Universidade Federal de São João del-Rei

Lista 5 - P1

Matemática 1 - Prof.ª Rafaela Bonfim

17 de setembro de 2025

---

1. Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é uma função par tal que

$$f(x+y) = f(x)f(y), \quad x, y \in \mathbb{R},$$

   e $f(x) \neq 0$, $x \in \mathbb{R}$, deduza que $f(x)^2 = 1$, $x \in \mathbb{R}$.

2. Decida se existe uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ímpar tal que

$$f(x+y) = f(x)f(y), \quad x, y \in \mathbb{R},$$

   e $f(x) \neq 0$, $x \in \mathbb{R}$.

3. Demonstre que, se f e g são funções ímpares, então $(f+g)$ e $(f-g)$ são também funções ímpares.

4. Demonstre que, se f e g são funções ímpares, então $f \cdot g$ e f/g são funções pares.

5. Mostre que a função $\dfrac{1}{2}[f(x) + f(-x)]$ é par e que a função $\dfrac{1}{2}[f(x) - f(-x)]$ é ímpar.

6. Arremessada por uma jogadora, uma bola de basquete descreveu uma trajetória cuja altura era dada por $h(x) = -0,04x^2 + x + 6$, em que x era a distância horizontal percorrida pela bola, em pés.

   (a) De que altura a bola foi lançada?

   (b) Qual foi a altura máxima alcançada pela bola e a que distância do ponto de lançamento ela foi atingida?

   (c) Sabendo que a bola caiu dentro da cesta, que estava a uma altura de 10 pés do chão, calcule a que distância da cesta a bola foi lançada.

   (d) Trace o gráfico de $h(x)$ para $x \in [0, 30]$.

7. O lucro (em milhões de reais) que uma fábrica obtém com a venda de um produto é dado pela função $L(x) = -x^2/2 + 3x + 6$, em que x é o valor gasto (também em milhões de reais) com propaganda na televisão.

   (a) Calcule o valor que a empresa deve gastar com propaganda para obter o lucro máximo. Determine o lucro nesse caso.

   (b) Determine quanto a empresa deve gastar com propaganda para que seu lucro seja maior ou igual a 10 milhões de reais.

8. O empresário da dupla sertaneja Sal e Pimenta descobriu que o número de discos (em milhares) que a dupla consegue vender está relacionado ao preço p do CD pela função $N(p) = 60 - 2p$.
   (a) Escreva uma função $R(p)$ que forneça a receita bruta obtida com a venda dos CDs em relação ao preço p.
   (b) Determine qual deve ser o preço do CD para que a receita seja exatamente 250 mil reais.
   (c) Determine o valor de p que maximiza a receita bruta com a venda dos CDs. Qual é a receita nesse caso?
9. Uma pizzaria vende a pizza napolitana por R$ 28,00. Entretanto, o dono descobriu que, dando x reais de desconto no preço da pizza, a receita diária bruta com a venda é fornecida pela função $r(x) = -4x^2 + 36x + 2328$.
   (a) Determine o desconto x (em reais) que proporciona a receita máxima.
   (b) Determine para que intervalo de desconto a receita bruta é maior ou igual a R$ 2.400,00.
10. Um promotor de eventos consegue vender 5.000 ingressos para o show da banda Reset se cada ingresso custar R$ 20,00. A cada R$ 1,00 de aumento no preço do ingresso, há uma redução de 100 pagantes. Responda às perguntas a seguir, supondo que x é a quantia, em reais, a ser acrescida ao valor do ingresso.
    (a) Exprima o preço do ingresso em função de x.
    (b) Exprima a quantidade de ingressos vendidos em função de x.
    (c) Determine a função $R(x)$ que fornece a receita do show em relação a x.
    (d) Determine o valor do ingresso que maximiza a receita do show. Calcule a receita nesse caso.
    (e) Determine para quais valores de x a receita é maior ou igual a R$ 100.000,00.
11. Resolva as inequações quadráticas:
    (a) $x^2 + 3x \geqslant 10$
    (b) $-3x^2 - 11x + 4 > 0$
    (c) $-4x^2 + 4x - 1 < 0$
    (d) $x^2 + x + 2 \leqslant 0$
12. Em cada item abaixo, efetue a divisão de $p(x)$ por $d(x)$. Em seguida, escreva quem é o quociente $q(x)$ e o resto $r(x)$ dessa divisão.
    (a) $p(x) = 2x^3 - 3x^2 + 6$ e $d(x) = x^2 - 2$
    (b) $p(x) = x^4 + 2x - 12$ e $d(x) = x + 2$
    (c) $p(x) = 6x^4 + 5x^3 - 2x$ e $d(x) = 3x - 2$

