

Lista 4 - P1

Matemática 1 - Prof.^a Rafaela Bonfim

16 de setembro de 2025

1. Considerando as funções definidas por $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = x^2 - x + 2$ e $h(x) = 3 - x$, determine $f(g(x))$, $g(f(x))$ e $g(f(h(x)))$.
2. Se $f(x) = 2x + k$ e $g(x) = mx + 1$, para todo x real, determine os valores de k e m para que $g \circ f$ seja a função identidade.
3. Uma função f real, do 1º grau, é tal que $f(0) = 1 + f(1)$ e $f(-1) = 2 - f(0)$. Determine $f(3)$.

Resposta: $-\frac{5}{2}$

4. Determine o conjunto solução da inequação

$$\frac{(x-1)^9(-x+5)^4}{(2x-1)^6} \leq 0.$$

5. Determine o conjunto solução do sistema:
$$\begin{cases} \frac{(2x-1)(3x-4)}{(x-1)(x-2)(x-3)} < 0 \\ \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{(x-4)(x-5)(x-6)} \geq 0 \end{cases}$$

Resposta: $S = \{x \in \mathbb{R} : x < 0 \text{ ou } \frac{1}{2} < x < 1\}$

6. Seja f uma função quadrática tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Sabendo que $x_1 = -1$ e $x_2 = 5$ são as raízes e que $f(1) = -8$, pede-se:
 - (a) determinar a, b e c
 - (b) calcular $f(0)$
 - (c) verificar se $f(x)$ apresenta máximo ou mínimo, justificando sua resposta
 - (d) as coordenadas do ponto extremo
 - item[(e)] o esboço do gráfico
7. Calcule o valor de m de modo que o valor máximo do trinômio $-x^2 - 4mx - 5$ seja o quádruplo do valor correspondente de x .

Resposta: $m = -\frac{5}{2}$ ou $m = \frac{1}{2}$

8. (a) Construa sobre o mesmo sistema cartesiano os gráficos das funções:

$$f(x) = -x^2 - 2x + 3 \text{ e } g(x) = x^2 - 1$$

(b) Calcule as coordenadas dos seus pontos de intersecção A e B

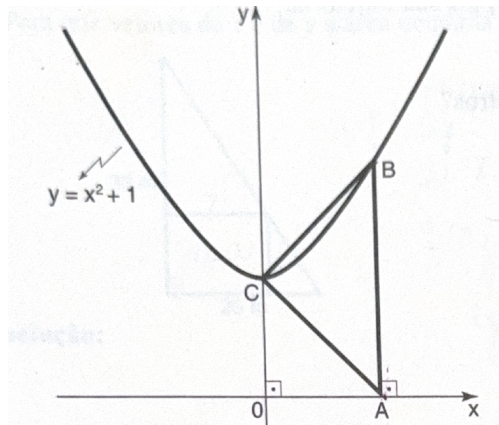
(c) Mostre que, para qualquer que seja $m \neq -1$, A e B pertencem ao gráfico da função

$$h(x) = -\frac{(m-1)x^2 + 2mx - 3m + 1}{m+1}.$$

9. Determine m para que a função quadrática $f(x) = (1-m)x^2 - (1+m)x + 2(m-4)$ seja negativa, qualquer que seja o valor de x .

Resposta: $S = \{m \in \mathbb{R} : \frac{11}{9} < m < 3\}$

10. Na figura abaixo, a área do trapézio $OABC$ é 11 vezes a área do triângulo OAC . Determine a abscissa do ponto A .



Resposta: 3

11. Resolva as inequações:

(a) $\frac{2x-1}{x^2-x} + \frac{2x+1}{x^2+x} - \frac{x^2+2x-1}{x^2-1} > 0$

(b) $\frac{(x^2-5x+6)(x+1)(-2x+5)^3}{-x^2+16} \leq 0$

Respostas: (a) $S = \{x \in \mathbb{R} : 0 < x < 2 \text{ e } x \neq 1\}$

(b) $S = \{x \in \mathbb{R} : 4 < x \leq -1 \text{ ou } 2 \leq x \leq \frac{5}{2} \text{ ou } 3 \leq x < 4\}$

12. Determine o domínio da função

$$f(x) = \sqrt{\frac{-x^2+1}{x^2-2x-15}}.$$

Resposta: $D_f = \{x \in \mathbb{R} : -3 < x \leq -1 \text{ ou } 1 \leq x < 5\}$

13. Resolva as inequações:

- (a) $|x - 1| + |x - 2| > 1$
 (b) $|x + 3| - |x - 2| \geq 9$
14. Desenhe o gráfico da função $f(x) = 2x + |x - 2||x|$.
15. A função real definida por $f(x) = kx + m$ é ímpar, tal que $k \in \mathbb{R}^*$, $m \in \mathbb{R}$ e $f(-1) = 3$. Determine a soma das raízes da equação

$$f(f(x)) = f\left(\frac{-x^2}{3}\right).$$

Resposta: 9

16. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função definida por $y = f(x)$. Sabendo-se que $f(0) = 3$, $f(1) = 2$ e $f(3) = 0$, determine o valor de x tal que $f(f(x + 2)) = 3$.

Resposta: 1

17. Considerando as funções $f(x) = x + 4$ e $g(x) = -\sqrt{x}$, julgue os itens abaixo:

- (a) $g(f(9)) = -5$
 (b) O domínio de $g \circ f$ é $[0, +\infty)$
 (c) $f(g(9)) = 1$
 (d) $g(x^2) = (g(x))^2$, para todo $x \in D_g$

18. Dada a função $f(x) = x^2 - 3x$:

- (a) determine algebricamente os pontos nos quais $f(x) = 0$
 (b) determine algebricamente os pontos nos quais $f(x) = -2$
 (c) esboce o gráfico da função, indicando os pontos que você obteve no item (b)
 (d) determine graficamente as soluções da inequação $f(x) \geq -2$

19. Dada a função $f(x) = 5x - 2x^2$:

- (a) determine algebricamente os pontos nos quais $f(x) = 0$
 (b) determine algebricamente os pontos nos quais $f(x) = 2$
 (c) esboce o gráfico da função, indicando os pontos que você obteve no item (b)
 (d) determine graficamente as soluções da inequação $f(x) \geq 2$

20. Dada a função $f(x) = -2x^2 + 9x$:

- (a) determine algebricamente os pontos nos quais $f(x) = 0$
 (b) determine algebricamente as soluções da inequação $f(x) \geq 9$
 (c) determine algebricamente o ponto de mínimo ou máximo de f
 (d) esboce o gráfico da função

21. Dada a função $f(x) = -3x^2 + 15x$:

- (a) determine algebricamente os pontos nos quais $f(x) = 0$
- (b) determine algebricamente as soluções da inequação $f(x) \geq 12$
- (c) determine algebricamente o ponto de mínimo ou máximo de f
- (d) esboce o gráfico da função

22. Dada a função $f(x) = 15x^2 + x - 2$:

- (a) determine algebricamente os pontos nos quais $f(x) = 0$
- (b) determine algebricamente as soluções da inequação $f(x) \leq -2$
- (c) determine algebricamente o ponto de mínimo ou máximo de f

23. Esboce o gráfico e determine o ponto de mínimo ou máximo de cada função:

(a) $f(x) = (x - 1)(x + 2)$

(c) $f(x) = x^2 - 3x + 4$

(b) $f(x) = (-3 - x)(x + 3)$

(d) $f(x) = -2x^2 + 3x + 2$