第8章 フィードバック制御とフィードフォワード制御

本章では，まず制御の目的を明らかにする．次に，その目的を達成するためにフィードフォワード制御とフィードバック制御を導入する．そして，それぞれの制御系の特徴を解説する．

8.1 制御の目的

制御の主な目的を Point 8.1 にまとめる．

✤ Point 8.1 ✤　制御の目的

(1) 制御系の安定化

(2) 目標値追従

(3) 外乱抑制

(4) 制御対象のモデルの不確かさに対するロバスト化

まず，制御対象が与えられたとき，制御の第一の目的は，

- 制御対象が自転車のようにそのままにしておくと倒れてしまうような不安定系（unstable system）の場合には，コントローラを付加することによって安定化すること
- 制御対象がもともと安定な場合には，コントローラを付加することによって全体のシステム，すなわち**制御系**（control system）を不安定にしないこと

である．システムの安定性は制御工学で最も重要な性質の一つであり，続く第9章と第10章で詳しく解説する．また，(2)〜(4) については次節以降で説明する．

さて，制御対象にコントローラを接続する方法はいろいろ考えられるが，それらは次の二つに大別される．

- フィードフォワード制御（feedforward control）
- フィードバック制御（feedback control）

それぞれを図8.1に示す．図において P は制御すべき対象であり，**制御対象**（controlled system）あるいは**プラント**(plant) と呼ばれる．C は**コントローラ**(controller) あるいは**補償器**（compensator）と呼ばれ，所望の制御性能を達成するために設計される．$y(t)$ は制御対象の出力信号（output signal）であり，**制御量**（controlled variable）とも呼ばれる[1]．$u(t)$ は**制御入力** (control input) あるいは**操作量** (manipulated variable）と呼ばれる．$r(t)$ は**参照信号**（reference signal）あるいは**目標値**（desired value）と呼ばれる．

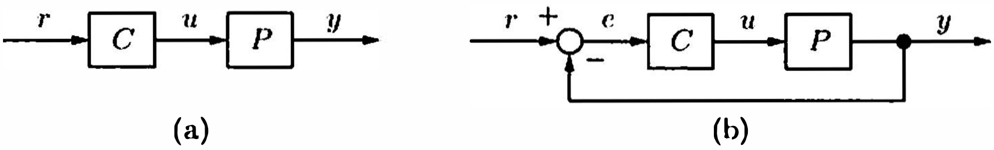


図8.1 (a) フィードフォワード制御と，(b) フィードバック制御

8.2 フィードフォワード制御

図8.1 (a) に示したフィードフォワード制御について考える．前節で与えた制御の目的の2番目の目標値追従について見ていこう．目標値追従とは，制御出力 $y(t)$ が目標値 $r(t)$ に追従する（一致する）ことである．$r(t) = 0$ のとき**レギュレータ**(regulator）問題，$r(t) \neq 0$ のとき**サーボ**（servo）問題と呼ばれる．

図8.1 (a) より，

$$y = PCr$$

[1] 図8.1は s 領域におけるブロック線図なので，本来は $y(s)$, $u(s)$ などと表記すべきであるが，本書では見やすさのため，(s) は省略して y, u と書くことにする．そして，それらの時間領域における表記が，それぞれ $y(t)$, $u(t)$ である．

なので，$y = r$ となるためには，$PC = 1$，すなわち，

$$C = P^{-1} \tag{8.1}$$

となるようにフィードフォワードコントローラ C を設計すればよいことがわかる．このとき，コントローラは制御対象の**逆システム**であると言われる．たとえば，制御対象がダイナミクスを持たない場合を考え，

$$P(s) = 5 \tag{8.2}$$

とすると，コントローラを

$$C(s) = 0.2 \tag{8.3}$$

に選べば，すべての時刻において $y(t) = r(t)$ が成り立つ．

このような考え方に基づくフィードフォワード制御は即効性のある強力なものであるが，後に説明するようにいくつかの問題点を持つ．

8.2.1 外乱抑制

Point 8.1 で制御の目的の 3 番目として**外乱抑制**を与えた．図 8.2 に出力に外乱 $d(t)$ が加わったフィードフォワード制御系のブロック線図を示す．**外乱**（disturbance）とは，制御対象を乱す外部入力のことである．たとえば，直流成分（バイアス）のようなものから，正弦波，そして白色雑音のような広帯域な周波数成分を持つものまで，さまざまな外乱が存在する．

図 8.2 より，

$$y = PCr + d$$

が得られる．前述したように，$PC = 1$ を満たすようにコントローラを設計すると，$y = r + d$ となり，外乱 d の影響が直接出力に表れてしまう．このように，フィードフォワード制御では外乱の影響を抑制することはできない．

