

**TABELA 4.9** Sinal de  $p(x) = x^4 + 5x^3 - 8x^2 - 48x$  e de seus fatores em cada intervalo.

Termo	$(-\infty, -4)$	$(-4, 0)$	$(0, 3)$	$(3, \infty)$
$(x+4)$	–	+	+	+
$(x+4)$	–	+	+	+
$x$	–	–	+	+
$(x-3)$	–	–	–	+
$(x+4)^2 x(x-3)$	+	+	–	+

Seria possível substituir as duas linhas associadas a  $(x+4)$  na tabela ao lado por uma única linha contendo o termo  $(x+4)^2$ , que é positivo para todo  $x$  real.

## Exercícios 4.3

- Para cada função polinomial abaixo, determine o valor da constante  $c$ , de modo que o termo fornecido seja um fator de  $p$ .
  - $p(x) = x^2 - 9x + c$ . Fator:  $x - 8$
  - $p(x) = 5x^2 + cx + 9$ . Fator:  $x + 3$
  - $p(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + c$ . Fator:  $x - 5$
  - $p(x) = 3x^3 + cx^2 - 13x + 3$ . Fator:  $x - 1$
  - $p(x) = x^4 - 2x^3 + 8x^2 + cx - 2$ . Fator:  $x - 2$
  - $p(x) = 2x^4 - 10x^3 + cx^2 + 6x + 40$ . Fator:  $x - 4$
- Determine as raízes das equações a seguir. Escreva na forma fatorada os polinômios que aparecem no lado esquerdo das equações.
  - $x^3 - 4x = 0$
  - $x^3 - 4x^2 - 21x = 0$
  - $2x^3 + 11x^2 - 6x = 0$
  - $-3x^3 + 6x^2 + 9x = 0$
  - $x^4 - x^3 - 20x^2 = 0$
  - $x^4 - 8x^3 + 16x^2 = 0$
  - $5x^4 - 8x^3 + 3x^2 = 0$
  - $8x^4 - 6x^3 - 2x^2 = 0$
- Determine as raízes das equações a seguir. Escreva na forma fatorada os polinômios que aparecem no lado esquerdo das equações.
  - $x^3 + x^2 - 2x - 2 = 0$ , sabendo que  $x = -1$  é uma raiz.
  - $x^3 - 5x^2 - 4x + 20 = 0$ , sabendo que  $x = 2$  é uma raiz.
  - $x^4 - 9x^3 - x^2 + 81x - 72 = 0$ , sabendo que  $x = 8$  e  $x = 3$  são raízes.
  - $x^3 - 3x^2 - 10x + 24 = 0$ , sabendo que  $x = 4$  é uma raiz.
  - $x^3 - 4x^2 - 17x + 60 = 0$ , sabendo que  $x = 3$  é uma raiz.
  - $4x^4 - 21x^3 - 19x^2 + 6x = 0$ , sabendo que  $x = 1/4$  é uma raiz.
  - $4x^3 - 16x^2 + 21x - 9 = 0$ , sabendo que  $x = 1$  é uma raiz.
  - $3x^3 - 26x^2 + 33x + 14 = 0$ , sabendo que  $x = 7$  é uma raiz.
  - $x^4 - 9x^3 + 17x^2 + 33x - 90 = 0$ , sabendo que  $x = -2$  e  $x = 5$  são raízes.
  - $x^4 - 6x^3 - 5x^2 + 30x = 0$ , sabendo que  $x = 6$  é uma raiz.
  - $2x^4 + 9x^3 - 80x^2 + 21x + 108 = 0$ , sabendo que  $x = 4$  e  $x = \frac{3}{2}$  são raízes.
- Determine as raízes das equações a seguir. Escreva na forma fatorada os polinômios que aparecem no lado esquerdo das equações.
  - $x^3 + 7x^2 + 13x + 15 = 0$ , sabendo que  $x = -5$  é uma raiz.
  - $3x^3 + 2x^2 + 17x - 6 = 0$ , sabendo que  $x = \frac{1}{3}$  é uma raiz.
  - $x^3 + 7x^2 + 20x + 32 = 0$ , sabendo que  $x = -4$  é uma raiz.
  - $x^3 - 3x^2 + 9x - 27 = 0$ , sabendo que  $x = 3$  é uma raiz.
  - $2x^3 - 10x^2 - 13x - 105 = 0$ , sabendo que  $x = 7$  é uma raiz.
  - $x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 36x + 60 = 0$ , sabendo que  $x = 2$  é uma raiz de multiplicidade 2.
  - $x^4 - 6x^3 + 25x^2 - 150x = 0$ , sabendo que  $x = 6$  é uma raiz.
  - $6x^4 + 7x^3 + 6x^2 - 1 = 0$ , sabendo que  $x = \frac{1}{3}$  e  $x = -\frac{1}{2}$  são raízes.
- Fazendo a mudança de variável  $w = x^2$ , determine os zeros das funções dadas e as escreva na forma fatorada.
  - $p(x) = x^4 - 13x^2 + 36$
  - $p(x) = 4x^4 - 65x^2 + 16$
  - $p(x) = 9x^4 - 10x^2 + 1$
  - $p(x) = x^4 - 24x^2 - 25$
  - $p(x) = 2x^4 - 27x^2 - 80$
  - $p(x) = x^4 - 32x^2 - 144$
- Em cada caso a seguir, escreva na forma expandida uma função polinomial que tenha o grau e os zeros indicados.
  - Grau 2, com zeros  $x = -4$  e  $x = 0$ .
  - Grau 2, com zeros  $x = 1/2$  e  $x = 2$ , com concavidade para baixo.
  - Grau 3, com zeros  $x = 0$ ,  $x = 1$  e  $x = 3$ .

