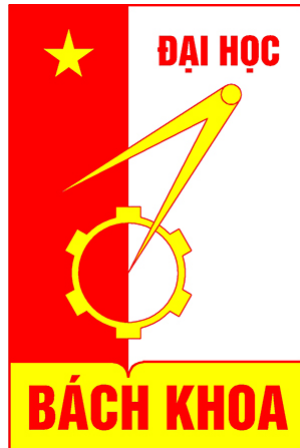


TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI
VIỆN TOÁN ỨNG DỤNG VÀ TIN HỌC
— o0o —



CÁC MÔ HÌNH NGẪU NHIÊN VÀ ỨNG DỤNG

HỌC TĂNG CƯỜNG

Giảng viên hướng dẫn: TS Nguyễn Thị Ngọc Anh

Nhóm sinh viên thực hiện

Hoàng Thanh Lưu MSSV: 20162602

Lại Thùy Linh MSSV: 20162401

Nguyễn Hữu Đạt MSSV: 20160933

Hà Nội - 7/2020

Lời nói đầu

Xã hội ngày càng hiện đại, các kỹ thuật công nghệ ngày càng phát triển, đi cùng với nó là các nghiên cứu phát triển không ngừng về lĩnh vực trí tuệ nhân tạo và học máy, cho ra đời các hệ thống máy móc thông minh ứng dụng rộng rãi trong hầu hết các lĩnh vực đời sống như máy truy tìm dữ liệu, chẩn đoán y khoa, phát hiện thẻ tín dụng giả, phân tích thị trường chứng khoán, phân loại chuỗi DNA, nhận dạng tiếng nói và chữ viết, ... đặc biệt là trong lĩnh vực điều khiển.

Chúng ta có rất nhiều thuật toán học như học có giám sát, học không có giám sát, học tăng cường, ... Mỗi loại thuật toán thích ứng với từng loại bài toán cụ thể. Trong báo cáo này, chúng ta sẽ nghiên cứu và tìm hiểu các vấn đề liên quan đến phương pháp học tăng cường (Reinforcement Learning). Đây là một thuật toán học có khả năng giải quyết được những bài toán thực tế khá phức tạp trong đó có sự tương tác giữa hệ thống và môi trường. Với những tình huống môi trường không chỉ đứng yên, cố định mà thay đổi phức tạp thì các phương pháp học truyền thống không còn đáp ứng được mà phải sử dụng phương pháp học tăng cường. Những bài toán với môi trường thay đổi trong thực tế là không nhỏ và ứng dụng nhiều trong các lĩnh vực quan trọng.

Xin được gửi lời cảm ơn chân thành nhất tới TS Nguyễn Thị Ngọc Anh - Giảng viên Viện Toán ứng dụng và Tin học vì đã có những nhận xét, góp ý khách quan để nhóm hoàn thành tốt hơn báo cáo này. Dù đã dành nhiều thời gian tìm hiểu, đầu tư nghiêm túc nhưng báo cáo không thể tránh khỏi những sai sót, cả về chủ quan và khách quan. Vì vậy nhóm thực hiện rất mong nhận được sự góp ý quý báu của các bạn sinh viên, các thầy cô giáo để báo cáo trở nên hoàn thiện hơn.

Nhóm xin chân thành cảm ơn!

Hà Nội tháng 7 năm 2020

Nhóm thực hiện

Hoàng Thanh Lưu

Lại Thùy Linh

Nguyễn Hữu Đạt

Mục lục

1	Giới thiệu về học tăng cường	4
2	Phương pháp	6
2.1	Nhắc lại về quá trình Markov	6
2.1.1	Xích Markov	6
2.1.2	Quá trình Markov	6
2.2	Quá trình quyết định Markov (MDP)	7
2.2.1	Quá trình quyết định Markov là gì?	7
2.2.2	Bài toán quyết định Markov	9
2.2.3	Phương trình tối ưu Bellman cho bài toán MDP	13
2.3	Thuật toán Q-Learning	14
2.3.1	Giới thiệu	14
2.3.2	Thuật toán Q-Learning	15
2.3.3	Sự hội tụ của thuật toán Q-Learning	16
2.4	Thuật toán Deep Q-Learning	17
2.4.1	Hàm mất mát	18
2.4.2	Kinh nghiệm chơi lại (Experience replay)	18
2.4.3	Mô hình	18
3	Ứng dụng trong thực tế	20
3.1	Một số ứng dụng thực tế	20
3.2	Bài toán chiếc Taxi thông minh	21
3.2.1	Bài toán	21
3.2.2	Mô hình hóa bài toán	21
3.2.3	Giải quyết bài toán	24
3.2.4	Kết quả	25
3.3	Bài toán cân bằng con lắc ngược	25
3.3.1	Bài toán	25
3.3.2	Mô hình hóa bài toán	26
3.3.3	Giải quyết bài toán	27
4	Kết luận và bàn luận	29

Chương 1

Giới thiệu về học tăng cường

Trong ngành khoa học máy tính, học tăng cường (Reinforcement Learning) là một lĩnh vực con của học máy, nghiên cứu cách thức một *agent* - tác tử trong một môi trường nên chọn thực hiện các hành động nào để cực đại hóa một khoản thưởng (reward) nào đó về lâu dài. Các thuật toán học tăng cường cố gắng tìm một chiến lược ánh xạ các trạng thái của thế giới tới các hành động mà *agent* nên chọn trong các trạng thái đó.

Môi trường thường được biểu diễn dưới dạng một quá trình quyết định Markov trạng thái hữu hạn (*Markov Decision Process* - *MDP*), và các thuật toán học tăng cường cho ngữ cảnh này có liên quan nhiều đến các kỹ thuật quy hoạch động. Các xác suất chuyển trạng thái và các xác suất thu lợi trong MDP thường là ngẫu nhiên nhưng lại tĩnh trong quá trình của bài toán (*stationary over the course of the problem*).

Khác với học có giám sát, trong học tăng cường không có các cặp dữ liệu vào/kết quả đúng, các hành động gần tối ưu cũng không được đánh giá đúng sai một cách tường minh. Hơn nữa, ở đây hoạt động trực tuyến (*on-line performance*) được quan tâm, trong đó có việc tìm kiếm một sự cân bằng giữa khám phá (lãnh thổ chưa lập bản đồ) và khai thác (tri thức hiện có). Trong học tăng cường, sự được và mất giữa khám phá và khai thác đã được nghiên cứu chủ yếu qua bài toán *multi-armed bandit*.

Một cách hình thức, mô hình học tăng cường bao gồm:

- S : tập các trạng thái của môi trường;
- A : tập các hành động;

- \mathbb{R} : tập các khoản "thưởng" với giá trị vô hướng.

Có hai phương pháp thường được sử dụng để giải các bài toán quyết định đó là tìm kiếm trong không gian chiến lược và tìm kiếm trong không gian hàm giá trị hay còn gọi là “phép lặp chiến lược” và “phép lặp giá trị”. Hai phương pháp này chính là các giải thuật học tăng cường đặc trưng. Bên cạnh đó, trong những nghiên cứu gần đây các nhà khoa học đề xuất một phương pháp kết hợp giữa hai phương pháp trên đó chính là phương pháp *Actor-Critic learning*.

Các thuật toán học tăng cường được chia thành hai loại chính đó là: học dựa trên mô hình (*model-based*) và học không có mô hình hay nói cách khác họ tự do (*model-free*). Đại diện cho kiểu học dựa trên mô hình phải kể đến phương pháp quy hoạch động (*Dynamic Programming*), còn đại diện cho kiểu học không có mô hình là phương pháp *Monte Carlo* và phương pháp TD (*Temporal Difference*).

Các chủ đề nghiên cứu hiện tại bao gồm: Cách biểu diễn khác (chẳng hạn cách tiếp cận *Predictive State Representation* - biểu diễn trạng thái tiên đoán), tìm kiếm leo đồi trong không gian chiến lược, các kết quả hội tụ đối với mẫu nhỏ, các thuật toán và kết quả hội tụ cho các MDP quan sát được một phần (*partially observable MDP*), học tăng cường mô đun và phân cấp (*modular and hierarchical*). Gần đây, học tăng cường đã được áp dụng trong lĩnh vực Tâm lý học để giải thích quá trình học và hoạt động của con người.