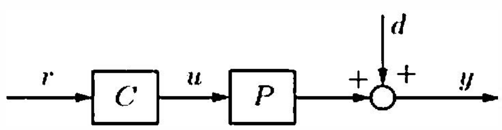


図 8.2 外乱が加わったフィードフォワード制御系

8.2.2　制御対象のモデルの不確かさに対するロバスト化

現実の問題において，制御対象のダイナミクスが完全に既知であることはほとんどない．したがって，制御対象の**モデルの不確かさ**（model uncertainty）に対して**ロバスト性**（robustness）[2]を持つことが制御系に望まれる．

この問題についても，式(8.2)の制御対象と式(8. 3)のコントローラの例を用いて説明する．図8.2において，制御対象が $P=5$ であると信じてコントローラを設計したが，実際には $P'=P+\Delta P=5-1=4$ であった場合，すなわち，モデルが20 % ずれていた場合を仮定する．ただし，外乱は存在しないものとし，目標値追従のみを考える．

このとき，

$$y=P'Kr=4\frac{1}{5}r=0.8r \tag{8. 4}$$

となり，目標値追従はモデルのずれと同じく 20 % の偏差を持ってしまう．このように，フィードフォワード制御では，モデルの不確かさがそのまま目標値追従に影響を与えてしまう．

以上より，フィードフォワード制御では，信号の流れが前向きの一方通行で，修正機構を持たないので，何らかの影響でモデルにずれが生じると，そのまま出力もずれてしまう．

8.2.3　フィードフォワードコントローラの実装

これまでダイナミクスを持たない制御対象 $P(s)=5$ を考えてきたが，たとえば，制御対象が

$$P(s)=\frac{1}{s+1}$$

である1次系を考えよう．このように，制御対象は通常プロパーである．この制御対象に対して，逆システムによるコントローラを設計すると，

$$C(s)=s+1$$

2. ロバストとは頑丈であるということである．

となり，これはインプロパーとなるので，微分器が必要となり，実装することができない．実装するためには，近似微分器の考え方と同じように，時定数の短い低域通過フィルタを付加して，コントローラをプロパーにする必要がある．たとえば，この例では，

$$C(s) = \frac{s+1}{Ts+1}$$

として，T を 0.001 のような小さな数に選べば，近似的にプロパーな逆システムが構成できる．

8.2.4 フィードフォワード制御では不安定な制御対象を安定化できない

これまで述べてきたように，フィードフォワードコントローラの設計の方法は，制御対象の極と零点をコントローラで打ち消すことであり，これを**極零相殺**（pole-zero cancellation）という．まだ安定性の説明をしていないが，右半平面に存在する極は不安定極と呼ばれ，これを極零相殺することはできない．すなわち，

$$P(s) = \frac{1}{s-1}$$

としたとき，$C(s) = s - 1$ として $s = 1$ の不安定極を相殺することはできない．

以上より，フィードフォワード制御は目標値追従を改善するために重要な役割を演じるが，その設計には注意が必要である．

8.3 フィードバック制御

8.3.1 フィードバック制御系の構成

図8.3を用いてフィードバック制御系について考えよう．この図では，コントローラ C が制御対象 P に直列に接続されているので，**直列補償**と呼ばれる．また，このフィードバック制御系は，出力信号 $y(t)$ が直接参照信号のところへフィードバックされているので，**直結フィードバック制御系**と呼ばれる．

図において，$e(t)$ は

$$e(t) = r(t) - y(t) \tag{8.5}$$

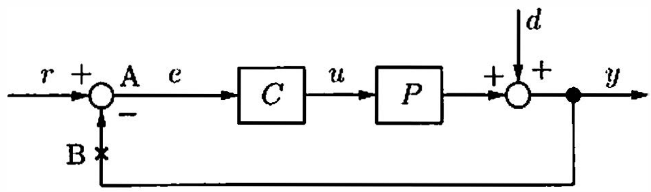


図8.3　直結フィードバック制御系（直列補償）

であり，**偏差信号**（error signal）と呼ばれる．この場合，制御の目標の一つである目標値追従は，$e(t) = 0$ と言い換えることもできる．

さて，図8.3のフィードバックループを図中の×印の点（B点）で切ったとき，A点からB点までの伝達関数を**一巡伝達関数**（loop transfer function）あるいは**開ループ伝達関数**（open-loop transfer function）といい，本書では $L(s)$ で表す．すなわち，

$$L(s) = P(s)C(s) \tag{8.6}$$

である．

次に，図8.3において，$d = 0$ として，参照信号 $r(t)$ から出力信号 $y(t)$ までの伝達関数（$W(s)$ とおく）を計算すると，

$$W(s) = \frac{y(s)}{r(s)} = \frac{P(s)C(s)}{1 + P(s)C(s)} = \frac{L(s)}{1 + L(s)} \tag{8.7}$$

