

**Lista 1 - P2**

Matemática 1 - Prof.<sup>a</sup> Rafaela Bonfim

7 de outubro de 2025

1. Determine se as funções abaixo são injetoras, justificando sua resposta:

(a)  $f(x) = 6 - 5x$

(e)  $f(x) = \frac{2}{x}$

(b)  $f(x) = \frac{x}{2} - 1$

(f)  $f(x) = x^3 + x$

(c)  $f(x) = \sqrt{x-4}$

(g)  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

(d)  $f(x) = 1 - x^2$

(h)  $f(x) = x^2 - 5$ , para  $x \geq 0$

2. Dadas as funções a seguir, determine a função inversa, bem como os domínios de  $f$  e de  $f^{-1}$ :

(a)  $f(x) = 3x - 2$

(e)  $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$

(b)  $f(x) = \sqrt{9-x}$

(f)  $f(x) = 1 + x^2$ , para  $x \geq 0$

(c)  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ , para  $x > 0$

(g)  $f(x) = \frac{3x-4}{6-2x}$

(d)  $f(x) = \frac{5}{x+1}$

(h)  $f(x) = \sqrt{\frac{x}{3x-2}}$

3. Uma função  $f$  tem a forma  $f(x) = -5x + b$ , em que  $b$  é uma constante real. Sabendo que  $f^{-1}(14) = -2$ , determine o valor de  $b$  e a expressão da inversa.
4. Para cada função a seguir, restrinja o domínio de modo que a função seja injetora. Determine, então, a inversa da função para o domínio escolhido.

(a)  $f(x) = (x-2)^2$

(b)  $f(x) = |x|$

5. Use a propriedade das funções inversas para mostrar que  $g$  é a inversa de  $f$  e vice-versa.

(a)  $f(x) = \frac{3x-1}{5}$  e  $g(x) = \frac{5x+1}{3}$

(b)  $f(x) = \frac{1}{x}$  e  $g(x) = \frac{1}{x}$

(c)  $f(x) = \frac{2x-5}{8-3x}$  e  $g(x) = \frac{8x+5}{3x+2}$

(d)  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$  e  $g(x) = \sqrt{\frac{x}{1-x}}$ , com  $x \geq 0$  e  $0 \leq y < 1$

6. Mostre que a função  $y = \frac{x+2}{x-1}$  coincide com a sua inversa.

7. Dada a função  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ , definida para todo  $x$  real, mostre que a sua inversa é a função  $g(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ , definida para  $|x| < 1$ .

8. Seja  $f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x < 1 \\ x^2, & \text{se } 1 \leq x \leq 9 \\ 27\sqrt{x}, & \text{se } x > 9 \end{cases}$ . Verifique que  $f$  é invertível e encontre  $f^{-1}$ .

9. Sem usar calculadora, determine o valor de cada função a seguir nos pontos indicados:

(a)  $f(x) = 4^x$ ;  $f(0), f(-1), f(1), f(1/2), f(2)$

(b)  $f(x) = 3^{-x}$ ;  $f(0), f(-1), f(1), f(1/2), f(2)$

(c)  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ;  $f(0), f(-1), f(1), f(1/2), f(2)$

(d)  $f(x) = \frac{1}{2} \cdot 2^x$ ;  $f(0), f(3), f(1), f(1/2), f(2)$

(e)  $f(x) = 2^{x-1}$ ;  $f(0), f(1/2), f(1), f(2), f(3)$

(f)  $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{-x}$ ;  $f(0), f(-2), f(1/2), f(2)$

10. Esboce o gráfico das funções abaixo:

(a)  $f(x) = 4^x$

(b)  $f(x) = 3^{-x}$

(c)  $f(x) = \frac{1}{2} \cdot 2^x$

11. Usando uma calculadora, determine o valor de cada função a seguir nos pontos indicados:

( )  $f(x) = e^x$ ;  $f(-1), f(1), f(1/2), f(2)$

( )  $f(x) = e^{-3x}$ ;  $f(-1), f(1), f(2)$

( )  $f(x) = e^{x/2}$ ;  $f(-1), f(1), f(1/2), f(2)$

( )  $f(x) = \left(\frac{5}{4}\right)^{x-3}$ ;  $f(-4, 5), f(\sqrt{2}), f(\pi)$

( )  $f(x) = 2 \cdot 4^{0,7x}$ ;  $f(-1, 2), f(0, 7), f(2, 4)$

12. Em um mesmo plano cartesiano, esboce os gráficos das funções  $f$  e  $g$  dadas a seguir:

(a)  $f(x) = 1,5^x$  e  $g(x) = 1,5^{-x}$

(b)  $f(x) = 1,2^x$  e  $g(x) = 1,8^x$

(c)  $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$  e  $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

- (d)  $f(x) = 2^{2x}$  e  $g(x) = 4^x$   
 (e)  $f(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^x$  e  $g(x) = \left(\frac{5}{3}\right)^{-x}$

13. Resolva as equações:

- |                                    |   |
|------------------------------------|---|
| (a) $3^{-x} = \frac{1}{81}$        | (g) $3^x = 2^x + 2^{x+1}$               |
| (b) $e^{3x-1} = 100$               | (h) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 27$   |
| (c) $4^{3x+2} = 5^{x-1}$           | (i) $5^{2x-7} = 125$                    |
| (d) $3^{3x+4} = 27^{2x-2}$         | (j) $\frac{20}{10+2^x} = 5$             |
| (e) $\frac{50}{1+3 \cdot 2^x} = 2$ | (k) $3^{5x-2} = 9^4$                    |
| (f) $4^{2x-1} = 8^{3x+2}$          | (l) $e^{\frac{x}{3}-1} = \frac{1}{e^x}$ |

14. Para cada função  $f$  abaixo, encontre as funções  $g$  e  $h$  tais que

$$f(x) = (g \circ h)(x) = g(h(x)) :$$

- (a)  $f(x) = e^{x^2+1}$   
 (b)  $f(x) = \sqrt{3x+2}$   
 (c)  $f(x) = \ln(x^2 - 5x + 6)$   
 (d)  $f(x) = \cos(2x - \pi)$   
 (e)  $f(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^3$   
 (f)  $f(x) = \tan(x^3 + 1)$   
 (g)  $f(x) = |2x - 7|$   
 (h)  $f(x) = \sin^2(x)$   
 (i)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$   
 (j)  $f(x) = \ln(\sqrt{x+3})$

(Dica:  $\sin^2(x) = (\sin(x))^2$ )