Chương 2

Phương pháp

2.1 Nhắc lại về quá trình Markov

2.1.1 Xích Markov

Định nghĩa 1.1 (Xích Markov)

Dãy biến ngẫu nhiên $(X_n)_{n \geq 0}$ được gọi là một xích Markov với phân phối ban đầu λ và ma trận chuyển P nếu

i) X_0 có phân phối λ , tức là

$$\mathbb{P}(X_0 = i) = \lambda_i, \quad \forall i \in I;$$

ii) Với mọi $n \geq 0$, phân phối của X_{n+1} với điều kiện $X_n = i_n$ là $(p_{i_n j})_{j \in I}$ và độc lập với X_0, \dots, X_{n-1} , tức là

$$\mathbb{P}(X_{n+1} = i_{n+1} | X_n = i_n, \dots, X_0 = i_0) = \mathbb{P}(X_{n+1} = i_{n+1} | X_n = i_n) = p_{i_n i_{n+1}}$$

với mọi $n \geq 0$ và $i_0, \dots, i_{n+1} \in I$.

X_n được gọi là trạng thái của xích Markov tại thời điểm thứ n .

2.1.2 Quá trình Markov

Xét họ các biến ngẫu nhiên $X(t)_{t \geq 0}$:

- T là tập hợp chỉ thời gian rời rạc nếu quá trình Markov xét với thời gian rời rạc. Khi quá trình Markov xét với thời gian liên tục thì T là tập hợp chỉ thời gian liên tục.

- I là không gian trạng thái rời rạc nếu xích Markov có thời gian rời rạc hoặc liên tục. I là không gian trạng thái liên tục khi xét quá trình Markov.

Định nghĩa 1.2 (Quá trình Markov)

$(X_t)_{t \geq 0}$ với không gian trạng thái hữu hạn I được gọi là quá trình Markov nếu với mọi $t_1 < t_2 < \dots < t_n$ và mọi $i_1, i_2, \dots, i_n \in I$ thì

$$\mathbb{P}(X_t = i | X_{t_1} = i_1, \dots, X_{t_n} = i_n) = \mathbb{P}(X_t = i | X_{t_n} = i_n)$$

Định nghĩa 1.3 (Quá trình Markov thuần nhất)

Cho $(X_t)_{t \geq 0}$ là quá trình Markov, và

$$\forall h > 0, p(s+h, i, s+t+h, j) = p(s, i, s+t, j) = p_{ij}(t)$$

khi đó quá trình Markov được gọi là quá trình Markov thuần nhất.

2.2 Quá trình quyết định Markov (MDP)

Quá trình quyết định Markov (MDP) cung cấp một nền tảng toán học cho việc mô hình hóa ra quyết định trong các tình huống mà kết quả có yếu tố ngẫu nhiên và/hoặc phụ thuộc vào sự điều khiển của một người ra quyết định. MDP được sử dụng rất nhiều các lĩnh vực khác nhau, bao gồm robot, điều khiển tự động, kinh tế, chế tạo, . . . Trong phần này, chúng ta sẽ trình bày về quá trình quyết định Markov trong đó tập trung vào các khái niệm của quá trình Markov có số bước vô hạn và hữu hạn.

2.2.1 Quá trình quyết định Markov là gì?

Một quá trình quyết định Markov là một quá trình điều khiển ngẫu nhiên thời gian rời rạc. Tại mỗi bước thời gian, quá trình này trong một vài trạng thái s , và người ra quyết định có thể chọn bất kỳ hành động a nào có hiệu lực trong trạng thái s . Quá trình này đáp ứng tại bước thời gian tiếp theo bằng cách di chuyển ngẫu nhiên vào một trạng thái mới s' , và đưa ra cho người ra quyết định một phần thưởng tương ứng $R_a(s, s')$.

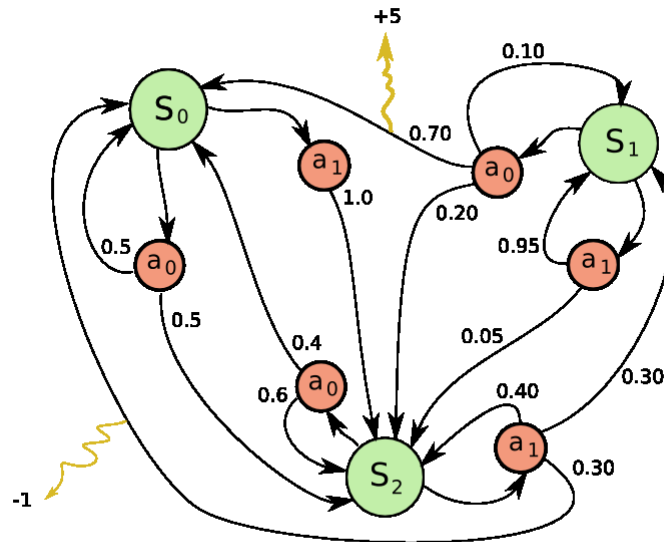
Xác suất mà quá trình di chuyển vào trạng thái mới của nó s' bị ảnh hưởng bởi hành động được chọn. Đặc biệt, nó được đưa ra bởi hàm chuyển tiếp trạng thái $P_a(s, s')$. Do đó, trạng thái kế tiếp s' phụ thuộc vào trạng thái hiện tại s và

hành động của người ra quyết định a . Nhưng s và a đã cho, lại độc lập có điều kiện với toàn bộ trạng thái và hành động trước đó; nói cách khác, các trạng thái chuyển tiếp của một quá trình MDP thỏa mãn thuộc tính Markov.

Định nghĩa 2.1 (Quá trình quyết định Markov)

Một quá trình quyết định Markov là một tập 5-dữ liệu $(S, A, P(.,.), R(.,.), \gamma)$ trong đó

- S là một tập hữu hạn các trạng thái, kí hiệu S_t là trạng thái tại thời điểm t .
- A là một tập hữu hạn các hành động (ngoài ra, A_s là tập hữu hạn các hành động có sẵn từ trạng thái s với $s \in S$), kí hiệu A_t là hành động tại thời điểm t .
- $P_a(s, s') = Pr(s_{t+1} = s' | s_t = s, a_t = a)$ là xác suất mà hành động a trong trạng thái s tại thời gian t sẽ dẫn đến trạng thái s' tại thời gian $t + 1$.
- $R_a(s, s')$ là phần thưởng trực tiếp (hoặc phần thưởng trực tiếp mong đợi) nhận được sau khi chuyển tiếp sang trạng thái s' từ trạng thái s .
- $\gamma \in [0, 1]$ là hệ số chiết khấu, sẽ đại diện cho sự khác biệt quan trọng giữa các phần thưởng tương lai và các phần thưởng hiện tại.



Hình 2.1: Ví dụ về một MDP đơn giản với ba trạng thái và hai hành động.

Định nghĩa 2.2 (Chiến lược quyết định)

Một chiến lược π là một phân phối các hành động tại mỗi trạng thái

$$\pi(a|s) = Pr[A_t = a | S_t = s]$$

Một số kiểu chiến lược như sau

- $\pi = (\pi^0, \dots, \pi^{T-1})$ được gọi là một chiến lược Markov nếu tại mỗi thời điểm n , quyết định π^n không phụ thuộc vào quá khứ h_{n-1} . Ví dụ

$$\pi_{h_{n-1}, i_n}^n(a) = \pi_{h'_{n-1}, i_n}^n(a), a \in A(i_n), i_n \in S \quad \forall h_{n-1}, h'_{n-1}$$

- π được gọi là một chiến lược dừng nếu mọi quy tắc quyết định đều bằng nhau

$$\pi^n = \pi^0; \quad n = 0, 1, \dots, T-1$$

Trong quá trình quyết định Markov, mỗi chiến lược xác định đầy đủ hành động của một tác nhân. Ngoài ra, các chiến lược này chỉ phụ thuộc vào trạng thái của xích Markov tại thời điểm hiện tại (không phụ thuộc vào quá khứ).

2.2.2 Bài toán quyết định Markov

a. Bài toán

Bài toán quyết định Markov là bài toán học từ các tác động để đạt được mục đích. Người học và người ra quyết định được gọi là tác tử. Tất cả những gì mà chúng tương tác với, bao gồm mọi thứ bên ngoài tác tử được gọi là môi trường. Các tác động thực hiện một cách liên tục, tác tử lựa chọn hành động, môi trường đáp ứng lại các hành động đó và chuyển từ trạng thái hiện thời sang trạng thái mới. Môi trường cũng đem lại các mục tiêu, các giá trị hằng số mà tác tử cố gắng cực đại hóa qua thời gian. Một đặc tả hoàn thiện về môi trường được coi là một "nhiệm vụ", một thực thể của bài toán quyết định Markov.

