

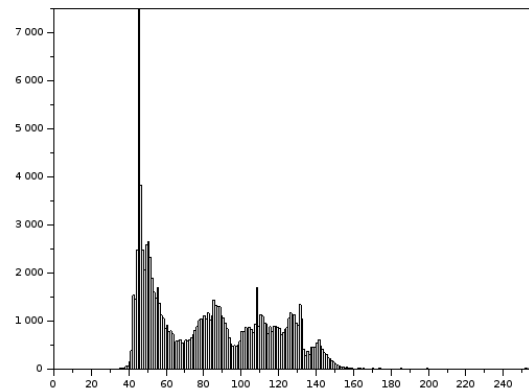
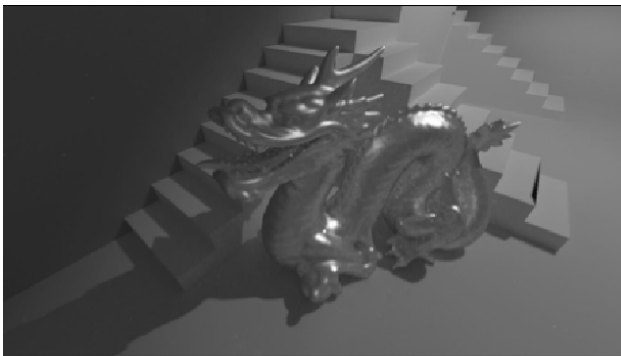
## Examen - MAP201

La note de l'examen sera la moyenne sur 20 des deux thèmes

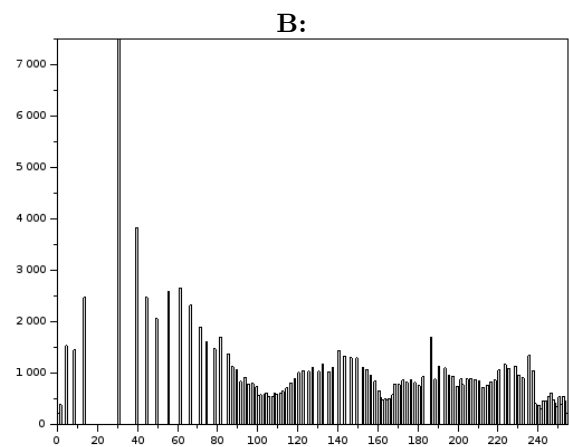
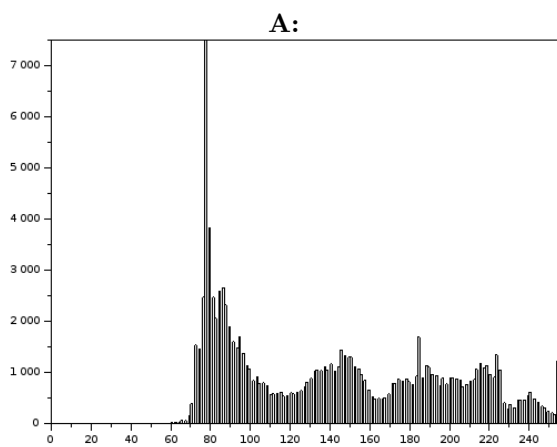
### Thème IMAGE – 20 points

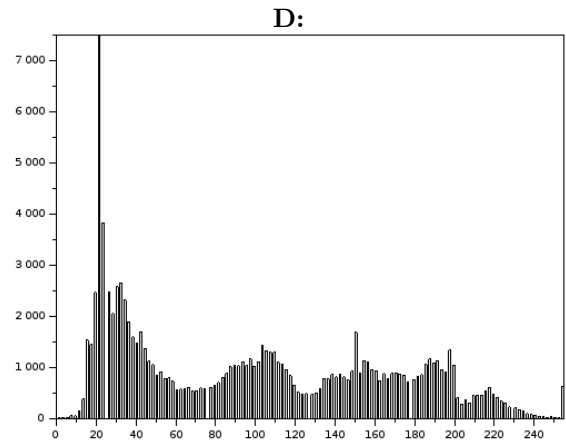
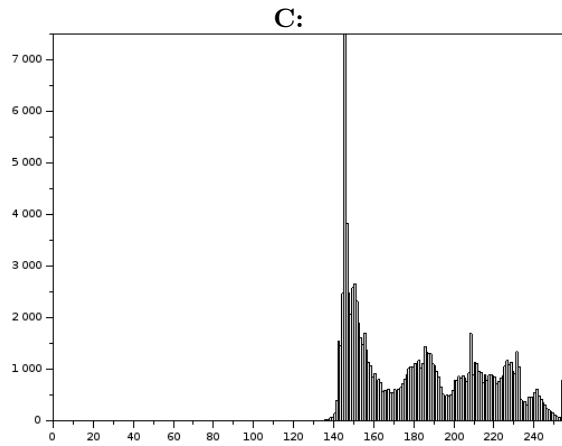
#### Exercice 1 (Histogrammes et Correction de contraste (8 points)).