となる．これを**閉ループ伝達関数**（closed-loop transfer function）と呼ぶ．

以上より，図8.3は図8.4のように簡単に表現することができる（ただし，$d = 0$ とした）．

さて，フィードバック制御系は図8.5のように構成することもでき，このようなコントローラの接続を**フィードバック補償**という．

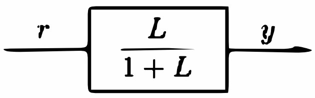


図8.4　閉ループシステム

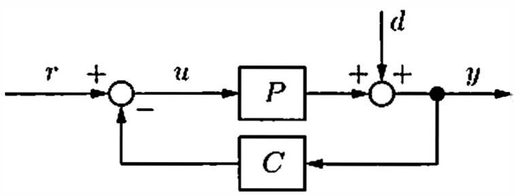


図8.5　フィードバック制御系（フィードバック補償）

例題 8.1

図 8.5 のフィードバック制御系において，一巡伝達関数 $L(s)$ と閉ループ伝達関数 $W(s)$ を計算しなさい．

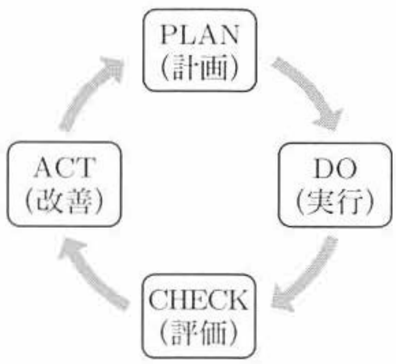
コラム 4 ── フィードバックの誕生

制御工学を象徴する専門用語を投票で決めるとしたら，おそらく「フィードバック」(feedback) が選ばれるだろう．

1927 年 8 月 2 日，ブラック (Halold S. Black) (1898〜1983) は，AT & T のベル研究所に出勤する途中，ニューヨークのハドソン川のフェリーで，負帰還増幅器 (negative feedback amplifier) のアイデアを思いつき，持っていたニューヨークタイムズ紙に殴り書きした．このアイデアは翌年，特許として提出された．しかし，当時，負（逆位相）の量をフィードバックするという考えは斬新だったため，特許審査に時間がかかり，結局，その特許が受理されたのは 9 年後の 1937 年 12 月であった．負帰還増幅器の誕生は通常この 1937 年とされるが，1934 年にこのアイデアは学会発表されたので，1934 年とされることもある．

ブラックの発明の背景には，電信・電話の急速な実用化が関係していた．1915 年に米国で大陸横断長距離電話が開通したが，その後長距離になるにつれて，信号の減衰とひずみの問題が顕著になっていた．この問題を解決するために，電話中継器が考案されたが，その安定性の改善とひずみの低減を目的として，ブラックは負帰還増幅器を考えたのである．

"feedback" という用語が誕生したのは，負帰還増幅器が提案される少し前の 1920 年代であり，政治経済の分野で「閉じたサイクル」という意味で使われたそうである．理系ではなく，文系からフィードバックという用語が生まれたことは興味深い．現在では，この用語は日常生活でも普通に使われる一般的なものになっている．PDCA (Plan-Do-Check-Act) サイクルなどはフィードバックの典型的な応用例である．



PDCA サイクル

解答　まず,

$$L(s) = P(s)C(s)$$

である．次に,

$$W(s) = \frac{P(s)}{1 + P(s)C(s)} = \frac{P(s)}{1 + L(s)}$$

となる. ■

この例題からわかるように，図8.3と図8.5のフィードバック制御系の閉ループ伝達関数は異なることに注意しよう．

8.3.2　フィードバック制御の目的

フィードバック制御を用いると，前述した制御の目的がどのように達成できるのかを見ていこう．

[1] 制御系の安定化

次章以降で詳しく述べるが，フィードバック制御を行うことによって，制御対象の不安定極を移動できるので，フィードバック制御系の安定化を達成することができる．

[2] 目標値追従

図8.4は

$$y(s) = W(s)r(s) \tag{8.8}$$

を意味していた．これより，目標値追従を達成するためには，すべての s に対して,

$$W(s) \equiv 1 \tag{8.9}$$

が成り立てばよいことがわかる．この式で s を $j\omega$ で置き換えて，周波数領域で考えると,

$$|W(j\omega)| \equiv 1, \quad \forall\omega \tag{8.10}$$

となる．これは，$W(j\omega)$ がすべての周波数を通過帯域とする，いわゆる**全域通過フィルタ**であることを要求している．この条件をフィードバック制御のみで達成することは困難なので，通常ある周波数 ω_b まで，この条件を満たすように制御系を設計する．すなわち，