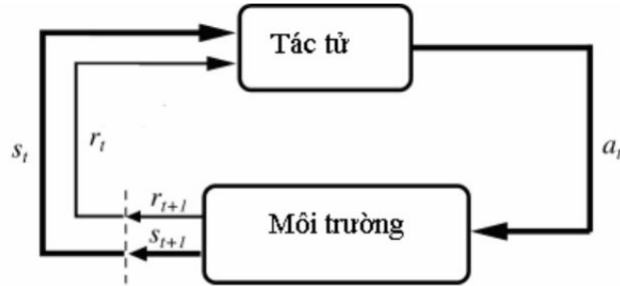
Tóm lại, bài toán quyết định Markov liên quan đến lớp bài toán trong đó một tác tử rút ra kết luận trong khi phân tích một chuỗi các hành động của nó cùng với tín hiệu vô hướng được đưa ra bởi môi trường.

Trong khái niệm chung này, có thể thấy hai đặc tính quan trọng:

- Tác tử tương tác với môi trường và cặp "tác tử + môi trường" tạo thành một hệ thống động.

- Tín hiệu tăng cường, được nhận biết dựa vào mục tiêu, cho phép tác tử thay đổi hành vi của nó.

Lược đồ tương tác tác tử-môi trường như sau:



Hình 2.2: Mô hình tương tác giữa tác tử và môi trường

Trong lược đồ trên, tác tử và môi trường tác động lẫn nhau tại mỗi bước trong chuỗi các bước thời gian rời rạc, $t = 0, 1, 2, 3, \dots$. Tại mỗi bước thời gian t , tác tử nhận một số biểu diễn về trạng thái của môi trường, $s_t \in S$ với S là tập các trạng thái có thể, và trên đó lựa chọn một hành động $a_t \in A(s_t)$, với $A(s_t)$ là tập các hành động trong trạng thái s_t . Mỗi bước thời gian tiếp theo, tác tử nhận một giá trị tăng cường $r_{t+1} \in R$ và tự nó tìm ra một trạng thái mới s_{t+1} . Tại mỗi bước tác tử thực hiện ánh xạ từ các trạng thái đến các hành động có thể lựa chọn.

Phép ánh xạ này được gọi là chiến lược của tác tử, kí hiệu là π_t với $\pi_t(s, a)$ là xác suất thực hiện hành động $a_t = a$ khi $s_t = s$.

Như vậy bài toán quyết định Markov thực chất có thể được phát biểu như sau

Input	Tập các trạng thái S
	Tập các hành động có thể A
	Tập các tín hiệu tăng cường (mục tiêu)
Output	$\pi : S \rightarrow A$ sao cho R lớn nhất

b. Các phần tử của bài toán quyết định Markov

Dựa vào tác tử và môi trường, chúng ta có thể định nghĩa các phần tử con của một bài toán quyết định Markov: chiến lược (*policy*), hàm phản hồi (*reward function*), hàm giá trị (*value function*), và không bắt buộc, một mô hình về môi trường.

- **Chiến lược:** Chiến lược định nghĩa cách thức tác tử học từ hành động tại thời điểm đưa ra. Chiến lược là một ánh xạ từ tập các trạng thái của môi trường đến tập các hành động được thực hiện khi môi trường ở trong các

trạng thái đó. Nó tương ứng với tập các luật nhân quả trong lĩnh vực tâm lý học. Trong một số trường hợp, chiến lược có thể là một hàm đơn giản hoặc một bảng tra cứu, trong những trường hợp khác, nó có thể liên quan đến các tính toán mở rộng, ví dụ như một tiến trình tìm kiếm. Chiến lược là nhân của một tác tử với nhận thức rằng một mình nó đủ quyết định hành động.

- **Hàm phản hồi:** Mục đích của tác tử là cực đại hóa các mục tiêu được tích lũy trong tương lai. Hàm phản hồi $R(t)$ được biểu diễn dưới dạng hàm số đối với các mục tiêu. Trong các bài toán quyết định Markov, hàm phản hồi sử dụng biểu thức dạng tổng. Các nhà nghiên cứu đã tìm ra hai biểu diễn thường được sử dụng của hàm phản hồi:

- *Trong các bài toán số bước hữu hạn:* Với những bài toán này ta có một số hữu hạn các bước trong tương lai. Sẽ tồn tại một trạng thái kết thúc và một chuỗi các hành động giữa trạng thái đầu tiên và trạng thái kết thúc được gọi là một giai đoạn. Ta có:

$$R(t) = r_t + r_{t+1} + \dots + r_{t+K-1}$$

Trong đó K là số các bước trước trạng thái kết thúc.

- *Trong các bài toán số bước vô hạn:* Với những bài toán này ta có chuỗi các hành động là vô hạn. Một hệ số suy giảm $\gamma, 0 \leq \gamma \leq 1$ được đưa ra và hàm phản hồi được biểu diễn dưới dạng tổng của các giá trị mục tiêu giảm dần:

$$R(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k r_{t+k}$$

Hệ số γ cho phép xác định mức độ ảnh hưởng của những bước chuyển trạng thái tiếp theo đến giá trị phản hồi tại thời điểm đang xét. Giá trị của γ cho phép điều chỉnh giai đoạn tác tử lấy các hàm tăng cường. Nếu $\gamma = 0$, thì tác tử chỉ xem xét mục tiêu gần nhất, giá trị γ càng gần với 1 thì tác tử sẽ quan tâm đến các mục tiêu xa hơn trong tương lai. Như vậy, thực chất bài toán quyết định Markov trong trường hợp này chính là việc lựa chọn các hành động để làm cực đại biểu thức R :

$$R = r_0 + \gamma r_1 + \gamma^2 r_2 + \dots ; \quad 0 < \gamma < 1$$

- **Hàm giá trị:** Trong mọi trạng thái s_t , một tác tử lựa chọn một hành động dựa theo một chiến lược điều khiển, $\pi : a_t = \pi(s_t)$. Hàm giá trị tại một trạng thái của hệ thống được tính bằng kỳ vọng toán học của hàm phản hồi theo thời gian. Hàm giá trị là hàm của trạng thái và xác định mức độ thích hợp của chiến lược điều khiển π đối với tác tử khi hệ thống đang ở

trạng thái s . Hàm giá trị của trạng thái s trong chiến lược π được tính như sau

$$V^\pi(s) = E_\pi\{R_t | s_t = s\}$$

Bài toán tối ưu bao gồm việc xác định chiến lược điều khiển π^* sao cho hàm giá trị của trạng thái hệ thống đạt cực đại sau một số vô hạn hoặc hữu hạn các bước

$$\pi^* = \{\pi_0(s_0), \pi_1(s_1), \dots, \pi_{N-1}(s_{N-1})\}$$

Đối với bài toán có số bước vô hạn ta có hàm giá trị trạng thái

$$V^\pi(s) = E_\pi\{R_t = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k r_{t+k+1} | s_t = s\}$$

Sử dụng các phép biến đổi

$$\begin{aligned} V^\pi(s) &= E_\pi\{R_t | s_t = s\} \\ &= E_\pi\left\{\sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k r_{t+k+1} | s_t = s\right\} \\ &= E_\pi\left\{r_{t+1} + \gamma \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k r_{t+k+2} | s_t = s\right\} \\ &= \sum_a \pi(s, a) \sum_{s'} P_{ss'}^a \left[R_{ss'}^a + \gamma E_\pi\left\{\sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k r_{t+k+2} | s_{t+1} = s'\right\}\right] \\ &= \sum_a \pi(s, a) \sum_{s'} P_{ss'}^a [R_{ss'}^a + \gamma V^\pi(s')] \end{aligned}$$

Như vậy, hàm $V^\pi(s)$ có thể được viết lại một cách đệ qui như sau

$$V^\pi(s) = E_\pi r_{t+1} + \gamma V^\pi(S_{t+1}) | S_t = s$$

hay

$$V^\pi(s) = R(s, a) + \gamma \sum_{s' \in S} P_{ss'}^a V^\pi(s') \quad (2.1)$$

Với $P_{ss'}^a$ là xác suất để chuyển từ trạng thái s sang s' khi áp dụng hành động a . Chúng ta có thể tính toán hàm $V^\pi(s)$ ngoại tuyến nếu biết trạng thái bắt đầu và xác suất mọi phép chuyển đổi theo mô hình. Vấn đề đặt ra là sau đó giải quyết hệ thống các phương trình tuyến tính trong công thức (2.1). Chúng ta biết rằng tồn tại một chiến lược tối ưu, kí hiệu π^* , được định nghĩa như sau

$$\begin{aligned} V^{\pi^*}(s) &\geq V^\pi(s) \\ \pi^* &= \operatorname{argmax}_\pi V^\pi(s) \end{aligned}$$

để đơn giản chúng ta viết $V^* = V^{\pi^*}$. Hàm giá trị tối ưu của một trạng thái tương ứng với chiến lược tối ưu là

$$V^{\pi}(s) = \max_{\pi} V^{\pi}(s)$$

đây là phương trình tối ưu *Bellman* (hoặc phương trình của quy hoạch động) ta sẽ nói chi tiết hơn ở phần tiếp theo.

