K.8 metstat.

Pendugaan.

- nilai harapan percontohan, nilai tengah contoh berukuran n atau peubah acak $x(\mu, \sigma)$ adalah μ dengan galat baku $\sigma / \sqrt{n}$.

- selang kepercayaan bagi μ:

1. Apabila $n > 30$ maka percontohan nilai tengah akan bersebaran normal $(\mu, \sigma/\sqrt{n})$. dan:

$$\boxed{z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \approx N(0,1)}$$

2. Dengan menetapkan $z_{\alpha/2}$ sebagai peubah normal baku sehingga $P(z > z_{\alpha/2}) = \alpha/2$, selang kepercayaan $(1-\alpha)100\%$ bagi μ dapat ditentukan, yaitu:

$$\boxed{\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

contoh:

$\bar{x} = 5.000.000$

$\mu = 5.000.000 \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$z = 1,96 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025 \rightarrow \alpha = 0,05$

$\boxed{z_{0,025}}$.

- T-student untuk $n \leq 30$, $v \leq 29$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \rightarrow T = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

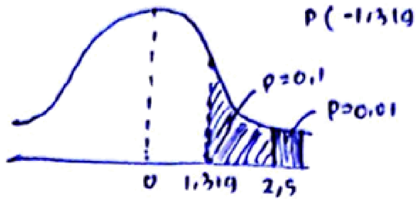
v (derajat bebas) $= n - 1$

contoh: $n = 30$, $v = 29$

$n = 15$, $v = 14$

misal: $v = 23$ $\rightarrow t_{0,1} = 1,319$ $t_{0,025} = 2,069$

$n = 24$ $t_{0,05} = 1,714$ $t_{0,01} = 2,500$



$P(-1,319 < t < 1,319) = 1 - \alpha$

$= 1 - (0,01 \times 2)$

$= 0,8$

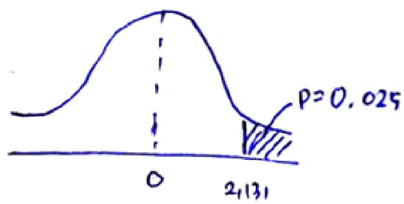
misal: diketahui $n = 16$, $v = 15$

$s = 0,73$

$\bar{x} = 4,31$

ditanya: selang ketika SK 95%?

SK 95% $\rightarrow \alpha = 0,05 \rightarrow t_{(0,025;15)} = 2,131$



- 3 bentuk selang kepercayaan:

1. $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$

2. $T = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$

3. $z = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$

- Penentuan Ukuran Contoh.

- $d = |\bar{x} - \mu| \rightarrow$ selisih parameter dari statistik dugaannya.

- $n = \left(\frac{z_{\alpha/2}\, \sigma}{d_{max}}\right)^2$

misal: $d_{max} = 0,5$ jam

$\sigma = 1,1$ jam

$\alpha = 0,05 \rightarrow z_{0,025} = 1,96$

$$n = \left(\frac{1,96\,(1,1)}{0,5}\right)^2 = 18,59 \approx 19$$

(pembulatan selalu ke ↑)

- Penentuan Panjang Selang Kepercayaan.

$$n = \left(\frac{2 \, z_{\alpha/2} \, \sigma}{\ell} \right)^2 = \left(\frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{e} \right)^2$$

metstat.

K9.

Penduga Parameter

- selang kepercayaan bagi $\mu_1 - \mu_2$
  - Pendugaan beda dua nilai tengah melibatkan 2 populasi maka beda 2 nilai tengah dapat diduga $(1-\alpha)100\%$.

$$\boxed{(\mu_1 - \mu_2) = \mu_{\bar{x}_2} - \mu_{\bar{x}_1} = \mu_{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}}$$

$$\boxed{\sigma^2_{\bar{x}_2 - \bar{x}_1} = \sigma^2_{\bar{x}_2} + \sigma^2_{\bar{x}_1} = \frac{\sigma_2^2}{n_2} + \frac{\sigma_1^2}{n_1}}$$

- Jika diketahui : sk.

$$BB = (\bar{x}_2 - \bar{x}_1) - z_{\alpha/2} \left(\sigma \sqrt{\frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_1}} \right)$$

$$BA = (\bar{x}_2 - \bar{x}_1) + z_{\alpha/2} \left(\sigma \sqrt{\frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_1}} \right)$$

$$\boxed{BB < (\mu_1 - \mu_2) < BA}$$

- Jika tidak diketahui sk , jika $\sigma_1 = \sigma_2$

$$BB = (\bar{x}_2 - \bar{x}_1) - t_{\alpha/2} \left(sp \sqrt{\frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_1}} \right)$$

$$BA = (\bar{x}_2 - \bar{x}_1) + t_{\alpha/2} \left(sp \sqrt{\frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_1}} \right)$$

$$\boxed{BB < \mu_1 - \mu_2 < BA}$$

contoh :

$(n_1 + n_2 - 2) < 30$ pake tabel t.

