Universidade Federal de São João del-Rei

Lista 3 - P2

Matemática 1 - Prof.ª Rafaela Bonfim

14 de outubro de 2025

---

1. Resolva as inequações:

   (a) $5^{x+1} \leqslant 625$

   (b) $\left(\frac{1}{6}\right)^{8x-7} \leqslant 216$

   (c) $\left(\frac{1}{7}\right)^{\sqrt{x}+1} \leqslant \left(\frac{1}{7}\right)^{6}$

   (d) $5^{10-3x} \leqslant 15^{x+12}$

   (e) $3^{4x+5} - 9^{x} \geqslant 0$

   (f) $4^{\frac{x}{2}+2} \geqslant 8^{x-5}$

   (g) $e^{x+5}e^{x-2} \leqslant e^{x^2}$

   (h) $2^{4x^2+1} \leqslant 2^{5x}$

   (i) $(2^{2x})^{x+2} \leqslant 2^{5x+1}$

   (j) $(\sqrt{3})^{x-\frac{1}{2}} \geqslant \frac{1}{3}$

   (k) $\frac{1}{4^{3x+1}} \leqslant 4^{x}$

2. Resolva as inequações:

   (a) $\log_2(8x) \leqslant 5$

   (b) $\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{x}{4}\right) \geqslant 6$

   (c) $\log_{\frac{1}{3}}(4x+1) \geqslant -1$

   (d) $\log_4(2x+32) - \log_4(8) \leqslant 2$

   (e) $\log_{\frac{1}{2}}(x+8) - \log_{\frac{1}{2}}(4) \leqslant 3$

   (f) $\log_3(5x+6) + \log_3\left(\frac{1}{2}\right) \geqslant 0$

   (g) $\ln(6x+5) \geqslant \ln(8x-12)$

   (h) $\frac{\ln(2x+10)}{\ln\left(\frac{1}{4}\right)} \leqslant -\frac{1}{2}$

   (i) $\log_2(x-1) + 3 \leqslant 5 - \log_2(x+1)$

   (j) $\log_{\frac{1}{2}}(x) - 1 \geqslant \log_{\frac{1}{2}}(x+3) + 2$

   (k) $\log_3(4x+7) \geqslant 4\log_9(x+4) - 1$

   (l) $\log_{\frac{1}{8}}\left(\frac{x}{2}\right) + \log_{\frac{1}{8}}(2x-6) \geqslant \log_{\frac{1}{8}}(3x-5)$

3. Construa o gráfico da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1, & \text{se } x \leqslant 0 \\ 3, & \text{se } x > 0 \end{cases} .$$

4. Construa o gráfico da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 1, \text{ se } x < -1 \\ x+1, \text{ se } -1 \leqslant x < 4 \\ x^2 - 4x, \text{ se } x \geqslant 4 \end{cases}.$$

5. (Mack-SP) Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x + |x|$ e faça o que se pede:

   (a) Mostres que $f(x) = \begin{cases} 0, \text{ se } x < 0 \\ 2x, \text{ se } x \geqslant 0 \end{cases}$.

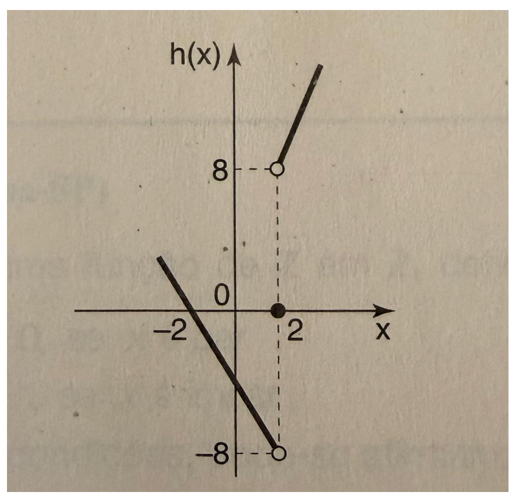
   (b) Resolva a equação $f(x+2) - x = 3$.