Tóm lại V^{π} là hàm giá trị trạng thái cho chiến lược π . Giá trị của trạng thái kết thúc thường bằng 0. Tương tự, định nghĩa $Q^{\pi}(s, a)$ là giá trị của việc thực hiện hành động a trong trạng thái s dưới chiến lược điều khiển π , được tính bằng kỳ vọng toán học của hàm phản hồi bắt đầu từ trạng thái s , thực hiện hành động a trong chiến lược π

$$Q^{\pi}(s, a) = E_{\pi}\{R_t | s_t = s, a_t = a\} = E_{\pi}\left\{\sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k r_{t+k+1} | s_t = s, a_t = a\right\}$$

Q^{π} được gọi là hàm giá trị hành động cho chiến lược π . Và các hàm giá trị V^{π} , Q^{π} có thể được ước lượng từ kinh nghiệm.

2.2.3 Phương trình tối ưu Bellman cho bài toán MDP

Từ trạng thái s , có thể đưa ra nhiều hành động khác nhau và mỗi chiến lược xác định một phân phối xác suất của hành động đó, do đó, sử dụng phương trình tối ưu Bellman để đưa ra quyết định cho bài toán này.

Phương trình Bellman cho hàm giá trị trạng thái

$$\begin{aligned} V^{\pi}(s) &= R_{\pi}(s) + \gamma \sum_{s' \in S} P_{\pi}(s, s') V^{\pi}(s') \\ &= \sum_{a \in A} \pi(a|s) \left(R_a(s) + \gamma \sum_{s' \in S} P_{\pi}(s, s') V^{\pi}(s') \right) \end{aligned}$$

Phương trình Bellman cho hàm giá trị hành động

$$Q^{\pi}(s, a) = R_a(s) + \gamma \sum_{s' \in S} P_a(s, s') \sum_{a' \in A} \pi(a'|s') Q^{\pi}(s', a')$$

Định nghĩa 2.3

Hàm giá trị trạng thái tối ưu $V^*(s)$ là hàm trả về trạng thái tối ưu trên tất cả các chiến lược

$$V^*(s) = \max_{\pi} V^{\pi}(s)$$

Định nghĩa 2.4

Hàm giá trị hành động tối ưu $Q^*(s, a)$ là hàm trả về các hành động tối ưu trên tất cả các chiến lược

$$Q^*(s, a) = \max_{\pi} Q^{\pi}(s, a)$$

Định nghĩa 2.5

π được gọi là chiến lược tối ưu nếu $V^{\pi}(s) \geq V^{\pi'}(s), \forall s$. Xác định một chiến lược tối ưu: Một chiến lược tối ưu có thể được xác định bằng cách tìm hàm cực đại $Q^*(s, a)$

$$\pi^*(a|s) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } a = \operatorname{argmax}_{a \in A} Q^*(s, a) \\ 0 & \text{ngược lại} \end{cases}$$

Phương trình tối ưu Bellman cho $V^*(s)$

$$V^*(s) = \max_a R_a(s) + \gamma \sum_{s' \in S} P_a(s, s') V^*(s')$$

Phương trình tối ưu Bellman cho $Q^*(s, a)$

$$Q^*(s, a) = R_a(s) + \gamma \sum_{s' \in S} P_a(s, s') \max_{a'} Q^*(s', a')$$

Phương trình tối ưu Bellman là một phương trình phi tuyến có thể giải bằng một số phương pháp: lặp giá trị và lặp chính sách.

2.3 Thuật toán Q-Learning

2.3.1 Giới thiệu

Q-Learning là một thuật toán học tăng cường không mô hình. Mục tiêu của Q-Learning là học một chính sách, chính sách cho biết máy sẽ thực hiện hành

động nào trong hoàn cảnh nào. Nó không yêu cầu một mô hình (do đó hàm ý "không mô hình") của môi trường và nó có thể xử lý các vấn đề với chuyển đổi và phần thưởng ngẫu nhiên, mà không cần điều chỉnh.

Đối với bất kỳ quá trình quyết định Markov hữu hạn nào, Q-Learning tìm một chính sách tối ưu theo nghĩa là nó tối đa hóa giá trị mong đợi của tổng số phần thưởng trên bất kỳ và tất cả các bước tiếp theo, bắt đầu từ trạng thái hiện tại. Q-Learning có thể xác định một chính sách lựa chọn hành động tối ưu cho bất kỳ quá trình quyết định Markov hữu hạn cụ thể nào, với thời gian thăm dò vô hạn và chính sách một phần ngẫu nhiên. "Q" đặt tên theo tên hàm phần thưởng trả về, được sử dụng để cải thiện hoạt động và có thể nói là đại diện cho "chất lượng" của một hành động được thực hiện trong một trạng thái nhất định.

2.3.2 Thuật toán Q-Learning

Cho một chiến lược (*policy*) π , ta viết lại công thức về Q-value (hay là giá trị hành động) như sau

$$Q^\pi(s, a) = R(s, a) + \gamma \sum_{s' \in S} P_{ss'}^a V^\pi(s') \quad (2.2)$$

Trong công thức (2.2), $Q^\pi(s, a)$ là Q-value khi thực hiện hành động a tại trạng thái s theo chiến lược π ; $R(s, a)$ là phần thưởng nhận được; s' là trạng thái kế tiếp. γ là hệ số giảm (*discount rate*), đảm bảo "gần" đích Q-value càng lớn.

Nói cách khác, Q-value là hàm giá trị hành động mong đợi cho việc thực hiện hành động a ở trạng thái s và tuân theo chính sách π sau đó. Mục đích của Q-learning là ước lượng Q-values cho một chiến lược tối ưu. Để tiện lợi, ta định nghĩa như sau $Q^*(s, a) \equiv Q^{\pi^*}(s, a), \forall s, a$. Thật đơn giản để chỉ ra rằng $V^*(s) = \max_a Q^*(s, a)$ và nếu a^* là một hành động mà tại đó mức tối đa đạt được, sau đó một chiến lược tối ưu có thể được hình thành như $\pi^*(s) \equiv a^*$. Ở đây, lợi ích của những giá trị Q-value là nếu một tác tử (agent) có thể học chúng, nó có thể dễ dàng quyết định đâu là tối ưu để hành động. Mặc dù có thể có nhiều hơn một chiến lược tối ưu hay a^* , những giá trị Q^* là duy nhất.

Trong Q-learning, kinh nghiệm của tác tử (agent) bao gồm một chuỗi tuần tự các quá trình riêng biệt (gọi là Episodes). Trong episode thứ n , tác tử sẽ:

- Quan sát trạng thái hiện tại của nó s_n ,
- Lựa chọn và thực hiện một hành động a_n ,
- Quan sát trạng thái tiếp theo s_{n+1} ,

- Nhận được ngay phần thưởng r_n , và
- Điều chỉnh các giá trị Q_{n-1} của nó bằng cách sử dụng hệ số học α_n , theo:

$$Q_n(s, a) = \begin{cases} (1 - \alpha_n)Q_{n-1}(s, a) + \alpha_n[r_n + \gamma V_{n-1}(s_{n+1})] & \text{nếu } s = s_n, a = a_n, \\ Q_{n-1}(s, a) & \text{trường hợp khác} \end{cases} \quad (2.3)$$

Trong đó

$$V_{n-1}(s) \equiv \max_b Q_{n-1}(s, b) \quad (2.4)$$

là tốt nhất mà tác tử có thể làm được từ trạng thái s . Dĩ nhiên, ở những giai đoạn đầu việc học thì Q-value có thể không phản ánh đúng chiến lược mà chúng đã được biết (việc tối đa hóa các hành động ở phương trình (2.3)). Hiển nhiên là các giá trị Q-value ban đầu, $Q_0(s, a)$, cho tất cả các trạng thái và hành động đã được giả thiết. Ngoài ra ta có thêm giả thiết một bảng tra cứu (*look-up table*) biểu diễn cho $Q_n(s, a)$. Phân tích thuật toán Q-Learning, ta có các bước như sau:

1. Khởi tạo bảng Q với các số 0 và giá trị Q thành các hằng số tùy ý.
2. Khám phá các hành động: đối với mỗi thay đổi về trạng thái, chọn bất kỳ một hành động a nào trong số tất cả các hành động có thể có cho trạng thái hiện tại S .
3. Di đến trạng thái tiếp theo S' là kết quả của hành động a .
4. Đối với tất cả các hành động có thể từ trạng thái S' , hãy chọn một hành động có giá trị Q cao nhất.
5. Cập nhật giá trị bảng Q bằng phương trình.
6. Đặt trạng thái tiếp theo làm trạng thái hiện tại.
7. Nếu trạng thái cuối đạt được, sau đó kết thúc và lặp lại quá trình.

