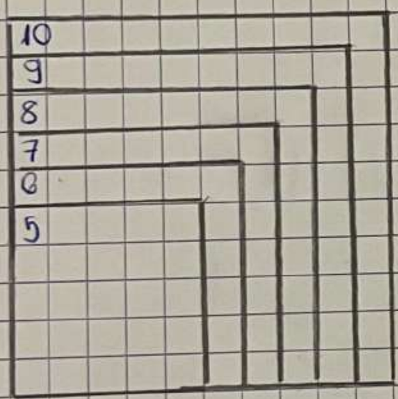
Luu Nguyen Phuoc Loc

COMPTE RENDU MAT105

Présentation

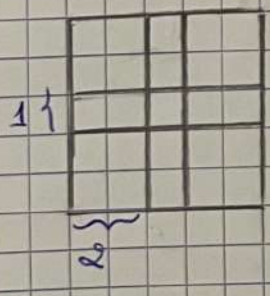
Nous avons reçu un nombre de carrés de différentes tailles à disposer sur une planche. Ces petits carrés que l'on a reçu doivent former un grand carré de différentes tailles, en commençant par 5 et en terminant par 10. Le problème à résoudre : Après avoir rempli la planche les petits carrés ne doivent pas former une ligne droite.

On fait quelque essais :

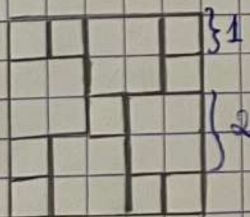


Planche

On va tester pour $N = 5$ (le cas au début)

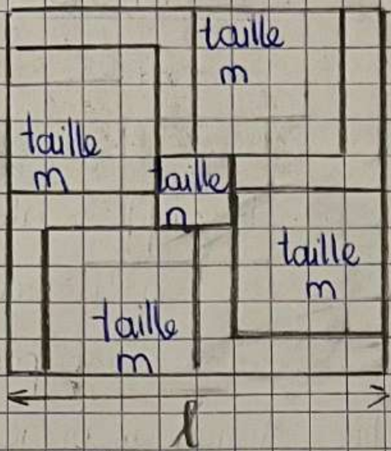


→ Cette formation n'est pas valable car après avoir formé un grand carré, les petits carrés forment une ligne droite qui connecte deux bords.



→ Cette formation est valide parce que après avoir rempli la planche, même s'il y a une droite quelque part, elle est interrompu, ce qui conforme à la règle d'après la présentation

Après quelque essais, on se rend compte que il existe une méthode rempli la planche qui peut bloquer les lignes.



- On peut voir que:
$$l = n + 2m \ (m \neq 0, m \neq 1, n \neq 0)$$
- On peut placer 5 carrés de tailles m et n (comme le dessin) et remplir la reste par des petits carrés. Alors, on peut répondre à la condition

* En déduire une stratégie pour N de 5 à 10 avec une composition de m, n :
  - Pour $N = 5$, $l = 1 + 2.2$
  - Pour $N = 6$, $l = 2 + 2.2$
  - Pour $N = 7$, $l = 3 + 2.2$
  - Pour $N = 8$, $l = 2 + 2.3$
  - Pour $N = 9$, $l = 3 + 2.3$
  - Pour $N = 10$, $l = 2 + 2.4$

$$(l = n + 2.m)$$

* La planche de N taille

On va tester les autres cas pour trouver une conjecture du problème

Ex: * $N = 20$

$l = n + 2m \Leftrightarrow 20 = n + 2m$

Si on prend $n = 2$, il devient $20 = 2 + 2m \Leftrightarrow m = \frac{20-2}{2} = 9$

Donc, $m = 9$ et $n = 2$

* $N = 151$

$l = n + 2m \Leftrightarrow 151 = n + 2m$

Si on prend $n = 1$, il devient $151 = 1 + 2m \Leftrightarrow m = \frac{151-1}{2} = 75$

Donc, $m = 75$ et $n = 1$

Si on prend $n = 3$, il devient $151 = 3 + 2m \Leftrightarrow m = \frac{151-3}{2} = 74$

Donc, $m = 74$ et $n = 3$

Conjecture

* Si ℓ est pair, alors n est pair et vice versa, si ℓ est impair alors n est impair.

Démonstration

Il est facile à montrer cette conjecture :

On a trouvé que $\ell = n + 2m$ ou $\ell - n = 2m$. Cela signifie que la différence de ℓ et n est toujours paire $(= 2m)$. Donc :

* Si ℓ est pair, n est forcément pair car on a $\ell - 2m = n$,
Or ℓ est pair, on peut l'écrire sous forme $2k$, il devient :
$n = 2k - 2m = 2(k - m)$. Alors, n est pair.
* Si ℓ est impair, on peut l'écrire sous forme $2k+1$, il devient :

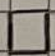
$$2k + 1 = n + 2m$$
$$\Leftrightarrow 2(k - m) + 1 = n$$

Or, $2(k-m)$ est pair,
Alors n est forcément impair.

On a bien montré la conjecture

Extension

On observe la conjecture que l'on vient de montrer. Malheureusemen
il semble que la conjecture ne marche pas pour $N \leqslant 4$.

* $N = 1$ 

↳ Naturellement, rien ne marche pour ce cas

* $N = 2$ 

↳ On est forcé de choisir 4 carrés pour remplir la planche. Cela viole la règle

* $N = 3$  

↳ On n'a que 2 façon à choisir la formation des carrés qui violen aussi la règle.

N = 4

↳ Ça ne marche pas pour ce cas