6. Relativamente às funções reais definidas por

$$f(x) = \begin{cases} 2, \text{ se} x > 0 \\ 0, \text{ se} x = 0 \\ -2, \text{ se} x < 0 \end{cases} \qquad \text{e} \qquad h(x) = (x+2)f(x-2),$$

   considere as afirmações:

   (I) o gráfico de $h(x)$ é



   (II) $h(3) > f(5)$

   (III) Não existe $x > 0$ tal que $f(x) = h(x)$

   Então:

   (a) todas são verdadeiras

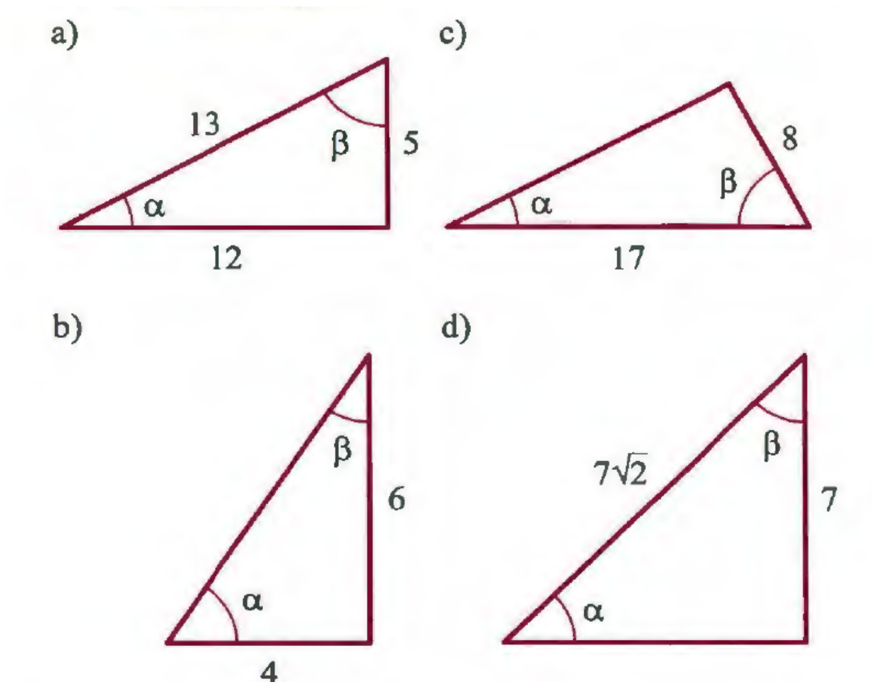
   (b) todas são falsas

   (c) somente (I) e (II) são verdadeiras

(d) somente (II) e (III) são verdadeiras

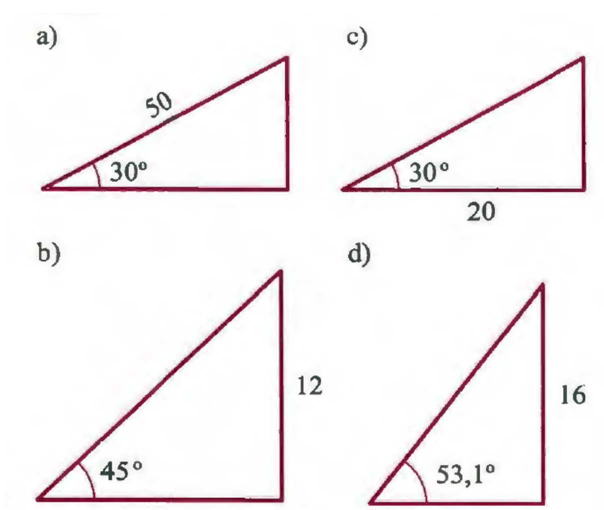
(e) somente (I) e (III) são verdadeiras

7. Determine o seno, o cosseno e a tangente dos ângulos α e β de cada triângulo:



8. Determine a secante, a cossecante e a cotangente dos ângulos α e β dos triângulos do Exercício 7.

9. Determine os comprimentos dos lados dos triângulos abaixo:



10. Em um triângulo retângulo, a hipotenusa mede $2\sqrt{5}$ e um ângulo interno α é tal que $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$. Determine as medidas dos catetos.

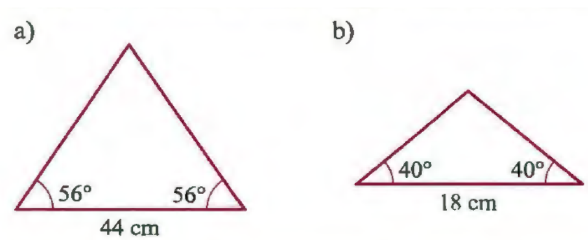
11. Em um triângulo retângulo, a hipotenusa mede $\sqrt{10}$ e um ângulo interno α é tal que $\mathrm{tg}(\alpha) = 3$. Determine as medidas dos catetos.