- 1) Donner la définition de l'histogramme d'une image ainsi que de l'histogramme cumulé.
- 2) Quels sont les défauts de l'image ci-dessous et comment les voit-on sur l'histogramme?



- 3) Proposer une transformation affine pour corriger l'image ci-dessous. Justifiez votre réponse. Quel histogramme ci-dessous (A , B , C ou D) correspond à cette transformation?
- 4) Rappeler le principe de l'égalisation d'histogramme et la transformation associée. Quel histogramme ci-dessous (A , B , C ou D) correspond à cette transformation? A quoi ressemble l'histogramme cumulé associé?





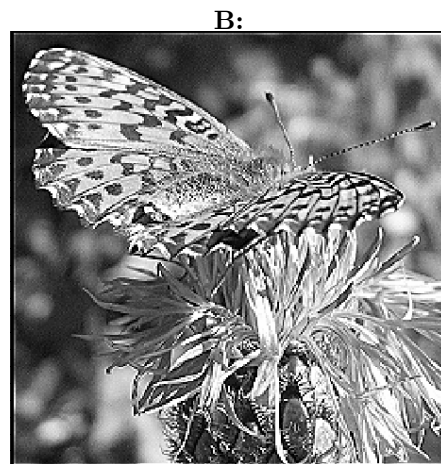
**Exercice 2** (Filtrage (12 points)).

- 1) Nous considérons 4 filtres 2D appliqués à l'image du papillon utilisée maintes fois en TP. Quel filtre correspond à quel résultat? Votre réponse devra être justifiée.

Filtres :

	0	0	0		1	1	1		0	0.5	0		0	-1	0	
<b>1:</b>	0	1	0	<b>2:</b>	$\frac{1}{9}$	1	1	1	<b>3:</b>	0.5	1	0.5	<b>4:</b>	-1	5	-1
	0	0	0		1	1	1		0	0.5	0		0	-1	0	

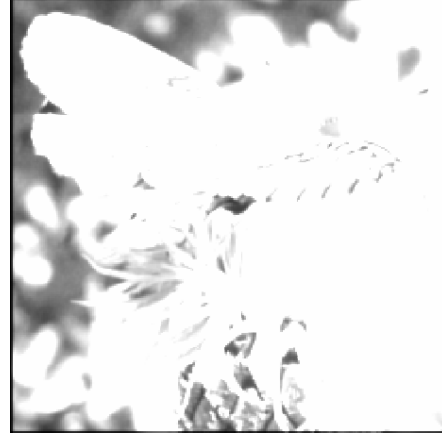
Résultats :



C:



D:



- 2) Le filtre  $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$  est-il un filtre de moyennage local ou de détection de contours ? Justifiez votre réponse. Que peut-on alors conclure sur l'effet du filtre **4** de la question 1) ?

- 3) Construisez un filtre 1D de taille 5 ( $m = 2$ ) à partir de la fonction  $f(x) = \frac{1}{1+|x|}$ .

- 4) Construisez un filtre 2D de taille  $5 \times 5$  ( $m = 2$ ) à partir de la fonction  $h(x, y) = \frac{1}{1+\sqrt{x^2+y^2}}$ .

- 5) Le filtre  $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  est-il un filtre de moyennage local, de détection de contours, de gradient en  $x$  (horizontal), de gradient en  $y$  (vertical) ? Justifiez votre réponse.

- 6) Appliquez le filtre de la question 5) à l'image ci-dessous. Comment faire pour représenter l'image filtrée?

0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	100.	100.	100.
0.	0.	0.	100.	100.	100.
0.	0.	0.	100.	100.	100.
0.	0.	0.	0.	0.	0.

Cette page est laissée blanche intentionnellement.

**Exercice 3** (Questions de cours (3 points)). Un parc d’attraction s’intéresse au nombre d’enfants dans les familles qui viennent au parc. Pour faire des statistiques à ce sujet, les dirigeants ont décidé d’interroger les cent familles qui viennent le plus souvent dans le parc pour obtenir un jeu de données.

1. Quelle est la variable d’intérêt ?
2. Quelle est la population étudiée ?
3. Quelles sont les modalités ?
4. Quel est l’échantillon étudié ? Vous semble-t-il biaisé ?
5. Quelle représentation graphique utiliseriez-vous pour représenter ce jeu de données ?

**Exercice 4** (Table de distribution (3,5 points)). On s’intéresse à la variable “Classe du passager” (1ère, 2e ou 3e) pour les passagers du Titanic. Voici les données brutes pour un échantillon des 2 200 passagers :

1, 1, 2, 3, 3, 2, 3, 2, 3, 3, 2, 3, 2, 1, 3, 3, 2, 1, 3, 2

1. Est-ce que la variable d’intérêt est discrète ou continue ?
2. Est-ce que la variable d’intérêt est quantitative ou qualitative ?
3. Quelle est la taille de l’échantillon ?
4. Compléter le tableau de la feuille réponse.
5. Donner (sans justification) les trois quartiles de cet échantillon.