2.3.3 Sự hội tụ của thuật toán Q-Learning

Điều kiện quan trọng nhất trong định lý hội tụ được đưa ra dưới đây là chuỗi các quá trình (Episodes) hình thành nền tảng học tập phải bao gồm vô hạn quá trình cho mỗi trạng thái và hành động bắt đầu. Đây có thể được coi là một điều kiện mạnh về cách lựa chọn các trạng thái và hành động, tuy nhiên, trong các điều kiện ngẫu nhiên của định lý, không có phương pháp nào có thể được đảm bảo để tìm ra một chiến lược tối ưu trong các điều kiện yếu hơn. Tuy nhiên, xin lưu ý rằng các quá trình không cần phải tạo thành một chuỗi liên tục, đó là y của một quá trình không cần phải là x của quá trình tiếp theo. Định lý dưới đây định nghĩa một tập các điều kiện theo đó $Q_n(s, a) \rightarrow Q^*(s, a)$ khi $n \rightarrow \infty$. Định nghĩa $n^i(s, a)$ là chỉ số của lần thứ i mà hành động a được thử ở trạng thái s .

Initialized

Q-Table		Actions					
		South (0)	North (1)	East (2)	West (3)	Pickup (4)	Dropoff (5)
States	0	0	0	0	0	0	0

	327	0	0	0	0	0	0

	499	0	0	0	0	0	0

Training

Q-Table		Actions					
		South (0)	North (1)	East (2)	West (3)	Pickup (4)	Dropoff (5)
States	0	0	0	0	0	0	0

	328	-2.30108105	-1.97092096	-2.30357004	-2.20591839	-10.3607344	-8.5583017

	499	9.96984239	4.02706992	12.96022777	29	3.32877873	3.38230603

Hình 2.3: Bảng Q-Learning về các trạng thái được khởi tạo thành 0, sau đó mỗi ô được cập nhật thông qua đào tạo.

Định lý 3.1 (Định lý hội tụ thuật toán Q-Learning)

Cho một miền phần thưởng bị chặn $r_n \leq R$, tỉ lệ học $0 \leq \alpha_n < 1$ và

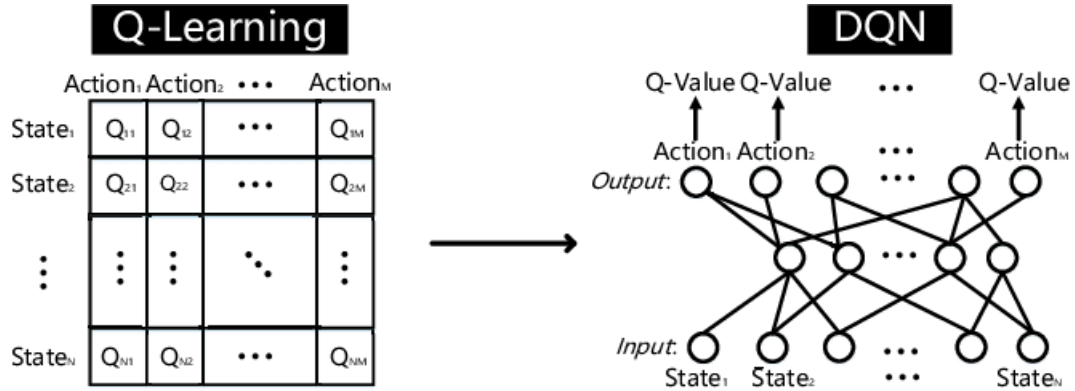
$$\sum_{i=1}^{\infty} \alpha_{n^i(s,a)} = \infty, \sum_{i=1}^{\infty} [\alpha_{n^i(s,a)}]^2 < \infty, \forall s, a$$

thì $Q_n(s, a) \rightarrow Q^*(s, a)$ khi $n \rightarrow \infty, \forall x, a$ với xác suất bằng 1.

2.4 Thuật toán Deep Q-Learning

Mục đích của bài toán là chọn ra hành động (*action*) thích hợp cho một trạng thái nào đó (*state*) nào đó. Hay nói cách khác, với *state* là đầu vào và cần đầu ra là một hành động. Công việc đó sẽ được thực hiện qua một mạng nơ-ron (*Neural Network-NN*). Những gì ta cần làm chỉ là bỏ đi bảng tra cứu *lookup table* $Q(s, a)$ và thay thế bằng một mạng nơ-ron đơn giản. Điều đó được mô tả

trong Hình 2.4.



Hình 2.4: So sánh về cấu trúc giữa Q-learning và Deep Q-learning

2.4.1 Hàm mất mát

Mục đích của ta là bắt mạng học được cách ước lượng Q-Value cho các hành động một cách chính xác nên đương nhiên hàm mất mát phải tính được sai số giữa Q-value thực tế và dự đoán. Hàm mất mát định nghĩa dưới dạng đầy đủ như sau:

$$Loss = (r + \gamma \max_{a'} Q(s', a'; \theta') - Q(s, a; \theta))^2$$

2.4.2 Kinh nghiệm chơi lại (Experience replay)

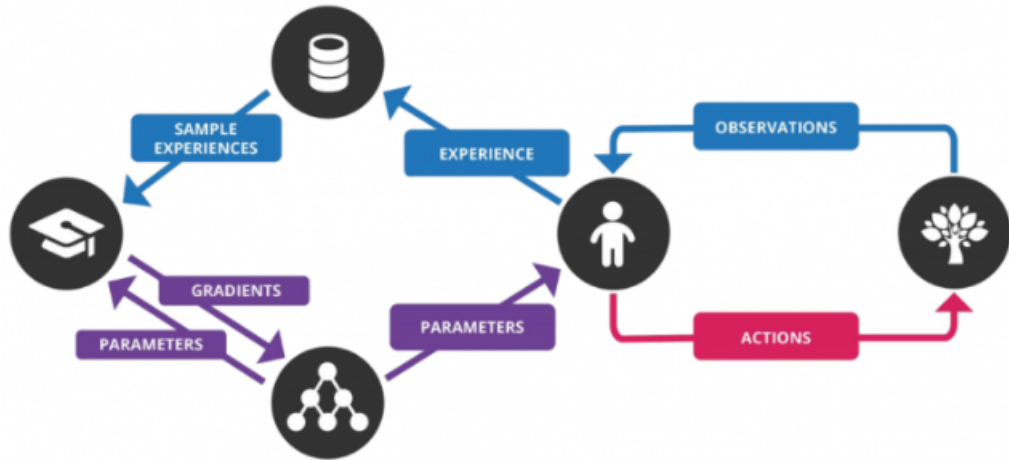
Ở phần trên ta đã định nghĩa một mạng nơ-ron lấy *input* là *state* hiện tại và *output* các Q-value. Thế nhưng nếu mạng nơ-ron cứ liên tục bị đẩy vào từng *state* một sẽ rất dễ bị *overfitting* vì các *states* liên tục thường giống nhau hoặc có tính tuyến tính (ví dụ: liên tục đi thẳng/sang trái/phải). Kỹ thuật *Experience Replay* được sử dụng để loại bỏ vấn đề này. Thay vì mỗi *state* mạng *update* một lần, ta lưu lại các *states* vào bộ nhớ (*memory*). Sau đó thực hiện *sampling* thành các *batch* nhỏ đưa vào mạng nơ-ron học. Việc này giúp đa dạng hóa *input* và tránh mạng nơ-ron bị *overfitting*.

2.4.3 Mô hình

Mô hình đầy đủ của Deep Q-Learning được mô tả trong Hình 2.5

Tóm lại, Deep Q-Learning thực hiện các bước sau

1. *Environment* đưa vào mạng một *state* s ; đầu ra là các Q-value của các *actions* tương ứng.



Hình 2.5: Mô hình đầy đủ Deep Q-Learning

2. *Agent* chọn *action* bằng một *Policy* và thực hiện *action* a đó.
3. *Environment* trả lại *state* s' cùng với *reward* r tương ứng và lưu lại *experience* s, a, r, s' .
4. Thực hiện *sample* các *experience* thành một vài *batches* và tiến hành luyện mạng.
5. Lặp lại đến khi kết thúc M *episodes*.

