Contrôle RO MIAGE

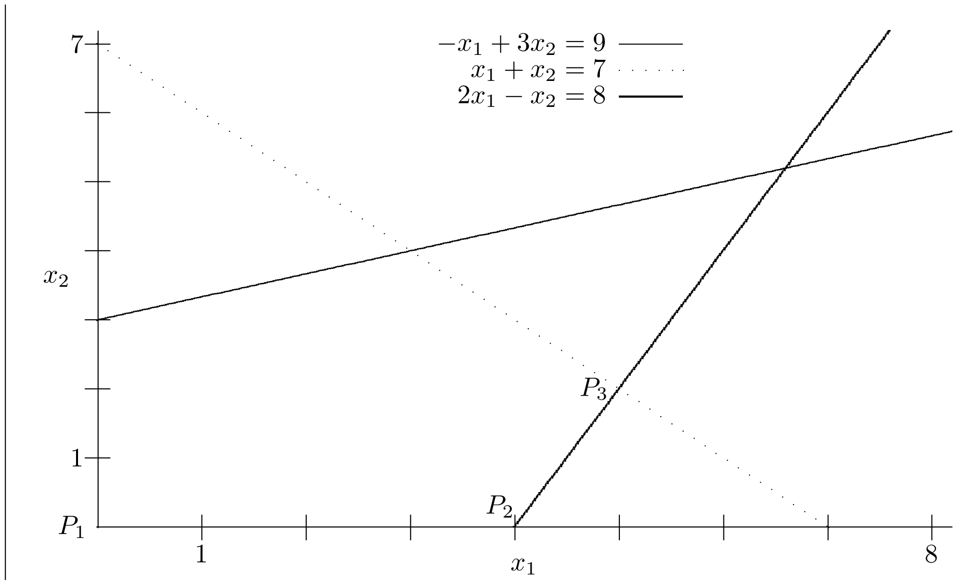
Nom et N° étudiant : *4 décembre 2024*

Consignes générale :
- *Toute réponse devra être justifiée*
  (référence à un théorème, à un algorithme, démonstration, trace d'algorithme, etc.).
- *La clarté de la rédaction pourra être prise en compte dans la notation.*
- *Toute tentative de recherche (même incomplète) pourra être prise en compte.*
- *Tout appareil électronique est interdit (sauf aménagement d'examen).*
- *Hormis une feuille manuscrite (recto), tout autre document est interdit.*
- *En cas de suspicion d'erreur ou de doute d'interprétation, indiquer les choix fait.*

Exercice 1 : On considère le programme linéaire suivant

$$\begin{array}{rrcrcll}
\max z= & 4x_1 & + & x_2 & & & \\
 & -x_1 & + & 3x_2 & \leq & 9 & (C1) \\
 & x_1 & + & x_2 & \leq & 7 & (C2) \\
 & 2x_1 & - & x_2 & \leq & 8 & (C3) \\
 & x_1 & , & x_2 & \geq & 0 &
\end{array}$$

Question 1 – Représentez ce programme graphiquement. Indiquez clairement la représentation de chaque contrainte, le domaine admissible. Justifiez simplement la construction.



Question 2 – Résolvez-le graphiquement. Indiquez la solution et la valeur de l'objectif associée. Justifiez simplement la résolution.

Question 3 – Mettre le programme sous forme standard.

Question 4 – Résolvez-le à l'aide de l'algorithme de Simplexe, avec $x_1 = 0, x_2 = 0$ comme solution initiale. A chaque itération spécifiez les variables de base, les variables hors base, et la valeur de la fonction objective. Indiquez également sur le graphique la position du point extrême correspondant.

> **Solution pour le simplexe** : Optimum en $x_1 = 5$, $x_2 = 2$, valeur optimum de l'objectif : 22.

Exercice 2 : Une usine fabrique du jus ou de la purée à partir de tomates. Les ventes maximales et prix de ventes sont donnés par :

	Ventes maximales (litre)	Prix de vente (€/litre)
Jus de tomate	5000	3
Purée de tomate	2000	5

On cherche à maximiser le profit de l'usine.

Question 1 – Modélisez ce problème sous forme d'un programme linéaire. Vous indiquerez clairement la signification de chaque variable et de chaque contrainte ainsi que l'unité des variables (par exemple, litres, kilos, euros...).

$$
\begin{array}{lllllll}
\max z= & 3x_J & + & 5x_P & & & \\
 & x_J & & & \leq & 5000 & (C1) \\
 & x_P & & & \leq & 2000 & (C2) \\
 & x_J & , & x_P & \geq & 0 &
\end{array}
$$

Une tonne de tomates s'achète 1000 €. Avec une tonne de tomates, on peut produire 500 litres de jus ou 250 litres de purée. Question 2 – Ajoutez ces informtation à la modélisation.

$$
\begin{array}{llllllll}
\max z= & 3x_J & + & 5x_P & - & 1000x_T & & \\
 & x_J & & & \leq & 5000 & (C1) & \\
 & x_P & & & \leq & 2000 & (C2) & \\
 & \frac{1}{500}x_J & + & \frac{1}{250}x_P & \leq & x_T & & \\
 & x_J & , & x_P & , & x_T & \geq & 0
\end{array}
$$