$$|W(j\omega)| = 1, \quad \omega < \omega_b \tag{8.11}$$

を満たす**低域通過フィルタ**を設計することになる．あとで詳しく述べるが，この周波数 ω_b は**帯域幅**と呼ばれ，制御系の性能に大きく影響する．

図 8.3 を用いて，目標値追従についてもう少し具体的に考えていこう．ここでは，目標値 r の影響のみを調べるために，$d = 0$ とする．

制御対象は前述したダイナミクスを持たない

$$P(s) = 5 \tag{8.12}$$

とし，コントローラは，

$$C(s) = K \tag{8.13}$$

とする．これは**比例コントローラ**と呼ばれる．

式 (8.7) より，

$$y = \frac{5K}{1+5K} r \tag{8.14}$$

が得られる．たとえば，フィードフォワードコントローラと同じ $K = 0.2$ を選ぶと，$y = 0.5r$ となり，制御量は目標値の半分にしかならない．しかしながら，フィードバック制御では通常 K の値を大きく選ぶので，たとえば $K = 100$ とすると，

$$y = \frac{500}{501} r = 0.998r$$

となり，制御量は目標値とほぼ等しくなる．さらに，$K \to \infty$ とすると，漸近的に $y = r$ が達成できる．

[3] 外乱抑制

式 (8.12)，(8.13) で与えた制御対象とコントローラを再び用いて説明する．図 8.3 において，$r = 0$ として外乱 d の影響だけを考える．このときの制御目的は，制御

系が外乱の影響を抑制し，制御量 y を平衡点に留めること，すなわち $y = 0$ とすることである．

フィードバック制御の場合，

$$y = \frac{1}{1+5K}d \tag{8.15}$$

となる．先ほどと同様に $K = 100$ とすると，

$$y = \frac{1}{501}d = 0.002d$$

となり，外乱の影響は 0.2 % に低減されることがわかる．さらに $K \to \infty$ とすれば，外乱の影響を完全に除去できる．このように，フィードバック制御を行うことにより，外乱の影響を抑制することが可能になる．

[4] 制御対象のモデルの不確かさに対するロバスト化

この問題についても，式 (8.2) の制御対象と式 (8.3) のコントローラの例を用いて説明する．問題設定はフィードフォワード制御のときと同じにする．

このとき，フィードバック制御で $K = 100$ とすると，

$$y = \frac{P'K}{1+P'K}r = \frac{4 \cdot 100}{1+4 \cdot 100}r = \frac{400}{401}r = 0.9975r$$

となり，制御対象のモデルのずれの影響をほとんど受けないこと，すなわち，モデルの不確かさに対してロバストであることがわかる．これは，モデルの不確かさに対して感度が低いという言い方もできる．このように，制御対象のモデルの不確かさに対するロバスト化は**低感度化**とも呼ばれ，これはフィードバック制御系の特徴である．

以上では，フィードバック制御系の特徴を直観的に理解できるように，制御対象がダイナミクスを持たない静的システムの例を用いて説明した．次は，制御対象が1次系

$$P(s) = \frac{1}{s+1} \tag{8.16}$$

の場合を考えよう（図8.6 (a)）．この制御対象に対して，図8.6 (b) に示すフィードバック制御系を構成する．この図における r から y までの伝達関数は，

$$W(s) = \frac{K'}{T's+1} \tag{8.17}$$

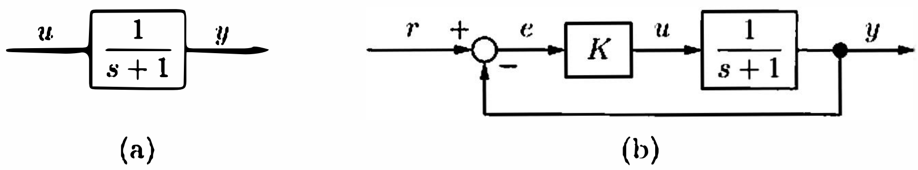


図8.6　フィードバックの効果（速応性の向上）

となる．ただし，

$$T' = \frac{1}{1+K}, \qquad K' = \frac{K}{1+K}$$

とおいた．これより，$T' < T$（ただし，$T = 1$ は $P(s)$ の時定数）であるので，フィードバック制御を施すことにより，制御系の時定数は必ず小さくなり，また，十分大きい K に対しては $K' \approx 1$ であることがわかる．