1. dik :

$n_1 = 12$ mhs $\rightarrow \bar{x}_1 = 50{,}5$, $\sigma_1 = 7{,}5$

$n_2 = 16$ mhs $\rightarrow \bar{x}_2 = 60$, $\sigma_2 = 7$

SK = 95 %

SK = $(1-\alpha)$ 100 %

$$\boxed{\begin{aligned} 0{,}95 &= 1 - \alpha \\ \alpha &= 0{,}05 \end{aligned}}$$

$\frac{\alpha}{2} = 0{,}025$

$v = n_1 + n_2 - 2 = 12 + 16 - 2 = 26.$

$t_{0{,}025,\,26} = 2{,}056.$

- maka selang kepercayaan :

$$BB : (50{,}5 - 60) - \left(2{,}056 \, \underbrace{(7{,}22)}_{sp} \sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{16}} \right)$$

$= -15{,}1687$

$$BA : (50{,}5 - 60) + 2{,}056 \, (7{,}22) \sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{16}}$$

$= -3{,}8312$

$$\boxed{-15{,}1687 < \mu_1 - \mu_2 < -3{,}8312}$$

$$s = \sqrt{\frac{(7{,}5)^2 (12+1) + 7^2 (16-1)}{11 \cdot 15}}$$

$$= \sqrt{\frac{(7{,}5)^2}{15} + \frac{7^2}{11}}$$

$$= \sqrt{3{,}75 + 4{,}45}$$

$$= \sqrt{8{,}2}$$

$= 2{,}86356$ //

$$\boxed{S_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1) \cdot \sigma_1^2 + (n_2 - 1)\, \sigma_2^2}{\cancel{n_1 + n_2 - 2}}}}$$

$(n_1 - 1)(n_2 - 1)$

K9. metstat.

Pengamatan Berpasangan

selisih pasangan: $d_i = (x_{1i} - x_{2i})$

$$z = \frac{\bar{d} - \mu_d}{\sigma_{\bar{d}}} = \frac{\bar{d} - \mu_d}{\sigma/\sqrt{n}}$$ — sd.

BB: $\bar{d} - t(\alpha/2 ; (n-1)) \frac{sd}{\sqrt{n}}$

BA: $\bar{d} + t(\alpha/2 ; (n-1)) \frac{sd}{\sqrt{n}}$

$$sd^2 = \frac{\sum_i (d_i - \bar{d})^2}{n-1}$$

catatan :

1. selang kepercayaan berpeluang mencakup μ / tidak mencakup μ
2. selang kepercayaan dg tingkat kepercayaan tinggi → lebih panjang, rentang keputusan lebih lebar.

K.10 metstat.

Pengujian Hipotesis

terdiri dari 2 bentuk: Ho ; H1 : tandingan

- 2 jenis kesalahan pada pengambilan keputusan :
  - salah jenis I : menolak Ho padahal Ho benar. (α)
  - salah jenis II : menerima Ho padahal H1 benar (β)

	Ho benar	Ho salah
tolak Ho	α	$1-\beta$
terima Ho	$1-\alpha$	β

✓ Langkah Dalam Pengujian Hipotesis.

1. Tulis Hipotesis yg akan diuji.

   2 jenis hipotesis :

   - Hipotesis Sederhana :

     Ho dan H1 sudah ditentukan pada nilai tertentu.

     - Ho : $\mu = \mu_0$ vs $\mu = \mu_1$: H1
     - Ho : $\sigma^2 = \sigma_0^2$ vs $H_1 : \sigma^2 = \sigma_1^2$
     - Ho : $p = p_0$ vs $H_1 : p = p_1$

   - Hipotesis Majemuk

     Ho dan H1 dinyatakan dalam interval nilai tertentu.

     ✓ Hipotesis 1 arah

     - Ho : $\mu \geq \mu_0$ vs H1 : $\mu < \mu_0$
     - Ho : $\mu \leq \mu_0$ vs H1 : $\mu > \mu_0$

     ✓ Hipotesis 2 arah

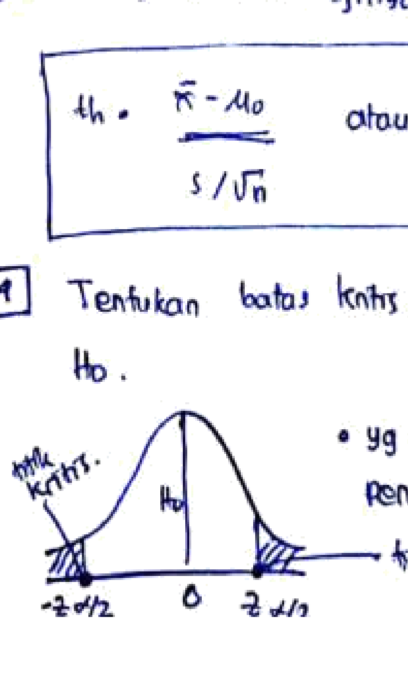
     - Ho : $\mu = \mu_0$ vs H1 : $\mu \neq \mu_0$.

