Universidade Federal de São João del-Rei

Lista 4 - P2

Matemática 1 - Prof.ª Rafaela Bonfim

20 de outubro de 2025

---

1. Reescreva os ângulos abaixo em radianos usando a forma $\dfrac{a\pi}{b}$, em que a e b são números naturais.

   (a) $15°$ (b) $72°$ (c) $144°$ (d) $156°$ (e) $225°$ (f) $290°$ (g) $330°$ (h) $345°$

2. Converta para graus.

   (a) $\dfrac{\pi}{5}$ (b) $\dfrac{3\pi}{4}$ (c) $\dfrac{5\pi}{6}$ (d) $\dfrac{7\pi}{3}$ (e) 2π (f) $\dfrac{\pi}{9}$ (g) 2 (h) $0,8$

3. Encontre as coordenadas (x, y) dos pontos da circunferência unitária associados aos arcos abaixo:

   (a) $\theta = \dfrac{\pi}{2}$ (b) $\theta = \dfrac{3\pi}{2}$ (c) $\theta = -\pi$ (d) $\theta = \dfrac{7\pi}{6}$ (e) $\theta = \dfrac{2\pi}{3}$ (f) $\theta = \dfrac{-3\pi}{4}$ (g) $\theta = \dfrac{4\pi}{5}$ (h) $\theta = -\dfrac{\pi}{3}$ (i) $\theta = \dfrac{7\pi}{4}$

4. Determine os ângulos de referência associados aos ângulos abaixo.

   (a) $\theta = 85°$ (b) $\theta = 100°$ (c) $\theta = 168°$ (d) $\theta = 250°$ (e) $\theta = 292°$ (f) $\theta = 345°$

5. Determine os ângulos de referência associados aos ângulos abaixo.

   (a) $\theta = \dfrac{3\pi}{7}$ (b) $\theta = \dfrac{5\pi}{8}$ (c) $\theta = \dfrac{3\pi}{4}$ (d) $\theta = \dfrac{7\pi}{6}$ (e) $\theta = \dfrac{4\pi}{3}$ (f) $\theta = \dfrac{21\pi}{12}$

6. Sabendo que $\operatorname{sen}(30°) = 1/2$, calcule $\operatorname{sen}(150°)$, $\operatorname{sen}(210°)$ e $\operatorname{sen}(330°)$.

7. Sabendo que $\cos(60°) = 1/2$, calcule $\cos(240°)$, $\cos(300°)$.

8. Sabendo que $\text{sen}(45°) = \cos(45°) = \sqrt{2}/2$, calcule $\text{tg}(45°)$, $\text{tg}(135°)$ e $\text{tg}(225°)$.

9. Sabendo que $\text{sen}(30°) = 1/2$ e $\cos(30°) = \sqrt{3}/2$, determine $\sec(150°)$, $\text{cosec}(150°)$ e $\text{cotg}(150°)$.

10. Indique o quadrante de cada ângulo abaixo:

    (a) $\theta = 7\pi/4$
    (b) $\theta = 6\pi/5$
    (c) $\theta = 3\pi/8$
    (d) $\theta = -\pi/3$
    (e) $\theta = 8\pi/3$
    (f) $\theta = 14\pi/9$
    (g) $\theta = -5\pi/4$
    (h) $\theta = -18\pi/7$
    (i) $\theta = -19\pi/12$

11. Sem usar calculadora, mas apenas uma tabela com o seno, o cosseno e a tangente de $\theta \in \{30°, 45°, 60°\}$, determine os valores abaixo:

    (a) $\cos(225°)$
    (b) $\cos(315°)$
    (c) $\cos(120°)$
    (d) $\cos(150°)$
    (e) $\text{sen}(330°)$
    (f) $\text{sen}(135°)$
    (g) $\text{sen}(240°)$
    (h) $\text{sen}(300°)$

12. Sem usar calculadora, mas apenas uma tabela com o seno, o cosseno e a tangente de $\theta \in \{30°, 45°, 60°\}$, determine os valores abaixo:

    (a) $\text{tg}(120°)$
    (b) $\sec(300°)$
    (c) $\text{cosec}(240°)$
    (d) $\cot(135°)$
    (e) $\text{cosec}(150°)$
    (f) $\sec(210°)$
    (g) $\text{tg}(330°)$
    (h) $\text{cotg}(315°)$

13. Sem usar calculadora, mas apenas uma tabela com o seno, o cosseno e a tangente de $\theta \in \{\pi/6, \pi/4, \pi/3\}$, determine os valores abaixo:

    (a) $\cos(3\pi/4)$
    (b) $\cos(4\pi/3)$
    (c) $\cos(2\pi/3)$
    (d) $\cos(11\pi/6)$
    (e) $\text{sen}(7\pi/6)$
    (f) $\text{sen}(5\pi/6)$
    (g) $\text{sen}(2\pi/3)$
    (h) $\text{sen}(7\pi/4)$

14. Sem usar calculadora, mas apenas uma tabela com o seno, o cosseno e a tangente de $\theta \in \{0°, 30°, 45°, 60°, 90°\}$, determine os valores abaixo:

    (a) $\text{tg}(-45°)$
    (b) $\sec(-120°)$
    (c) $\text{sen}(-225°)$
    (d) $\text{cosec}(-90°)$
    (e) $\cos(-150°)$
    (f) $\text{sen}(1350°)$

15. Sabendo que $\cos(\theta) = 3/5$, determine os possíveis valores de $\text{sen}(\theta)$ e os quadrantes aos quais θ pode pertencer.

