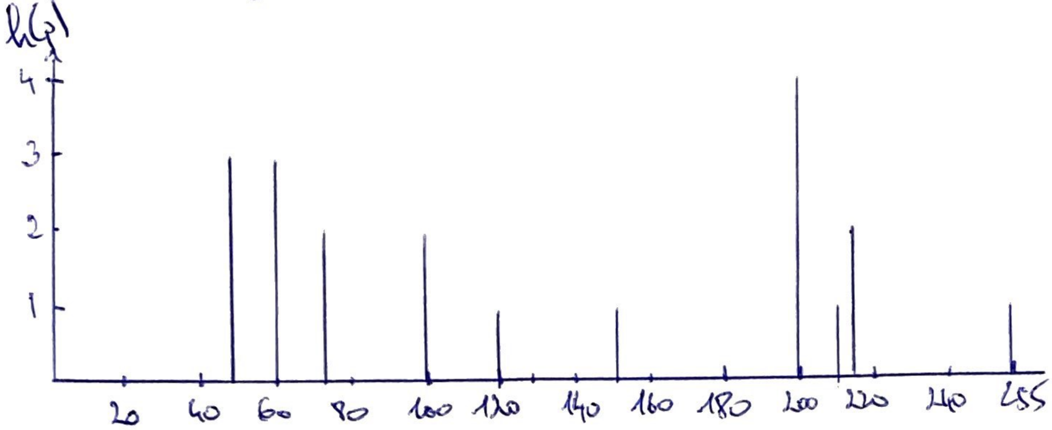
Correction Examen MAP201 - IMAGE - 2023

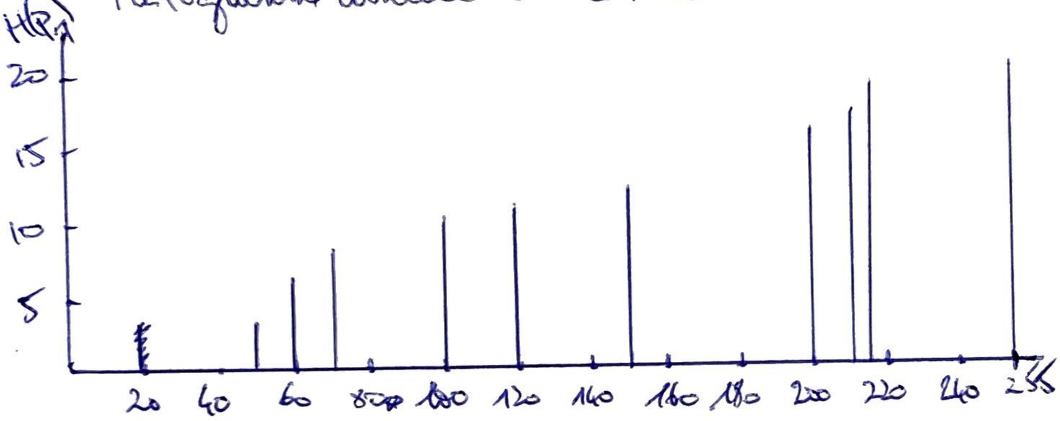
Exercice 1 :

1- Histogramme : On le note h.



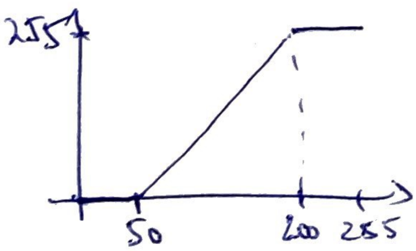
$h(50) = 3$
$h(60) = 3$
$h(70) = 2$
$h(100) = 2$
$h(120) = 1$
⋮

Histogramme cumulé : on le note H.



$H(50) = 3$
$H(60) = 6$
$H(70) = 8$
$H(100) = 10$
$H(120) = 11$
$H(150) = 12$
$H(200) = 16$
$H(210) = 17$
$H(215) = 19$
$H(255) = 20$.

2- On peut par exemple proposer une transformation affine $T(p) = ap + b$ qui va étirer l'histogramme et transformer les pixels dont la valeur est inférieure ou égale à 50 avec une valeur de zéro et les pixels ≥ 200 avec une valeur de 255



$$\begin{cases} a \times 50 + b = 0 \\ a \times 200 + b = 255 \end{cases} \qquad \begin{cases} a \times 50 + b = 0 \\ 150a = 255 \end{cases} \qquad \begin{cases} a = \frac{255}{150} \\ b = -\frac{255}{150} \times 50 = -\frac{255}{3} \end{cases}$$

$$\boxed{T(p) = +\frac{255}{150} p - \frac{255}{3}}$$

3- L'égalisation consiste à définir une transformation des pixels telle que l'histogramme cumulé de l'image transformée est aussi proche que possible de la fonction $T(p)=p$.