2. Deskripsikan data sampel yg diperoleh (hitung rataan, ragam, standard error dll).

3. Hitung statistik ujinya

$$t_h = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \quad \text{atau} \quad z_h = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

4. Tentukan batas kritis / daerah penolakan Ho.



- yg diarsir = daerah penolakan

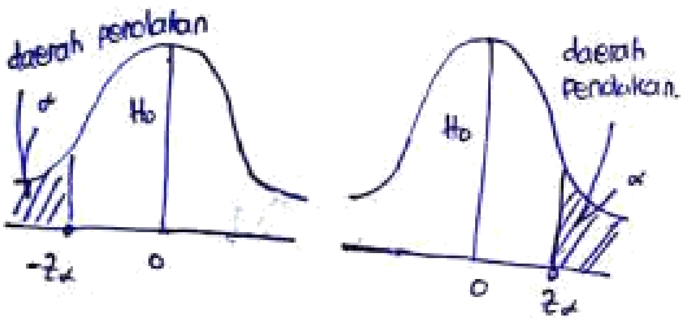
Kriteria Uji

1. $|z_h| \begin{cases} \leq |z_{\alpha/2}| \rightarrow \text{terima } H_0. \\ > |z_{\alpha/2}| \rightarrow \text{tolak } H_0. \end{cases}$

$-z_h \begin{cases} \leq -z_{\alpha/2} \rightarrow \text{terima } H_0 \\ > -z_{\alpha/2} \rightarrow \text{Tolak } H_0. \end{cases}$

2. $z_h \begin{cases} \geq z_\alpha \rightarrow \text{terima } H_0 \\ < -z_\alpha \rightarrow \text{tolak } H_0 \end{cases}$

3. $z_h \begin{cases} \leq z_\alpha \rightarrow \text{terima } H_0 \\ > z_\alpha \rightarrow \text{tolak } H_0. \end{cases}$



5. Tarik Kesimpulan.

contoh:

(1) Batasan yg ditentukan oleh pemerintah thd emisi gas CO kendaraan bermotor adalah 50 ppm. Sebuah perusahaan baru yg sedang mengajukan ijin pemasaran mobil, diperiksa oleh petugas pemerintah untuk menentukan apakah perusahaan tsb layak diberikan ijin. sebanyak 20 mobil diambil secara acak dan diuji emisi CO-nya. Dari data yg didapatkan, rata²nya adalah 55 dan ragamnya 4,2. dg menggunakan taraf nyata 5%. layakkah perusahaan tsb mendapat ijin?

Jawab:

$n = 20 \quad \mu_0 = 50$
$\bar{x} = 55 \quad s^2 = 4{,}2.$

1. Hipotesis.

$H_0: \mu \leq 50$

$H_1: \mu > 50$

2. Taraf nyata $\alpha = 0{,}05$

3. Batas Kritis

$t_{\alpha(19)} = 1{,}729$

4. Statistik uji

$$t_h = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{55 - 50}{\sqrt{4{,}2}/\sqrt{20}}$$

$$= 3.45.$$

$t_h \begin{cases} \leq t_{\alpha(19)} \rightarrow \text{Terima } H_0 \\ > t_{\alpha(19)} \rightarrow \text{tolak } H_0. \end{cases}$

$3.45 > 1{,}729 \rightarrow$ tolak H_0.

5. Kesimpulan

Perusahaan tsb tdk layak mendapat ijin.

latihan

1. Sebuah perusahaan alat pancing jenis tertentu menyatakan bahwa kekuatan alat pancingnya rata² 8 kg dan simpangan baku 0,5 kg. Ujilah hipotesis bahwa rata-rata kekuatan alat pancing itu benar sebesar 8 kg bila suatu contoh acak sebesar 50 alat pancing itu setelah dites memberikan kekuatan rata² 7,8 kg. Gunakan taraf nyata 0,01.

Jawab :

$H_0 : \mu = 8$ taraf nyata : $\alpha = 0{,}01$

$H_1 : \mu \neq 8$ wilayah kritis

$z < -2{,}575$ & $z > 2{,}575$.

$$zh = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

$$= \frac{7{,}8 - 8}{0{,}5 / \sqrt{50}} = -2{,}83.$$

Keputusan :

Tolak H_0 : bahwa rata² kekuatan alat pancing $\neq 8$, tetapi < 8.

lanjutan rumus : jika $\sigma_1 \neq \sigma_2$

$$\boxed{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 \leq (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

$$v = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\left[\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2 / (n_1 - 1)\right] + \left[\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2 / (n_2 - 1)\right]}$$

Pengujian Hipotesis 2 populasi

• Hipotesis

✓ 1 arah :

H_0 :

H_1 :

✓ 2 arah :

H_0 :

$$\boxed{zh = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \delta_0}{\sigma_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}}}$$ Hipotesis.

✓ Statistik uji jika ragam tdk diketahui.

∘ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$

$$\boxed{\begin{gathered} S_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \\ S_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \end{gathered}}$$

✓ $$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \delta_0}{S_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}}$$

✓ Jika ragam populasi ($\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$) tidak diketahui.

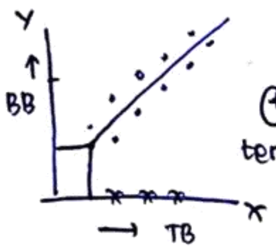
$$db = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\left(\frac{\frac{s_1^2}{n_1}}{n_1 - 1}\right) + \left(\frac{\frac{s_2^2}{n_2}}{n_2 - 1}\right)}$$

K.12 metstat.

