

Ex1

5 œufs	3 œufs
120 gr farine	72 gr farine
90 gr sucre	54 gr sucre
225 gr chocolat	135 gr chocolat
75 gr beurre	45 gr beurre

Ex2

x	0,96	1,04	1,08	0,92	1,04	1,18	0,99	0,99	1,25	1,08
---	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Partie A :

- 1)      moyenne empirique      xbar      1,053
- variance empirique      scarré      0,0091
- 2)      muest      1,053
- sigma2est      0,0101
- 3)      fréquence d'une valeur > 1g      0,6

Partie B :

- 1)      quantile du chideux à 9 dl d'ordre 1-0.05/2      19,023
- quantile du chideux à 9 dl d'ordre 0.05/2      2,7004
- ic à 95 % :      [    0,0048      ;      0,0337    ]
- 2)      quantile de la student à 9 dl d'ordre 1-0.05/2      2,2622
- sigma est inconnu d'où la loi de student et
- ic à 95 % :      [    0,9811    ;      1,1212    ]
- 3) a) Si sigma2 est connue on l'utilise et on utilise le quantile de la loi normale
- quantile de la loi normale d'ordre 1-0.05/2      1,96
- ic à 95 % :      [    0,991      ;      1,115    ]
- b)  $n > 4 \sigma^2 u^2 / (0,1^2) =$       15,366      n = 16
- c)  $u = 0.1 \cdot \text{racine}(n) / (2 \cdot \sigma) =$       racine(10)/2=      1,5811
- lecture de table : 1-alpha/2=      0,9431 et alpha =      0,1138
- d'où un niveau de conf 1-alpha de      0,8862

### Ex3

#### Avec le calcul de probabilités :

- 1) par Pythagore  $l = 1/2$  et  $\text{surf} = 1/8$  (la moitié d'un carré de côté  $l$ )
- 2) proba d'avoir  $U$  entre  $a$  et  $b = \frac{b-a}{b-a}$   
proba d'avoir  $V$  entre  $c$  et  $d = \frac{d-c}{d-c}$
- 3) la proba d'avoir «  $U$  entre  $a$  et  $b$  et  $V$  entre  $c$  et  $d$  » vaut  $\frac{(b-a)(d-c)}{(b-a)(d-c)}$   
par indép. de  $U$  et  $V$ . C'est aussi la proba d'avoir le couple  $(U,V)$  dans le rectangle  $[a,b] \times [c,d]$ .
- 4)  $\Omega$  est le carré  $[0,1] \times [0,1]$ . Si on trace la diagonale montante de ce carré  $\Delta$  est le triangle rectangle inférieur.
- 5) pour les domaines  $D$  qui sont des rectangles de côtés parallèles aux deux axes du repère orthonormé.
- 6) a) Dans  $\Delta$   
b) Tracer le carré  $[1/2,1] \times [0,1/2]$  et sa diagonale montante :  $\Delta_3$  est le triangle inférieur et  $\Delta_4$  le triangle supérieur.  $\Delta_2$  est le triangle restant au dessus de ce carré et  $\Delta_1$  celui restant à gauche de ce carré.  
c) Si on parcourt la baguette de gauche à droite (sens de la lecture) : Notons  $x, y$  et  $z$  les longueurs des trois segments obtenus. Et rappelons que sur  $\Delta$  la seconde césure est à gauche de la première.  
Dans ce cas  $x=v$  ;  $y=u-v$  et  $z=1-u$ .  
Si  $u$  est  $< 1/2$  (dans  $\Delta_1$ ) un des trois segments obtenu (le 3ieme) est de longueur supérieure à la somme des deux autres ce qui contredit  $z < x+y$ . Sur  $\Delta_2$ ,  $v > 1/2$  et cette fois c'est la longueur  $x$  du premier segment qui est trop grande. Si on est sur  $\Delta_3$  comme  $v < u - 1/2$  la longueur du second segment  $y$  dépasse  $1/2$  et une fois encore pas de triangle. Si on se place à présent dans  $\Delta_4$  les trois inégalités triangulaires sont satisfaites puisque  $v < u - v + 1 - u$  (car  $v < 1/2$ ) ;  $u - v < v + 1 - u$  (car  $v > u - 1/2$ ) et  $1 - u < v + u - v$  (car  $u > 1/2$ ) et dans ce cas on peut faire un triangle. La probabilité d'obtenir un triangle est la surface de  $\Delta_4$  (d'après 5)) et vaut  $1/8$ .
- 7) Par symétrie des rôles de  $u$  et  $v$  si  $u > v$  le seul cas où on pourra réaliser le triangle sera celui où le couple de césures est dans le triangle symétrique à  $\Delta_4$ , dans la symétrie orthogonale par rapport à la diagonale montante du carré  $\Omega$ . Il a la même surface que  $\Delta_4$ , soit  $1/8$ .
- 8) Comme on obtient un triangle soit si  $u > v$  avec proba  $1/8$  , soit si  $u < v$  avec proba  $1/8$  et que  $u < v$  et  $u > v$  (le cas  $u = v$  est exclus car on aurait que 2 segments) ne peuvent se produire simultanément, la probabilité  $p$

recherchée est la somme des deux probabilités de succès évaluées  
dans les deux précédentes questions et  **$P=1/4$**

### **Avec des statistiques**

- 1) X suit une Bernoulli de paramètre p et la somme des Xi suit une Binômiale(n,p)
  - 2) estimation de p = moyenne empirique des indicatrices de succès (Xi)  
ou fréq. Obs. de succès parmi les n essais : **23,00%**
  - 3) quantile de la loi normale d'ordre 1-0.1/2 1,6449
- ic à 95 % : [ 0,1608 ; 0,2992 ]