- d) Grau 3, com zeros  $x = -2$  e  $x = 1$  (com multiplicidade 2).  
 e) Grau 3, com zero  $x = 8$  (com multiplicidade 3).  
 f) Grau 4, com zeros  $x = -3$ ,  $x = -2$ ,  $x = 0$  e  $x = 5$ .  
 g) Grau 4, com zeros  $x = -6$ ,  $x = 6$  e  $x = \sqrt{3}$  (com multiplicidade 2).  
 h) Grau 4, com zeros  $x = -5$ ,  $x = -4$ ,  $x = -1$  e  $x = 3$ .  
 i) Grau 5, com zeros  $x = -1/3$ ,  $x = -2/3$ ,  $x = 4/3$  e  $x = 5/3$  (com multiplicidade 2).  
 j) Grau 6, com zeros  $x = -1/2$  (com multiplicidade 3),  $x = -\sqrt{2}$ ,  $x = \sqrt{2}$  e  $x = 0$ .
7. Escreva na forma expandida as funções polinomiais que você encontrou nos itens (a) a (f) do Exercício 6.
8. Resolva as desigualdades a seguir.
- $(x-1)(x+2)(x-4) \leq 0$
  - $(x+1)(x-2)x \geq 0$
  - $x^3 - 2x \geq 0$
  - $2x^3 - 18x \leq 0$
9. Sabendo que  $x = 3$  é um zero de  $f(x) = 3x^3 - 39x + 36$ ,  
 a) determine todos os zeros da função;  
 b) resolva  $3x^3 - 39x + 36 \leq 0$ .
10. Sabendo que  $x = -5$  é uma raiz da equação  $2x^3 + 7x^2 - 17x - 10 = 0$ ,  
 a) determine todas as raízes reais da equação;  
 b) resolva a inequação  $2x^3 + 7x^2 - 17x - 10 \geq 0$ .
11. Sabendo que  $x = 4$  é um zero da função  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 23x + 12$ ,  
 a) determine todos os zeros de  $f(x)$ ;  
 b) escreva  $f(x)$  na forma fatorada;  
 c) resolva a inequação  $f(x) \leq 0$ .
12. Sabendo que  $x = 5$  é uma raiz da equação  $-x^3 + 5x^2 + 4x - 20 = 0$ ,  
 a) determine todas as raízes reais da equação;  
 b) escreva o polinômio  $-x^3 + 5x^2 + 4x - 20$  na forma fatorada;  
 c) resolva a inequação  $-x^3 + 5x^2 + 4x - 20 \leq 0$ .
13. Sabendo que  $x = -6$  é uma raiz da equação  $16x^3 + 88x^2 - 47x + 6 = 0$ ,  
 a) determine todas as raízes reais da equação;  
 b) escreva o polinômio  $16x^3 + 88x^2 - 47x + 6$  na forma fatorada;  
 c) resolva a inequação  $16x^3 + 88x^2 - 47x + 6 \leq 0$ .
14. Sabendo que  $x = 7$  é uma raiz da equação  $x^3 - 5x^2 - 13x - 7 = 0$ ,  
 a) determine todas as raízes reais da equação;  
 b) escreva o polinômio  $x^3 - 5x^2 - 13x - 7$  na forma fatorada;  
 c) resolva a inequação  $x^3 - 5x^2 - 13x - 7 \leq 0$ .
15. Sabendo que  $x = 2$  é uma raiz da equação  $x^3 - 2x^2 + 16x - 32 = 0$ ,  
 a) determine todas as raízes reais da equação;  
 b) escreva o polinômio  $x^3 - 2x^2 + 16x - 32$  na forma fatorada;  
 c) resolva a inequação  $x^3 - 2x^2 + 16x - 32 \leq 0$ .
16. Sabendo que  $x = -3$  é uma raiz da equação  $x^3 + 5x^2 + 10x + 12 = 0$ ,  
 a) determine todas as raízes reais da equação;  
 b) escreva o polinômio  $x^3 + 5x^2 + 10x + 12$  na forma fatorada;  
 c) resolva a inequação  $x^3 + 5x^2 + 10x + 12 \geq 0$ .
17. Sabendo que  $x = 4$  é uma raiz da equação  $x^4 - 3x^3 - 10x^2 + 24x = 0$ ,  
 a) determine todas as raízes da equação;  
 b) escreva o polinômio  $x^4 - 3x^3 - 10x^2 + 24x$  na forma fatorada;  
 c) resolva a inequação  $x^4 - 3x^3 - 10x^2 + 24x \geq 0$ .
18. Sabendo que  $x = 3$  é um zero da função  $f(x) = 2x^4 + 10x^3 - 16x^2 - 96x$ ,  
 a) determine todos os zeros de  $f$ ;  
 b) escreva  $f(x)$  na forma fatorada;  
 c) resolva a inequação  $f(x) \leq 0$ .
19. Sabendo que  $x = 6$  é um zero de  $f(x) = 4x^4 - 20x^3 - 23x^2 - 6x$ ,  
 a) determine todos os zeros da função;  
 b) escreva  $f(x)$  na forma fatorada;  
 c) resolva a inequação  $f(x) \geq 0$ .
20. Sabendo que  $x = 1$  e  $x = -2$  são zeros de  $f(x) = x^4 + 4x^3 + 9x^2 + 2x - 16$ ,  
 a) determine todos os zeros da função.  
 b) escreva  $f(x)$  na forma fatorada.  
 c) resolva a inequação  $f(x) \leq 0$ .
21. Usando o método da bisseção, determine um zero de  $p(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x + 1$  que pertença ao intervalo  $[2, 4]$ .
22. Usando o método da bisseção, determine um zero de  $p(x) = -x^3 + 4x^2 - 2x + 5$  no intervalo  $[1, 5]$ .
23. Usando o método da bisseção, determine um zero de  $p(x) = x^3 - 5x^2 + 6$  no intervalo  $[1, 2]$ .
24. Usando o método da bisseção, determine um zero de  $p(x) = x^3 - 3x + 1$  no intervalo  $[-2, -1]$ .
25. Usando o método da bisseção, determine um zero de  $p(x) = x^4 - 2x^3 - 4x$  no intervalo  $[2, 3]$ .
26. Usando o método da bisseção, determine um zero de  $p(x) = x^4 - 6x^2 - 5x$  no intervalo  $[1, 3]$ .
27. A figura a seguir mostra uma caixa fabricada a partir de uma folha de papelão.



