

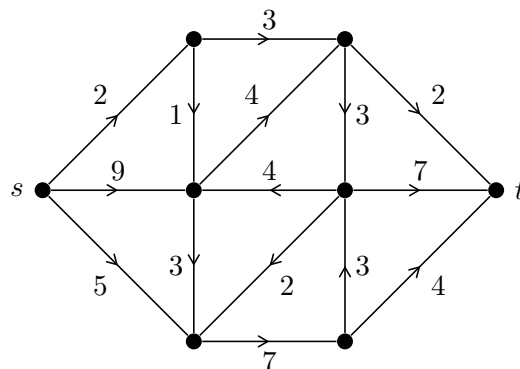
*Consignes générale :*

- *Toute réponse devra être justifiée (référence à un théorème, à un algorithme, démonstration, trace d'algorithme, etc.).*
- *La clarté de la rédaction pourra être prise en compte dans la notation.*
- *Toute tentative de recherche (même incomplète) pourra être prise en compte.*
- *Tout appareil électronique est interdit (sauf aménagement d'examen).*
- *Hormis une feuille manuscrite (recto-verso), tout autre document est interdit.*
- *En cas de suspicion d'erreur ou de doute d'interprétation, indiquer les choix fait.*

Exercice 1 : (inspiré de *Pearls in Graph Theory* de N. Hartsfield et G. Ringel)

Dans le graphe du cube en dimension 3, on sait que quatre arêtes ont un poids de 1, quatre arêtes ont un poids de 2 et quatre arêtes ont un poids de 3. Quelle est une répartition possible des arêtes telle que le poids de l'arbre couvrant de poids minimum est 10 ? Même question si ce poids est 11.

Exercice 2 : On considère le graphe  $G$  suivant. Les valeurs sur les arcs sont les capacités.



Question 1 – Déterminer la valeur maximum d'un  $st$  flot dans le graphe  $G$ . Représentez ce flot sur la feuille 4 de cet énoncé.

Question 2 – Indiquez, sur la feuille 4 de cet énoncé, une  $st$  coupe dans  $G$  dont la capacité est égale à la valeur du flot.

Exercice 3 : **Productions de petites voitures**

L'entreprise Pluvite fabrique des petites voitures pour enfants. Pour la planification à moyen terme, l'ensemble de la production a été regroupé en deux grandes familles :

- les voitures à friction,
- les voitures classiques.

Le problème a été largement simplifié afin de pouvoir être traité en examen. On ne vous demande donc pas de le résoudre mais juste de le modéliser. La solution (ou l'absence de

solution) ne nous intéresse pas. Seule la modélisation compte.

De la réunion mensuelle destinée à établir le Plan Industriel et Commercial (PIC) du mois suivant, on a extrait les propos rapportés ci-après.

### **Responsable de production**

Une voiture classique est composée d'une carrosserie, d'un châssis simple, de deux essieux et de quatre roues simples. Une voiture à friction est composée aussi d'une carrosserie, d'un châssis équipé d'un système de ressorts, de deux essieux, de deux roues simples et de deux roues caoutchoutées.

L'usine Pluvite est subdivisée en deux ateliers :

1. L'atelier tôlerie où sont fabriqués les carrosseries et les châssis. Cet atelier fabrique au plus 30 000 châssis simples, 20 000 châssis avec ressort et 50 000 carrosseries par mois.
2. L'atelier de montage : pour cet atelier les limitations viennent d'une part de la main d'œuvre et d'autre part de l'approvisionnement en essieux. Ces essieux ont fait l'objet d'un contrat portant sur la livraison de 20 000 pièces pour le mois. Cet atelier dispose de 60 000 roues simples et de 20 000 roues caoutchoutées.

Le temps de travail nécessaire dans l'atelier montage pour une voiture classique est de 5 minutes et de 8 minutes pour une voiture à friction.

### **Responsable des ressources humaines**

En fonction des effectifs, les disponibilités en main d'œuvre sont de 600h au montage. Les ouvriers sont tous mensualisés et touchent une paye fixe, y compris si la charge de travail s'avère insuffisante.

### **Responsable commercial**

Compte tenu des contrats signés, la production minimale doit être de au moins 30 000 voitures classiques et 15 000 voitures à friction. Il n'y a pas d'autres contraintes. Le service commercial estime pouvoir écouler toute la production. Les prix de vente moyens sont de 1€ pour les voitures classiques et 3€ pour les voitures à friction.

### **Responsable financier**

Les coûts moyens de consommation ont été estimés respectivement à 0,2€ pour les voitures classiques et 0,4 € pour les voitures à friction.

Question 1 – Modélisez ce problème comme un programme linéaire lorsque l'on souhaite maximiser le prix de revient. Vous préciserez la signification des variables utilisées. (On rappelle que seule la modélisation nous intéresse, pas l'existence de solution)

---

# FEUILLE À RENDRE AVEC LA COPIE

N° anonymat :

Salle d'examens :

N° Place :

15 déc 2022

---