Chương 3

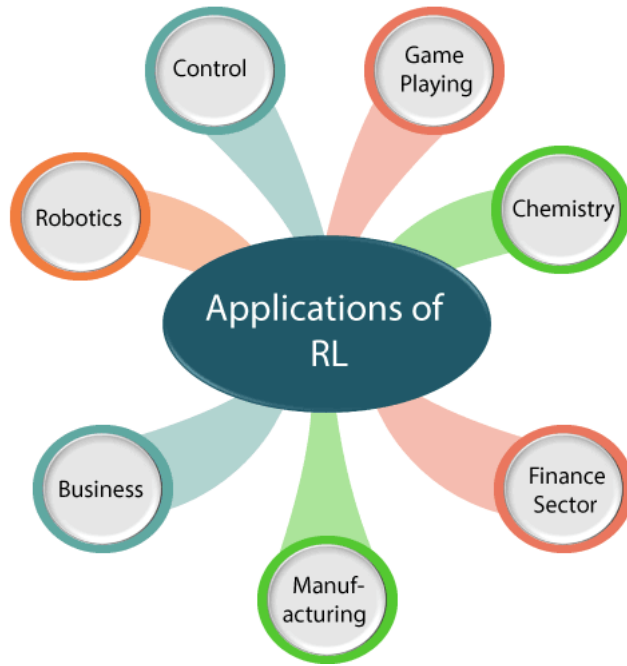
Ứng dụng trong thực tế

3.1 Một số ứng dụng thực tế

Ứng dụng của Học tăng cường trong thực tế cực kỳ đa dạng, trong bất cứ lĩnh vực nào cần ra quyết định, trải rộng từ ngành *robotics* đến ngành quảng cáo trên mạng. Một số ứng dụng nổi bật:

- Robot tự học (Ví dụ: Google AI)
- Xe tự hành
- Hệ thống gợi ý *recommender systems*, ví dụ trong quảng cáo: đặt *panels* sao cho xác suất người dùng *click* lớn nhất (*contextual bandit problems*), trong hệ thống *newsfeed* ta đọc hàng ngày.
- Quản lý tiêu thụ điện Google HVAC
- Hệ thống hỏi đáp *visual question answering VQA*, hệ thống tự sinh hội thoại (*deep RL for chatbots*), Ví dụ, *Google Duplex*, tóm tắt văn bản *summarization*, ví dụ, *Salesforce*.
- Vô địch cờ vây *AlphaGo Zero* và các *computer games* ví dụ, DQN .
- Tự sinh các mạng neuron để giải quyết các bài toán học máy *autoML*.
- Tự đặt lệnh mua bán chứng khoán *JPMorgan*.

Trong chương này, ta sẽ cùng nhau giải quyết hai bài toán học tăng cường cơ bản để minh họa cho việc sử dụng thuật toán Q-Learning đã được trình bày ở chương trước. Bài toán đầu tiên là bài Chiếc taxi thông minh (*Smart Taxi*); trong bài toán này, ta sẽ huấn luyện một chiếc taxi sao cho nó có thể đón và trả khách tại đúng vị trí và thực hiện việc này một cách "thông minh" nhất có thể. Bài toán thứ hai sẽ giải quyết việc điều khiển chiếc xe đẩy để giữ cho con lắc



Hình 3.1: Minh họa ứng dụng của học tăng cường trong thực tế

được gắn trên xe luôn ở trạng thái cân bằng; bài toán kinh điển này còn được biết đến với cái tên Bài toán cân bằng con lắc ngược (*CartPole*).

3.2 Bài toán chiếc Taxi thông minh

3.2.1 Bài toán

Ta có một chiếc taxi được trang bị các cảm biến, trí tuệ nhân tạo, . . . để có thể tự vận hành trong mọi điều kiện giao thông và thời tiết. Nhiệm vụ của chiếc xe này là đón và trả khách tại những vị trí nhất định. Ngoài ra, việc vận chuyển hành khách cần phải thỏa mãn những tiêu chí sau:

- Phải trả khách tại đúng vị trí được chỉ định
- Tiết kiệm thời gian cho hành khách một cách tối đa
- Đảm bảo hành khách được an toàn và phải tuân thủ tất cả các luật giao thông được đưa ra

3.2.2 Mô hình hóa bài toán

Trước khi có thể sử dụng các kỹ thuật học tăng cường để huấn luyện cho chiếc taxi (*agent* của chúng ta) thực hiện công việc đưa đón khách một cách tự động, ta cần phải quan tâm đến một vài khía cạnh về việc mô hình hóa bài toán. Ta

cần phải biết phần thưởng (*rewards*), không gian trạng thái (*state space*) của chiếc taxi, và các hành động (*actions*) mà chiếc taxi có thể thực hiện tại mỗi trạng thái.

Phần thưởng

Vì chiếc taxi sẽ được huấn luyện bằng cách thử và sai khi tương tác với môi trường, ta cần phải định nghĩa phần thưởng và/hoặc hình phạt cho nó

- Chiếc taxi (*agent*) sẽ nhận được một phần thưởng lớn (+20 điểm) khi trả khách thành công (trả đúng vị trí được đưa ra)
- Chiếc taxi sẽ bị phạt nặng nếu nó trả khách sai vị trí (-10 điểm)
- Chiếc taxi sẽ bị phạt "nhẹ" (*slight negative reward*) trong suốt chuyến hành trình đi đến vị trí trả khách (-1 điểm/bước). Hình phạt ở đây không được lớn vì ta không muốn việc chiếc taxi cố gắng "lao" đến đích một cách nhanh nhất có thể mà vi phạm luật giao thông hay gây nguy hiểm cho hành khách.

Không gian trạng thái

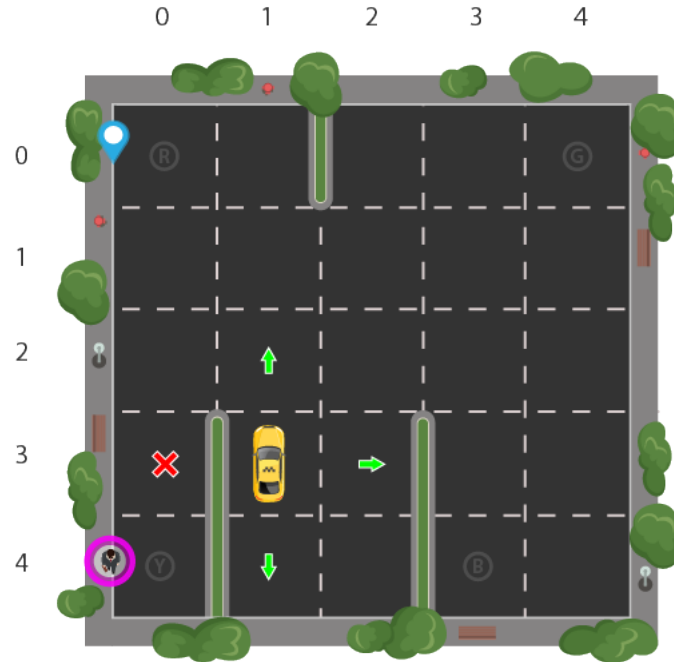
Không gian trạng thái là tập chứa tất cả những tình huống mà chiếc taxi của chúng ta có thể gặp phải. Đây là nơi chứa những thông tin vô cùng cần thiết cho chiếc taxi để giúp nó có thể đưa ra những hành động "đúng" tương ứng với trạng thái mà nó đang ở.

Giả sử, ta có một bãi tập cho chiếc taxi của chúng ta, như được minh họa trong Hình 3.2; ở đây, ta sẽ dạy chiếc taxi vận chuyển hành khách đến các vị trí (R, G, Y, B) trên bãi tập

Để đơn giản hóa bài toán, ta có một số giả định như sau:

- Chiếc taxi là phương tiện duy nhất có trên bãi tập
- Khu vực huấn luyện có thể được chia thành một lưới 5×5 , cho ta tổng cộng 25 vị trí mà chiếc taxi có thể đỗ. Ví dụ, như ta có thể thấy trên Hình 3.2, chiếc taxi đang nằm tại vị trí có tọa độ $(3, 1)$; ngoài ra 4 vị trí R, G, Y, B có tọa độ lần lượt là $(0,0)$, $(0,4)$, $(4,0)$, $(4,3)$; hành khách đang đứng tại vị trí Y và có mong muốn di chuyển đến vị trí R trên bãi tập.

Vậy, ta có tổng cộng $5 \times 5 = 25$ vị trí mà chiếc taxi có thể xuất hiện, 4 đích đến, và 5 vị trí của hành khách (4 vị trí tại R, G, Y, B và 1 vị trí là ở trên chiếc taxi). Tổng số trạng thái có thể có của môi trường sẽ là $5 \times 5 \times 5 \times 4 = 500$ trạng thái.