16. Sabendo que $\text{sen}(\theta) = -3/4$, determine os possíveis valores de $\cos(\theta)$ e os quadrantes aos quais θ pode pertencer.

17. Sabendo que $\cos(\theta) = 1/3$, determine os possíveis valores de $\text{tg}(\theta)$ e os quadrantes aos quais θ pode pertencer.

18. Sabendo que $\text{tg}(\theta) = -1/5$ e que $\text{sen}(\theta) < 0$, determine os valores de $\text{sen}(\theta)$ e $\cos(\theta)$.

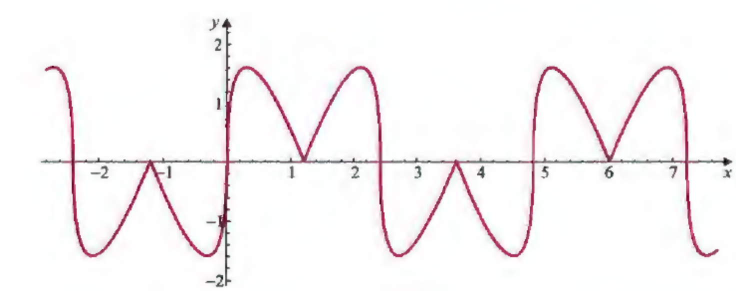
19. Sabendo que $\sec(\theta) = 5/3$ e que $\text{sen}(\theta) > 0$, determine o valor de $\text{cotg}(\theta)$.

20. Sabendo que $\text{cosec}(\theta) = 3$ e que $\cos(\theta) < 0$, determine o valor de $\text{tg}(\theta)$.

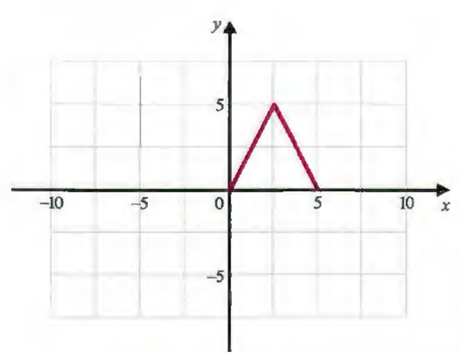
21. Sabendo que $\text{sen}(\theta) = 1/4$ e que θ está no segundo quadrante, determine os valores de $\cos(\theta)$ e $\text{tg}(\theta)$.

22. Sabendo que $\text{cosec}(\theta) = -2$ e que θ está no quarto quadrante, determine os valores de $\cos(\theta)$ e $\text{sen}(\theta)$.

23. A figura abaixo mostra o gráfico de uma função periódica. Determine o período da função



24. Suponha que f seja uma função ímpar e periódica, com período 10. O gráfico da função no intervalo $[0, 5]$ é dado abaixo.



    (a) Complete o gráfico de f no intervalo $[-10, 10]$.
    (b) Calcule o valor de $f(99)$.

25. Determine se as funções abaixo são pares, ímpares ou não possuem simetria.

(a) $f(x) = x\cos(x)$

(b) $f(x) = x^2\cos(x)$

(c) $f(x) = x\ \mathrm{sen}(x)$

(d) $f(x) = |x|\ \mathrm{sen}(x)$

26. Sabendo que $\sec(x) = \frac{5}{3}$ e que $0 < x < 90°$, determine $\cot(x)$ usando identidades.

27. Sabendo que $\tan(x) = \frac{\sqrt{2}}{4}$ e que $0 < x < 90°$, determine $\csc(x)$ usando identidades.

28. Simplifique as expressões. *(Dica: quando possível, ponha algum termo em evidência.)*

a) $\cos(x)\mathrm{tg}(x)$

b) $\dfrac{\mathrm{sen}(x)}{\mathrm{tg}(x)}$

c) $\mathrm{cotg}(x)\sec(-x)$

d) $\dfrac{\mathrm{sen}^2(x) - 1}{\mathrm{cotg}(x)}$

e) $\mathrm{sen}(x)[1 - \cos^2(x)] - 2\mathrm{sen}^3(x)$

f) $\dfrac{1}{\mathrm{cosec}^2(x)} + \dfrac{1}{\sec^2(x)}$

g) $\dfrac{\mathrm{tg}(x)}{\sec(x)}$

h) $[\cos^2(x) - 1][1 + \mathrm{cotg}^2(x)]$

i) $\mathrm{sen}^2(x) + \cos^2(x) + \mathrm{tg}^2(x)$

29. Simplifique as expressões. *(Dica: quando possível, ponha algum termo em evidência.)*

(a) $\dfrac{\mathrm{tg}(x) - \mathrm{sen}(x)}{\mathrm{cosec}(x) - \mathrm{cotg}(x)}$

