

Lista 2 - P1

Matemática 1 - Prof.^a Rafaela Bonfim

9 de setembro de 2025

1. Resolva as desigualdades abaixo:

(a) $\frac{x+2}{3} + \frac{2-3x}{2} < \frac{4x}{3}$

(b) $\frac{2}{5}x + 1 \leq 2 \left(x + \frac{3}{5} \right)$

(c) $-6 \leq 15 - 3(4x + 7) \leq 18$

(d) $\frac{-5}{4} \leq \frac{2x-3}{2} \leq \frac{7}{2}$

(e) $\frac{x-2}{x+3} \leq 0$

(f) $3 - \frac{x}{x+2} \leq 0$

(g) $\frac{3x-4}{1-6x} \leq 2$

(h) $\frac{6-x}{x-4} \geq 1$

(i) $\frac{x^2-3x+2}{x^2+x} \geq 0$

(j) $\frac{x^2+6}{x^2+1} \leq 2$

(k) $1 + \frac{2}{x+1} \leq \frac{2}{x}$

(l) $\frac{4x-7}{x+2} \leq x-2$

(m) $\frac{3x-1}{x+4} + \frac{x}{x-5} \leq 0$

(n) $\frac{3x^2+2x-13}{x^2-3x-10} \geq 2$

2. Resolva as equações:

(a) $|x|^2 - 8|x| + 7 = 0$

(b) $2|x|^2 - 7|x| + 3 = 0$

3. Resolva as desigualdades:

(a) $|2x+5| \geq x+7$

(b) $|x+5| - |3x-1| \geq x-8$

(c) $|x-2| + |x+8| \geq 2x+12$

(d) $|x-9| + |x-3| \leq x$

(e) $|x^2-3| \geq 1$

(f) $|x^2-9| + x \leq 3$

(g) $|x^2-2x| \leq 8$

(h) $|4x^2+x| \leq x+4$

(i) $|x+1| - |2x-3| \geq x^2-2$

4. Identifique, na reta real, os intervalos definidos pelas desigualdades:

(a) $|x| \leq \sqrt{2}$

(c) $|x+2| > 4$

(e) $|x-1| \geq 3$

(b) $|x| \geq 1/3$

(d) $|x+3| < 2$

(f) $|x-5| \leq 1$

5. Determine o domínio das funções:

(a) $f(x) = 3x + 2$

(b) $f(x) = \frac{1}{x-2}$

(c) $f(x) = \sqrt{x+9}$

(d) $f(x) = \sqrt[3]{x-2}$

(e) $f(x) = \frac{5x}{5x-13}$

(f) $f(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{x+1}$

(g) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-3}}$

(h) $f(x) = \frac{1}{|x|+6}$

(i) $f(x) = \frac{1}{|x-4|+2}$

(j) $f(x) = \sqrt{16-x^2}$

(k) $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{5-x}$

(l) $f(x) = \sqrt{\frac{3-x}{x-2}}$

(m) $f(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{x-2}}$

(n) $f(x) = \frac{\sqrt{49-x^2}}{\sqrt{x}}$

(o) $f(x) = \sqrt{\frac{49-x^2}{x}}$

6. Define-se como ponto fixo de uma função f o número real x tal que $f(x) = x$. Seja a função $f(x) = \frac{1}{x + \frac{1}{2}} + 1$. Encontre os pontos fixos de f .

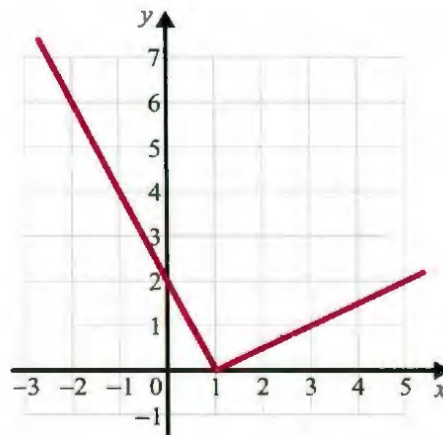
7. Dada a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \frac{3x}{x-1} - \frac{x+1}{x+3}.$$

(a) Ache $f\left(-\frac{1}{2}\right)$

(b) Calcule x , de modo que $f(x) = 3$

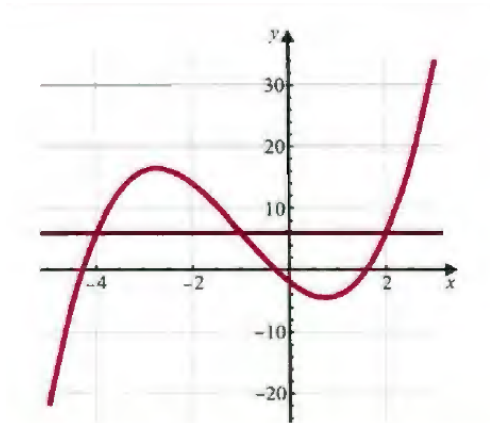
8. O gráfico de uma função f é mostrado a seguir



