

Consignes générale :

- *Toute réponse devra être justifiée (référence à un théorème, à un algorithme, démonstration, trace d'algorithme, etc.).*
- *La clarté de la rédaction pourra être prise en compte dans la notation.*
- *Tout appareil électronique est interdit (sauf aménagement d'examen).*
- *Hormis une feuille manuscrite (recto-verso), tout autre document est interdit.*
- *En cas de suspicion d'erreur ou de doute d'interprétation, indiquer les choix fait.*

Exercice 1 : Algorithme de Dijkstra (Zoltán Szigeti)

Question 1 – En appliquant l'algorithme de Dijkstra, donnez (explicitement) la longueur des plus courts chemins issus du sommet s . Vous indiquerez l'arborescence des plus courts chemins issus de s sur le graphe. Vous devez donner toute la trace de l'algorithme.

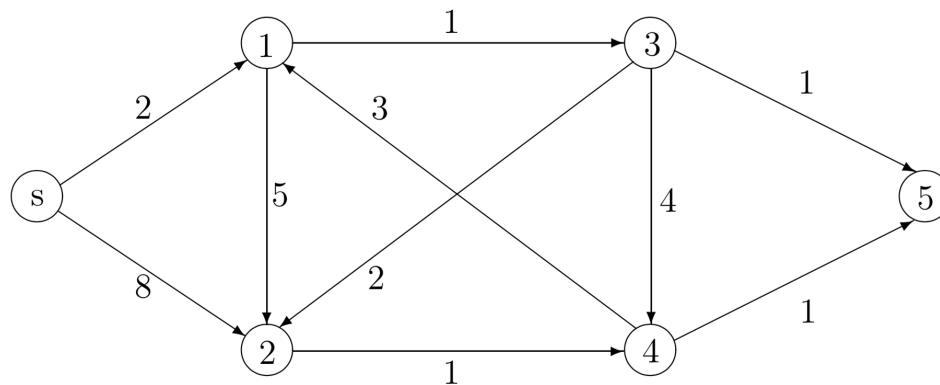


FIGURE 1 – Application de l'algorithme de Dijkstra

Exercice 2 : On souhaite produire des confitures de rhubarbe et de fraise :

- Un litre de rhubarbe nécessite 3kg de rhubarbe et 9kg de sucre.
- Un litre de fraise nécessite 6kg de fraise et 6kg de sucre.
- Les quantités disponibles sont 4kg de rhubarbe, 12kg de fraise et 18kg de sucre.
- Un pot de 1 dl de confiture de rhubarbe rapporte 3€ et un décilitre de confiture de fraise rapporte 5€.

Question 1 – Modéliser le problème avec un programme linéaire.

Question 2 – Écrire le dual de ce programme linéaire et proposer une interprétation.

Exercice 3 : (Julie Peyre)

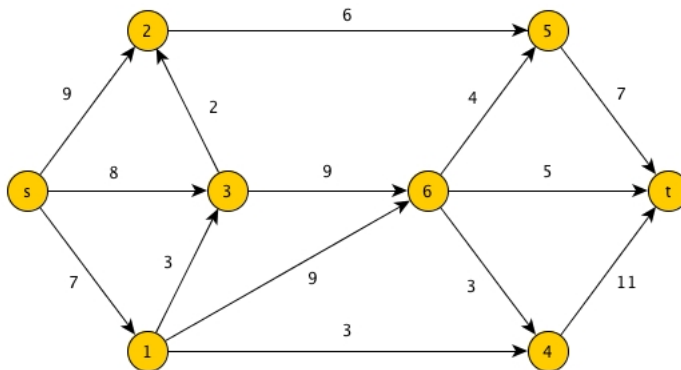
On considère le programme linéaire suivant

$$\begin{array}{rclcl}
\max z = & -4x_1 & - & 7x_2 & - & 12x_3 \\
& -1x_1 & - & 2x_2 & - & 1x_3 & \leq & 40 \\
& & + & 2x_2 & + & 1x_3 & \leq & 120 \\
& -1x_1 & - & 2x_2 & + & 1x_3 & \geq & -40 \\
& & & x_2 & , & x_3 & \geq & 0 \\
& x_1 & & & & & \leq & 0
\end{array}$$

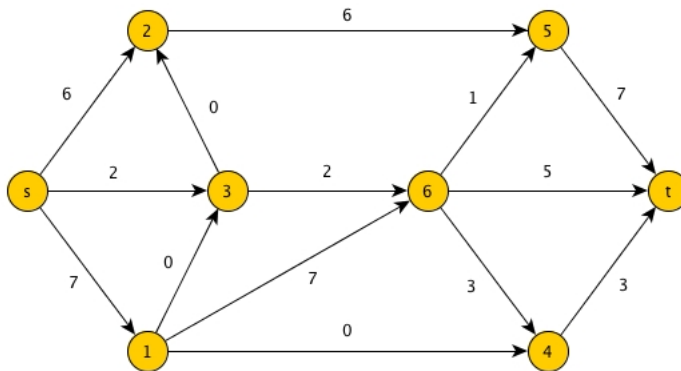
Question 1 – Résolvez-le à l'aide de l'algorithme de Simplexe. A chaque itération spécifiez les variables de base, les variables hors base, et la valeur de la fonction objectif. À la fin de l'algorithme indiquer aussi les valeurs des variables de décision.

Exercice 4 : Flot

Le dessin ci-dessous représente un graphe avec les capacités sur les arcs.



On a trouvé le flot f suivant



Question 1 – Vérifiez que f est bien un flot réalisable. Justifiez votre réponse.

Question 2 – Calculer le flot f' optimal. Précisez l'argument qui vous permet de justifier votre réponse.

Exercice 5 : Cinq délégations internationales se rencontrent autour d'une table ronde un soir. Il y a deux américains, deux français, deux tunisiens, deux japonais et deux italiens. Chaque paire de nationalité doit apparaître dans la disposition autour de la table.

Question 1 – Comment organiseriez vous la table ?

FEUILLE À RENDRE AVEC LA COPIE

N° anonymat :

Salle d'examens :

N° Place :

17 décembre 2021

