

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h15 → 13h15).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (ti-pex), crayon à papier et gomme.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Reporter votre numéro d'anonymat sur la feuille de réponse ET sur la copie d'examen.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- **Ne rendre que la feuille de réponses.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).
- Le soin de la copie sera prise en compte (-1 point en cas de manque de soin).
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (zone grisée avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse.
- Les 7 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un ϵ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec ϵ -transitions.
- Soit u un mot sur un alphabet quelconque, u^R dénote le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche.



(.1) Pas OK.



(.2) Pas OK.

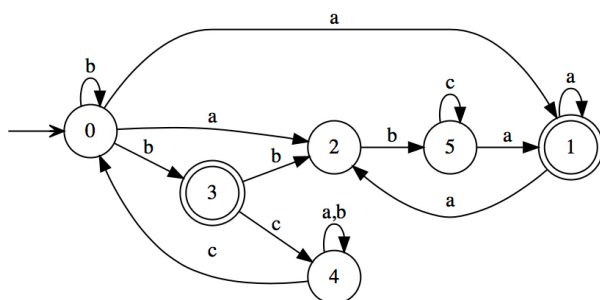


(.3) Pas OK.



(.4) OK.

FIGURE I – Comment marquer une case.



(.1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

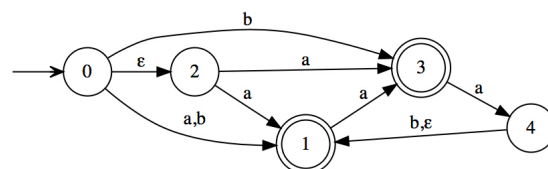
(.2) Un automate pour l'exercice de suppression des ϵ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

Sujet

Partie 1 : Lemme de l'itération (3 points)

Question 1 (3 points) Démontrer que $\{u \cdot u \cdot u^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$ est non régulier.

Partie 2 : Questions diverses et de cours (2,5 points)

Question 2 ♣ (0,5 points) L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

☐ a est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

☐ b contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

☐ c est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

☐ d contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les ϵ -AEFNDs.

Question 3 ♣ (0,75 points) Soient L_1 et L_2 deux langages non réguliers sur un alphabet Σ .

☐ a $L_1 \setminus L_2$ est un langage non régulier.

☐ b $L_1 \cup L_2$ est un langage non régulier.

☐ c $L_1 \cap L_2$ est un langage non régulier.

☐ d $L_1 \cap L_2$ est un langage régulier.

☐ e $L_1 \cup L_2$ est un langage régulier.

☐ f $L_1 \setminus L_2$ est un langage régulier.

☐ Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cap L_2$ est régulier ou non.

☐ Il manque des données pour déterminer si $L_1 \cup L_2$ est régulier ou non.

☐ Il manque des données pour déterminer si $L_1 \setminus L_2$ est régulier ou non.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage sur un alphabet Σ .

- ☐ a Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ b Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L .
- ☐ c Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ d Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ e Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si L est régulier.
- ☐ f Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ g Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît L , si $|\Sigma| = 1$.
- ☐ h Il est toujours possible de trouver un ϵ -AEFND qui reconnaît L avec **un seul** état accepteur.
- ☐ i Aucune des affirmations n'est correcte.

Question 5 ♣ (0,75 points) Nous considérons le lemme de l'itération comme vu en cours.

- ☐ a Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ b Si le cardinal d'un langage est fini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ c Un langage régulier dont le cardinal est fini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ d Si le cardinal d'un langage est infini, alors il satisfait nécessairement le lemme de l'itération.
- ☐ e Un langage régulier dont le cardinal est infini satisfait le lemme de l'itération.
- ☐ f Certains langages non réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ g Certains langages non réguliers satisfont le lemme de l'itération.
- ☐ h Certains langages réguliers ne satisfont pas le lemme de l'itération.
- ☐ i Toutes les affirmations sont correctes.
- ☐ j Il manque des données pour répondre à la question.
- ☐ k Aucune des affirmations n'est correcte.

Partie 3 : Détermination d'automates (2 points)

Question 6 ♣ (2 points)

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous déterminons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ a Celui de la Figure III.2.
- ☐ b Celui de la Figure III.3.
- ☐ c Celui de la Figure III.1.
- ☐ d Aucun des automates.

Partie 4 : Élimination des ϵ -transitions (2 points)

Question 7 ♣ (2 points)

Considérons l' ϵ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions est/sont :

- ☐ a Celui de la Figure IV.1.
- ☐ b Celui de la Figure IV.4.
- ☐ c Celui de la Figure IV.3.
- ☐ d Celui de la Figure IV.2.
- ☐ e Aucun des automates.