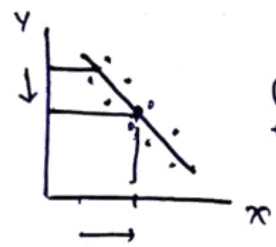
Korelasi & Regresi

- Regresi : Hub. sebab akibat antara 2 peubah / lebih.
- Korelasi : tingkat keeratan hub. linier antara 2 peubah / lebih.

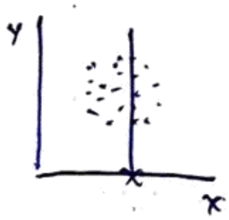
diagram pencar →



(+) terkait.



(−) terkait



tidak berkorelasi x & y bebas.

- Koefisien Korelasi

- nilainya berkisar antara -1 dan 1
- tanda (+) / (-) → arah hub.
  - + → searah
  - − → bertawanan arah.
- tidak menggambarkan hub. sebab akibat.

Koefisien Korelasi Pearson (r)

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} \qquad S_{xy} = \frac{\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{n-1}$$

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}$$

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum(y_i-\bar{y})^2}{n-1}}$$

kuat	lemah	kuat
-1	0	1
negatif		positif

koefisien korelasi / r_{xy}.
mendekati nol → saling bebas.

- Jika tidak pakai $\bar{x}$ / $\bar{y}$.

$$S_{xy} = \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{n-1} \rightarrow \text{JHK}$$

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}{n-1}} \qquad S_y = \sqrt{\frac{\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}}{n-1}}$$

JKT.

Regresi

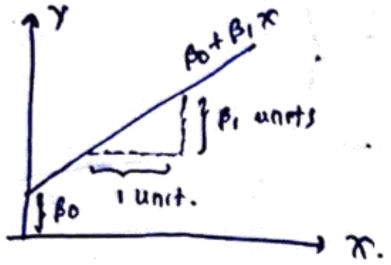
memodelkan keterikatan peubah y pada peubah x. peubah y → respon
peubah x → penjelas.

- model Regresi

$$\boxed{y = \underbrace{\beta_0 + \beta_1}_{\text{parameter}} x + \varepsilon}$$

β_0 = koef. intersep.
β_1 = koef. kemiringan.
ε = galat (error)

Regresi Linear Sederhana.



β_0 = nilai y ketika $x=0$

β_1 = perubahan nilai Y untuk setiap perubahan 1 satuan x.

Pendugaan Parameter Model

b_0 → Penduga bagi β_0

b_1 → Penduga bagi β_1

$$\min\left[\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2\right]=\min\left[\sum_{i=1}^{n}(y_i-(b_0+b_1x_i))^2\right]$$

$$b_1=\frac{\Sigma[(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})]}{\Sigma(x_i-\bar{x})^2},\quad b_0=\bar{y}-b_1\bar{x}.$$

Pengujian Model Regresi

- bersama → uji - F (anova)
- parsial (setiap koef.) → uji -t.

Anova → uji - F

Hipotesis: $H_0: \beta_1=0$ vs $H_1: \beta_1\neq 0$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2=\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i-\bar{y})^2+\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2$$

$$\boxed{\text{JK total} = \text{JK regresi} + \text{JK error}}$$

JK = Keragaman total.

JK regresi → dapat dijelaskan oleh model.

JK error → tdk dapat dijelaskan oleh model.

sumber keragaman	derajat bebas	jumlah kuadrat	kuadrat tengah (s^2)	F
regresi	1	JKR	KTR	KTR/KTG
error	n−2	JKG	KTG	
total	n−1	JKT		

$F \sim F_{(1,n-2)}$

$R^2=\frac{JKR}{JKT}$ → koefisien determinasi.
(% keragaman Y yg mampu dijelaskan x).

Parsial.

uji - t → satu arah.

Hipotesis : $H_0: \beta_1 \le 0$ vs $H_1: \beta_1 > 0$

Statistik uji :

$$\boxed{T=\frac{b_1}{s_{b_1}}}\qquad s_{b_1}=\sqrt{\frac{KTG}{\Sigma(x_i-\bar{x})^2}}$$

$$KTG=\frac{\Sigma(y_i-\hat{y}_i)^2}{n-2}$$

K13

metstat.

Peubah Data Kategorik

Peubah kuantitatif → analisis Regresi dan korelasi.

Peubah kategori → analisis data kategori

Tabel Kontingensi

tabulasi silang antar 2 / lebih peubah kategori, dimana setiap selnya berisi frekuensi.

contoh:

- merokok (ya, tidak) dg sakit jantung (ya, tidak).

ilustrasi

		merokok	
		ya	tidak
sakit jantung	ya	25	5
	tidak	25	95
		50	100

proporsi yg sakit jantung pada orang merokok & tidak adalah 50% $\left(\frac{25}{50}\right)$ vs 5% $\left(\frac{5}{100}\right)$.

apakah benar sakit jantung berasosiasi dg kebiasaan merokok? → uji hipotesis.

Frekuensi (f_{ij})

		merokok (i)		
		ya	tidak	total
sakit jantung (j)	ya	f_{11}	f_{12} f	$f_{1.}$
	tidak	f_{21}	f_{22}	$f_{2.}$
	total	$f_{.1}$	$f_{.2}$	$f_{..}$

nilai harapan (e_{ij})

		merokok (i)		
		ya	tidak	total
sakit jantung (j)	ya	f_{11} (e_{11})	f_{12} (e_{12}	$f_{1.}$
	tidak	f_{21} (e_{21})	f_{22} (e_{22})	$f_{2.}$
	total	$f_{.1}$	$f_{.2}$	$f_{..}$

$e_{11} = (f_{1.})(f_{.1})/f_{..}$

$e_{22} = (f_{2.})(f_{.2}) / f_{..}$

Pengujian Hipotesis

↳ uji kebebasan khi kuadrat.