(b) $\dfrac{\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{\cos^2(-x)}$

(c) $\dfrac{\mathrm{sen}^3(x) + \cos^3(x)}{\mathrm{sen}(x) + \cos(x)}$

(d) $[\mathrm{cotg}(x) - 1] \cdot \dfrac{1 + \mathrm{tg}(x)}{1 - \mathrm{tg}(x)}$

(e) $\dfrac{\cos(x)}{\mathrm{cosec}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)} + 1$

(f) $[\mathrm{cotg}(x) - \cos^3(x)\mathrm{cosec}(x)]\mathrm{tg}(x)$

30. Prove as identidades abaixo.

(a) $\cos(x) + \mathrm{sen}(x)\mathrm{tg}(x) = \sec(x)$

(b) $\dfrac{\text{tg}(x)}{\sec(x)} = \text{sen}(x)$

(c) $\text{sen}^2(x) - \cos^2(x) = 2\text{sen}^2(x) - 1$

(d) $[1 + \text{sen}(x)][1 - \text{sen}(x)] = \cos^2(x)$

(e) $\text{sen}(x)\sec(x) - \cos(x)\text{cosec}(x) = \text{tg}(x) - \text{cotg}(x)$

(f) $[1 - \text{sen}^2(x)][\text{tg}^2(x) + 1] = 1$

(h) $[1 + \cot^2(x)][\cos^2(x)] = \cot^2(x)$

(i) $\text{tg}(x) + \text{cotg}(x) = \sec(x)\text{cosec}(x)$

(j) $\sec(x) - \cos(x) = \text{sen}(x)\text{tg}(x)$

(k) $\dfrac{\text{sen}(x)}{\text{cosec}(x)} = 1 - \dfrac{\cos(x)}{\sec(x)}$

31. Prove as identidades a seguir:

(a) $\dfrac{\text{tg}^2(x) + \sec^2(x) - 1}{\sin^2(x)} = 2\sec^2(x)$

(b) $\dfrac{[\sin(x) + \cos(x)]^2}{\sin(x)\cos(x)} = \text{tg}(x) + \text{cotg}(x) + 2$

(c) $[2\ \text{cotg}(x) - \text{tg}(x)]^2 = 4\ \text{cosec}^2(x) + \sec^2(x) - 9$

(d) $\text{tg}^3(x)\,[\text{cotg}^2(x) + 1] = \dfrac{\sec^2(x)}{\text{cotg}(x)}$

(e) $\dfrac{1}{\sec(x) - \text{tg}(x)} + \dfrac{\cos(x)}{\text{tg}(x) + \sec(x)} = 1 - (x) + \text{tg}(x) + \sec(x)$

(f) $[\text{cotg}(x) + 2\ \text{cosec}(x)]^2 = [\cos(x) + 2]^2\ \text{cosec}^2(x)$

(g) $[2 - \text{tg}(-x)][2 - \text{tg}(x)] = 5 - \sec^2(-x)$

(h) $\sec^4(x) - \text{tg}^4(x) = 2\sec^2(x) - 1$

(i) $\dfrac{\text{tg}^2(x) - 9}{1 - 3\ \text{cotg}(x)} = \text{tg}(x)[\text{tg}(x) + 3]$

(j) $\dfrac{\sin(x)\cos(x)}{\sin(x) - \cos(x)} = \cos(x) - \dfrac{\cos(x)}{1 - \text{tg}(x)}$

(k) $\dfrac{\sin(x) - \sin(y)}{\cos(x) + \cos(y)} = \dfrac{\cos(y) - \cos(x)}{\sin(y) + \sin(x)}$

32. Sem usar uma calculadora, determine os valores das expressões abaixo

(a) $\text{arccos}(0)$

(b) $\text{arcsen}(-1)$

(c) $\text{arctg}(\frac{\sqrt{3}}{3})$

(d) $\text{arccos}(\frac{1}{2})$

(e) $\text{arctg}(-\sqrt{3})$

(f) $\text{arccos}(-\frac{\sqrt{2}}{2})$

33. Esboçando triângulos, determine os valores exatos das expressões a seguir:

(a) $\operatorname{sen}\big(\operatorname{arctg}\left(\frac{4}{3}\right)\big)$

(b) $\operatorname{tg}\big(\arccos\left(\frac{1}{3}\right)\big)$

(c) $\cos\big(\operatorname{arcsen}\left(\frac{7}{9}\right)\big)$

(d) $\operatorname{tg}\big(\operatorname{arcsen}\left(\frac{5}{13}\right)\big)$

(e) $\cos\big(\operatorname{arctg}\left(\frac{8}{15}\right)\big)$

(f) $\operatorname{sen}\big(\arccos\left(\frac{6}{7}\right)\big)$

34. Determine os valores abaixo usando apenas as propriedades das funções trigonométricas inversas.

(a) sen(arcsen(0,8763))

(b) cos(arccos(-0,275))

(c) tg(arctg(27))

(d) arcsen(sen(1))

(e) $\arccos\big(\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)\big)$

(f) $\operatorname{arctg}\big(\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{6}\right)\big)$