Partie 5 : Définir un automate (2 points)

Question 8 (2 points) Soit $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ un automate à états finis, comme défini en cours. Soit L le langage reconnu par A . Nous considérons le langage miroir de L , noté L^R , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de L . Formellement, $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$ où u^R est le mot miroir de u , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant u de droite à gauche. Définir formellement l'automate $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$ reconnaissant L^R en fonction de A . L'automate A^R pourra être, au choix, un AEFD, AEFND, ou un ϵ -AEFND.

Partie 6 : Constante d'itération minimale (2,5 points)

Question 9 (2,5 points) Donner la constante minimale d'itération du langage décrit par l'expression régulière $(0 \cdot 1^* \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1^*) + 1 \cdot 1$. Démontrer votre résultat, c'est-à-dire que vous devez montrer que la constante que vous aurez identifiée est bien une constante d'itération et qu'il n'y en a pas de plus petite.

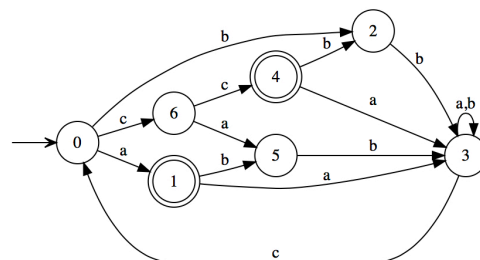
Proposition de solution : Supposons que L soit régulier.

Partie 7 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 10 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans

- ☐ la Figure V.3. ☐ la Figure V.4.
☐ la Figure V.1. ☐ la Figure V.2. ☐ Aucune des figures



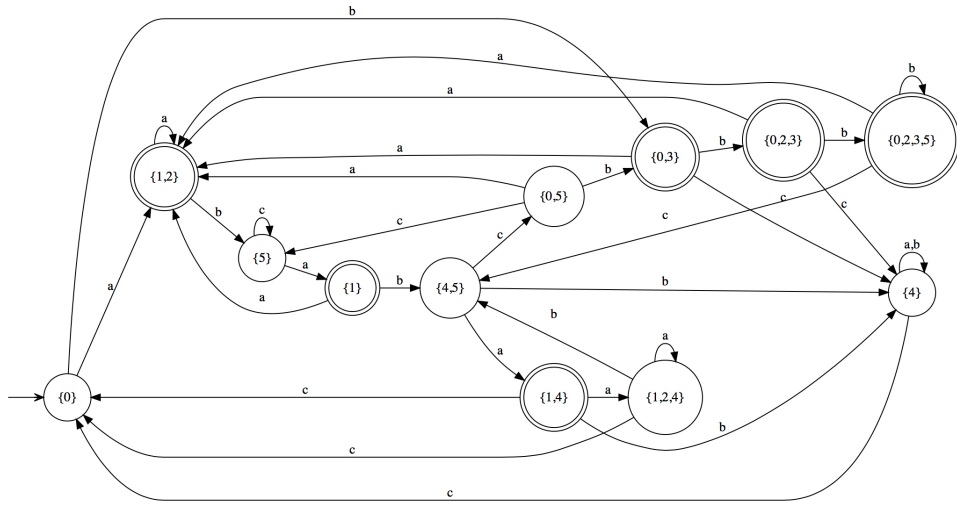
Partie 8 : Trouver un automate (3 points)

Question 11 (3 points) Étant donné un mot w et un sous-mot w' de w , on note $|w|_{w'}$ le nombre d'occurrences du mot w' dans w . On considère l'alphabet $\{0, 1\}$. Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

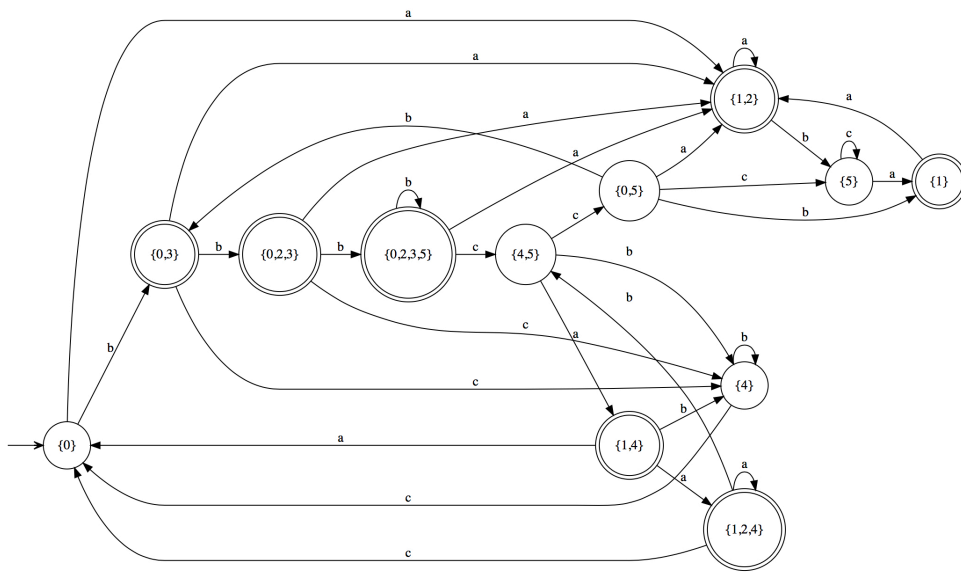
Proposition de solution :