表8.1に，フィードバック制御前と制御後の時定数と定常ゲインの比較を示す．フィードバックゲイン K の値を増加させることにより，制御系の時定数を小さくすることができる．すなわち，速応性を改善することができる．

しかしながら，制御対象がより高次のダイナミクスを持つ場合，さまざまな問題点が生じ，フィードバック制御系を設計することはこの例ほど容易ではなくなる．これが次章以降の主要なテーマになる．

表8.1　フィードバックの効果

	制御前	制御後	$K=1$ のとき	$K=1000$ のとき
時定数	1	$\frac{1}{1+K}$	0.5	0.001
定常ゲイン	1	$\frac{K}{1+K}$	0.5	0.999

8.4　2自由度制御系

図8.1 (b) に示したように，フィードバック制御では，コントローラ C に入力されるものは偏差 $e = r - y$ だけであり，これを**1自由度制御系**という．1自由度制御系では，目標値 r への追従と，出力 y に含まれる外乱 d の抑制を同時に行うことは困難であった．そこで，コントローラへの入力を目標値 r と出力 y の二つにすること

が提案された．これは**2自由度制御系**（two-degrees-of-freedom control system）と呼ばれる．2自由度制御系の標準形を図8.7に示す．

本章の最初に制御の目的を四つ挙げたが，そのうちの「目標値追従」に対しては，フィードフォワード制御が向いている．一方，「制御系の安定化」，「外乱抑制」，「不確かさに対するロバスト化」の三つは，フィードバック制御でしか対応できない．したがって，フィードフォワード制御とフィードバック制御の長所を組み合わせた2自由度制御系の構成は重要であり，さまざまな研究が行われてきた．

その代表的な構成法を図8.8に示す．図において，$F(s)$ は目標値追従性能を指定するフィードフォワードコントローラであり，$K(s)$ はフィードバック特性を指定するコントローラである．2自由度制御系では，これら二つのコントローラを独立に設計できる点が重要である．もしも，制御対象の伝達関数が完全に $P(s)$ に一致していれば，目標値 r から出力 y までの閉ループ伝達関数は，

$$W(s) = F(s)$$

となり，設計者が $F(s)$ を与えることによって，閉ループ特性を自由に設計することができる．もちろん，現実には制御対象と $P(s)$ とは異なり，モデルの不確かさが存在するが，それに対してはフィードバックコントローラ $K(s)$ が機能して，制御性能

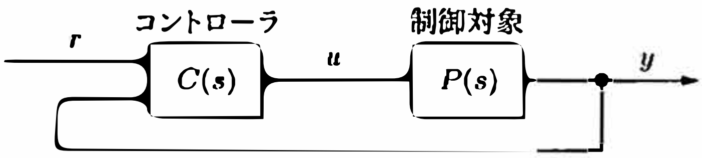


図8.7　2自由度制御系の標準形

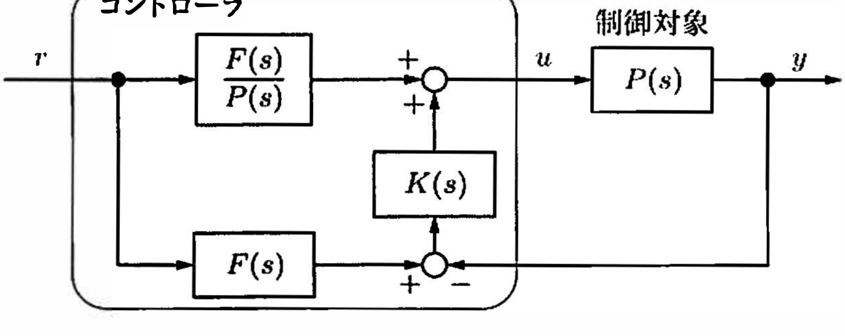


図8.8　2自由度制御系の一例（条件付きフィードバック構造）

の劣化を防ぐ.

一例として，制御対象の伝達関数が

$$P(s) = \frac{1}{s(s+1)(10s+1)}$$

のような3次系の場合には，$F(s)/P(s)$ がプロパーになるように $F(s)$，たとえば，

$$F(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$$

を選ぶとよい.

本章のポイント

- ▼ 制御の目的を明確にすること.
- ▼ フィードフォワード制御とフィードバック制御の性質を理解すること.
- ▼ 2自由度制御系の仕組みを理解すること.

Control Quiz

8.1　図8.8に示した2自由度制御系の閉ループ伝達関数 $W(s)$ が $F(s)$ になることを確認しなさい.