(d) $p(x) = x^2 - 5x + 8$ e $d(x) = x - 3$

(e) $p(x) = 2x^4 - 4x^3 + x - 17$ e $d(x) = x^2 - 4$

(f) $p(x) = x^4 - 6x^3 + 3x^2 - 2x + 3$ e $d(x) = x^2 - 2x - 3$

(g) $p(x) = 3x^5 - 2x^3 - 11x$ e $d(x) = x^3 - 3x$

(h) $p(x) = 6x^2 + 7x + 9$ e $d(x) = 2x^2 - 5x + 1$

13. Para os problemas do exercício 12, expresse $p(x)$ na forma $p(x) = d(x)q(x) + r(x)$.

14. Em cada item abaixo, determine o quociente $q(x)$ e o resto $r(x)$ da divisão de $p(x)$ por $d(x)$, usando o algoritmo de Briot-Ruffini.

(a) $p(x) = x^4 + 2x - 12$ e $d(x) = x + 2$

(b) $p(x) = 4x^4 + 6x^3 - 8x^2 + 22x - 24$ e $d(x) = x + 3$

(c) $p(x) = x^5 - 9x^3 + 2x$ e $d(x) = x - 3$

(d) $p(x) = 2x^3 - 9x^2 + 6x + 5$ e $d(x) = x - 3/2$

(e) $p(x) = -4x^2 + 11x + 26$ e $d(x) = x - 4$

(f) $p(x) = x^3 - 9x^2$ e $d(x) = x - 3$

(g) $p(x) = 8x^4 + 6x^3 + 3x^2 + 1$ e $d(x) = x - 1/2$

(h) $p(x) = x^4$ e $d(x) = x - 3$

(i) $p(x) = 2x^5 - 4x^4 + 9x^3 - 5x^2 + x - 3$ e $d(x) = x - 1$

15. Para os problemas do exercício 14, expresse $\dfrac{p(x)}{d(x)}$ na forma $q(x) + \dfrac{r(x)}{d(x)}$.

16. Usando o algoritmo de Ruffini, verifique quais valores a seguir correspondem a zeros das funções associadas:

(a) $f(x) = x^2 - 3x + 4$, $x_1 = 2$ e $x_2 = -2$

(b) $f(x) = 4x + x^2$, $x_1 = -4$ e $x_2 = 0$

(c) $f(x) = x^3 - 4x^2 + 6x - 9$, $x_1 = 3$ e $x_2 = 1$

(d) $f(x) = 2x^4 + x^3 - 25x^2 + 12x$, $x_1 = -4$ e $x_2 = 3$

(e) $f(x) = x^5 + 2x^4 - 3x^3 + 12x^2 - 28x + 16$, $x_1 = 6$ e $x_2 = 2$

(f) $f(x) = x^3 - 21x - 20$, $x_1 = 5$ e $x_2 = 1$

17. Usando o Teorema do Resto, calcule o valor de $f(a)$ para as funções a seguir:

(a) $f(x) = 3x^2 - 5x + 6$, $a = 2$

(b) $f(x) = -2x^2 + 8x - 5$, $a = 3$

(c) $f(x) = x^3 - 4x^2 + 6x - 7$, $a = 1$

(d) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 8x + 5$, $a = 1/2$

(e) $f(x) = x^4 + x^3 + 9x + 13$, $a = -2$

(f) $f(x) = x^4 - 5x^3 - 3x^2 + 15x + 32$, $a = 4$