- e) Só 3 é um zero de  $f$ .  
 f) Só -1 é um zero de  $f$ .  
 g) -4 e 3 são zeros de  $f$ .  
 h) Nenhum valor é um zero da função.
- i) Só  $4/3$  é um zero de  $f$ .  
 j) Só 5 é um zero de  $f$ .
6. a) 8                      c) -4                      e) 3  
      b) 1                      d) 2                      f) -20

### 4.3 Zeros reais de funções polinomiais

1. a)  $c = 8$                       c)  $c = 10$                       e)  $c = -15$   
      b)  $c = 18$                       d)  $c = 7$                       f)  $c = 4$
2. a)  $p(x) = x(x-2)(x+2)$   
      Raízes: 0, 2 e -2  
      b)  $p(x) = x(x+3)(x-7)$   
      Raízes: 0, -3 e 7  
      c)  $p(x) = 2x(x - \frac{1}{2})(x+6)$   
      Raízes: 0,  $\frac{1}{2}$  e -6  
      d)  $p(x) = -3x(x-3)(x+1)$   
      Raízes: 0, 3 e -1  
      e)  $p(x) = x^2(x-5)(x+4)$   
      Raízes: 5, -4 e 0 (multiplicidade 2)  
      f)  $p(x) = x^2(x-4)^2$   
      Raízes: 4 (mult. 2) e 0 (mult. 2)  
      g)  $p(x) = 5x^2(x - \frac{3}{5})(x-1)$   
      Raízes:  $\frac{3}{5}$ , 1 e 0 (multiplicidade 2)  
      h)  $p(x) = 8x^2(x - \frac{3}{2})(x + \frac{1}{4})$   
      Raízes:  $\frac{3}{2}$ ,  $-\frac{1}{4}$  e 0 (multiplicidade 2)
3. a)  $p(x) = (x+1)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$   
      Raízes: -1,  $\sqrt{2}$  e  $-\sqrt{2}$   
      b)  $p(x) = (x-1)(x-2)(x-8)$   
      Raízes: 1, 2 e 8  
      c)  $p(x) = (x+3)(x-1)(x-3)(x-8)$   
      Raízes: -3, 1, 3 e 8  
      d)  $p(x) = (x+3)(x-2)(x-4)$   
      Raízes: -3, 2 e 4  
      e)  $p(x) = (x+4)(x-3)(x-5)$   
      Raízes: -4, 3 e 5  
      f)  $p(x) = 4(x + \frac{1}{4})x(x+1)(x-6)$   
      Raízes: -1, 0,  $\frac{1}{4}$  e 6  
      g)  $p(x) = 4(x - \frac{3}{2})^2(x-1)$   
      Raízes: 1 e  $\frac{3}{2}$
4. a)  $p(x) = (x+5)(x^2+2x+3)$   
      Raiz: -5  
      b)  $p(x) = 3(x - \frac{1}{3})(x^2+x+6)$   
      Raiz:  $\frac{1}{3}$   
      c)  $p(x) = (x+4)(x^2+3x+8)$   
      Raiz: -4  
      d)  $p(x) = (x-3)(x^2+9)$   
      Raiz: 3  
      e)  $p(x) = (x-7)(2x^2+4x+15)$   
      Raiz: 7  
