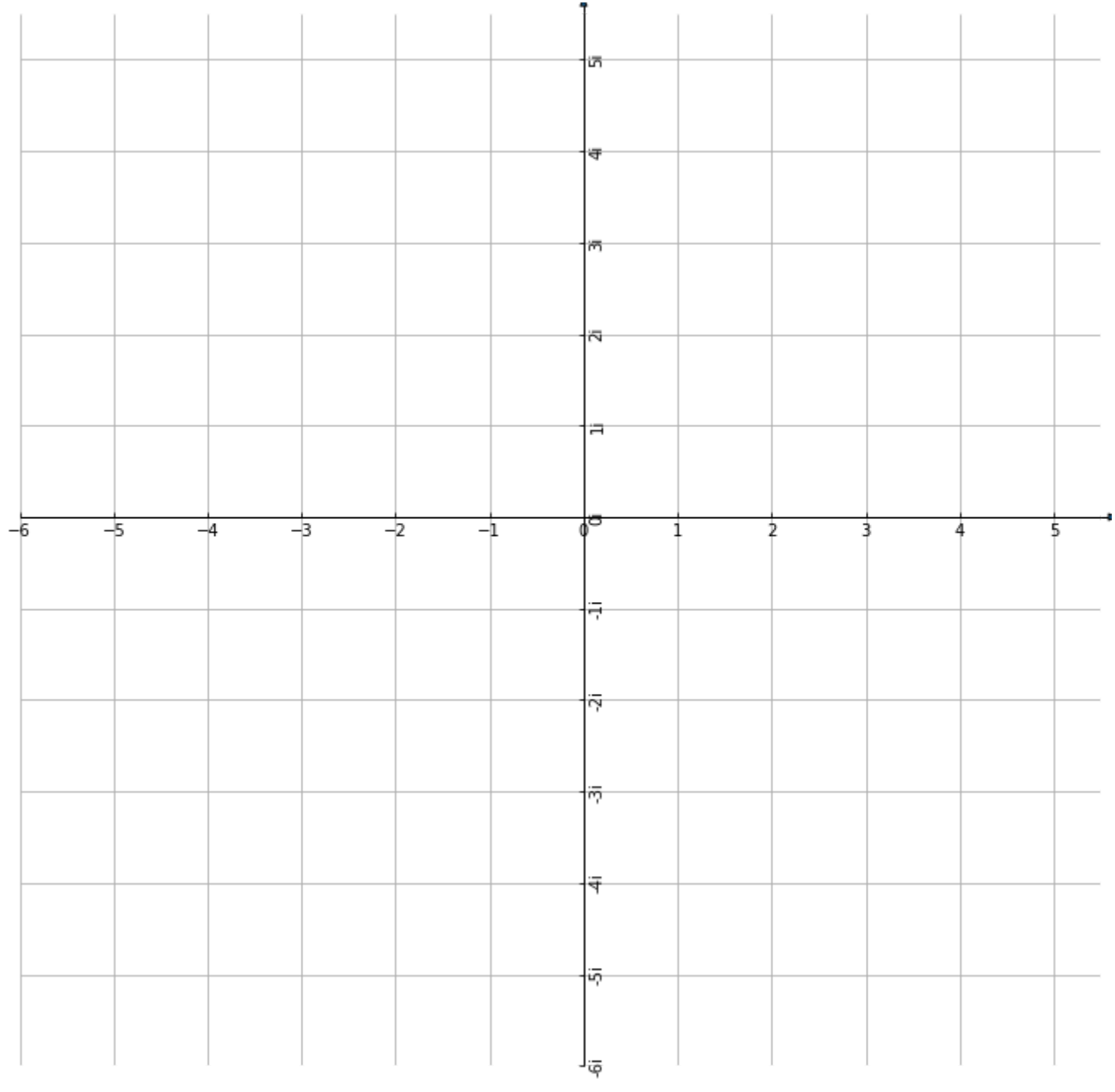
Wiederholung: komplexe Zahlen

$c := a + b \cdot i$

$i = \sqrt{-1}$ oder $i^2 = -1$


5i
4i
3i
2i
1i
0
-1i
-2i
-3i
-4i
-5i
-6i
−6
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5

Wiederholung: Operationen mit komplexen Zahlen

Addition:

$$a + b = (x + yi) + (u + vi) = (x + u) + (y + v)i$$

Multiplikation:

$$\begin{aligned}
a \cdot b &= (x + yi) \cdot (u + vi) \\
&= x(u + vi) + yi(u + vi) \\
&= xu + xvi + yiu + yivi \\
&= xu + yivi + xvi + yiu \\
&= xu + yvi^2 + xvi + yui \\
&= (xu + yvi^2) + (xvi + yui) \\
&= (xu - yv) + (xvi + yui) \\
&= (xu - yv) + (xv + yu)i
\end{aligned}$$

Operationen mit komplexen Zahlen

Konjugat:

$c = a + b \cdot i$

$\bar{c} = a - b \cdot i$

Inverse:

$c_{inv} = \frac{1}{c}$

$c_{inv} \cdot c = 1$

Operationen mit komplexen Zahlen

Absoluter Wert (Länge):

$|c| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Operationen mit komplexen Zahlen

Winkel:

$\tan(\phi) = \frac{b}{a}$

$\phi = \arctan(\frac{b}{a})$

Operationen mit komplexen Zahlen

Winkel - Alternative:

$\phi = \arctan 2(\mathrm{Im}(z), \mathrm{Re}(z)).$

$$\arctan 2(y,x) \mapsto \begin{cases} \arctan\left(\frac{y}{x}\right) & x > 0 \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + \pi & x < 0,\ y > 0 \\ \pm\pi & x < 0,\ y = 0 \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \pi & x < 0,\ y < 0 \\ +\frac{\pi}{2} & x = 0,\ y > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & x = 0,\ y < 0 \end{cases}$$