Nom, Prénom :

Numéro d'étudiant : **NOTE :** $/20$

Modélisation des systèmes informatiques - INF202

Partiel
11 mars 2021

À lire attentivement avant de commencer le sujet :

— Justifier proprement vos réponses ; vous ne recevrez pas tous les points pour une réponse correcte sans justification. Vous pouvez énoncer des résultats du cours sans les démontrer.
— Vous pourrez recevoir une partie des points pour un raisonnement partiel s'il est clair.
— Vous devez répondre sur le sujet. Si vous devez utiliser une copie supplémentaire, indiquez-le clairement.
— Vous ne devez pas répondre au crayon à papier.

Exercice 1 : Vrai ou Faux (4 points)

Pour toutes les affirmations suivantes, dire si elles sont vraies ou fausses. Justifier par une courte phrase ou un contre-exemple.

☐ *vrai* ☐ *faux* La relation (définie sur $\{a, b, c, d, e\}$) $R = \{(a, a); (a, c); (b, b); (b, c); (b, d); (c, c); (c, a); (c, d); (d, d); (d, b); (e, e)\}$ est symétrique.

☐ *vrai* ☐ *faux* Si une relation R (définie sur E) est antisymétrique alors pour tout $a, b \in E$, aRb si et seulement si bRa.

☐ *vrai* ☐ *faux* Si R est une relation transitive alors la relation R^{-1} est transitive.

On considère la relation L définie sur les points du plan (c'est-à-dire des coordonnées de la forme (x, y)) telle que : $(a, b)L(c, d)$ si et seulement si $a < c$ ou $(a = c$ et $b \leq c)$.

☐ *vrai* ☐ *faux* La relation L est un ordre.

Exercice 2 : Représentation des propriétés (6 points)
Pour chacune des questions, il faut justifier la réponse à l'écrit et sur la représentation demandée.

On considère les relations internes suivantes (définies sur $A = \{a, b, c, d\}$) :
- $S = \{(a, a); (a, c); (a, d); (b, b); (b, d); (c, c); (d, d); (d, b))\}$
- $U = \{(a, a); (a, c); (b, b); (b, c); (b, d); (c, a); (c, b); (c, d); (d, c)\}$

1. Représenter S par son diagramme. Est-elle réflexive ?

2. Représenter U par son graphe. Est-elle symétrique ?

Exercice 3 :Conservation de la symétrie par l'union (5 points)
On considère R_1, R_2 deux relations internes (définies sur A). Démontrer les deux assertions suivantes ou leur négation.

1. Si R_1, R_2 sont symétriques, alors $R_1 \cup R_2$ est aussi symétrique.

2. Si R_1 est symétrique, alors $R_1 \cup R_2$ est aussi symétrique.

Exercice 4 : Algorithme et clôtures (6 points)

Les algorithmes de cet exercice peuvent être rédigés en `Python` ou en pseudo-code ; une matrice est alors un tableau de tableaux. On considère S (sur $E = \{1, 2, 3, 4\}$) définie par sa matrice :

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} & \begin{pmatrix} V & F & V & F \\ F & F & F & V \\ F & F & V & V \\ F & F & F & F \end{pmatrix} \end{array}$$

1. Calculer S' la clôture réflexive de S.

2. Rédiger un algorithme qui, étant donné une relation R quelconque (définie sur un ensemble de taille n et représentée par sa matrice), calcule sa clôture réflexive.

3. Calculer S'' la clôture transitive de S.

4. Rédiger un algorithme qui, étant donné une relation R quelconque (définie sur un ensemble de taille n et représentée par sa matrice), calcule sa clôture transitive. Vous pouvez considérer que vous disposez des fonctions `union(R,S)` et `composition(R,S)`.