "Q");           // Uniform
    polarAngleH->Fit("pol0", "Q");           // Uniform
    momentumH->Fit("expo", "Q");             // Exponential
    daughtersInvMassH->Fit("gaus", "Q");      // Normal

    // Output mean for momentum fit distribution
    TF1 *momentumFit = momentumH->GetFunction("expo");
    double momentumFitMean = -1.0 / momentumFit->GetParameter(1);
    double momentumFitMeanError = abs(momentumFitMean *
    ↪ momentumFit->GetParError(1) / momentumFit->GetParameter(1));
    cout << "Momentum Exponential Fit:" << endl;
    cout << "\tMean: " << momentumFitMean << " +/- " << momentumFitMeanError <<
    ↪ endl;

    // Check consistency of invariant mass histograms
    TH1D *pionKaonDiscordantMinusConcordantH = (TH1D*)
    ↪ discordantPionKaonInvMassH->Clone("pionKaonDiscordantMinusConcordantH");
    pionKaonDiscordantMinusConcordantH->Add(concordantPionKaonInvMassH, -1.0);
    pionKaonDiscordantMinusConcordantH->Fit("gaus", "Q");
    pionKaonDiscordantMinusConcordantH->SetTitle("Discordant-Concordant
    ↪ Pion/Kaon Invariant Mass Difference");

    TH1D *discordantMinusConcordantH = (TH1D*)
    ↪ discordantInvMassH->Clone("discordantMinusConcordantH");
    discordantMinusConcordantH->Add(concordantInvMassH, -1.0);
    discordantMinusConcordantH->Fit("gaus", "Q");
    discordantMinusConcordantH->SetTitle("Discordant-Concordant Invariant Mass
    ↪ Difference");

    // Save histograms in files for the final report
    TCanvas *c1 = new TCanvas();
    c1->Divide(2, 2);
    c1->cd(1);
    particleTypesH->Draw();
    c1->cd(2);
    azimuthAngleH->Draw();
    c1->cd(3);
    polarAngleH->Draw();

```

```

c1->cd(4);
momentumH->Draw();
c1->SaveAs("./histograms/typesAndMomentum.tikz.tex");

gStyle->SetOptStat(0);
TCanvas *c2 = new TCanvas("c2", "Invariant Mass", 600, 800);
c2->Divide(1, 3);
c2->cd(1);
daughtersInvMassH->Draw();
c2->cd(2);
discordantMinusConcordantH->Draw();
c2->cd(3);
pionKaonDiscordantMinusConcordantH->Draw();
c2->SaveAs("./histograms/invMass.tikz.tex");

// Close root file
file->Close();
}

```