

**EXAMEN INF301 2018**  
**Algorithmique & Prog. Impérative**  
 11 janvier 2019

**Durée : 2h**  
**Tous documents interdits**  
**Une feuille A4 R/V manuscrite autorisée**

Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs bonnes réponses.

Les autres ont une **unique bonne réponse**. *Les réponses aux Questions à Choix sont à donner exclusivement sur la feuille de réponse (page 5 à détacher). Les réponses aux questions ouvertes sont à donner sur votre copie d'examen.*

Cet examen comporte 22 points mais sera noté sur 20. Le barème est indicatif et pourra être modifié.

**Exercice 1 (Suite de Conway)**

(Texte adapté de Wikipédia)

La suite de Conway est une suite mathématique inventée en 1986 par le mathématicien John Horton Conway (...). Le premier terme de la suite de Conway est posé comme égal à 1. Chaque terme de la suite se construit en énonçant le terme précédent, c'est-à-dire en indiquant combien de fois chacun de ses chiffres se répète.

1  
 11  
 21  
 1211  
 111221  
 312211  
 13112221  
 1113213211

Concrètement :

$X_0 = 1$  : Ce terme comporte simplement un « 1 ». Par conséquent, le terme suivant est « un 1 », soit "11".

$X_1 = 11$  : Celui-ci est composé de deux « 1 » : Le terme suivant sera donc « deux 1 », soit "21".

$X_2 = 21$  : On a maintenant un « 2 » et un « 1 », le terme suivant sera alors « un 2 un 1 », soit "1211".

$X_3 = 1211$ . En poursuivant le procédé,  $X_4 = 111221$ ,  $X_5 = 312211$ ,  $X_6 = 13112221$ ,  $X_7 = 1113213211...$

**Partie 1**

**Question 1** Quel est le terme suivant,  $X_8$  ?

[0.5 pt]

- ☐ A 31231211131221   
 ☐ B 3113123111212   
 ☐ C 3131211131221   
 ☐ D 31131211131221  
☐ E Aucune réponse correcte.   
☐ F Toutes les réponses sont correctes.   
☐ G Manque de données dans l'énoncé.   
☐ H La question est absurde.

Soit une séquence  $S$  représentée par tableau, initialement de longueur 1, avec  $S.\text{tab}[0] = 1$ , représentant ainsi  $X_0$ . Pour  $X_1$ , on aurait la longueur à 2, et en plus  $S.\text{tab}[1] = 1$ .

**Question 2** On rajoute à la structure  $S$  un champ "indice" pour se souvenir de l'indice  $i$  du terme  $X_i$ . Donnez sous forme de dessin la représentation mémoire correspondant à  $X_4$ . Dessinez **au dos de la feuille de réponses** (page 6)

[0.5 pt]

Pour passer d'un terme au suivant, nous allons avoir besoin de compter, à partir d'une position, le nombre d'éléments identiques successifs, et d'effectuer des décalages dans la séquence soit pour faire de l'espace, soit pour le réduire.

## Question 3 ♣

[2 pts]

Tout d'abord, cherchons une fonction  $\text{compte}(S, i)$ , qui prend en argument une séquence et une position  $i$  (indice dans le tableau). Par exemple, sur  $X_4$ ,  $\text{compte}(S, 0) = 3$  (car il y a trois « 1 » à partir de la position 0),  $\text{compte}(S, 3) = 2$ , et  $\text{compte}(S, 5) = 1$ . Parmi les algorithmes suivants, cochez tous ceux qui proposent une implémentation correcte de  $\text{compte}$ . (On suppose que  $i$  est toujours un indice valide, et que  $S$  est non vide.)