Champ Libre

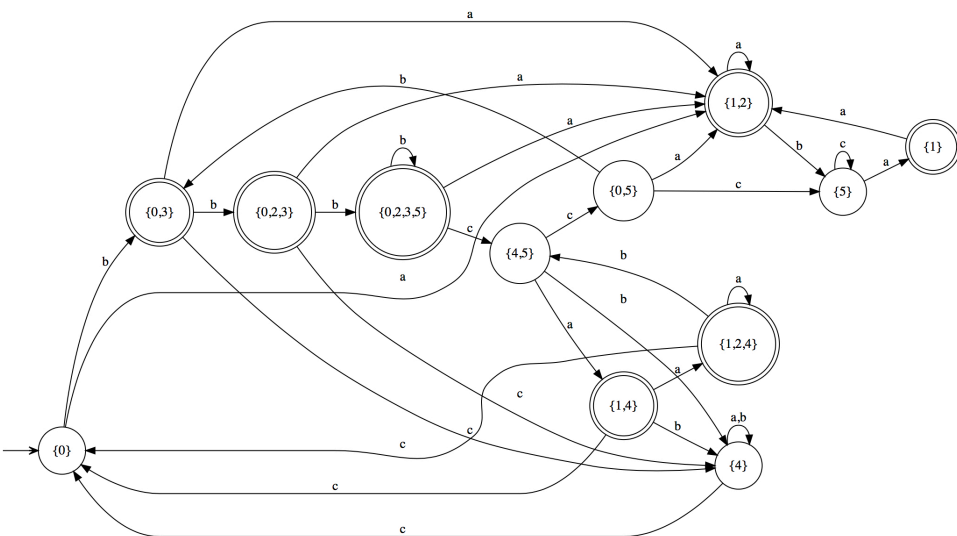
Question 12 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

