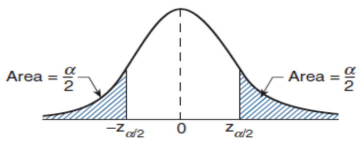
Statprob Semester Gasal 2016/2017
Worksheet 6: *Parameter Estimation*

Interval Estimate (Confidence Interval)

Confidence Interval for Normal Mean when the **Variance is Known**

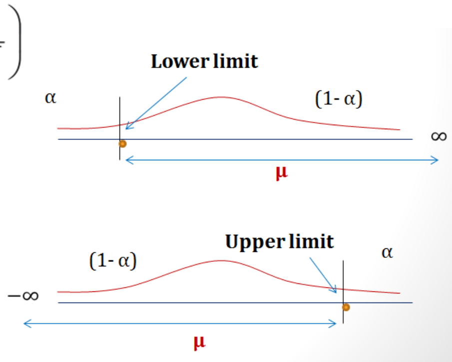


Summary, for **100(1 - α)%** confidence

Two-Sided CI
$$\mu \in \left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

One-Sided Upper CI
$$\mu \in \left(\bar{x} - z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad \infty \right)$$

One-Sided Lower CI
$$\mu \in \left(-\infty, \quad \bar{x} + z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$



- CI for **Normal Mean** when the variance is **unknown**: $$\mu \in \left(\bar{x} - t_{\alpha/2, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}, \quad \bar{x} + t_{\alpha/2, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$$ s = standar deviasi sampel
- CI for **Normal Variance** $$\sigma^2 \in \left(\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2, n-1}}, \quad \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2, n-1}} \right)$$
- CI for **Mean Difference** when the variance are **known**: $$\mu_1 - \mu_2 \in \left(\bar{X} - \bar{Y} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m}}, \bar{X} - \bar{Y} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m}} \right)$$
- CI for **Mean** of Bernoulli RV: $$p \in \left(\hat{p} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$$

Contoh:

Suppose that when a signal having value **μ** is transmitted from location **A** the value received at location **B** is normally distributed with mean **μ** and variance **4**. That is, if **μ** is sent, then the value received is **μ + N** where **N**, representing noise, is normal with mean 0 and variance 4. To reduce error, suppose the same value is sent **9** times. If the successive values received are 5, 8.5, 12, 15, 7, 9, 7.5, 6.5, 10.5, construct: 95% CI for **μ** (two-sided, one-sided upper/lower CI)

$$\bar{x} = \frac{81}{9} = 9 \qquad \sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{4} = 2$$

95% two-sided CI for **μ** is

cari di z-table, nilai z yang menghasilkan cdf (0.95+(1-0.95)/2)

$$\left(9 - 1.96 \frac{2}{\sqrt{9}}, \quad 9 + 1.96 \frac{2}{\sqrt{9}} \right) = (7.69, 10.31)$$

95% one-sided upper CI for **μ** is

cari di z-table, nilai z yang menghasilkan cdf 0.95

$$\left(9 - 1.645 \frac{2}{\sqrt{9}}, \quad \infty \right) = (7.903, \infty)$$

95% one-sided lower CI for **μ** is

$$\left(-\infty, \quad 9 + 1.645 \frac{2}{\sqrt{9}} \right) = (-\infty, 10.097)$$

1. Diameter logam silinder yang dihasilkan oleh sebuah mesin terdistribusi secara Normal. Sample beberapa potongan diukur dan didapatkan diameternya sebagai berikut (dalam cm):

   1.01 0.97 1.03 1.04 0.99 0.98 0.99 1.01 1.03

   Tentukan:

   a. 99% two-sided CI untuk rataan populasi jika diketahui standar deviasi populasi adalah 0.1 !
   b. Pertanyaan a) tetapi untuk one-sided lower !
   c. 99% two-sided CI untuk rataan populasi !

2. Rata-rata jumlah SKS yang diambil oleh sampel sebanyak 81 mahasiswa FASILKOM adalah 15,6 dengan standar deviasinya adalah 1,8. Buatlah 95% confidence interval untuk rataan jumlah SKS yang diambil oleh SEMUA mahasiswa FASILKOM !

   Apakah interval yang didapat juga mengandung nilai rata-rata jumlah SKS yang diambil semua mahasiswa UI dengan keyakinan 95% ?

3. Nilai siswa di SMA A dan SMA B diketahui mengikuti distribusi normal dengan masing mempunyai standar deviasi 15,8 dan 12,3. Tetapi, rataannya tidak diketahui. Misal, ada 2 kelompok sampel dari masing-masing SMA. Sampel 1 berisi 38 siswa dari SMA A, dan Sampel 2 berisi 48 siswa dari SMA B. Tujuan kita adalah untuk estimasi perbedaan rataan nilai antara dua SMA. Rataan sampel 1 = 88,5 Rataan sampel 2 = 74,5 Tentukan 98% confidence interval untuk perbedaan rataan antara dua SMA tersebut !