☐ A  $\text{compte}(s, i)$   
 $j \leftarrow i + 2$   
**tant que**  $j \leq s.\text{long}$  et  $s.\text{tab}[j - 1] = s.\text{tab}[j - 2]$  **faire**  
 $j \leftarrow j + 1$   
**retourner**  $j - i - 1$

☐ B  $\text{compte}(s, i)$   
 $j \leftarrow i$   
**tant que**  $s.\text{tab}[i] = s.\text{tab}[j]$  et  $j < s.\text{long}$  **faire**  
 $j \leftarrow j + 1$   
**retourner**  $j - i$

☐ C  $\text{compte}(s, i)$   
**pour**  $j$  de  $i + 1$  à  $s.\text{longueur} - 1$  **faire**  
**si**  $s.\text{tab}[i] \neq s.\text{tab}[j]$  **alors**  
 $j \leftarrow j - i$

**Question 4** Intéressons nous maintenant au décalage. On veut une fonction  $\text{decale}(S, \text{pos}, d)$ , qui décale tous les éléments d'indices entre  $\text{pos}$  et  $S.\text{longueur} - 1$  (inclus) de  $d$  positions : vers la « fin » de  $S$  si  $d$  est positif, vers le « début » si  $d$  est négatif. Donner le pseudo-code de la fonction  $\text{decale}$ .

[2 pts]

Nous pouvons maintenant écrire la fonction  $\text{Conway}(S)$ , qui prend en argument une séquence  $S$  représentant un terme  $X_n$  de la suite de Conway, et transforme  $S$  pour qu'elle représente le terme suivant,  $X_{n+1}$ . Dans les questions suivantes, vous devrez compléter les « trous » de l'algorithme puis corriger les erreurs éventuelles.

$\text{Conway}(S)$   
**pour**  $i$  de 0 à  $S.\text{longueur} - 1$  **faire**  
 $\text{val} \leftarrow S.\text{tab}[i]$   
 $n \leftarrow \text{compte}(S, i)$   
 $\text{decale}(S, \text{A: } \square, \text{B: } \square)$   
 $s.\text{tab}[i] \leftarrow \text{C: } \square$   
 $s.\text{tab}[i + 1] \leftarrow \text{D: } \square$   
 $S.\text{indice} \leftarrow S.\text{indice} + 1$

**Question 5** Que doit contenir la boîte A ?

[1 pt]

☐ A  $i + n$  ☐ B  $i + 2$  ☐ C  $i + 1$  ☐ D  $i + n + 1$  ☐ E Aucune réponse correcte. ☐ F Toutes les réponses sont correctes. ☐ G Manque de données dans l'énoncé. ☐ H La question est absurde.

**Question 6** Que doit contenir la boîte B ?

[1 pt]

☐ A  $n - 1$  ☐ B  $n + 1$  ☐ C  $n - 2$  ☐ D  $2 - n$  ☐ E Aucune réponse correcte. ☐ F Toutes les réponses sont correctes. ☐ G Manque de données dans l'énoncé. ☐ H La question est absurde.

**Question 7** Que doit contenir la boîte C ?

[1 pt]

☐ A  $i$  ☐ B  $i + 1$  ☐ C  $n$  ☐ D  $\text{val}$  ☐ E Aucune réponse correcte. ☐ F Toutes les réponses sont correctes. ☐ G Manque de données dans l'énoncé. ☐ H La question est absurde.

**Question 8** Que doit contenir la boîte D ?

[1 pt]

☐ A  $n$     ☐ B  $i$     ☐ C  $n + 1$     ☐ D  $i + 1$     ☐ E Aucune réponse correcte.    ☐ F Toutes les réponses sont correctes.    ☐ G Manque de données dans l'énoncé.    ☐ H La question est absurde.

**Question 9**

La fonction Conway est-elle maintenant correcte ? Si oui, justifiez sur un exemple, si non, expliquez la/les erreurs et comment la/les corriger.

[1 pt]

**Question 10**

[1 pt]

Quelle est la complexité de la fonction Conway ? (avec  $k$  le nombre de chiffres du terme  $X_n$ )

☐ A  $O(k^2)$     ☐ B  $O(\log k)$     ☐ C  $O(k)$     ☐ D  $O(2^k)$     ☐ E Aucune réponse correcte.    ☐ F Toutes les réponses sont correctes.    ☐ G Manque de données dans l'énoncé.    ☐ H La question est absurde.