12. Em um triângulo retângulo, a hipotenusa mede 5 e um ângulo interno α é tal que $\mathrm{tg}(\alpha) = 2$. Determine as medidas dos catetos.

13. Esboce um triângulo retângulo com um ângulo agudo que satisfaça a medida a seguir. Em seguida, encontre as cinco funções trigonométricas que faltam em cada caso:

    (a) $\mathrm{sen}(\theta) = \dfrac{4}{5}$ (a) $\cos(\theta) = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ (a) $\mathrm{tg}(\theta) = \dfrac{3}{2}$

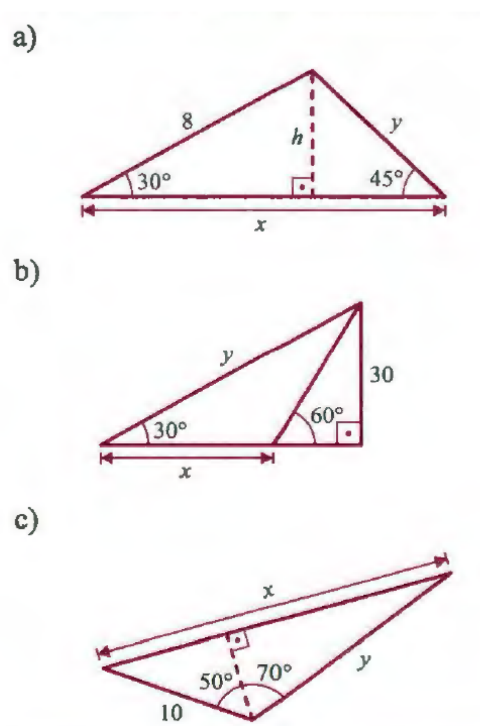
14. Determine a altura de cada triângulo isósceles a seguir:



15. Para cada função trigonométrica abaixo, determine outra função com o mesmo valor:

    (a) $\mathrm{sen}(68)$ (b) $\mathrm{sen}(37,5)$ (c) $\cos(11)$ (d) $\cos(87,3)$

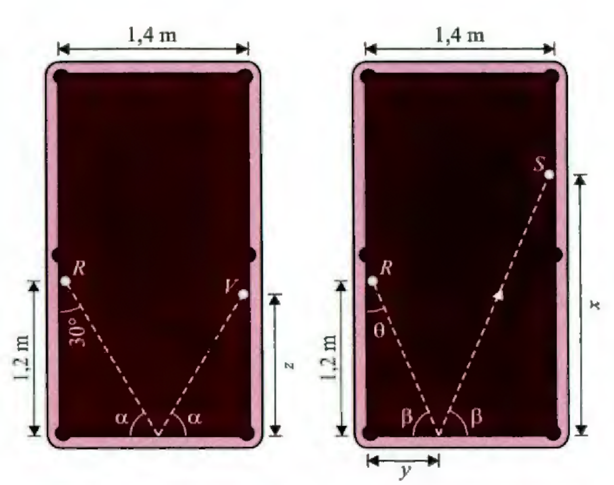
16. Determine as medidas indicadas em cada figura abaixo:



17. Em cada caso abaixo, determine o valor das cinco funções trigonométricas restantes, usando identidades:

(a) $\text{sen}(x) = \dfrac{7}{25}$ (b) $\cos(x) = 0,7$ (c) $\cos(x) = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$ (d) $\text{tg}(x) = 4\sqrt{3}$

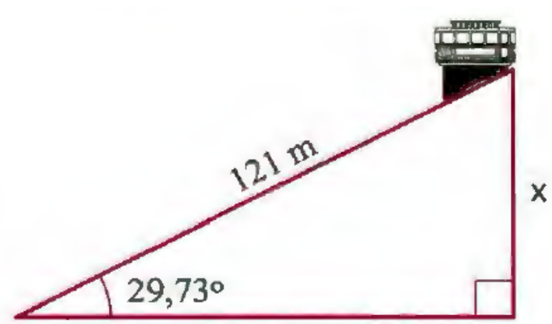
18. Um jogador de sinuca dá uma tacada em uma bola localizada no ponto R de uma mesa retangular, fazendo a bola atingir o ponto V, como mostrado na figura abaixo:



