

Rappel à propos des consignes et quelques conseils et remarques

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, montre connectée, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- L'examen est sur 22 points, vous devez obtenir 20 points pour obtenir la note maximale.

Exercice 1 (Vrai ou Faux - 5 points)

Répondre par vrai ou faux aux questions suivantes. Justifier soigneusement et de façon concise vos réponses (sans preuve). Si une proposition est fausse, répondre par un contre-exemple.

1. Tout langage fini est un langage à états.
2. Tout langage à états est un langage fini.
3. Un automate déterministe et complet reconnaît le langage universel.
4. Si un automate a un cycle, le langage qu'il reconnaît est infini.
5. Si un automate a un cycle accessible, le langage qu'il reconnaît est infini.
6. La différence ensembliste entre deux langages à états est un langage à états.
7. La concaténation entre deux langages à états est un langage à états.
8. Pour un automate A , on note $|A|$ le nombre d'états de A . Soient A_1 et A_2 deux automates à états finis et déterministes. $|A_1 \times A_2| \leq |A_1| \times |A_2|$.
9. Si un langage est à états, alors tout sous-ensemble de ce langage est un langage à états.
10. L'algorithme de détermination retourne toujours un automate minimal.

Exercice 2 (Détermination, minimisation - 4 points)

Soit $\Sigma = \{a, b, c\}$. Considérons l'automate de la Figure 1a.

1. Déterminer l'automate.
2. Minimiser l'automate obtenu.

Exercice 3 (Produit d'automates - 4 points)

Soit $\Sigma = \{a, b\}$. Considérons les automates des Figures 1b et 1c.

1. Calculer le produit de ces deux automates.

Exercice 4 (Un langage à états ? - 3 points)

Soit $\Sigma = \{a, b\}$. Considérons le langage L des mots sur Σ qui contiennent autant d'occurrences du facteur $a \cdot b$ que du facteur $b \cdot a$.

1. Donner deux mots dans L et deux mots dans $\Sigma^* \setminus L$.
2. Est-ce que L est un langage à états ? Si oui, donner un automate qui le reconnaît, sinon expliquer de manière informelle pourquoi ce langage n'est pas un langage à états.

Exercice 5 Algorithme pour la détermination - 3 points

1. Donner un algorithme qui pour un automate non-déterministe donné en entrée, retourne un automate déterministe, équivalent au déterminisé dont la définition a été donnée en cours. Pour cela, s'inspirer du parcours sans ordre spécifique (c'est à dire l'algorithme utilisant des ensembles pour stocker les états déjà visités et à visiter).

Exercice 6 Profondeur d'un automate - 3 points

On appelle chemin dans l'automate, une séquence de transitions partant de l'état initial et suivant la fonction ou relation de transitions (c'est à dire que deux transitions consécutives dans la séquence sont telles que l'état d'arrivée de la première est l'état de départ de la seconde). La longueur d'un chemin est le nombre d'éléments dans la séquence. On appelle profondeur d'un état, la longueur du plus petit chemin dans l'automate telle que la dernière transition du chemin ait pour état d'arrivée cet état. On appelle profondeur d'un automate la profondeur maximale de ses états.

1. Donner un algorithme qui donne la profondeur d'un état $q \in Q$ dans un automate à états non-déterministe $(Q, \Sigma, q_0, \Delta, F)$.
2. Donner un algorithme qui donne la profondeur d'un automate à états non-déterministe $(Q, \Sigma, q_0, \Delta, F)$.

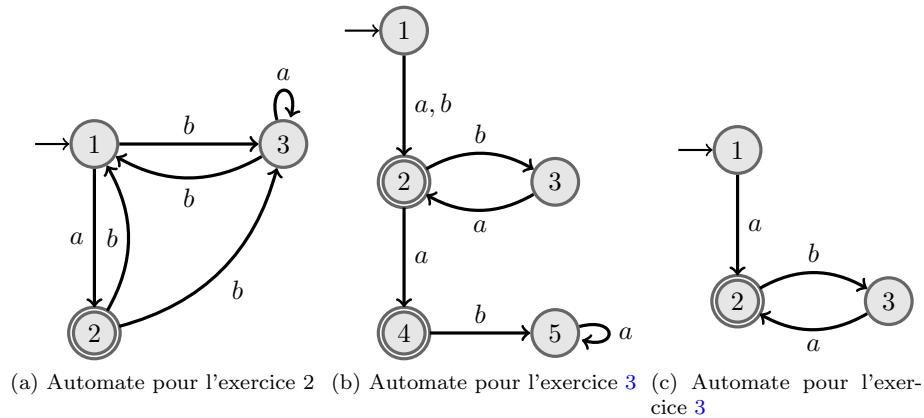


FIGURE 1 – Automates pour les exercices.