## Partie 2

Dans cette partie, on cherche à améliorer la complexité de la fonction Conway. Voici à droite un tableau mesurant en secondes le temps de calcul du terme  $X_n$  de la suite de Conway à partir du terme  $X_{n-1}$ .

**Question 11** Utilisez les informations de la question précédente et de ce tableau pour en déduire une propriété intéressante des termes de la suite de Conway.

terme	secondes	terme	secondes
$X_{20}$	0.004	$X_{29}$	0.528
$X_{21}$	0.007	$X_{30}$	0.862
$X_{22}$	0.012	$X_{31}$	1.471
$X_{23}$	0.021	$X_{32}$	2.517
$X_{24}$	0.035	$X_{33}$	4.231
$X_{25}$	0.062	$X_{34}$	7.211
$X_{26}$	0.104	$X_{35}$	12.29
$X_{27}$	0.174	$X_{36}$	20.86
$X_{28}$	0.300	$X_{37}$	35.50

[2 pts]

Nous vous proposons d'utiliser une représentation de la séquence  $S$  avec une liste chaînée plutôt qu'avec un tableau. Comme dans la partie précédente, on veut modifier la séquence « en place », c'est-à-dire en modifiant  $S$  au fur et à mesure.

Proposez une solution pour le calcul des termes de la suite de Conway à base de listes chaînées, en justifiant leur utilisation (par rapport à la représentation par tableau et longueur). **Attention : au moins un des algorithmes utilisés devra être récursif !**

**Consignes / indications :**

- Limitez la création de cellules au strict nécessaire.
- Commencez par montrer sur un ou plusieurs exemples comment la structure de donnée sera modifiée en mémoire pour passer d'un terme au suivant. (Dessinez **au dos de la feuille de réponses**, page 6.)
- Expliquez en quelques phrases le principe de votre algorithme.
- Donnez le pseudo-code de votre algorithme. (**Attention** : séparez en plusieurs fonctions pour faciliter la compréhension et éviter les erreurs !)
- Faites une analyse de complexité.

Dessin

[1.5 pts]

Barème indicatif

Explications

[1.5 pts]

Pseudo-Code

[4 pts]

Complexité

[2 pts]

PROJET



## Feuille de réponses

Noircissez entièrement les cases.

*Les réponses aux QCM sont à donner exclusivement sur cette feuille : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.*

<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0
<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1
<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2
<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3
<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4
<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5
<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6
<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7
<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8
<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9

← codez votre **numéro d'anonymat**  
ci-contre, et **ré-inscrivez** le ci-dessous.



Numéro d'anonymat :

.....

Question 1 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F ☐G ☐H

Question 2 : ..... dessin  $X_4$  ☐W ☐I ☐P ☐C *Réservé*

Question 3 : ☐A ☐B ☐C

Question 4 : ..... code decale ☐W ☐II ☐I ☐P ☐PP ☐C *Réservé*

Question 5 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F ☐G ☐H

Question 6 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F ☐G ☐H

Question 7 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F ☐G ☐H

Question 8 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F ☐G ☐H

Question 9 : ..... Conway correction ☐W ☐I ☐P ☐C *Réservé*

Question 10 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F ☐G ☐H

Question 11 : ..... temps analyse ☐W ☐II ☐I ☐P ☐PP ☐C *Réservé*

Question 12 : ..... dessin ☐W ☐II ☐I ☐P ☐PP ☐C *Réservé*

Question 13 : ..... explications ☐W ☐II ☐I ☐P ☐PP ☐C *Réservé*

Question 14 : ..... pseudo-Code ☐W ☐II ☐I ☐P ☐PP ☐C *Réservé*

Question 15 : ..... complexité ☐W ☐II ☐I ☐P ☐PP ☐C *Réservé*



## Dessin de la question 2

## Dessin de la partie 2

PROJET