

Lista 1 - P2
Matemática 1 - Prof.^a Rafaela Bonfim

7 de outubro de 2025

1. Determine se as funções abaixo são injetoras, justificando sua resposta:

(a) $f(x) = 6 - 5x$

(e) $f(x) = \frac{2}{x}$

(b) $f(x) = \frac{x}{2} - 1$

(f) $f(x) = x^3 + x$

(c) $f(x) = \sqrt{x-4}$

(g) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

(d) $f(x) = 1 - x^2$

(h) $f(x) = x^2 - 5$, para $x \geq 0$

2. Dadas as funções a seguir, determine a função inversa, bem como os domínios de f e de f^{-1} :

(a) $f(x) = 3x - 2$

(e) $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$

(b) $f(x) = \sqrt{9-x}$

(f) $f(x) = 1 + x^2$, para $x \geq 0$

(c) $f(x) = \frac{1}{x^2}$, para $x > 0$

(g) $f(x) = \frac{3x-4}{6-2x}$

(d) $f(x) = \frac{5}{x+1}$

(h) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{3x-2}}$

3. Uma função f tem a forma $f(x) = -5x + b$, em que b é uma constante real. Sabendo que $f^{-1}(14) = -2$, determine o valor de b e a expressão da inversa.

4. Para cada função a seguir, restrinja o domínio de modo que a função seja injetora. Determine, então, a inversa da função para o domínio escolhido.

(a) $f(x) = (x-2)^2$

(b) $f(x) = |x|$

5. Use a propriedade das funções inversas para mostrar que g é a inversa de f e vice-versa.

(a) $f(x) = \frac{3x-1}{5}$ e $g(x) = \frac{5x+1}{3}$

(b) $f(x) = \frac{1}{x}$ e $g(x) = \frac{1}{x}$

(c) $f(x) = \frac{2x-5}{8-3x}$ e $g(x) = \frac{8x+5}{3x+2}$

(d) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ e $g(x) = \sqrt{\frac{x}{1-x}}$, com $x \geq 0$ e $0 \leq y < 1$

6. Mostre que a função $y = \frac{x+2}{x-1}$ coincide com a sua inversa.

7. Dada a função $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$, definida para todo x real, mostre que a sua inversa é a função $g(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$, definida para $|x| < 1$.

8. Seja $f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x < 1 \\ x^2, & \text{se } 1 \leq x \leq 9 \\ 27\sqrt{x}, & \text{se } x > 9 \end{cases}$. Verifique que f é invertível e encontre f^{-1} .

9. Sem usar calculadora, determine o valor de cada função a seguir nos pontos indicados:

- (a) $f(x) = 4^x$; $f(0), f(-1), f(1), f(1/2), f(2)$
- (b) $f(x) = 3^{-x}$; $f(0), f(-1), f(1), f(1/2), f(2)$
- (c) $f(x) = (\frac{1}{3})^x$; $f(0), f(-1), f(1), f(1/2), f(2)$
- (d) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot 2^x$; $f(0), f(3), f(1), f(1/2), f(2)$
- (e) $f(x) = 2^{x-1}$; $f(0), f(1/2), f(1), f(2), f(3)$
- (f) $f(x) = (\frac{1}{4})^{-x}$; $f(0), f(-2), f(1/2), f(2)$

10. Esboce o gráfico das funções abaixo:

- (a) $f(x) = 4^x$
- (b) $f(x) = 3^{-x}$
- (c) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot 2^x$

11. Usando uma calculadora, determine o valor de cada função a seguir nos pontos indicados:

- (a) $f(x) = e^x$; $f(-1), f(1), f(1/2), f(2)$
- (b) $f(x) = e^{-3x}$; $f(-1), f(1), f(2)$
- (c) $f(x) = e^{x/2}$; $f(-1), f(1), f(1/2), f(2)$
- (d) $f(x) = (\frac{5}{4})^{x-3}$; $f(-4,5), f(\sqrt{2}), f(\pi)$
- (e) $f(x) = 2,4^{0,7x}$; $f(-1,2), f(0,7), f(2,4)$

12. Em um mesmo plano cartesiano, esboce os gráficos das funções f e g dadas a seguir:

- (a) $f(x) = 1,5^x$ e $g(x) = 1,5^{-x}$
- (b) $f(x) = 1,2^x$ e $g(x) = 1,8^x$
- (c) $f(x) = (\frac{2}{3})^x$ e $g(x) = (\frac{1}{3})^x$

- (d) $f(x) = 2^{2x}$ e $g(x) = 4^x$
 (e) $f(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^x$ e $g(x) = \left(\frac{5}{3}\right)^{-x}$

13. Resolva as equações:

- | | |
|------------------------------------|---|
| (a) $3^{-x} = \frac{1}{81}$ | (g) $3^x = 2^x + 2^{x+1}$ |
| (b) $e^{3x-1} = 100$ | (h) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 27$ |
| (c) $4^{3x+2} = 5^{x-1}$ | (i) $5^{2x-7} = 125$ |
| (d) $3^{3x+4} = 27^{2x-2}$ | (j) $\frac{20}{10+2^x} = 5$ |
| (e) $\frac{50}{1+3 \cdot 2^x} = 2$ | (k) $3^{5x-2} = 9^4$ |
| (f) $4^{2x-1} = 8^{3x+2}$ | (l) $e^{\frac{x}{3}-1} = \frac{1}{e^x}$ |

14. Para cada função f abaixo, encontre as funções g e h tais que

$$f(x) = (g \circ h)(x) = g(h(x)) :$$

- | | |
|---|------------------------------------|
| (a) $f(x) = e^{x^2+1}$ | |
| (b) $f(x) = \sqrt{3x+2}$ | |
| (c) $f(x) = \ln(x^2 - 5x + 6)$ | |
| (d) $f(x) = \cos(2x - \pi)$ | |
| (e) $f(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^3$ | |
| (f) $f(x) = \tan(x^3 + 1)$ | |
| (g) $f(x) = 2x - 7 $ | |
| (h) $f(x) = \sin^2(x)$ | (Dica: $\sin^2(x) = (\sin(x))^2$) |
| (i) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$ | |
| (j) $f(x) = \ln(\sqrt{x+3})$ | |