

EXAMEN INF301 2017
Algorithmique & Prog. Impérative
 11 janvier 2018

Durée : 2h
Tous documents interdits
Une feuille A4 R/V manuscrite autorisée

Toutes les questions à choix ont une **unique case** à cocher. *Les réponses aux Questions à Choix sont à donner exclusivement sur la feuille de réponse (page 3 à détacher). Les réponses aux questions ouvertes sont à donner sur votre copie d'examen.*

Cet examen comporte 23 points mais sera noté sur 20. Le barème est indicatif et pourra être modifié.

Exercice 1 (Sous-séquences croissantes)

Soit $S = \langle s_0, s_1, \dots, s_{l-1} \rangle$ une séquence d'entiers de longueur l . Une **sous-séquence** de S est une séquence $S_{ij} = \langle s_i, s_{i+1}, \dots, s_j \rangle$ avec $0 \leq i \leq j \leq l-1$. On dit qu'une sous-séquence S_{ij} est **croissante** si pour tout k tel que $i \leq k < j$, on a $s_k \leq s_{k+1}$. De plus, S_{ij} est **maximale** si $s_{i-1} > s_i$ (ou $i = 0$), et si $s_j > s_{j+1}$ (ou $j = l-1$) (on ne peut pas l'aggrandir »).

Question 1 Soit $S = \langle 6, 2, 4, 5, 3, 9, 7, 1, 8, 10 \rangle$, quelle sous-séquence de S est maximale et croissante? [1 pt]

☐ A $\langle 6 \rangle$ ☐ B $\langle 3, 9 \rangle$ ☐ C $\langle 1, 8, 10 \rangle$ ☐ D $\langle 2, 4, 5 \rangle$ ☐ E Aucune réponse correcte. ☐ F Toutes les réponses sont correctes. ☐ G Manque de données dans l'énoncé. ☐ H La question est absurde.

On considère que S est donnée sous forme de tableau avec longueur explicite. La longueur maximale est $L_{MAX} = 15$. Soit une fonction $ssmax(S, i)$, qui renvoie le plus grand indice j tel que S_{ij} soit une sous-séquence croissante.

Question 2 Que vaut $ssmax(S, 2)$ pour $S = \langle 6, 2, 4, 5, 3, 9, 7, 1, 8, 10 \rangle$? [1 pt]

☐ A 2 ☐ B 4 ☐ C 3 ☐ D 5 ☐ E Aucune réponse correcte. ☐ F Toutes les réponses sont correctes. ☐ G Manque de données dans l'énoncé. ☐ H La question est absurde.

Question 3 Quelle propriété doit avoir i pour que, si $j = ssmax(S, i)$, S_{ij} soit une sous-séquence maximale croissante? [1 pt]

☐ A $i < l-1$ et $s_i < s_{i+1}$ ☐ E Aucune réponse correcte.
☐ B $i < j$ ou $s_{i-1} < s_i$ ☐ F Toutes les réponses sont correctes.
☐ C $i > 0$ et $s_i > s_{i+1}$ ☐ G Manque de données dans l'énoncé.
☐ D $i = 0$ ou $s_{i-1} > s_i$ ☐ H La question est absurde.

Question 4 Écrire l'algorithme de la fonction $ssmax$. [2 pts]

On cherche à créer Ec , ensemble contenant toutes les sous-séquences maximales croissantes de S . On utilise pour cela $ssmax$ dans l'algorithme ci à droite. On suppose que Ec est un ensemble sous forme de liste chaînée (dans chaque cellule, le champ `valeur` est une référence vers la tête d'une sous-séquence, c'est-à-dire une cellule (les sous-séquences sont des listes chaînées d'entiers)). Pour les besoins de l'exercice, l'ordre d'ajout dans Ec est important même si c'est un ensemble.

toutes_ss(S) : ensemble de sous-séquences

```

Ec ← ∅
i ← 0
tant que i < S.longueur faire
    j ← ssmax(S, i)
    ajouter_fin(Ec, S, i, j)
    i ← j;
retourner Ec
  
```

La fonction `ajouter_fin` crée une nouvelle liste chaînée contenant $\langle s_i, s_{i+1}, \dots, s_j \rangle$, et l'ajoute comme sous-séquence à la fin de Ec .

On veut que si l'on appelle $toutes_ss(S)$ avec $S = \langle 6, 2, 4, 5, 3, 9, 7, 1, 8, 10 \rangle$, cela crée l'ensemble Ec :

$\{ \langle 6 \rangle, \langle 2, 4, 5 \rangle, \langle 3, 9 \rangle, \langle 7 \rangle, \langle 1, 8, 10 \rangle \}$

Cependant, pour l'instant, l'algorithme ne s'arrête pas et crée à l'infini l'ensemble suivant :

$\{ \langle 6 \rangle, \langle 6 \rangle, \langle 6 \rangle, \langle 6 \rangle, \langle 6 \rangle, \langle 6 \rangle, \dots \}$

Question 5 Que faut-il changer à l'algorithme pour obtenir le comportement attendu ?

