Travaux Dirigés

Modèles & Algorithmes pour l'Ingénierie de Trafic

1 Problème

On considère le réseau avec 2 noeuds et 3 liens parallèles, représenté sur la figure 1. Le noeud 1 est l'origine et le noeud 2 la destination d'une unité de flot : $r = 1$. On note x_i la quantité de flot transmise sur le lien i.

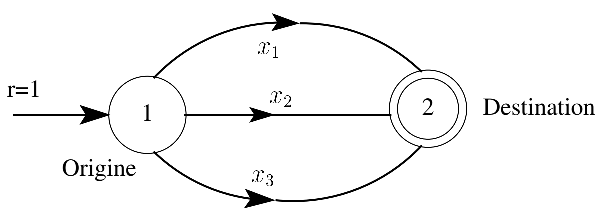

Figure 1: Réseau considéré dans le problème.

Le problème consiste à déterminer la solution optimale $\mathbf{x} = (x_1^*, x_2^*, x_3^*)$ de routage par partage de charge. On suppose que la fonction coût est :

$$D(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\ \left[(x_1)^2\ +\ 2\,(x_2)^2 + (x_3)^2\right]\ +\ 0.7\,x_3.$$

Mathématiquement, le problème s'écrit :

$$\begin{cases} \text{Minimiser :} & D(\mathbf{x}) \\ \text{sous les contraintes :} & \\ & x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Questions :

1. Rappeler la condition d'optimalité du routage par partage de charge et son interprétation.

2. En utilisant la condition d'optimalité, montrer que l'on a $x_3^* = 0$. On pourra raisonner par l'absurde.

3. Montrer que $x_1^* = 2/3$, $x_2^* = 1/3$ et $x_3^* = 0$ est la solution optimale.

4. On considère la solution initiale $\mathbf{x} = (1/3, 1/3, 1/3)$. Quel est le coût de cette solution ? Quel est le gain en % apporté par la solution optimale ?

5. A partir de la solution initiale $\mathbf{x} = (1/3, 1/3, 1/3)$, appliquer deux itérations de l'algorithme Flow Deviation. On prendra le pas $\beta_1 = \frac{1}{4}$ pour la première itération, et le pas $\beta_2 = \frac{1}{3}$ pour la seconde itération. Indiquer le coût des solutions obtenues à chaque itération.