UE Automatique 2
Commande et observation quadratiques

ENSE[3] - ASI - Contrôle Terminal

Le travail à fournir une fois cette synthèse effectuée consiste à concevoir 3 à 5 transparents audio qui permettent d'illustrer votre compréhension du cours de Commande et Observation Quadratique en vous appuyant sur cette synthèse. Le travail est à rendre sur Chamilo avant le 20/05/20 minuit.

1 Commande d'un canal d'irrigation

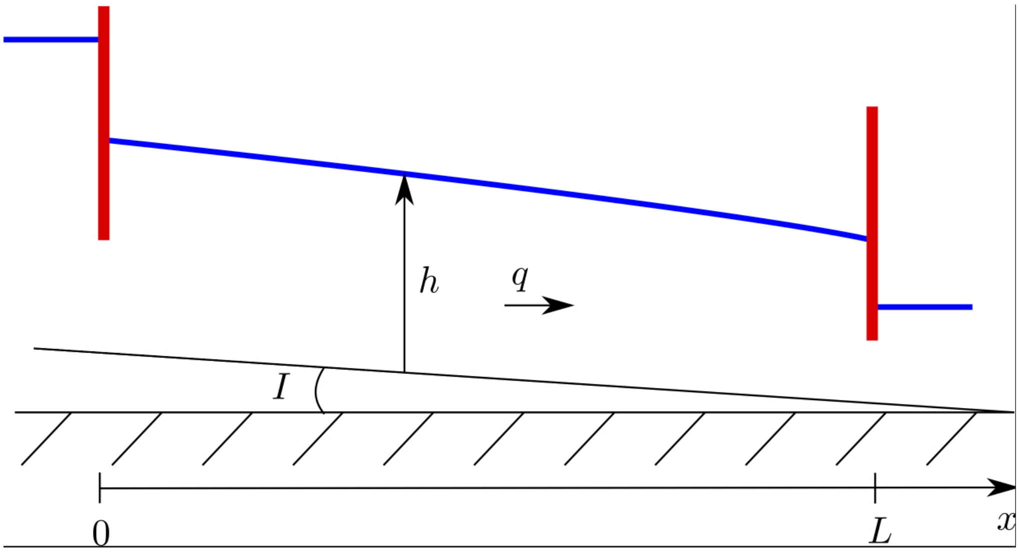

FIGURE 1 – Coupe longitudinale d'un canal d'irrigation

La dynamique de la hauteur d'eau h et du débit q dans un canal d'irrigation est classiquement décrite par un ensemble de deux équations aux dérivées partielles non linéaires appelées les équations de Saint-Venant qui représentent la conservation de la masse et de la quantité de mouvement. Ces équations peuvent être linéarisées autour d'un régime stationnaire uniforme (h_e, q_e).

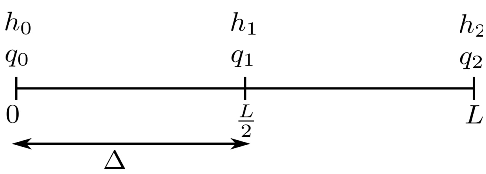

FIGURE 2 – Schéma de discrétisation

En faisant l'approximation des dérivées partielles par la méthode de différences finies à deux points (voir figure 2), nous obtenons la représentation d'état suivante du système linéarisé :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Ew, && (1) \\ y &= Cx && (2) \end{aligned}$$

où

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{\Delta}\begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\alpha & 0 & \beta - \Delta.\delta & -\beta \\ \gamma & -\frac{\alpha}{2} & \frac{\beta}{2} & -\Delta.\delta \end{pmatrix}, B = \frac{1}{\Delta}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha + \Delta.\gamma \\ \frac{\alpha}{2} \end{pmatrix}, E = \frac{1}{\Delta}\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -1 \\ 0 \\ -\frac{\beta}{2} \end{pmatrix}, && (3) \\ C &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} && (4) \end{aligned}$$