[2 pts]

- ☐ A utiliser « pour i de 0 à $S.\text{longueur}-1$ »
- ☐ B initialiser avec $i \leftarrow 1$
- ☐ C changer $i \leftarrow j$ en $i \leftarrow j + 1$
- ☐ D initialiser Ec avec une cellule fictive

- ☐ E Aucune réponse correcte.
- ☐ F Toutes les réponses sont correctes.
- ☐ G Manque de données dans l'énoncé.
- ☐ H La question est absurde.

Question 6 Expliquez les étapes importantes de l'algorithme `ajouter_fin`, puis écrivez la fonction avec les détails bas-niveau. Vous devez expliciter en particulier toutes les modifications de liens de chaînage et création de cellules. Si vous utilisez des fonctions auxiliaires, donnez également leurs algorithmes.

[4 pts]

Question 7 Quelle est la complexité de l'algorithme `toutes_ss` ? Justifier.

[2 pts]

Soit la fonction récursive mystère ci à droite.

Question 8

On appelle mystère avec comme paramètres a et b les têtes des séquences $\langle 2, 4, 5, 6 \rangle$ et $\langle 3, 9 \rangle$. Dessinez **au dos de la feuille de réponses** (page 4) les listes chaînées représentant ces séquences, ainsi que les modifications de liens de chaînage effectuées par l'algorithme mystère. (Conseil : listez les appels récursifs effectués.)

Quelle est la valeur renvoyé par l'algorithme pour cet exemple ?

mystère (a, b : references de Cellule) : reference de Cellule

```

si  $a = \text{Nil}$  alors
  | retourner  $b$ 
si  $b = \text{Nil}$  alors
  | retourner  $a$ 
si  $a.\text{val} < b.\text{val}$  alors
  |  $a.\text{suivant} \leftarrow \text{mystère}(a.\text{suivant}, b)$ 
  | retourner  $a$ 
sinon
  |  $b.\text{suivant} \leftarrow \text{mystère}(a, b.\text{suivant})$ 
  | retourner  $b$ 

```

[2 pts]

L'algorithme mystère est utilisé dans l'algorithme ci à droite.

a Durant l'exécution de l'algorithme `pain_au_chocolat`, avec $S = \langle 6, 2, 4, 5, 3, 9, 7, 1, 8, 10 \rangle$, mystère est appelée **récursivement** au bout d'un certain temps avec comme arguments $a = \langle 4, 5, 6 \rangle$ et $b = \langle 9 \rangle$ (a et b sont des références vers les cellules contenant 4 et 9).

pain_au_chocolat (S)

```

 $Ec \leftarrow \text{toutes\_ss}(S)$ 
tant que  $Ec.\text{tête.suivant} \neq \text{Nil}$  faire
  |  $Ec.\text{tête.val} \leftarrow \text{mystère}(Ec.\text{tête.val},$ 
  |    $Ec.\text{tête.suivant.val})$ 
  |  $\text{tmp} \leftarrow Ec.\text{tête.suivant}$ 
  |  $Ec.\text{tête.suivant} \leftarrow Ec.\text{tête.suivant.suivant}$ 
  | libérer ( $\text{tmp}$ )
retourner  $Ec.\text{tête}$ 

```

Question 9 Dessinez **au dos de la feuille de réponses** le plus précisément possible l'état de la mémoire **au moment de cet appel**. Détaillez en particulier la pile d'appels récursifs (fonctions `pain_au_chocolat` et `mystère`), les variables locales, les structures de données et les liens de chainages.

[5 pts]

Question 10 Pour quelle séquence S l'algorithme `pain_au_chocolat` va-t-il « planter » (erreur d'accès mémoire) ?

[1 pt]

- ☐ A $S = \langle 6 \rangle$
- ☐ B $S = \langle \rangle$
- ☐ C $S = \langle 2, 4, 9 \rangle$
- ☐ D $S = \langle 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \rangle$

- ☐ E Aucune réponse correcte.
- ☐ F Toutes les réponses sont correctes.
- ☐ G Manque de données dans l'énoncé.
- ☐ H La question est absurde.

Question 11 Que fait l'algorithme `pain_au_chocolat` ? Justifiez (Expliquez ici la *fonctionnalité*, c'est-à-dire, le résultat et comment il est produit.)

[2 pts]



Feuille de réponses

Noircissez entièrement les cases.

Les réponses aux QCM sont à donner exclusivement sur cette feuille : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← codez votre **numéro d'anonymat**
ci-contre, et **ré-inscrivez le** ci-dessous.



Numéro d'anonymat :

.....

Question 1 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F ☐G ☐H

Question 2 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F ☐G ☐H

Question 3 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F ☐G ☐H

Question 4 : ssmax algo ☐W ☐II ☐I ☐P ☐PP ☐C *Réservé*

Question 5 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F ☐G ☐H

Question 6 : ajouter fin ☐W ☐II ☐I ☐P ☐PP ☐C *Réservé*

Question 7 : ssmax cpx ☐W ☐II ☐I ☐P ☐PP ☐C *Réservé*

Question 8 : mystere ☐W ☐II ☐I ☐P ☐PP ☐C *Réservé*

Question 9 : dessin ☐W ☐II ☐I ☐P ☐PP ☐C *Réservé*

Question 10 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F ☐G ☐H

Question 11 : chocolat ☐W ☐II ☐I ☐P ☐PP ☐C *Réservé*



+1/4/57+

Dessin de la question 8

Dessin de la question 9