**Exercice 5** (Alcool et tabac (6,5 points)). On s’intéresse à la variable “Consommation d’alcool” (en litre par an). Nous avons recueilli des données auprès de  $n = 100$  personnes fumeuses et elles sont stockées dans l’objet **X1** dans le logiciel R.

*Les questions (A.N.) se résolvent à l’aide des valeurs numériques données sur la feuille réponse.*

1. Donner le nom et l’expression mathématique d’un estimateur sans biais de la moyenne. Donner une estimation sans biais de la moyenne (A.N.).
2. Donner le nom et l’expression mathématique d’un estimateur sans biais de la variance. Donner une estimation sans biais de la variance (A.N.).
3. Donner la formule de l’intervalle de confiance que vous utiliseriez pour estimer la consommation moyenne d’alcool des fumeurs au niveau de confiance  $1 - \alpha$ . Justifier ce choix et rappeler le nom ou la définition de toutes les quantités intervenant dans l’intervalle.
4. Calculer l’intervalle de confiance à 95% de la consommation moyenne d’alcool des fumeurs (A.N.).

Nous avons recueilli des données auprès de  $n = 400$  personnes non fumeuses et elles sont stockées dans l’objet **X2** dans le logiciel R.

5. Donner l’intervalle de confiance à 95% de la consommation moyenne d’alcool des non fumeurs fourni par le logiciel R (A.N.).
6. Est-ce que la formule utilisée par le logiciel R est celle que vous avez donnée à la question 3 ?

7. Comparer les intervalles des questions 4 et 5.

*C'est une question ouverte qui admet plusieurs bonnes réponses. Sentez-vous libre de dire ce qui vous passe par la tête en lien avec le cours (sans toutefois en écrire un roman d'une page)*

**Exercice 6** (Voilà les Dalton (7 points)). On s'intéresse à la variable "daltonisme". Des études précédentes affirment que 10% de la population est atteinte de daltonisme. Nous aimerions (si possible) prouver que la probabilité d'être daltonien est inférieure à 10%. Pour cela, nous utilisons un échantillon de  $n = 900$  personnes : 75 sont atteintes de daltonisme et 825 ne le sont pas.

*Les questions (A.N.) se résolvent à l'aide des valeurs numériques données sur la feuille réponse.*

1. Donner le nom d'un estimateur sans biais de la probabilité d'être daltonien. En déduire une estimation sans biais.
2. Donner la formule de l'intervalle de confiance que vous utiliseriez pour estimer la probabilité d'être daltonien au niveau de confiance  $1 - \alpha$ . Justifier ce choix.
3. Donner l'intervalle de confiance à 95% de la probabilité d'être daltonien fourni par le logiciel R (A.N.).
4. Est-ce que la formule utilisée par le logiciel R est celle que vous avez donnée à la question 2 ?

Dans la suite, nous souhaitons utiliser un test statistique pour (si possible) prouver que la probabilité d'être daltonien est inférieure à 10%.

5. Quelles hypothèses  $\mathcal{H}_0$  et  $\mathcal{H}_1$  devons-nous poser ?
6. Quel est le test que vous utiliseriez (en précisant la statistique et la règle de décision du test au niveau de risque  $\alpha$ ) ?
7. Calculer la p-valeur du test (A.N.). Est-ce que la probabilité d'être daltonien est inférieure à 10% ?
8. Comparer le résultat de la question précédente avec celui de la question 3.

*C'est une question ouverte qui admet plusieurs bonnes réponses. Sentez-vous libre de dire ce qui vous passe par la tête en lien avec le cours (sans toutefois en écrire un roman d'une page)*

# Feuille réponse

n° anonymat :

## Exercice 4.

classe	1	2	3
effectif			
effectif cumulé			
fréquence (%)			
fréquence cumulée (%)			

## Valeurs numériques.

```
> qnorm(c(0.9, 0.95, 0.975))  
[1] 1.28 1.64 1.96
```

```
> pnorm(c(-2.34, 0.87, 1.67, 2.08))  
[1] 0.010 0.808 0.953 0.981
```

```
> mean(X1)  
[1] 12.4
```

```
> median(X1)  
[1] 12.2
```

```
> var(X1)  
[1] 5.34
```

```
> (100/99)*var(X1)  
[1] 5.40
```

```
> sd(X1)  
[1] 2.31
```

```
> t.test(X2, conf.level = 0.975)  
t = 101, df = 399, p-value < 2.2e-16  
97.5 percent confidence interval:  
11.34 11.86
```

```
> t.test(X2)  
t = 101, df = 399, p-value < 2.2e-16  
95 percent confidence interval:  
11.37 11.83
```

```
> prop.test(75, 900)  
X-squared = 623, df = 1, p-value < 2.2e-16  
95 percent confidence interval:  
0.067 0.104  
sample estimates:  
p  
0.083
```

```
> prop.test(75, 825)  
X-squared = 551, df = 1, p-value < 2.2e-16  
95 percent confidence interval:  
0.073 0.113  
sample estimates:  
p  
0.091
```