- Hipotesis.

H_0: kedua peubah saling bebas (tidak berasosiasi).

H_1: kedua peubah saling berhubungan.

- Statistik uji

$$Kh^2 = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} \frac{(f_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

$$\boxed{Kh^2 = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} \frac{\left(f_{ij} - \frac{f_{i.}\, f_{.j}}{f_{..}}\right)^2}{\frac{f_{i.}\, f_{.j}}{f_{..}}}}$$

Kh^2 menyebar khi-kuadrat dg derajat bebas $(a-1)(b-1)$

- daerah kritis

Tolak H_0 jika Kh^2 lebih besar dari nilai khi-kuadrat tabel pada taraf nyata alpha.

$$X_h^2 = \frac{(f_{11} - e_{11})^2}{e_{11}} + \frac{(f_{12}-e_{12})^2}{e_{12}} + \frac{(f_{21}-e_{21})^2}{e_{21}} + \frac{(f_{22}-e_{22})^2}{e_{22}}$$

contoh:

(1)

		merokok (I)	
		ya	tidak
sakit jantung (j)	ya	25 (10)	5 (20)
	tidak	25 (40)	95 (80)

$$X_h^2 = \frac{(25-10)^2}{10} + \frac{(5-20)^2}{20} + \frac{(25-40)^2}{40} + \frac{(95-80)^2}{80}$$

$X_h^2 = 6.0$

$X^2_{0.05(1)} = 3.841$ } $X_h^2 > X^2_{0.05(1)}$

↓

derajat bebas $= (a-1)(b-1)$

$= (2-1)(2-1) = 1$.

$\therefore X_h^2 > X^2_{0.05(1)} \rightarrow$ tolak H_0.

↓

- kedua peubah saling berhubungan
- ada hub. antara kebiasaan merokok dg sakit jantung.

(2) Ilustrasi 3.

		merokok (I)		
		ya	tidak	$f_{j\cdot}$
sakit perut (J)	ya	12	29	41
	tidak	38	71	109
	$f_{\cdot i}$	50	100	150

Frekuensi (f_{ij})

$$e_{11} = \frac{f_{1\cdot} \, f_{\cdot 1}}{f_{\cdot\cdot}} = \frac{41(50)}{150} = 13.67$$

$$e_{12} = \frac{f_{1\cdot} \, f_{\cdot 2}}{f_{\cdot\cdot}} = \frac{41(100)}{150} = 27{,}33$$

$$e_{21} = \frac{f_{2\cdot} \, f_{\cdot 1}}{f_{\cdot\cdot}} = \frac{109(50)}{150} = 36.33$$

$$e_{22} = \frac{f_{2\cdot} \, f_{\cdot 2}}{f_{\cdot\cdot}} = \frac{109(100)}{150} = 72{,}67$$

$$X_h^2 = \frac{(f_{11}-e_{11})^2}{e_{11}} + \frac{(f_{12}-e_{12})^2}{e_{12}} + \frac{(f_{21}-e_{21})^2}{e_{21}} + \frac{(f_{22}-e_{22})^2}{e_{22}}$$

$$= \frac{(12-13{,}67)^2}{13{,}67} + \frac{(29-27{,}33)^2}{27{,}33} + \frac{(38-36{,}33)^2}{36{,}33} + \frac{(71-72{,}67)^2}{72{,}67}$$

$$= \frac{2{,}7889}{13{,}67} + \frac{2{,}7889}{27{,}33} + \frac{27{,}889}{36{,}33} + \frac{2{,}7889}{72{,}67}$$

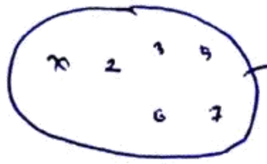
$= 0{,}42.$

R-8

Sebaran Penarikan Contoh

1. dg pemulihan

misal: populasi



n=2, boleh berulang,

$\bar{x} = \mu$ $\quad \frac{\sigma^2}{n}$ = var x.

2. tanpa pemulihan

$$\sigma = \frac{\sigma^2}{n}\left[\frac{N-n}{n-1}\right] \quad \bar{x} = \mu$$

- Sebaran T-student.

