

---

## TD3 : Suite de Variables aléatoires & Intervalles de Fluctuation

---

**Objectifs :** Savoir utiliser les outils probabilistes simples sur l'échantillon gaussien pour calculer l'intervalle de fluctuation d'une moyenne empirique. Utiliser cet intervalle dans le cas Bernoulli lorsque  $n$  est assez grand (TCL). Savoir dire si un échantillon tiré d'une loi normale ou de Bernoulli de paramètres donnés est dans la norme ou conforme à un niveau  $1 - \alpha$ .

### Exercice 3.1 :

Un comprimé A doit peser 100 mg avec un écart type de 2 mg. On suppose que le poids de ces comprimés suit une loi Normale. On prend un échantillon de 100 comprimés sortis d'une certaine chaîne de fabrication et on trouve une moyenne empirique de 99,5 mg. Cet échantillon est-il conforme à la réglementation au niveau de 95% ?

### Exercice 3.2 :

On sait par expérience qu'une certaine opération chirurgicale a 90% de chances de réussir. Cette opération est réalisée dans une clinique 400 fois chaque année. Soit  $N$  le nombre de réussites dans une année.

1. Quelle est la loi de  $N$  ? Donner une approximation de cette loi et en calculer les paramètres.
2. Calculer la probabilité que la clinique réussisse au moins 345 opérations dans l'année.
3. Calculer l'intervalle de fluctuation du pourcentage de réussite de l'opération dans cette clinique au niveau de 99%.
4. L'année dernière, il y a eu 48 échecs à cette intervention dans cette clinique. Est-ce dans la norme ?

### Exercice 3.3 :

Une naissance est dite prématurée lorsqu'elle arrive avant 259 jours de gestation. La proportion de ces naissances dans la population totale est de 6%.

1. Sur un échantillon de 200 femmes venant d'accoucher, on note  $Y$  le nombre de naissances prématurées.
  - (a) Donner la loi de  $Y$ . Par quelle loi peut-elle être approchée pour  $n$  assez grand ?
  - (b) Quelle est la loi de la variable  $(Y - 12)/\sqrt{11,28}$  ?
  - (c) Quelle est la probabilité de voir plus de 20 prématurés dans cet échantillon ?
2. On prend un échantillon de 400 femmes venant d'accoucher et toutes atteintes d'une certaine maladie  $M$ . Dans cet échantillon, on compte 50 naissances prématurées.
  - (a) Donnez le pourcentage de naissances prématurées dans l'échantillon.
  - (b) Calculer l'intervalle de fluctuation pour le pourcentage de naissances prématurées dans la population totale (i.e. avec  $p = 6\%$ ).
  - (c) Peut-on affirmer chez les patientes atteintes de la maladie  $M$  l'échantillon prélevé est dans la norme de la population de toutes les femmes venant d'accoucher au niveau de 95% ?

### Exercice 3.4 :

On évalue à 0,4 la probabilité qu'une personne en âge d'être vaccinée contre la grippe demande effectivement à l'être. Sur une population de 150000 personnes en âge d'être vaccinées, soit  $N$  le nombre de personnes qui demanderont à l'être.

1. Quel modèle proposez-vous pour  $N$  ?
2. Si on prépare 60500 vaccins, quelle est la probabilité qu'il n'y en ait pas suffisamment ?
3. Calculer le nombre  $M$  de vaccins qu'il faudrait prévoir pour que la probabilité d'en manquer soit égale à 0,1.