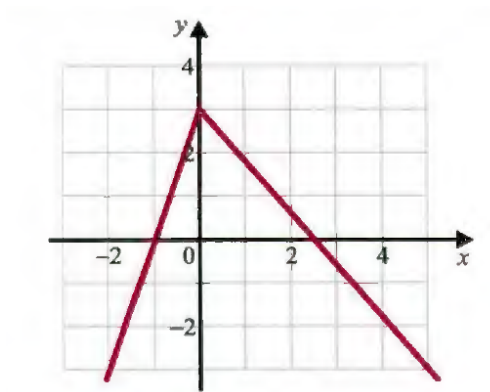
Com base no gráfico determine:

- (a) os valores de $f(-2)$, $f(0)$ e $f(4)$
(b) o conjunto imagem de f
(c) os pontos em que $f(x) = 2$

- (d) os pontos em que $f(x) < 1$
 - (e) os pontos de máximo e mínimo local, se existirem
 - (f) os intervalos de crescimento e decrescimento
 - (g) os zeros de f
9. O gráfico de $f(x) = x^3 + 3x^2 - 6x - 2$ e a reta $y = 6$ são mostrados na figura a seguir. A partir do gráfico, indique as soluções de $f(x) \geq 6$.

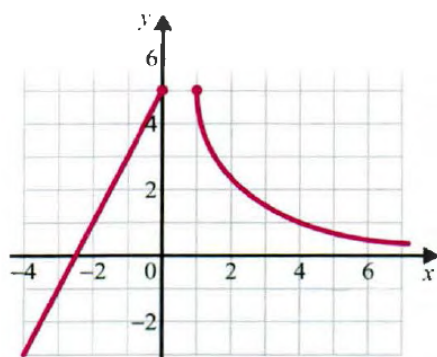


10. O gráfico de uma função f é mostrado a seguir:



Com base no gráfico, determine:

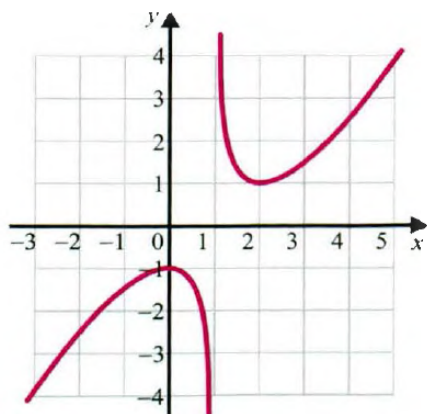
- (a) o conjunto imagem de f
 - (b) os zeros de f
 - (c) os pontos em que $-3 \leq f(x) \leq 0$
 - (d) os pontos de máximo e mínimo local
 - (e) os intervalos de crescimento e decrescimento
11. O gráfico de uma função f é mostrado a seguir:



Com base no gráfico, determine:

- (a) o domínio de f
- (b) o conjunto imagem de f
- (c) os pontos em que $f(x) \geq 1$
- (d) os intervalos de crescimento e decrescimento

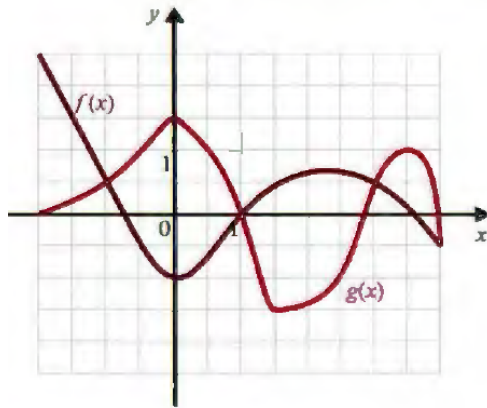
O gráfico de uma função f é mostrado a seguir:



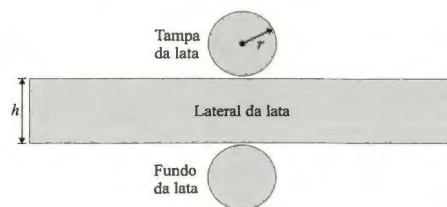
Com base no gráfico, determine:

- (a) o domínio de f
- (b) o conjunto imagem de f
- (c) os pontos de máximo e mínimo local
- (d) os intervalos de crescimento e decrescimento