2 kondisi:

1. σ^2 diketahui

$$z = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

2. σ^2 tidak diketahui

$$T = \frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}$$

catatan:

kalau di soal pakai > / < → two tail :

Ho : $\mu_1 < 0$
H1 : $\mu_1 > 0$

Ho : $\mu_1 = 0$ — one tail.
H1 : $\mu_1 \neq 0$

contoh:

① dik: $\mu = 500$ jam. $\bar{x} = 518$ jam
$n = 25$ bohlam. $\sigma = 40$ jam. $= s$
$-t_{0,05} < t < t_{0,05}$ $\boxed{v = 25-1 = 24.}$

Jwb: $t = \frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}$ $\quad t = \frac{18}{8}$ $\quad -1,711 < t < 1,711$

$t = \frac{518-500}{40/\sqrt{25}}$ $\quad \boxed{t = 2,25}$ $\quad$ ↳ dr tabel

∴ diluar selang.

dr soal, pake one tail
karena kalau masuk selang, puas

Ho : t_{318} = selang
H1 : $t_{318} \neq$ selang

soal:

1. suatu contoh acak 36 mahasiswa menghasilkan nilai tengah 8,6 dan simpangan baku 0,3. Buat selang kepercayaan 95% bagi nilai rata** mahasiswa.

a. Gunakan dengan sebaran t. { normal, $n \leq 30$

$n = 36$ $\quad \bar{x} = 8,6$ $\quad$ ragam tdk diketahui.
$s = 0,3$
$\alpha = 0,05$

$$BB: \bar{x} - t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 8.6 - t_{0,025} \cdot \frac{0,3}{\sqrt{36}}$$
$$= 8,6 - 2.03 \cdot \frac{0,3}{6}$$
$$= 8,4985$$

$$BA = \bar{x} + t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 8,6 + t_{0.025} \cdot \frac{0,3}{\sqrt{36}}$$
$$= 8,6 + 2.03 \cdot \frac{0,3}{6}$$
$$= 8,7015$$

$$8,4985 < \mu < 8,7015$$

b. Gunakan dengan sebaran z { $n \geq 30$, σ^2 diket.

$$BB: \bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 8,6 - z_{0,025} \cdot \frac{0,3}{\sqrt{36}}$$
$$= 8,6 - 1,96 \cdot \frac{0,3}{6}$$
$$= 8,502$$

$$BA = \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 8,6 + 1,96 \cdot \frac{0,3}{6}$$
$$= 8,698$$

$$\therefore 8,502 < \mu < 8,698$$

2. Seberapa besar contoh yg harus diambil pada kasus no 1 bila kita ingin percaya 95% bahwa nilai dugaan N tidak menyimpang lebih dari 5% ?

↓

sampling error (menduga sesuatu dari sebagian saja).

$$n = \left(\frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{e} \right)^2$$

$$= \left(\frac{1,96 \cdot 0,3}{0,05} \right) = 138,3 = 138$$

3. Suatu ujian mata kuliah metsat diberikan pada 50 siswa perempuan & 75 siswa laki². siswa perempuan mencapai rata² 78 dg simpangan baku 6. Sedangkan siswa laki² memperoleh rata² 85 dg simpangan baku 8. Tentukan selang kepercayaan 95% bagi beda rata² perempuan & laki² bila menyebar normal dg ragam yg sama

Jawab:

$\bar{x}_1$ = rata² siswa perempuan = 78

$\bar{x}_2$ = rata-rata siswa laki² = 85

$n_1 = 50$, $s_1 = 6$ $\alpha = 0,05$

$n_2 = 75$, $s_2 = 8$

$$= (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

$$= -7 \pm 1,96 \sqrt{\frac{49 \cdot 6^2 + 74 \cdot 8^2}{123}} \cdot \sqrt{\frac{1}{50} + \frac{1}{75}}$$

$$= -7 \pm 1,96 \sqrt{\frac{1764 + 4736}{123}} \sqrt{0,0333}.$$

R-11.

Pendugaan Proporsi

- Selang kepercayaan bagi p untuk contoh berukuran besar

$$\boxed{\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} < p < \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}}$$

Galat dalam pendugaan p tidak lebih besar dari $z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$

ukuran contoh bagi pendugaan p.

$$n = \frac{(z_{\alpha/2})^2 \hat{p}\hat{q}}{e^2} \quad \boxed{e = \alpha}$$

$$n = \frac{(z_{\alpha/2})^2}{4e^2}$$

- Selang kepercayaan contoh besar bagi $p_1 - p_2$.

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}$$

$\boxed{\hat{p} = \frac{x}{n}}$ = proporsi contoh.

x = Jumlah kategori tertentu.

$\boxed{\hat{q} = 1 - \hat{p}}$ n = ukuran contoh acak

Jumlah sampel	σ^2	sebaran
$n \geq 30$	diket	normal
	tdk diket	
$n < 30$	diket	normal
	tdk diket	t-student

Pengujian Hipotesis.

- H_0 → hipotesis yg dirumuskan dg harapan akan ditolak
- H_1 → Penolakan H_0 maka menerima hipotesis alternatif.

Langkah dalam pengujian hipotesis:

1. Susun hipotesis.
2. Hitung statistik uji
3. tentukan titik kritis tabel z atau t.
4. Tentukan kriteria penolakan H_0.
5. Buat kesimpulan.