      f)  $p(x) = (x-2)^2(x^2+6x+1)$   
      Raiz: 2 (multiplicidade 2)
5. a)  $p(x) = x(x-6)(x^2+25)$   
      Raízes: 0 e 6  
      h)  $p(x) = 6(x + \frac{1}{2})(x - \frac{1}{3})(x^2+x+1)$   
      Raízes:  $-\frac{1}{2}$  e  $\frac{1}{3}$
5. a)  $x = -3, x = 3, x = -2$  e  $x = 2$   
       $p(x) = (x+3)(x-3)(x+2)(x-2)$   
      b)  $x = -\frac{1}{2}, x = \frac{1}{2}, x = -4$  e  $x = 4$   
       $p(x) = 4(x + \frac{1}{2})(x - \frac{1}{2})(x+4)(x-4)$   
      c)  $x = -\frac{1}{3}, x = \frac{1}{3}, x = -1$  e  $x = 1$   
       $p(x) = 9(x + \frac{1}{3})(x - \frac{1}{3})(x+1)(x-1)$   
      d)  $x = -5$  e  $x = 5$   
       $p(x) = (x+5)(x-5)(x^2+1)$   
      e)  $x = -4$  e  $x = 4$   
       $p(x) = (x+4)(x-4)(2x^2+5)$   
      f)  $x = -6$  e  $x = 6$   
       $p(x) = (x+6)(x-6)(x^2+4)$
6. a)  $x(x+4)$   
      b)  $-(x - \frac{1}{2})(x-2)$   
      c)  $x(x-1)(x-3)$   
      d)  $(x+2)(x-1)^2$   
      e)  $(x-8)^3$   
      f)  $x(x+3)(x+2)(x-5)$   
      g)  $(x+6)(x-6)(x - \sqrt{3})^2$   
      h)  $(x+5)(x+4)(x+1)(x-3)$   
      i)  $(x + \frac{1}{3})(x + \frac{2}{3})(x - \frac{4}{3})(x - \frac{5}{3})^2$   
      j)  $x(x - \frac{1}{2})^3(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$
7. a)  $p(x) = x^2+4x$   
      b)  $p(x) = -x^2 + \frac{5}{2}x - 1$   
      c)  $p(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$   
      d)  $p(x) = x^3 - 3x + 2$   
      e)  $p(x) = x^3 - 24x^2 + 192x - 512$   
      f)  $p(x) = x^4 - 19x^2 - 30x$
8. a)  $x \leq -2$  ou  $1 \leq x \leq 4$   
      b)  $-1 \leq x \leq 0$  ou  $x \geq 2$   
      c)  $-\sqrt{2} \leq x \leq 0$  ou  $x \geq 2$   
      d)  $x \leq -3$  ou  $0 \leq x \leq 3$
9. a)  $x = -4, x = 1$  e  $x = 3$   
      b)  $x \leq -4$  ou  $1 \leq x \leq 3$
10. a)  $x = -5, x = -\frac{1}{2}$  e  $x = 2$   
      b)  $-5 \leq x \leq -\frac{1}{2}$  ou  $x \geq 2$
11. a)  $x = -3, x = \frac{1}{2}$  e  $x = 4$   
      b)  $f(x) = 2(x+3)(x - \frac{1}{2})(x-4)$   
      c)  $x \leq -3$  ou  $\frac{1}{2} \leq x \leq 4$
12. a)  $x = -2, x = 2$  e  $x = 5$



