Universidade Federal de São João del-Rei

Lista 2 - P2

Matemática 1 - Prof.ª Rafaela Bonfim

7 de outubro de 2025

---

1. Sabemos que, se $\log_4(4096) = 6$, então $4^6 = 4096$. Usando essa ideia, reescreva as identidades a seguir na forma exponencial:

   (a) $\log_5(125) = 3$

   (b) $\log_9(81) = 2$

   (c) $\log_2\left(\frac{1}{8}\right) = -3$

   (d) $\log_{256}(4) = \frac{1}{4}$

2. Sabemos que, se $3^4 = 81$, então $\log_3(81) = 4$. Usando essa ideia, reescreva as identidades a seguir na forma logarítmica:

   (a) $2^9 = 512$

   (b) $6^5 = 7776$

   (c) $10^{-3} = \frac{1}{1000}$

   (d) $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$

   (e) $729^{1/6} = 3$

   (f) $(\sqrt{2})^8 = 16$

3. Sem usar calculadora, determine:

   (a) $\log 5 + \log 20$

   (b) $\log_2(96) + \log_2\left(\frac{1}{3}\right)$

   (c) $\log_3(45) - \log_3(5)$

   (d) $\log_5(15) - \log_5(75)$

   (e) $\log_{\sqrt{3}}(18) - \log_{\sqrt{3}}(2)$

   (f) $\ln(e^5) + \ln(e^2)$

   (g) $\ln(e^5)\ln(e^2)$

   (h) $\log_2(8^5)$

   (i) $\log_2\left(\frac{1}{4^3}\right)$

   (j) $\log_3(81^{1/5})$

4. Usando uma calculadora científica e regra de mudança de base, obtenha os valores aproximados para:

   (a) $\log_2 3$

   (b) $\log_5 2$

   (c) $\log_8 24$

   (d) $\log_6 \frac{1}{12}$

   (e) $\log_{\frac{1}{3}} 8$

   (f) $\log_{2,5} 3,1$

5. Usando uma calculadora científica e regra de mudança de base, reescreva cada função exponencial a seguir na base indicada.

(a) 2^x na base 10
(b) 10^x na base 5
(c) 5^{4x} na base 2
(d) 4^x na base e
(e) e^x na base 10
(f) $\left(\frac{1}{2}\right)^x$ na base 3

6. Supondo que $\log_x(2) = a$, $\log_x(3) = b$ e $\log_x(7) = c$, escreva $\log_x(756)$ em função de a, b e c.

7. Determine o domínio e trace o gráfico das funções:

   (a) $f(x) = 2\log(x-1)$
   (b) $f(x) = \log(x+2)$
   (c) $f(x) = -\log(x+1)$
   (d) $f(x) = \log(1-x)$

8. Determine o domínio das funções a seguir:

   (a) $f(a) = \log_2(2x-5)$
   (b) $f(x) = \log(15-4x^2)$
   (c) $f(x) = \ln(-x^2+2x+3)$
   (d) $f(x) = \sqrt{5-x} + \ln(x+1)$
   (e) $f(x) = \dfrac{\log(x)}{\sqrt{x-2}}$
   (f) $f(x) = \ln(x^2-6x+9)$

9. Dada $\phi(x) = \ln\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)$, verifique a igualdade

$$\phi(a) + \phi(b) = \phi\left(\frac{a+b}{1+ab}\right).$$

10. Sejam $f(x) = \log x$ e $g(x) = x^3$. Calcule as expressões:

   (a) $f(g(2))$
   (b) $g(f(a))$, $a > 0$
   (c) $f(g(a))$, $a > 0$

11. Construa o gráfico das seguintes funções logarítmicas:

   (a) $y = \ln(-x)$
   (b) $y = \ln(x+1)$
   (c) $y = \ln(|x|)$

12. Cada função abaixo pode ser escrita como a composta $f \circ g \circ h$. Em cada item, determine as função f, g e h.

(a) $y = e^{\sqrt{2x+1}}$

(b) $y = \ln\left(\sqrt{3x-4}\right)$

(c) $y = \log e^{\pi x}$

(d) $y = \ln\left(\sqrt[4]{7x-2}\right)$

(e) $y = e^{\log(3x))}$

(f) $y = \dfrac{1}{\sqrt{\ln(x^2+1)}}$

13. Usando as propriedades dos logaritmos, expanda as expressões a seguir.

(a) $\log_3(yx^3)$

(b) $\log_2\left(2(x+1)\left(x-\frac{1}{2}\right)\right)$

(c) $\log(x^{-2}(x-4))$

(d) $\ln\left(\frac{8}{x^2}\right)$

(e) $\log_2\left(\frac{x}{w^5z^2}\right)$

(f) $\log_5\left(\frac{x+2}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

(g) $\log(\sqrt{x^3})$

(h) $\log_3\left(\sqrt[3]{\frac{y}{w^4}}\right)$

(i) $\log_2\sqrt{x(x+1)}$

(j) $\log_5\left(x\sqrt{\frac{5}{y}}\right)$

14. Usando as propriedades dos logaritmos, escreva cada expressão a seguir como logaritmo de um único termo.

(a) $\log_2(x) - \log_2(y)$

(b) $2\log(3x) + \log(x+1)$

(c) $-2\log_4(x)$

(d) $\log_2(6-x) - \frac{1}{2}\log_2(x)$

(e) $\log(x) - 2\log(\frac{1}{x}) + \log(5)$

(f) $\frac{1}{2}\log_2(x) + 2\log_2(y) - \frac{1}{3}\log_2(z)$

(g) $3[\ln(3) + \ln(x/2)]$

(h) $2[\log(x+3) - log(\frac{x}{2})] - \frac{3}{2}\log(x)$

15. Usando alguma mudança de base e as propriedades dos logaritmos, simplifique as expressões a seguir.

(a) $\dfrac{\log(3x) - \log 6}{\log 2}$

(b) $\dfrac{\log_6 2x + \log_6 5}{\log_6 10}$

(c) $\dfrac{\log_5(81x)}{\log_5(3)}$

(d) $\dfrac{\log_2(x)}{2\log_2(5)}$

(e) $\dfrac{\log(x-4)}{\ln(x-4)}$

(f) $\log_2(x) - \log_4(x)$

(g) $\frac{1}{3}\log x + \log_{1000} x$

(h) $\ln(x)\log(e)$

16. Resolva as equações:

(a) $\log_2(4x) = \log_4(x) + 7$

(b) $\log_{16}(x-2) + \log_{16}(x+1) = \frac{1}{2}$

(c) $2\log(x) = \log(2) + \log(x+4)$

(d) $2\log_4(x+6)\log_4(x) = \log_4(x+15)$

(e) $\ln(x+1) + \ln(x-2) = 1$

(f) $2\log_4(6-x) = \log_2(3x) - \log_2(6)$

(g) $4\log_4(x-3) = \log_2(25-6x)$