Kasus 1 Populasi

* nilai tengah populasi

a. $H_0 : \mu \geq \mu_0$
   $H_1 : \mu < \mu_0$

b. $H_0 : \mu \leq \mu_0$
   $H_1 : \mu > \mu_0$

c. $H_0 : \mu = \mu_0$
   $H_1 : \mu \neq \mu_0$

σ^2 diketahui

- statistik uji

$$z_h = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

- titik kritis
  a. $-z_\alpha$ untuk $H_1 <$
  b. z_α untuk $H_1 >$
  c. $z_{\alpha/2}$ untuk $H_1 \neq$
- daerah penolakan.
  a. $z_h < -z_\alpha$
  b. $z_h > z_\alpha$
  c. $|z_h| > z_{\alpha/2}$

σ^2 tidak diketahui

- statistik uji $\boxed{t_h = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}}$
- titik kritis
  a. $t(\alpha, n-1)$ untuk $H_1 <$
  b. $t(\alpha, n-1)$ untuk $H_1 >$
  c. $t(\alpha/2, n-1)$ untuk $H_1 \neq$
- Daerah penolakan.
  a. $t_h < -t(\alpha, n-1)$
  b. $t_h > t(\alpha, n-1)$
  c. $|t_h| > t(\alpha/2, n-1)$

Proporsi

a. $H_0 : p \geq p_0$
   $H_1 : p < p_0$

b. $H_0 : p \leq p_0$
   $H_1 : p > p_0$

c. $H_0 : p = p_0$
   $H_1 : p \neq p_0$

- Statistik Uji

$$z_h = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

- titik kritis
  a. $-z_\alpha$
  b. z_α
  c. $z_{\alpha/2}$
- daerah penolakan
  a. $z_h < -z_\alpha$
  b. $z_h > z_\alpha$
  c. $|z_h| > z_{\alpha/2}$

Kasus 2 Populasi

nilai tengah.

a. $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \mu_0$
   $H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq \mu_0$

b. $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \mu_0$
   $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > \mu_0$

c. $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \mu_0$
   $H_1 : \mu_1 - \mu_2 < \mu_0$

σ diketahui

$$Z_{hit} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

titik kritis:

a. $Z_{\alpha/2}$

b. Z_α

c. Z_α

Kriteria Penolakan :

a. $|Z_{hit}| > Z_{\alpha/2}$

b. $Z_{hit} > Z_\alpha$

c. $Z_{hit} < -Z_\alpha$

σ tidak diketahui dianggap sama

statistik uji.

$$t_{hit} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{s^2_{gab}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

$$\boxed{s^2_{gab} = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

titik kritis:

a. $t(\alpha/2, db)$

b. $t(\alpha, db)$

c. $t(\alpha, db)$

note:
$db = n_1 + n_2 - 2$

Kriteria Penolakan :

a. $|t_{hit}| > t_{\alpha/2}$

b. $t_{hit} > t_\alpha$

c. $t_{hit} < -t_\alpha$

σ tidak diketahui dianggap beda

Statistik Uji

$$t_{hit} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

$$db = \frac{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2}}$$

titik kritis:

a. $t(\alpha/2, db)$

b. $t(\alpha, db)$

c. $t(\alpha, db)$

Kriteria Penolakan :

a. $|t_{hit}| > t_{\alpha/2}$

b. $t_{hit} > t_\alpha$

c. $t_{hit} < t_\alpha$

Data Berpasangan.

a. $H_0 : \mu_d = 0$ vs $\mu_d \neq 0$

b. $H_0 : \mu_d \leq 0$ vs $\mu_d > 0$

c. $H_0 : \mu_d \geq 0$ vs $\mu_d \leq 0$

statistik uji

$$T_{hit} = \frac{\bar{x}_d - \mu_d}{s/\sqrt{n}}$$

titik kritis:

a. $t(\alpha/2, db)$

b. $t(\alpha, db)$

c. $t(\alpha, db)$ $\boxed{db = n-1}$

Kriteria Penolakan.

a. $|T_{hit}| > t_{\alpha/2}$

b. $t_{hit} > t_\alpha$

c. $t_{hit} < -t_\alpha$

contoh :

① Dalam suatu kelas training, dilakukan pre-test dan post-test u/ mengetahui peningkatan kemampuan peserta setelah mengikuti training.

x_1	60	73	42	88	66	77	90	63	55	96
x_2	70	80	40	94	79	86	93	71	70	97
D	10	7	-2	8	13	9	3	8	15	1

Jawab:

$H_0: \mu_d \le 0$

$H_1: \mu_d > 0$

$\bar{d} = \frac{\sum d_i}{n} = 7.2$

$s^2_d = \frac{n \sum d_i^2 - (\sum d_i)^2}{n(n-1)}$

$= \frac{10(766) - (72)^2}{10(10-1)}$

$= 27,51$

$s = \sqrt{s^2_d} = 5,245$

$t_{hit} : \frac{\bar{x}_d - \mu_d}{s/\sqrt{n}}$

$= \frac{7.2 - 0}{5.245/\sqrt{10}}$

$= 4.331 > t(0{,}05, 9) = 1.833$

tolak H_0.

Kesimpulan,

Ada peningkatan pengetahuan setelah mengikuti training.

Korelasi Pearson

ukuran hub. linear antara 2 peubah x dan y diduga dg koef pearson r:

$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$ $\quad s_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1}$

$s_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$

$s_y = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n-1}}$

$r = \frac{n \sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2][n \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$

contoh:

①

Jarak	emisi
31	553
38	590
48	608
52	682
63	752
67	725
75	834
84	752
89	845
99	960.

kalkulator:
mode ↓ stat ↓ a+bx ↓ input data ↓ on ↓ shift + stat ↓ reg /sum

$r = \frac{n \sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2][n \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$

$= \frac{10(496125) - (646)(7301)}{\sqrt{[10(46274) - (646)^2][10(5476511) - (7301)^2]}}$

$r = 0{,}95$

Analisis Regresi Linier Sederhana.