- b)  $f(x) = -(x+2)(x-2)(x-5)$   
 c)  $-2 \leq x \leq 2$  ou  $x \geq 5$
13. a)  $x = -6$  e  $x = \frac{1}{4}$  (multiplicidade 2)  
 b)  $p(x) = 16(x+6)(x-\frac{1}{4})^2$   
 c)  $x \leq -6$  ou  $x = \frac{1}{4}$
14. a)  $x = 7$  e  $x = -1$  (multiplicidade 2)  
 b)  $p(x) = (x-7)(x+1)^2$   
 c)  $x \leq 7$
15. a)  $x = 2$  é a única raiz real  
 b)  $p(x) = (x-2)(x^2+16)$   
 c)  $x \leq 2$
16. a)  $x = -3$  é a única raiz real  
 b)  $p(x) = (x+3)(x^2+2x+4)$   
 c)  $x \geq -3$
17. a)  $x = 0$ ,  $x = -3$ ,  $x = 2$  e  $x = 4$   
 b)  $p(x) = x(x+3)(x-2)(x-4)$   
 c)  $x \leq -3$  ou  $0 \leq x \leq 2$  ou  $x \geq 4$
18. a)  $x = 0$ ,  $x = 3$  e  $x = -4$  (multiplic. 2)  
 b)  $f(x) = 2x(x-3)(x+4)^2$   
 c)  $x = -4$  ou  $0 \leq x \leq 3$
19. a)  $x = 0$ ,  $x = 6$  e  $x = -\frac{1}{2}$  (multiplic. 2)  
 b)  $f(x) = 4x(x-6)(x+\frac{1}{2})^2$   
 c)  $x \leq 0$  ou  $x \geq 6$
20. a)  $x = 1$  e  $x = -2$   
 b)  $f(x) = (x-1)(x+2)(x^2+3x+8)$   
 c)  $-2 \leq x \leq 1$
21.  $x \approx 2,20557$   
 22.  $x \approx 3,81912$   
 23.  $x \approx 1,26795$   
 24.  $x \approx -1,87939$   
 25.  $x \approx 2,59431$   
 26.  $x \approx 2,79129$   
 27.  $x = 5\sqrt[3]{100} \approx 23,2$  cm  
 28. O grupo tem 15 homens e 25 mulheres.  
 29. a)  $V_c(r) = 5\pi r^3$   
 b)  $V(r) = \frac{19}{3}\pi r^3$   
 c)  $r = 3,69$  m  
 30. Aproximadamente  $3,3 \times 3,3 \times 1,65$  m

