

第7章

中間試験

第6章までに学んできたことを、本章の中間試験問題を解くことによって、さらに深く理解しよう。

1 次の逆ラプラス変換を計算しなさい。

$$(1) \quad \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{3}{(s+1)(s+3)} \right] \quad (2) \quad \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{s+5}{s^2+4s+13} \right]$$

$$(3) \quad \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{s+3}{(s+1)(s+2)^2} \right]$$

2 LTI システムのインパルス応答が

$$g(t) = e^{-t} + e^{-10t}, \quad t \geq 0$$

で与えられるとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 伝達関数 $G(s)$ を求めなさい。なお、通分した形で降べきの順で答えなさい。
- (2) 極と零点を求めなさい。
- (3) 伝達関数を基本要素の積の形で表現し、それぞれについて定量的に説明しなさい。

3 インパルス応答が

$$g(t) = 6.5e^{-3t} \sin 2t u_s(t)$$

である LTI システムの伝達関数 $G(s)$ を求めなさい。次に、このシステムの極を求め、 s 平面上に \circ 印でプロットしなさい。さらに、このシステムの固有周波数 ω_n を図中で示しなさい。

4

 伝達関数が

$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$

の LTI システムに、図 7.1 に示す 3 種類の $u(t)$ をそれぞれ入力したときの出力 $y(t)$ を計算しなさい。また、最初の入力に対する出力波形を図示しなさい。

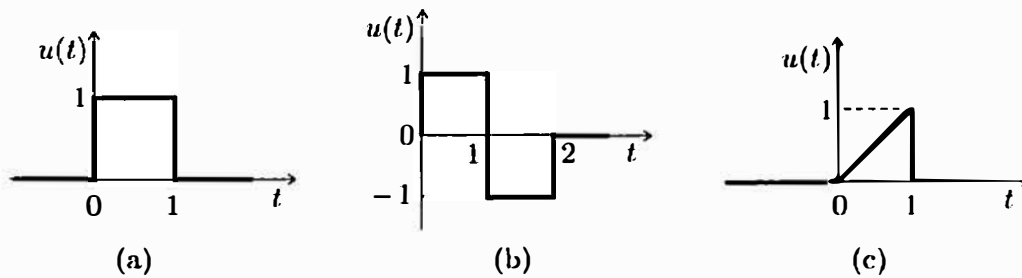


図 7.1

5

 図 7.2 に示すフィードバック制御系について、次の問いに答えなさい。ただし、

$$P(s) = \frac{1}{10s+1}$$

であり、コントローラのパラメータ $f > 0$, $K > 0$ はともにスカラとする。

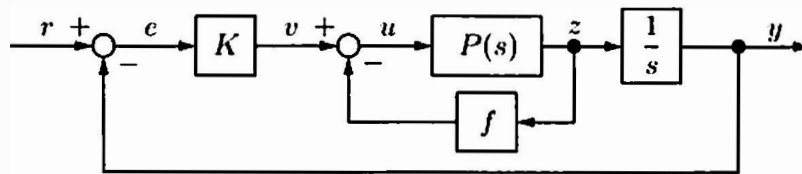


図 7.2

- (1) 図中の v から z までの伝達関数を求めなさい。
- (2) 一巡伝達関数 $L(s)$ を求めなさい。
- (3) 図中の r から e までの伝達関数を求めなさい。
- (4) 図中の r から y までの閉ループ伝達関数 $W(s)$ を求めなさい。
- (5) $W(s)$ の ω_n と ζ がともに 1 になるように、 f と K を定めなさい。
- (6) コントローラのパラメータ f と K の役割について、簡潔に述べなさい。

6 LTI システムのインパルス応答が

$$g(t) = e^{-0.1t} u_s(t)$$

で与えられるとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 伝達関数 $G(s)$ を計算し、時定数 T と定常ゲイン K 、そして極を求めなさい。
- (2) 周波数伝達関数 $G(j\omega)$ を求め、そのゲイン特性 $g(\omega) = 20 \log_{10} |G(j\omega)|$ と位相特性 $\angle G(j\omega)$ を計算しなさい。
- (3) このシステムのボード線図を描きなさい。

7 伝達関数

$$G(s) = \frac{10(s+1)}{s(s+0.1)(s+10)}$$

について、次の問いに答えなさい。

- (1) 基本要素の積の形に分解しなさい。
- (2) ボード線図のゲイン線図を、折線近似法を用いて、ていねいに描きなさい。また、重要な数値を記入しなさい。
- (3) このシステムに次の入力信号を印加したときの定常出力 $y(t)$ を求めなさい。

$$u(t) = \sin 10^{-3}t + \sin 10^3t$$

8 状態方程式の (A, b, c) が

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -10 & -11 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

のように与えられるとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 状態遷移行列 e^{At} を計算しなさい。
- (2) 伝達関数 $G(s)$ を計算しなさい。
- (3) このシステムの特徴を定量的に述べなさい。

9状態方程式の (A, b, c) と状態の初期値が

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad x(0) = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

のように与えられるとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 状態遷移行列 e^{At} を計算しなさい。
- (2) 伝達関数 $G(s)$ を計算しなさい。
- (3) 単位ステップ信号 $u_s(t)$ を入力したとき、状態 $x(t)$ を求めなさい。また、出力であるステップ応答 $y(t)$ を求めなさい。
- (4) ステップ応答の定常値を求めなさい。

10

LTI システムの極の位置からこのシステムのどのような性質を知ることができるのかを述べなさい。