↳ memodelkan hub. antara peubah respon dan penjelas.

$$\boxed{y = \underbrace{\overbrace{\beta_0}^{\text{intersep}}}_{} + \overbrace{\beta_1}^{} \overbrace{x}^{\text{peubah penjelas}} + \varepsilon}$$

y: Peubah respon; β_1: koef. regresi; ε: error.

Pendugaan thd koefisien regresi

$$b_1 = \frac{\sum xy - \frac{(\sum x)(\sum y)}{n}}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$$

ket: b_0 = penduga bagi β_0

b_1 = — " ——— β_1

↳ kalo ngomongin populasi

Jawaban contoh 1 :

EMBI = $\underset{\downarrow A}{382} + \underset{\downarrow B}{5{,}389}$ jarak

kalkulator: shift ↓ stat ↓ reg ↓ A / B

$\boxed{A \to \beta_0 \quad B \to \beta_1}$

Interpretasi

$b_1 = c$ menggambarkan bahwa setiap penambahan 1 satuan peubah x, rataan peubah y akan naik sebesar c satuan.

b_0 = nilai dugaan bagi nilai rataan y ketika x bernilai nol (jika $x = 0$ di dalam selang pengamatan).

Jadi, $b_0 = d$ hanya mengindikasikan bahwa untuk peubah x yg berada dalam selang pengamatan, d adalah bagian peubah y yg tidak diterangkan peubah x.

Kebaikan Model

- pengujian thd model regresi
  - parsial (per koef.) → uji - t.
  - bersama → uji F (anova)
- menilai kesesuaian model
  - R^2 (koef. determinasi : % keragaman y yang mampu dijelaskan x).

Hipotesis uji - F

$H_0 = \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_i = 0$

(tdk ada yg berpengaruh).

H_1 = minimal ada β_i, dimana $\beta_i \neq 0$.

↓

linier sederhana.

$H_0 : \beta_1 = 0$

$H_1 : \beta_1 \neq 0$

① uji Parsial : uji T berdasarkan simpangan baku.

Hipotesis nol & hipotesis tandingan

$H_0 : \beta_1 = 0$ (tidak ada hub. linier antara x dan y).

R.14. metstat

$H_1: \beta_1 \neq 0$ (ada hub. linier antara x dan y).

uji statistik

$t = \frac{b_1 - \beta_1}{sb_1}$ $\boxed{d.b = n-2}$

wilayah penolakan.

- $t_{hit} < -t_{n-2, \alpha/2}$
- $t_{hit} > t_{n-2, \alpha/2}$

(2) uji F → Berdasarkan keragaman.

sumber keragaman	derajat bebas (db)	Jumlah kuadrat(jk)	kuadrat tengah (kt)
regresi ($b_1 \mid b_0$)	1	$\sum_{i=1}^{n} (\hat{y}_i - \bar{y})^2$	$\frac{\text{Jk regresi}}{1}$
sisaan	n-2	$\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2$	$\frac{\text{Jk sisaan}}{n-2}$
total (terkoreksi)	n-1	$\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2$	

$JKT = JKR + JKS$

tabel anova

Source	DF	SS	MS	F	P
	derajat bebas	jml kuadrat		SS / DF	KTR / KTS = MSR / MSE.
Regression	1	x	x		
error	8	y	y/8		
total	9	$\overline{x+y}$ +	kuadrat tengah		

$F_{tabel} = (1, n-2)$ karena linear sederhana.

- $KT = \frac{JK}{DB}$
- $F = \frac{KTR}{KTS}$
- $JKT = JKR + JKS$

$\boxed{\text{Tolak } H_0 \rightarrow F_h > F_{tabel}}$

1. dik: $n = 1700$

$\hat{p} = \frac{1479}{1700} = 0,87.$

$\hat{q} = 1 - \hat{p} = 0,13.$

dit: a proporsi ($\hat{p}$) ?

$\hat{p} = 0,87$

b. margin of error u/ selang kepercayaan 95%.

$ME = z_{\alpha/2} \times SE$

$= 1,96 \times \sqrt{\frac{0,87 \times 0,13}{1700}}$

$= 0,015$ //

c. selang kepercayaan 95%.

$CI = \hat{p} \pm z_{\alpha/2} \times SE$

$= 0,87 \pm 0,015$

$(0,865 \ , \ 0,885)$

2. $n = 10.000$

$\alpha = 44\% . 10.000$

$= 4.400$

$\alpha = 0,05$

n ? $P = 0,05$.

$\hat{p} = \frac{4400}{10000} = 0,44$

$\hat{q} = 1 - 0,44 = 0,56.$

$n = \frac{(1,96)^2}{4\,(0,0025)}$

$= \frac{3,8416}{0,01}$

$= 384,16$ → pembulatan selalu ke atas u/ n.

$= 385$

$\boxed{e = \alpha}$

$n = \frac{(z_{0,025})^2 \cdot \hat{p}\hat{q}}{e^2}$

$= \frac{(1,96)^2 \cdot 0,44 \cdot 0,56}{(0,05)^2}$

$= 378,6$

$= 379$