## 4.4 Gráficos de funções polinomiais

1. a) A curva não corresponde ao gráfico de uma função polinomial, pois não é suave.  
 b) A curva não corresponde ao gráfico de uma função polinomial, pois não é contínua.  
 c) A curva pode corresponder ao gráfico de uma função polinomial.  
 d) A curva não corresponde ao gráfico de uma função polinomial, pois não é contínua.
2. a) IV      b) II      c) I      d) III
3. a) Cresce quando  $x \rightarrow -\infty$   
 Decresce quando  $x \rightarrow \infty$   
 b) Decresce quando  $x \rightarrow -\infty$   
 Cresce quando  $x \rightarrow \infty$   
 c) Decresce quando  $x \rightarrow -\infty$  e  $x \rightarrow \infty$   
 d) Cresce quando  $x \rightarrow -\infty$  e  $x \rightarrow \infty$   
 e) Decresce quando  $x \rightarrow -\infty$   
 Cresce quando  $x \rightarrow \infty$   
 f) Cresce quando  $x \rightarrow -\infty$   
 Decresce quando  $x \rightarrow \infty$   
 g) Decresce quando  $x \rightarrow -\infty$  e  $x \rightarrow \infty$   
 h) Cresce quando  $x \rightarrow -\infty$  e  $x \rightarrow \infty$
4. a) Máximo local:  $x \approx 2$   
 Mínimos locais:  $x \approx -1,5$  e  $x \approx 6,3$   
 b) Máximos locais:  $x \approx -1,6$  e  $x \approx 0,5$   
 Mínimos locais:  $x \approx -0,5$  e  $x \approx 1,3$   
 c) Máximo local:  $x \approx -0,6$   
 Mínimo local:  $x \approx 0,6$
- d) Máximo local:  $x \approx 2,2$   
 Não há mínimos locais
5. a) Mínimo local no intervalo  $(3, 4)$   
 b) Máximo local em  $(-\frac{1}{4}, \sqrt{5})$   
 c) Mínimo em  $(0, 2)$ . Máximo em  $(-3, 0)$   
 d) Mínimo em  $(-5, -3)$ . Máximo em  $(-3, 2)$   
 e) Mínimo em  $x = 1$ . Máximo em  $(-\frac{1}{2}, 1)$   
 f) Mínimos nos intervalos  $(-2, 0)$  e  $(\sqrt{2}, 3)$ .  
 Máximo em  $(0, \sqrt{2})$   
 g) Mínimo em  $(-1, 1)$ . Máximos em  $(-4, -1)$  e  $(1, 4)$   
 h) Mínimos em  $x = -5$  e  $x = 2$ . Máximo em  $(-5, 2)$   
 i) Mínimos em  $(-1, \frac{1}{2})$  e em  $(\frac{1}{2}, \sqrt{3})$ .  
 Máximos em  $x = \frac{1}{2}$  e em  $(-2, -1)$   
 j) Mínimos em  $(-4, -2)$  e em  $(0, 3)$ .  
 Máximos em  $(-2, 0)$  e em  $(3, 5)$   
 k) Mínimos em  $(-3, -\frac{3}{2})$  e em  $(\frac{3}{2}, 4)$ .  
 Máximos em  $(-6, -3)$  e em  $(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$   
 l) Mínimos em  $(-\frac{5}{2}, 0)$  e em  $(\frac{5}{2}, 5)$ .  
 Máximos em  $(-5, -\frac{5}{2})$ ,  $(0, \frac{5}{2})$  e  $(5, 7)$
6. a)