12. Dadas as funções f e g cujos gráficos são representados a seguir, determine, para o domínio especificado:



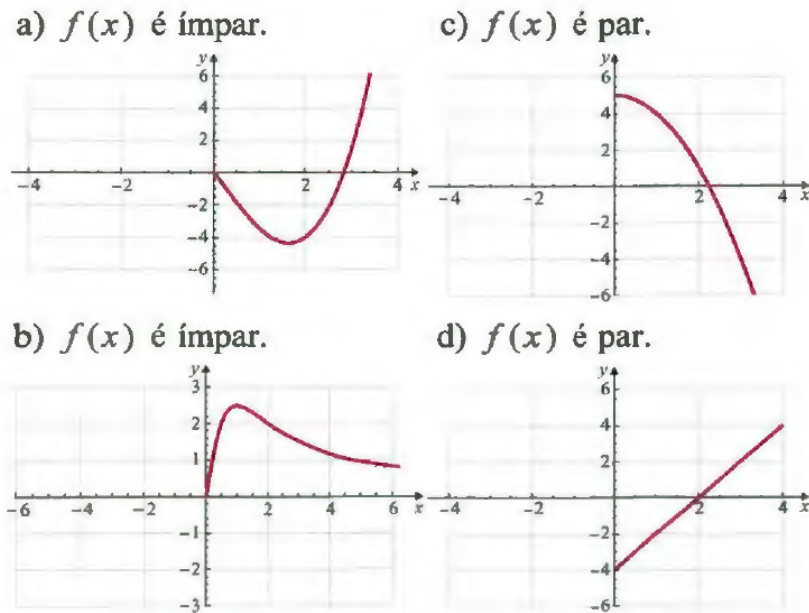
- (a) os pontos nos quais $f(x) \leq 0,5$
 - (b) os pontos nos quais $g(x) \geq 0,5$
 - (c) os pontos nos quais $f(x) \geq g(x)$
 - (d) os intervalos em que f é crescente ou decrescente
 - (e) os intervalos em que g é crescente ou decrescente
 - (f) os pontos de máximo e mínimo local de f e o valor da função nesses pontos
 - (g) os pontos de máximo e mínimo local de g e o valor da função nesses pontos
 - (h) os valores aproximados para os zeros de f
13. Um fabricante de tintas precisa projetar uma lata de metal que comporte 1 litro e tenha formato cilíndrico. A quantidade de metal consumida na fabricação da lata é proporcional à área de sua superfície. A figura a seguir mostra a planificação da lata.



Lembre-se de que o volume de um cilindro de altura h e raio da base r é dado por πhr^2 . Além disso, a área de um retângulo de base b e altura h é igual a bh , a área de um círculo de raio r é dada por πr^2 , e o perímetro desse círculo é igual a $2\pi r$.

- (a) Escreva a área da tampa da lata em relação a r
- (b) Escreva a área da lateral da lata em relação a r e h .
- (c) Escreva a área da superfície da lata em relação a r e h .
- (d) Escreva h em função de r , usando o fato de que o volume da lata é igual a 1 litro = 1000 cm^3

- (e) Usando as respostas dos itens (c) e (d), escreva uma função que forneça a área da superfície em relação apenas ao raio da base da lata r .
- (f) Defina o domínio da função que você obteve no item anterior.
- (g) Trace o gráfico da função para r entre 2 e 10.
- (h) Determine em que intervalos a função é crescente e em quais é decrescente.
- (i) A partir do gráfico, determine o raio da base que proporciona o menor gasto de metal, bem como a altura da lata.
14. Complete os gráficos das funções a seguir, supondo que eles possuem o tipo de simetria indicado.



15. Determine algebricamente se as funções a seguir são pares, ímpares ou não possuem simetria:
- (a) $f(x) = 4$
- (b) $f(x) = -2x$
- (c) $f(x) = 2x - 1$
- (d) $f(x) = x^2 - 3$
- (e) $f(x) = x^2 - 4x + 4$
- (f) $f(x) = -x^3 + 2x$
- (g) $f(x) = 2x^5 - x^3 + x$
- (h) $f(x) = x^6 - 3x^4 + x^2 - 15$
- (i) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$

- (j) $f(x) = \sqrt[3]{x}$
- (k) $f(x) = x\sqrt{x}$
- (l) $f(x) = |x|$

16. Considerando a função $f(x)$ real, definida por $f(1) = 43$ e $f(x+1) = 2f(x) - 15$. Determine o valor de $f(0)$.

17. Sejam $A = \{x, y, z\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ onde $x \neq y \neq z \neq x$, e as funções

$$f = \{(x, 1), (y, 2), (z, 3)\} \quad \text{e} \quad g = \{(x, 1), (y, 1), (z, 2)\}$$

Classifique, justificando a sua respostas, as funções f e g em sobrejetora, injetora ou bijetora.

18. Dada a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ e $x \in \mathbb{R}$, calcule a , b e c de modo que f seja uma função par.

19. Qual o conjunto dos valores assumidos pela expressão

$$\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{abc}{|abc|}$$

quando a, b, c variam no conjunto de todos os números reais não-nulos?

- (a) $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
- (b) $\{-4, -2, 0, 2, 4\}$
- (c) $\{-4, 0, 4\}$
- (d) $\{4\}$
- (e) \mathbb{R}