① 幂等: $G \vee G = G$ $G \wedge G = G$
② 交换: $G \vee H = H \vee G$ $G \wedge H = H \wedge G$
③ 结合:
④ 同一: $G \vee 0 = G$ $G \wedge 1 = G$
⑤ 零: $G \vee 1 = 1$ $G \wedge 0 = 0$
⑥ 分配
⑦ 吸收 $G \vee (H \wedge G) = G$ $G \wedge (H \vee G) = G$
⑧ 矛盾: $G \wedge \neg G = 0$
⑨ 排中 $G \vee \neg G = 1$
⑩ 双否
⑪ 德摩根
⑫ 蕴涵: $G \to H = \neg G \vee H$
⑬ 假言易位
⑭ 等价:
⑮ 等价否定等
⑯ 归谬: $(G \to H) \wedge (G \to \neg H) = \neg G$

蕴涵

$P \Rightarrow Q,\ Q \to I \Rightarrow P \to I$. 假言三段论
$P \vee Q,\ P \to I,\ Q \to I \Rightarrow I$. 二难推理

$G \wedge H \Rightarrow G$; 简化规则
$G \Rightarrow G \vee H$ 添加规则
$G \vee H, \neg G \Rightarrow H$ 选言三段论
$G \to H,\ G \Rightarrow H$ 假言推理规则
$G \to H, \neg H \Rightarrow \neg G$, 否定后件.

P, 引用前提
E 等价求得
T 引用逻辑结果
CP 附加前提 $\longrightarrow$ $P \to (Q \to R) = (P \wedge Q) \to R$

前提/有效结论 演绎得结论

① 直接证明法 ② 规则CP证明法
③ 反证、归谬
证: $(G_1, G_2, \cdots \Rightarrow H)$
$\Rightarrow$ $G_1, G_2 \cdots \to H$ 为永真公式
$\Rightarrow$ $G_1 \wedge G_2 \wedge \cdots \wedge G_n \wedge \neg H$ 为矛盾式
$\Rightarrow$ $G_1 \wedge G_2 \wedge \cdots \wedge G_n \wedge \neg H \Rightarrow R \wedge \neg R$

改名律: $(\exists x) G(x) = (\exists y) G(y)$
$(\forall x) G(x) = (\forall y) G(y)$
量词转换: $\neg(\exists x) G(x) = (\forall x) \neg G(x)$
(否定等价) $\neg(\forall x) G(x) = (\exists x) \neg G(x)$
辖域扩收: $\underset{\exists}{(\forall x)}(G(x) \underset{\wedge}{\vee} S) = \underset{\exists}{(\forall x)} G(x) \underset{\wedge}{\vee} S$

量词分配: $(\forall x)(G(x) \wedge H(x)) = (\forall x) G(x) \wedge (\forall x) H(x)$
$(\exists x)(G(x) \vee H(x)) = (\exists x) G(x) \vee (\exists x) H(x)$
Ø: $(\forall x) G(x) \vee (\forall x) H(x) = (\forall x)(\forall y)(G(x) \vee H(y))$
$(\exists x) G(x) \wedge (\exists x) H(x) = (\exists x) G(x) \wedge (\exists y) H(y)$

$\underset{\exists}{(\forall y)} \underset{\exists}{(\forall x)} G(x, y) = \underset{\exists}{(\forall x)} \underset{\exists}{(\forall y)} G(x, y)$

(1) US(全称特指规则)
$(\forall x) G(x) \Rightarrow G(y)$, y 为自由变元
另: 推广 $(\forall x) G(x) \Rightarrow G(c)$, c 为任意个体常量
(2) ES(存在特指规则)
$(\exists x) G(x) \Rightarrow G(c)$, c 为使 $G(c)$ 为真的个体常量
(3) UG(全称推广规则)
$G(y) \Rightarrow (\forall x) G(x)$, $G(y)$ 中无自由变元 x
(4) EG(存在推广规则)
$G(c) \Rightarrow (\exists x) G(x)$, c 为特定个体常量
推广: $G(y) \Rightarrow (\exists x) G(x)$. $G(y)$ 中无自由变元 x

(1) 难点: 如既要使用US又要使用ES, 且选用个体是同一符号, 则必须①首先使用ES再使用US, ②然后运用命题逻辑中推理规则, ③最后使用UG或EG引入量词, 得出结论
(2) 对同一变量用ES消去量词, 则添加量词时, 只能用UG;
用US消去量词, 则可用UG或EG
(3) 如果有两个含有存在量词的公式, 用ES时, 应使用两个不同的常量符号,
(4) 使用US或ES时, 此量词必须位于整个公式最前端
(5) 添加量词时, 所选 x 不能在 $G(c)$ 或 $G(y)$ 中以任何约束出现