4- La formule de normalisation d'histogramme est donnée par :

$$T(p) = \frac{255}{MN} H(p)$$

(où $M \times N$ est le nombre total de pixels de l'image).

$$T(100) = \frac{255}{MN} H(100) = \frac{255}{20} \times 10 = 127,5$$

5- Calcul de im2 :

$im2(50) = \frac{255}{20} \times 3 = 38,25$

$im2(60) = \frac{255}{20} \times 6 = 76,5$

$im2(70) = \frac{255}{20} \times 8 = 102$

$im2(100) = \frac{255}{20} \times 10 = 127,5$

$im2(120) = \frac{255}{20} \times 11 = 140,25$

$im2(150) = \frac{255}{20} \times 12 = 153$

$im2(200) = \frac{255}{20} \times 16 = 204$

$im2(210) = \frac{255}{20} \times 17 = 216,75$

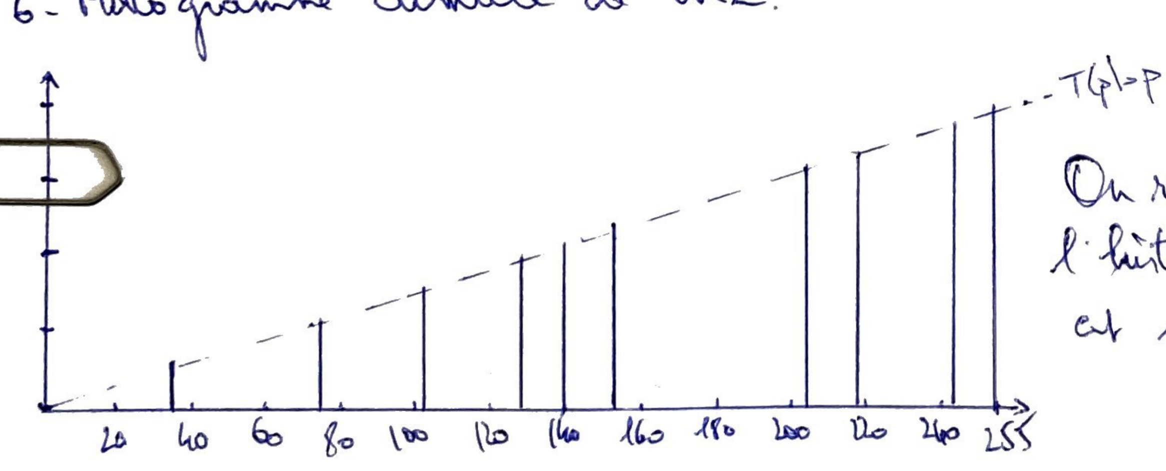
$im2(215) = \frac{255}{20} \times 19 = 242,25$

$im2(255) = 255$

Matrice im2 =

$$\begin{matrix} 38 & 76 & 127 & 204 & 242 \\ 38 & 102 & 102 & 204 & 217 \\ 38 & 76 & 140 & 204 & 242 \\ 76 & 153 & 127 & 204 & 255 \end{matrix}$$

6- Histogramme cumulé de im2 :



On remarque que l'histogramme cumulé est proche de $T(p)=p$.

7- C'est un filtre de moyennage : tous les coefficients sont positifs et la somme vaut 1.

8-

$$\begin{matrix} 50 & 60 & 100 & 200 & 215 \\ 50 & \boxed{70} & 95 & 173 & 210 \\ 50 & \boxed{89} & 129 & 177 & 215 \\ 60 & 150 & 100 & 200 & 255 \end{matrix}$$

$$\frac{1}{10}\left[2\times 70 + 50+60+100+50 + 70+50+60+120\right]$$

$$= \frac{1}{10}\,700 = 70.$$

$$\frac{1}{10}\times\left[2\times 60 + 50+70+70+80+120 + 60+150+100\right]$$

$$= \frac{1}{10}\,890 = 89$$

9- D_x est le filtre de calcul de la dérivée partielle en x.

$$im * D_x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 130 & 40 & 0 \\ 0 & 70 & 140 & 95 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

10- On calcule également $im * D_y$ avec $D_y = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

$$im * D_y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 80 & 30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\|\nabla im\| = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 131.5 & 40 & 0 \\ 0 & 106 & \boxed{450} & 95 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\sqrt{(im*D_x)^2 + (im*D_y)^2} = \sqrt{140^2 + 30^2}$$

$$= \sqrt{19600 + 900}$$

$$= \sqrt{20500}$$

$$= 450$$

Exercice 2 :

1. Si l'image est encodée en 8 bits, le filtre F_1 change la luminosité globale de l'image.

2. VRAI : coefficients tous positifs et somme = 1.

3. VRAI : $2 \times im = conv(im, F_1)$. Or la convolution est linéaire, i.e. $conv(im, F_1) - conv(im, F_2) = conv(im, F_1 - F_2)$ or $F_1 - F_2 = F_3$

4. FAUX : il y a des coefficients négatifs.

5. VRAI : C'est le masque flou.

6. FAUX : la somme des coefficients vaut 1.

7. FAUX : le gradient d'une image est constitué de deux images de même taille que l'image de départ : les deux dérivées partielles $\frac{\partial}{\partial x}$ et $\frac{\partial}{\partial y}$

8. VRAI : Cela permet d'affiner les contours.

9. VRAI si l'image est encodée en 8 bits.

10. VRAI : Une transformation affine est de la forme $T(p) = ap + b$. Cela ne dépend que de p, de a et b.