Contrôle RO MIAGE

nom : _ _ _ _ _ _ _ _ _ *22 nov 2023*

<u>Exercice 1 :</u> Une usine fabrique du jus ou du cidre à partir de pommes. Une tonne de pommes s'achète 1500 €. Chaque tonne de pommes peut produire 500 litres de jus ou 250 litres de cidre. Les ventes maximales et prix de ventes sont donnés par :

	Ventes maximales (l)	Prix de vente (€/litre)
Jus de pomme	5000	5
Cidre	2000	9

On cherche à maximiser le profit de l'usine.

Question 1 – Modélisez ce problème sous forme d'un programme linéaire.

> Soit x_j la quantité de pommes pressées pour obtenir du jus (en tonne) et x_c la quantité de pommes pressées pour obtenir du cidre (en tonne).
> On veut maximiser le profit, donc maximiser la différence (ventes des produits - achat des matières premières).
> $\max z = 5 \times 500 x_j + 9 \times 250 x_c - 1500(x_j + x_c)$
> sous contraintes :
> $$\begin{array}{lcll} 500x_j & \leq & 5000 & \text{Ventes max de jus} \\ 250x_c & \leq & 2000 & \text{Ventes max de cidre} \\ x_j, x_c & \geq & 0 & \end{array}$$
> Vous pouvez ensuite simplifier le PL prenant en compte les différentes valeurs numériques.

Par fermentation, l'usine peut produire du cidre à partir de jus de pomme. Faire fermenter un litre de jus de pommes produit 0,6 litre de cidre.

Question 2 – En ajoutant ces nouvelles possibilités, modélisez ce problème sous forme d'un programme linéaire.

Attention : plusieurs choix de variable sont possibles en réalité... On vous propose une version (un bon exercice de révision peut être d'essayer d'écrire tout le seul le PL en prenant les mêmes variables que la correction).

On ajoute 1 variables supplémentaires : q_{jc} quantité de jus transformé en cidre (en litre).
La quantité de jus produite devient $500x_j - q_{jc}$.
La quantité de cidre produite devient $250x_c + 0,6q_{jc}$
La fonction objectif devient :
$\max z = 5 \times (500x_j - q_{jc}) + 9 \times (250x_c + 0,6q_{jc}) - 1500(x_j + x_c)$
sous contraintes :

$$\begin{array}{lll l}
500x_j - q_{jc} & \leq & 5000 & \text{Ventes max de jus} \\
250x_c + 0,6x_{jc} & \leq & 2000 & \text{Ventes max de cidre} \\
500x_j - q_{jc} & \geq & 0 & \text{On ne transforme pas plus de jus qu'on n'en produit} \\
x_j, x_c, x_{jc}, x_{cc} & \geq & 0 &
\end{array}$$

Exercice 2 :

On considère le PL ci-dessous, optenu après plusieurs iterations de l'algorithme du simplexe.

$$\begin{array}{rcrcrcr}
z & = & -32 & + & x_2 & - & 2x_4 \\
x_1 & = & 4 & - & 2x_2 & + & 5x_4 \\
x_3 & = & 8 & + & 3x_2 & &
\end{array}$$

Question 1 – Donner la solution de base associée.

Question 2 – Est-elle optimale ?

Non, le cout réduit de x_2 est strictement positif.

Question 3 – Si la solution de base est réalisable mais non optimale, faire une itération du simplexe.

x_2 entre en base, x_1 sort.
Nouvelle fonction objectif obtenue après pivot : $z = -30 - \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_4$.