Hình 3.2: Mô phỏng taxi trên bãi tập và các vị trí vận chuyển khách

Không gian hành động

Tại mỗi thời điểm, chiếc taxi (*agent* của bài toán) sẽ nằm ở 1 trong tổng 500 trạng thái, và nó sẽ thực hiện một hành động tương ứng với trạng thái hiện có. Hành động ở đây có thể là đón/trả khách, và di chuyển quanh bãi tập. Không gian hành động của ta sẽ gồm:

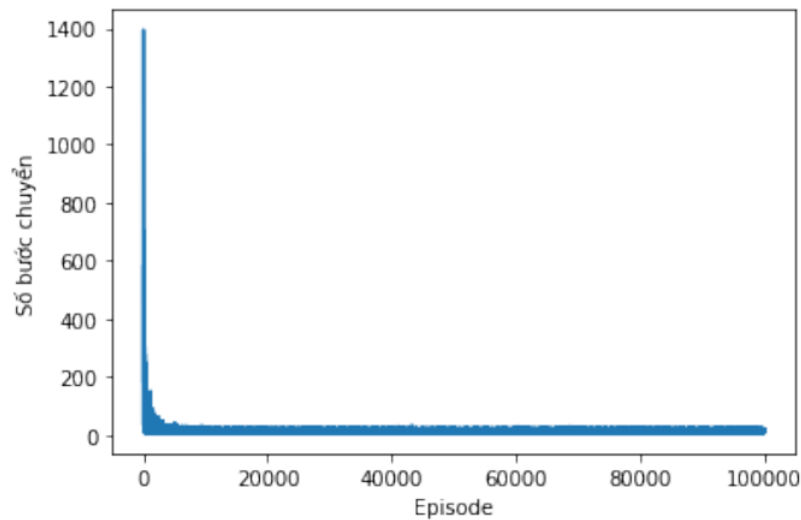
- Đi lên
- Đi xuống
- Đi sang trái
- Đi sang phải
- Đón khách
- Trả khách

Để ý rằng, tại một số trạng thái ta không thể thực hiện một vài hành động nhất định. Ví dụ như khi chiếc taxi ở vị trí mép tường bên trái, nó không thể thực hiện hành động đi sang trái; ta có thể giải quyết vấn đề này bằng việc phạt chiếc taxi khi rơi vào tình huống đó (tình huống bị "đâm" và tường) và giữ nguyên vị trí hiện tại của nó.

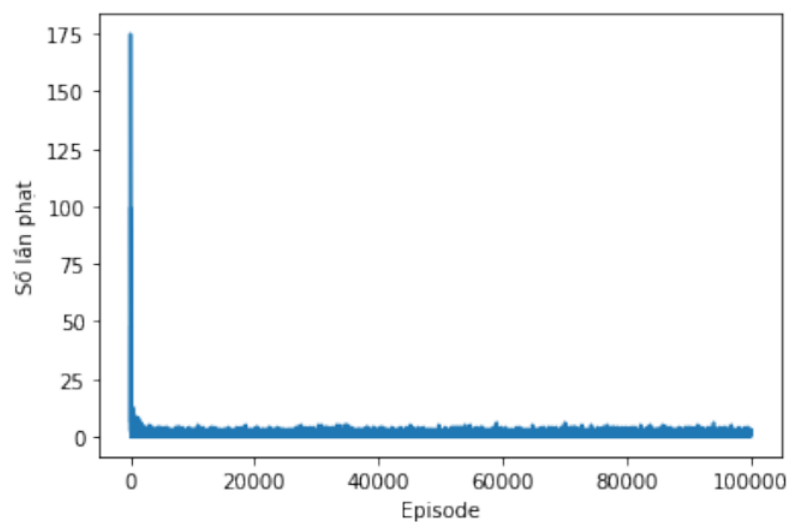
3.2.3 Giải quyết bài toán

Giải pháp được sử dụng để giải quyết bài toán này là giải thuật Q-Learning. Môi trường của bài toán sẽ được mô phỏng nhờ vào sự trợ giúp của thư viện *Gym* được cung cấp bởi *OpenAI*.

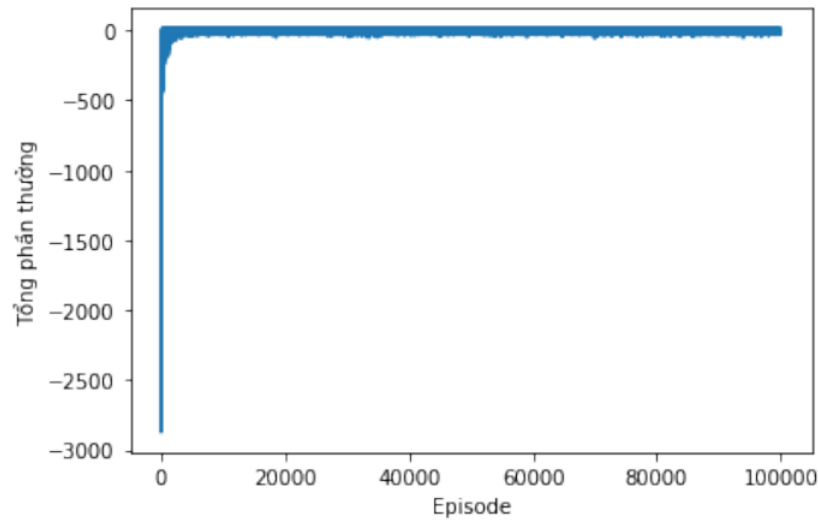
Chiếc taxi sẽ được huấn luyện trong 100000 *episode* thông qua việc tương tác với môi trường. Một vài kết quả trong quá trình huấn luyện được minh họa như trong Hình 3.3, 3.4 và 3.5.



Hình 3.3: Số bước chuyển chiếc taxi thực hiện tại mỗi episode.



Hình 3.4: Số lần chiếc taxi đón/trả khách sai vị trí tại mỗi episode.



Hình 3.5: Số phần thưởng chiếc taxi nhận được tại mỗi episode.

3.2.4 Kết quả

Kết quả chạy của bài toán với 1000 *episodes* sau quá trình huấn luyện được minh họa như trong Hình 3.6



Hình 3.6: Kết quả chạy với 1000 episodes.

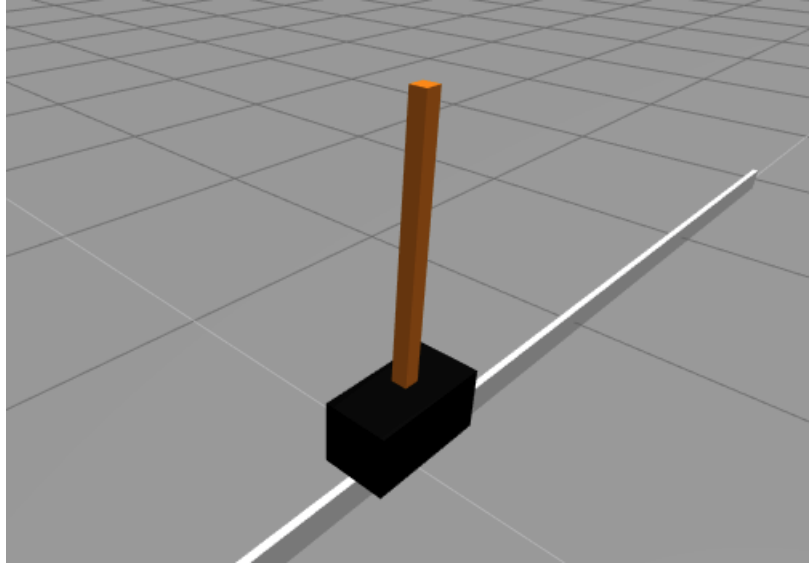
Có thể thấy chiếc taxi đã được huấn luyện khá tốt, không mắc bất cứ sai lầm nào trong việc đón/trả khách và thực hiện việc chọn đường đi khá "thông minh".