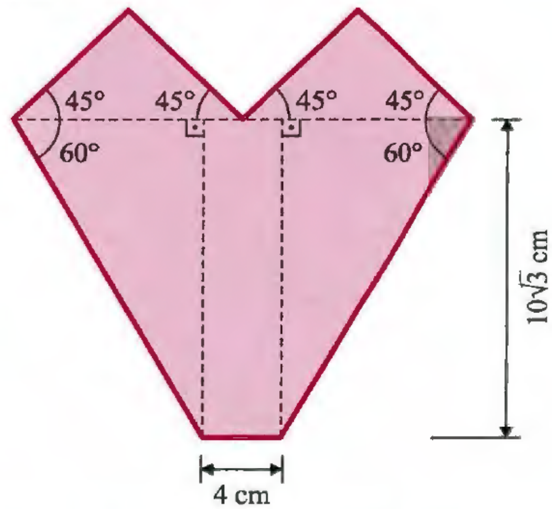
(a) Determine a distância z entre V e o canto da mesa.

(b) Suponha, agora, que o jogador dê uma tacada na bola de modo que a trajetória faça um ângulo θ com a lateral da mesa, como mostrado na figura à direita. Escreva a função $x(\theta)$ que fornece a distância x entre o canto e o ponto que a bola atinge na lateral oposta da mesa, denominado S na figura.

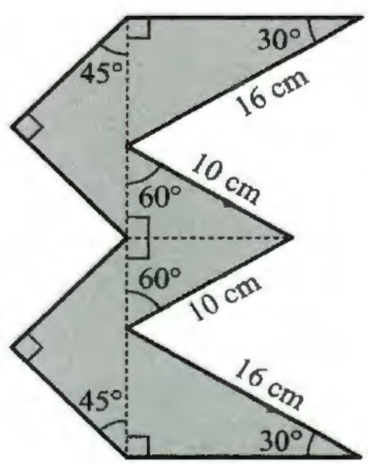
19. Coberta por montanhas, a Suíça é um país pródigo em funiculares, que são pequenas linhas de trem projetadas para subir grandes aclives. Desde 1899, há em Friburgo, cidade do nordeste da Suíça, um funicular cuja rampa tem 121 metros de comprimento e que faz um ângulo de 29,73° com a horizontal, como ilustrado na figura abaixo. Determine a altura x vencida por esse funicular.



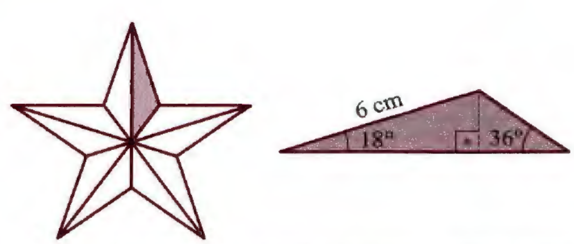
20. Em homenagem ao dia dos namorados, uma fábrica de chocolates criou uma caixa de bombons cuja tampa tem o formato abaixo. Determine a área da superfície da tampa da caixa.



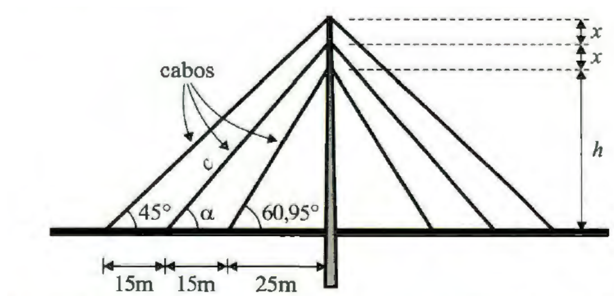
21. O logotipo de certa empresa é uma letra E estilizada, como mostrado na figura abaixo. Determine a área do logotipo.



22. Para criar uma estrela de cinco pontas é preciso juntar alguns triângulos como o que é mostrado a seguir (observe que o mesmo triângulo está destacado na estrela à esquerda). Determine a área da estrela.



23. A figura abaixo mostra uma ponte estaiada simétrica. Calcule a altura h do cabo interno e o comprimento c do cabo central.



24. Dois morros estão ligados por um cabo de aço, como mostra a figura a seguir. Determine a altura do morro à direita, bem como o comprimento do cabo, supondo que este esteja completamente esticado (ou seja, desprezando a flexão do cabo).