Le vecteur d'état est $x = (h_1 \quad h_2 \quad q_0 \quad q_1)^T$ et la sortie mesurée est $y = h_2$, la commande $u = h_0$ et la perturbation $w = q_2$. Les constantes $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ et Δ sont données par :

$$\alpha = gh_e - \frac{q_e^2}{h_e^2}, \quad \beta = \frac{2q_e}{h_e}, \quad \gamma = gI + 2gC_f\frac{q_e^2}{h_e^3}, \quad \delta = 2gC_f\frac{q_e}{h_e^2}, \quad \Delta = \frac{L}{2}. \qquad (5)$$

où L est la longueur, I la pente, C_f le coefficient de frottement, $g = 9.8m/s^2$ l'accélération de la gravité. Dans la suite, on considère un canal dont $L = 1000m$, $I = 2.4 \times 10^{-3}$ et $C_f = 0.001$. Le profil d'équilibre correspondant à $h_e = 2m$ et $q_e = \sqrt{\frac{Ih_e^3}{C_f}}$.

On souhaite commander le niveau aval h_2 à une valeur de référence r.

Q 1 : Vérifier la commmandabilité et l'observabilité du système.

Q 2 : On considère une approche quadratique LQ pour construire un retour d'état $u = -Fx + Gr$ et on choisit pour cela des matrices de pondération $Q = C^TC$ et $R > 0$. Justifier ce choix, et la faisabilité de l'approche.
Donner les gains de commande F et G pour $R = 2$, puis $R = 0.02$.

Q 3 : Comparer les comportements de h_2 obtenus dans chaque cas en boucle fermée face une condition initiale non nulle sur q_0 ($x(0) = [0; 0; 0.5; 0]$), en utilisant la commande *initial*.
Comparer également les commandes dans chaque cas.
Commenter.
Choisir la commande la moins coûteuse.

Q 4 : Construire un schéma de simulation sous *Simulink* pour tester cette commande et donner les comportements (à conditions initiales nulles) en réponse à un échelon de consigne $r = 0.1m$ à $t = 0s$, et à une perturbation en échelon $w = 0.1m^3/s$ à $t = 8000s$.

Q 5 : On souhaite à présent construire un observateur d'état pour le système, toujours par synthèse quadratique. On considère donc le système sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Ew, && (6) \\ y &= Cx + v && (7) \end{aligned}$$

où v représente le bruit de mesure.
On choisit une pondération W associée à la perturbation w et une pondération V associée au bruit v données par : $W = EE^T$, $V = 1$.
Confirmer que ce choix est acceptable et donner le gain de l'observateur correspondant.

Q 6 : Calculer un deuxième gain obtenu avec $V = 0.01$ et tracer pour chaque gain les comportements fréquentiels de l'erreur d'observation pour des entrées de perturbation w et bruit additif sur la sortie, en utilisant la commande *bodemag*.
Commenter.
Choisir l'observateur le moins sensible à la perturbation w.

Q 7 : Construire l'observateur sous *Simulink* et illustrer son comportement en présence de conditions initiales différentes de celles du système, et en cas de système non contrôlé, non perturbé.

Q 8 : Tester sous *Simulink* la commande du système avec retour d'état plus l'observateur précédent dans le scénario de la question **Q 4**, et illustrer les résultats.

Q 9 : Vérifier le comportement obtenu en remplaçant l'échelon de perturbation par un bruit random number de moyenne nulle, variance=0.01 et sample time=1, puis avec $w = 0$ et une erreur de paramètre sur γ de 20% (dans le système γ est 20% plus grand que dans le modèle utilisé pour construire la commande).
Commenter.

Q 10 : Réaliser une commande quadratique par retour d'état avec observateur, **et action intégrale**. Tester sous *Simulink* la commande du système avec retour d'état (avec action intégrale) plus l'observateur dans le scénario de la question **Q 4**, et illustrer les résultats. Finir en testant votre commande avec le scénario de la **Q 9**.