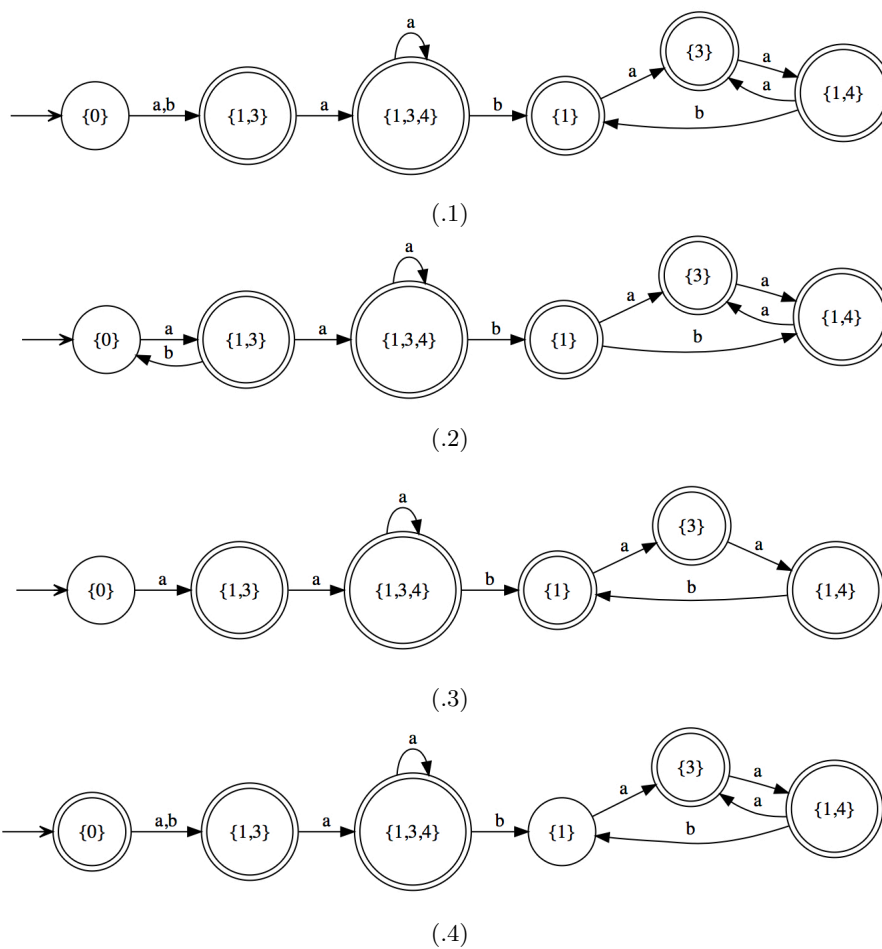


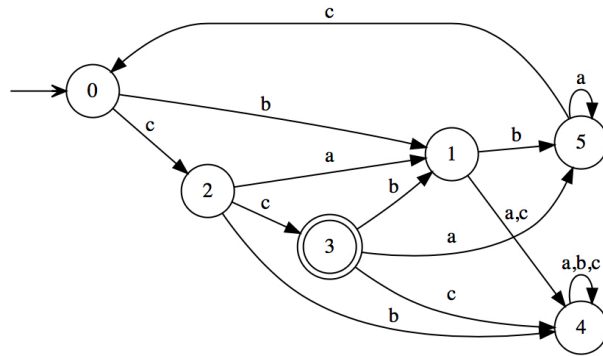
(.1)



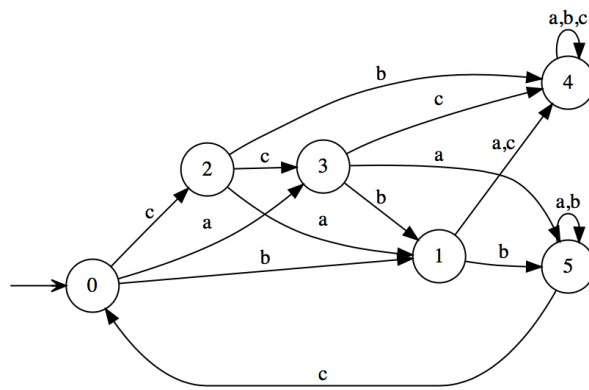
(.2)



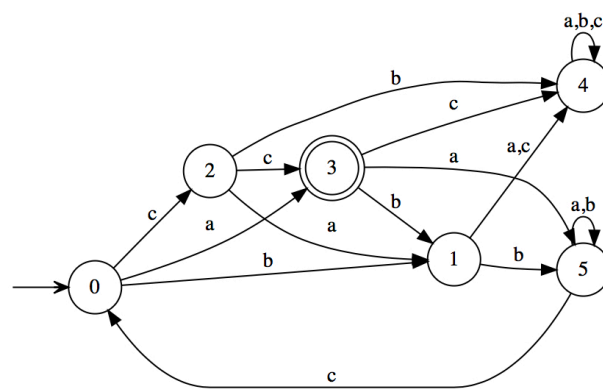
FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des ϵ -transitions.



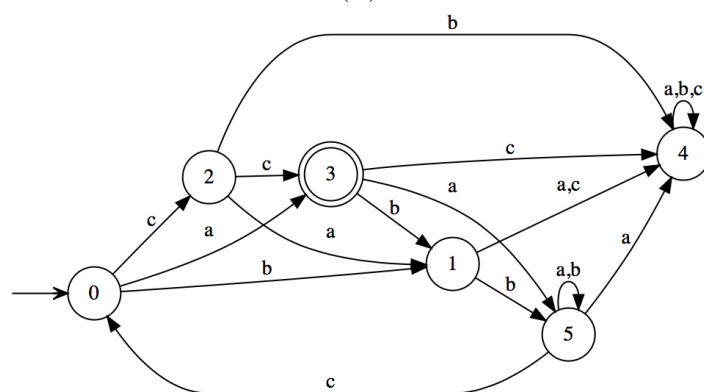
(1)



(2)



(3)





+1/10/51+

Examen de seconde session du 27/06/2023
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2022/2023

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

**Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte**

Numéro d'anonymat

.....

Reporter votre numéro d'anonymat également sur la copie d'examen.



+1/11/50+

Question 1 :

☐ ☐ ☐ ☒ *Réservé enseignant*

Question 2 : ☐ ☐ ☒ ☒

Question 3 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☒ ☒

Question 4 : ☐ ☐ ☒ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

Question 5 : ☒ ☒ ☒ ☐ ☒ ☒ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

Question 6 : ☐ ☒ ☐ ☐

Question 7 : ☒ ☐ ☐ ☐ ☐



+1/12/49+

Question 8 :

    *Réservé enseignant*

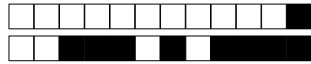


+1/13/48+

Question 9 :

    *Réservé enseignant*


Question 10 : ☐ a ☒ ☐ c ☐ d ☐ e



Question 11 :

    *Réservé enseignant*

Question 12 :

 *Réservé enseignant*

.....

.....