3.3 Bài toán cân bằng con lắc ngược

3.3.1 Bài toán

Ta có một con lắc ngược được gắn phía trên một chiếc xe đẩy bằng một khớp nối có thể quay. Chiếc xe được đặt trên một đường ray không có ma sát và chỉ có thể di chuyển sang trái hoặc sang phải. Ở trạng thái khởi đầu, con lắc được đặt thẳng đứng, hay nói cách khác con lắc và đường thẳng vuông góc với đường ray tạo thành một góc 0° . Mục tiêu của bài toán là không để cho con lắc bị đổ bằng cách tăng hoặc giảm vận tốc của xe đẩy. Trò chơi sẽ kết thúc khi:

- Con lắc bị "đổ" (góc của con lắc nhỏ hơn -12° hoặc lớn hơn 12°),



Hình 3.7: Minh họa bài toán cân bằng con lắc ngược

- Hoặc vị trí của xe đẩy nằm ngoài đoạn $[-2.4, 2.4]$ (tâm của chiếc xe đẩy đi ra ngoài khung nhìn),
- Hoặc số bước vượt quá 200.

3.3.2 Mô hình hóa bài toán

Phần thưởng

Hệ chuyển động sẽ nhận được phần thưởng $+1$ sau mỗi bước (bao gồm cả bước kết thúc).

Không gian trạng thái

Mỗi trạng thái của hệ sẽ được cấu tạo bởi 4 thành phần:

- Vị trí xe đẩy
- Vận tốc xe đẩy
- Góc của con lắc ngược
- Vận tốc ở đỉnh con lắc

Miền giá trị của các thành phần này được minh họa như trong bảng dưới đây

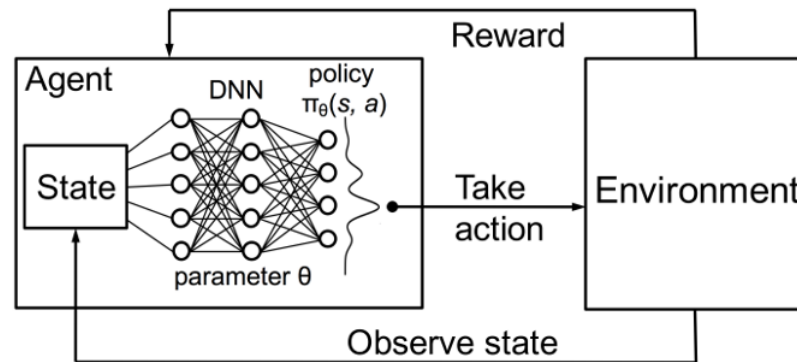
Chỉ số	Trạng thái	Min	Max
0	Vị trí xe đẩy	-2.4	2.4
1	Vận tốc xe đẩy	-Inf	Inf
2	Góc của con lắc ngược	$\sim -41.8^\circ$	$\sim 41.8^\circ$
3	Vận tốc ở định con lắc	-Inf	Inf

Không gian hành động

Có tổng cộng 2 hành động để di chuyển con lắc, đó là đẩy xe sang trái và sang phải.

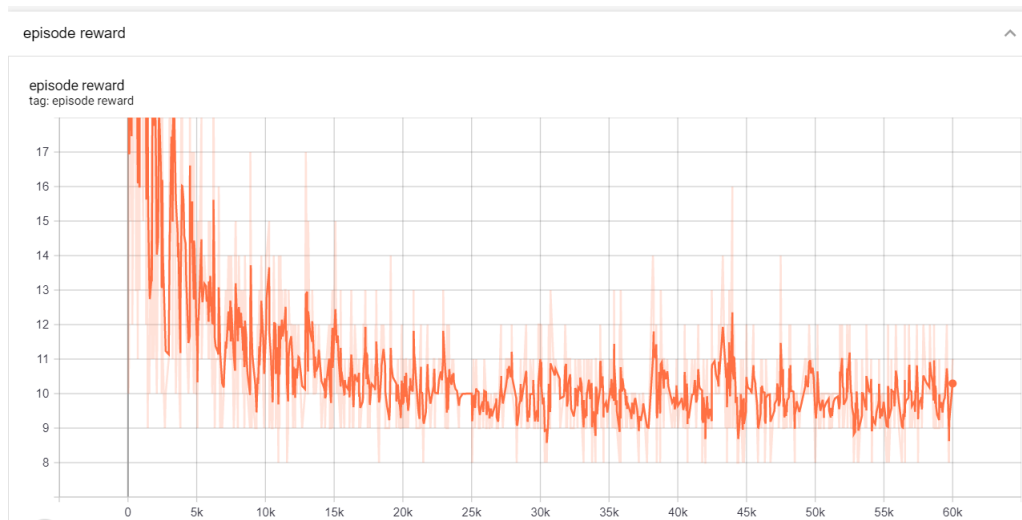
3.3.3 Giải quyết bài toán

Với số trạng thái quá lớn, việc sử dụng giải thuật Q-Learning như trong bài toán "Chiếc taxi thông minh" trước đó trở nên bất khả thi về không gian lưu trữ. Việc sử dụng một mạng nơ-ron nhân tạo (*Artificial Neural Network*) thay thế cho bảng Q-Table có vẻ phù hợp hơn rất nhiều.

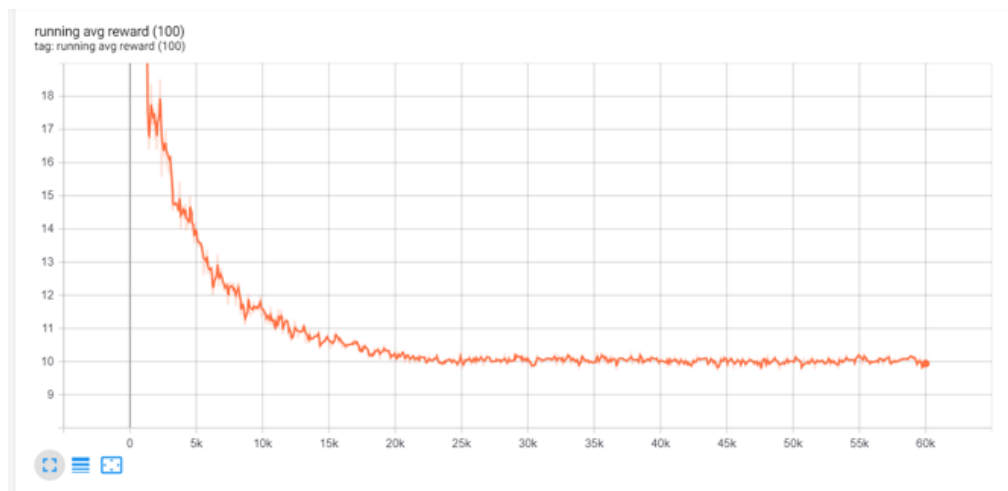


Hình 3.8: Mô phỏng lược đồ sử dụng mạng Noron nhân tạo

Hệ xe đẩy con lắc sẽ được huấn luyện trong 60000 *episodes* thông qua việc tương tác với môi trường. Một vài kết quả trong quá trình huấn luyện được minh họa như trong hình 3.9, 3.10 và 3.11



Hình 3.9: Tập phần thưởng khi huấn luyện trong 60000 episodes.



Hình 3.10: Số phần thưởng trung bình hệ nhận được qua các episode.



Hình 3.11: Kết quả khởi chạy.

Chương 4

Kết luận và bàn luận

Trong báo cáo này, nhóm thực hiện đã trình bày sơ lược về quá trình Markov, khái niệm và định nghĩa cơ bản của học tăng cường, các phương pháp liên quan đến quá trình quyết định Markov, bài toán quyết định Markov và giải thuật Q-Learning.

Nhóm thực hiện đã đưa ra một số ứng dụng trong thực tế của học tăng cường và lựa chọn hai bài toán cơ bản là Chiếc taxi thông minh và Bài toán cân bằng con lắc ngược để minh họa cho việc áp dụng những kiến thức đã được trình bày trong báo cáo.

Các hướng nghiên cứu tiếp theo của đề tài sẽ tập trung vào các biến thể của thuật toán Q-Learning cho những bài toán cụ thể khác trong thực tế.

Tài liệu tham khảo

- [1] J.H Andrae, *Encyclopedia of Information Linguistics and Control*, pp.261-270, 1969.
- [2] R.Bellman, *A markovian decision process*, Indiana Univ. Math. J., vol6, pp.679-684, 4 1957, ISSN: 0022-2518.
- [3] D.P. Bertsekas, *Dynamic Programming and Optimal Control*, Athena Scientific; 3 edition (1600), 2005.
- [4] https://vi.wikipedia.org/wiki/Học_tăng_cường
- [5] <https://viblo.asia/p/gioi-thieu-ve-hoc-tang-cuong-va-ung-dung-deep-q-learning-choi-game-cartpole-Az45bYy6lxY>
- [6] <https://towardsdatascience.com/reinforcement-learning-lets-teach-a-taxi-cab-how-to-drive-4fd1a0d00529>
- [7] <https://www.theconstructsim.com/testing-different-openai-rl-algorithms-with-ros-and-gazebo/>