

# 合成法

若 $X$ 的密度函数 $p(x)$ 难于抽样, 而 $X$ 关于 $Y$ 的条件密度函数 $p(x|y)$ 以及 $Y$ 的密度函数 $g(y)$ 均易于抽样, 则 $X$ 的随机数可如下产生:

- ① 由 $Y$ 的分布 $g(y)$ 抽取 $y$
- ② 由条件分布 $p(x|y)$ 抽取 $x$

**例1** 设 $X$ 的密度函数 $p(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i p_i(x)$ , 其中 $\alpha_i > 0$ ,  $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$ ,  $p_i(x)$ 是密度函数.

- ① 由 $U(0, 1)$ 抽取 $u$
- ② 确定 $i$ , 使  $\sum_{j=0}^{i-1} \alpha_j < u \leq \sum_{j=0}^i \alpha_j$
- ③ 由 $p_i(x)$ 抽取 $x$

# 合成法举例

譬如, 若  $p(x) = (1 + 2x)/6, 0 < x < 2, F(x) = (x + x^2)/6$ .

分解  $p(x)$  为  $p_1(x) = 1/2, p_2(x) = x/2, 0 < x < 2$ ,

$\alpha_1 = 1/3, \alpha_2 = 2/3$ . 则结合逆变换法和合成法, 抽样步骤为

① 由  $U(0, 1)$  独立抽取  $u_1, u_2$

② 计算

$$x = \begin{cases} 2u_2, & u_1 < 1/3 \\ 2\sqrt{u_2}, & u_1 \geq 1/3 \end{cases}$$